

**OPTIMASI FUNGSI KUADRATIK TANPA KENDALA DENGAN  
METODE SYMMETRIC RANK ONE (SR 1), DAVIDON FLETCHER  
POWELL (DFP) DAN BROYDEN FLETCHER GOLDFARB  
SHANNO (BFGS)**

Skripsi

untuk memenuhi sebagai persyaratan  
mencapai derajat Sarjana S-1  
Program Studi Matematika



diajukan oleh

**Wiwit Anggar Kusuma**

**10610014**

**Kepada**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UIN SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

**2014**

## **SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Hal : Persetujuan Skripsi  
Lamp : 3 eksemplar Skripsi

Kepada  
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta  
di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Wiwit Anggar Kusuma  
NIM : 10610014  
Judul Skripsi : Optimasi Fungsi Kuadratik Tanpa Kendala Dengan Metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) Dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

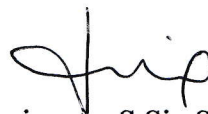
*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Pembimbing I



Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc

Yogyakarta, 5 Oktober 2014  
Pembimbing II



Sugiyanto, S.Si., S.T., M.Si  
NIP.19800505 200801 1 028



**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/286/2015

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Optimasi Fungsi Kuadratik Tanpa Kendala dengan Metode *Symmetric Rang One* (SR 1), *Davidon Fletcher Powell* (DFP) dan *Broyden Fletcher Goldfarb Shanno* (BFGS)

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :  
Nama : Wiwit Anggar Kusuma  
NIM : 10610014  
Telah dimunaqasyahkan pada : 13 Januari 2015  
Nilai Munaqasyah : A -  
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang

Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc

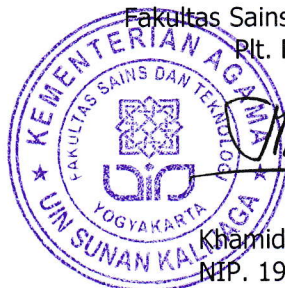
Penguji I

Sugiyanto, M.Si  
NIP.19800505 200801 1 028

Penguji II

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si  
NIP.19800402 200501 1 003

Yogyakarta, 27 Januari 2015  
UIN Sunan Kalijaga  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Plt. Dekan



Khamidinal, M.Si  
NIP. 19691104 200003 1 002

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Wiwit Anggar Kusuma

NIM : 10610014

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri dan sepanjang pengetahuan penulis tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis orang lain, dan atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian Tugas Akhir di Perguruan Tinggi lain, kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta,

Yang menyatakan



Wiwit Anggar Kusuma

NIM. 10610014

## MOTTO

*“Dan pada sebagian malam hari bertahajudlah kamu sebagai ibadah tambahan bagimu, mudah-mudahan Rabbmu mengangkat kamu ke tempat yang terpuji”*

*Sebaik-baik tempat meminta yaitu Allah S. W. T*

*Barang siapa yang bertaqwa kepada Allah, maka akan dicarikan jalan keluar, dan barang siapa yang bertaqwa kepada Allah akan dimudahkan segala urusannya”*

*(At-Thalaq: 2 dan 4)*

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'alamin, puji syukur kehadiran Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat, hidayah dan inayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Optimasi Fungsi Kuadratik Tanpa Kendala dengan Metode Symmetric Rank One (SR1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS)".

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan dan kerjasama berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan tulus ikhlas penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing pertama yang telah meluangkan waktu dan tenaga untuk memberikan bimbingan dan arahan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
4. Bapak Sugiyanto, S.Si, S.T., M.Si., selaku dosen pembimbing kedua yang telah meluangkan waktu dan tenaga untuk memberikan bimbingan dan arahan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. Bapak Noor Saif Muhammad Mussafi, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama ini.
6. Segenap staf dosen dan karyawan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

7. Ibu dan Bapakku atas segala kasih sayang, kepercayaan, dukungan dan do'a yang tiada hentinya untuk kelancaranku.
8. Mbak Ika Wahyuni, Mas Wiyadi dan Adik Wiwin Cahyanti yang telah memberikan motivasi, nasehat serta semangat kepada penulis.
9. Mas Setyo Nugroho yang telah memberikan semangat, motivasi, nasehat dan kasih sayangnya kepada penulis.
10. Sahabat-sahabat atas keceriaan, dukungan, tempat curhat dan semangat yang kalian berikan Aris, Leni, Ayu, Rahmi, Ai.
11. Teman-teman Matematika dan Pendidikan Matematika 2010, yang telah memberikan bantuan, masukan dan saran pada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
12. Semua pihak yang telah membantu dan mendukung dalam melaksanakan penelitian ini.

Semoga semua bantuan yang diberikan selama penelitian hingga terselesaikannya skripsi ini mendapatkan balasan yang lebih dari Allah SWT. Penulis menyadari penyusunan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu penulis mengharapkan saran, masukan, dan kritik yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini.

Yogyakarta, Oktober 2014

Penulis

## PERSEMBAHAN

*Dengan memanjatkan puji syukur kehadirat Allah SWT, skripsi ini penulis persembahkan kepada :*

*Kedua orangtua ku tercinta “Ibu dan Bapak” yang senantiasa mendo’akan serta membimbing dan menasehatiku. Terimakasih atas semua limpahan cinta dan kasih sayangnya yang tulus.*

*Mbak Ika, Mas Wiyadi dan Adik Wiwin atas kasih sayang dan perhatiannya.*

*Mas Setyo Nugroho terima kasih atas nasehat, bimbingan dan kasih sayangnya.*

*Sahabat-sahabatku yang tidak bisa disebutkan satu persatu yang selalu menemaniku dan memberikan dorongan pada ku untuk terus maju.*

*Teman-teman seperjuanganku Matematika dan P.Matematika angkatan 2010*

*Teman-teman Matematika 2011*

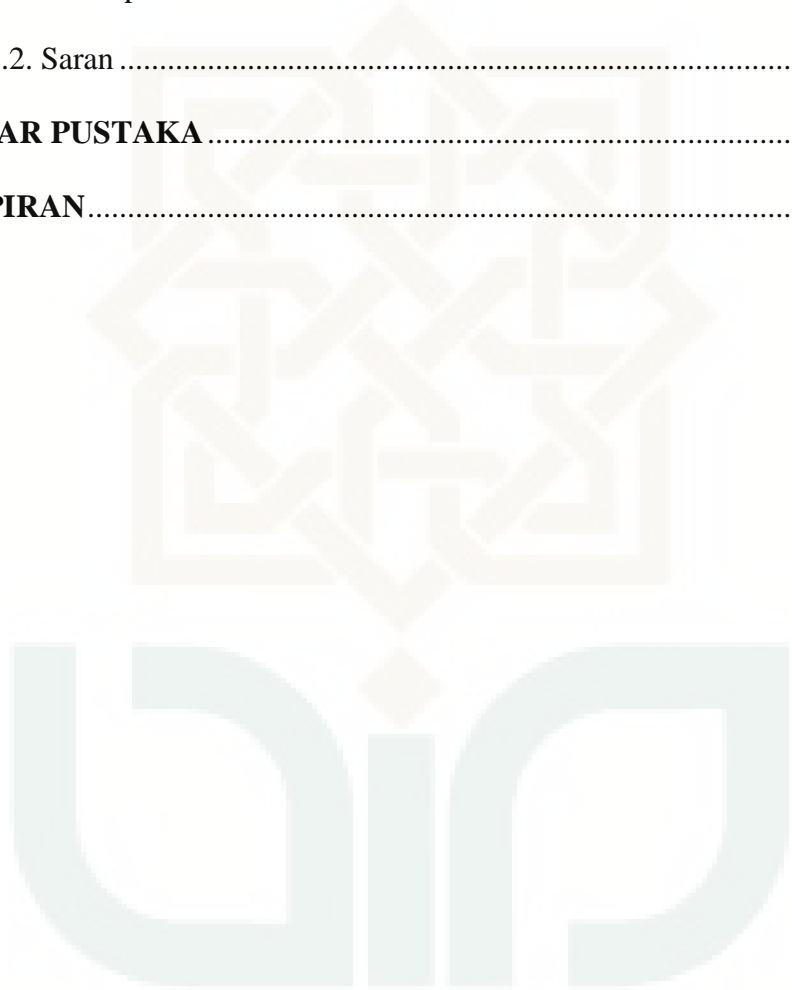


## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSETUJUAN SKRIPSI</b> .....	ii
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI</b> .....	iv
<b>HALAMAN PERNYATAAN BERJILBAB</b> .....	v
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	vi
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR LAMBANG</b> .....	xiv
<b>ABSTRAKSI</b> .....	xvi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1. Latar Belakang Masalah .....	1
1.2. Batasan Masalah .....	2
1.3. Rumusan Masalah .....	3
1.4. Tujuan Penelitian .....	3
1.5. Manfaat Penelitian .....	4
1.6. Tinjauan Pustaka .....	4
1.7. Metodologi Penelitian .....	8
1.8. Sistematika Penulisan .....	9

<b>BAB II LANDASAN TEORI .....</b>	<b>11</b>
2.1. Fungsi .....	11
2.2. Matriks.....	13
2.3. Vektor .....	21
2.4. Vektor Gradien dan Matriks Hessian .....	23
2.5. Persamaan Differensial dan Pendekatan Deret Taylor .....	25
2.6. Optimasi .....	27
2.7. Metode Newton .....	28
2.8. MATLAB .....	37
<b>BAB III METODE QUASI-NEWTON.....</b>	<b>39</b>
3.1. Metode <i>Quasi-Newton</i> .....	39
3.2. Metode Davidon Fletcher Powell (DFP).....	56
3.3. Metode Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS).....	75
3.4. Flow Chart .....	95
<b>BAB IV PENYELESAIAN NUMERIS OPTIMASI FUNGSI KUADRATIK TANPA KENDALA DENGAN <i>SOFTWARE</i> MATLAB 6.1 .....</b>	<b>98</b>
4.1. Penggunaan M-file Metode Symmetric Rank One (SR1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS).98	
4.2. Uji Coba Penyelesaian Optimasi Fungsi Kuadratik Tanpa Kendala dengan Metode Symmetric Rank One (SR1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) .....	103

4.3. Perbandingan Hasil Eksak dan Numeris Optimasi Fungsi Kuadratik Tanpa Kendala dengan Metode Symmetric Rank One (SR1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS).	107
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	113
5.1. Kesimpulan.....	113
5.2. Saran.....	116
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	117
<b>LAMPIRAN</b> .....	118



## DAFTAR TABEL

Tabel 1.6. Perbedaan dengan Penelitian Sebelumnya.....	6
Tabel 4.1. Perbandingan Hasil Manual dan MATLAB 6.1 Permasalahan Pertama ..	108
Tabel 4.2. Perbandingan Hasil Manual dan MATLAB 6.1 Permasalahan Kedua.....	109
Tabel 4.3. Kelebihan dan Kekurangan Metode SR 1, DFP dan BFGS.....	111
Tabel 5.1. Hasil Perhitungan Manual Permasalahan Pertama .....	113
Tabel 5.2. Hasil Perhitungan Manual Permasalahan Kedua .....	114
Tabel 5.3. Hasil Perhitungan dengan MATLAB 6.1 Permasalahan Pertama .....	114
Tabel 5.4. Hasil Perhitungan dengan MATLAB 6.1 Permasalahan Kedua.....	115

## DAFTAR LAMBANG

- $f : R^n \rightarrow R$  = Fungsi dari  $R^n$  ke  $R$
- $R$  = Himpunan Bilangan Real
- $R^n$  = Himpunan semua an Rasan berurutan atas bilangan real
- $f''(x)$  = Nilai Hessian (semua)
- $f''(x) = Q$  = Matriks Hessian
- $g^{(k)}$  =  $\nabla f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{bmatrix}$  = Vektor Gradien
- $F(x^{(k)})$  =  $\nabla^2 f(x^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x^{(k)}) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1}(x^{(k)}) & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1}(x^{(k)}) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(x^{(k)}) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(x^{(k)}) & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2}(x^{(k)}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n}(x^{(k)}) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n}(x^{(k)}) & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}(x^{(k)}) \end{bmatrix}$   
 = Matriks Hessian di titik  $x^{(k)}$
- $F(x^{(k)})^{-1}$  = Invers Matriks Hessian di titik  $x^{(k)}$
- $H > 0$  = Matriks simetri Hessian positif definit
- $x \in R^n$  =  $x$  anggota  $R^n$
- $f(x)$  = Fungsi tujuan
- $x^{(0)}$  = Titik awal

- $I$  = Matriks Identitas
- $\square$  = Akhir bukti
- $\approx$  = Mendekati
- $x^*$  = Nilai Optimal



**OPTIMASI FUNGSI KUADRATIK TANPA KENDALA  
DENGAN METODE SYMMETRIC RANK ONE (SR 1), DAVIDON  
FLETCHER POWELL (DFP) DAN BROYDEN FLETCHER GORDFARB  
SHANNO (BFGS)**

Wiwit Anggar Kusuma

(10610014)

**ABSTRAK**

Optimasi dalam matematika bertujuan untuk mencari nilai minimum atau maksimum dari suatu fungsi riil. Secara umum ada dua jenis optimasi yang sering dihadapi, yaitu optimasi linear dan nonlinear.

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala. Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala adalah metode *Quasi-Newton*. Metode *Quasi-Newton* mempunyai beberapa formula untuk menyelesaikan permasalahan fungsi kuadratik tanpa kendala, namun pada penelitian ini akan digunakan tiga formula yaitu Symmetric Rank One (SR1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS). Selanjutnya algoritma dari tiga formula tersebut dibentuk ke dalam pemograman MATLAB 6.1, sehingga dapat diperoleh penyelesaian numeris dari optimasi tersebut.

Berdasarkan hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwa dari ketiga metode yang digunakan yaitu Symmetric Rank One (SR1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) baik secara manual maupun dengan MATLAB 6.1, metode Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) adalah metode yang paling optimal untuk menyelesaikan persamaan fungsi kuadratik tanpa kendala dibandingkan metode Symmetric Rank One (SR 1) dan Davidon Fletcher Powell (DFP).

***Kata kunci: optimasi, fungsi kuadratik, metode Quasi-Newton, Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP), Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) dan MATLAB 6.1.***

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari disadari maupun tidak, sebenarnya manusia selalu melakukan optimasi untuk memenuhi kebutuhan hidupnya. Akan tetapi, optimasi yang dilakukan oleh masyarakat awam lebih banyak didasarkan oleh intuisi daripada teori optimasi yang kita pelajari di bangku sekolah. Optimasi adalah permasalahan yang berhubungan dengan keputusan terbaik, maksimum, minimum dan memberikan cara penentuan solusi yang memuaskan.

Optimasi dalam matematika bertujuan untuk mencari nilai minimum atau maksimum dari suatu fungsi riil. Secara umum ada dua jenis optimasi yang sering dihadapi, yaitu optimasi linear dan nonlinear. Pada penelitian ini, masalah optimasi yang dihadapi adalah optimasi nonlinear yaitu meminimumkan suatu fungsi kuadratik tanpa kendala menggunakan metode *Quasi-Newton*. Metode *Quasi-Newton* merupakan modifikasi dari metode *Newton* yang digunakan untuk menyelesaikan optimasi nonlinear tanpa kendala. Dalam Metode *Quasi-Newton*, terdapat beberapa formula. Diantaranya yaitu formula Davidon Fletcher Powell (DFP) yang merupakan jenis *rank two update*. Formula Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS) yang memiliki sifat dari formula Davidon Fletcher Powell, yaitu matriks Hessiannya definit positif dan termasuk jenis *rank two update*. Formula Symmetric Rank Two yang berkaitan erat dengan formula Broyden, sehingga disebut sebagai formula Powell Symmetric Broyden (PSB),



dan formula Symmetric Rank One (SR 1) merupakan jenis *rank one update*. Semua formula tersebut merupakan suatu pendekatan matriks Hessian atau invers matriks Hessian yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi fungsi nonlinear tanpa kendala (Sun dan Yuan, 2006). Metode *Quasi-Newton* yang akan dibahas dalam penelitian ini, yaitu dengan formula Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS) untuk menyelesaikan masalah optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala.

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu suatu fungsi kuadratik tanpa kendala yang akan dicari nilai optimasi menggunakan metode *Quasi-Newton* dengan formula Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS). Berdasarkan tiga jenis metode yang digunakan, metode mana yang memberikan hasil penyelesaian lebih optimal. Penelitian ini menggunakan bantuan program MATLAB 6.1.

## **1.2. Batasan Masalah**

Penelitian ini, pembahasan dibatasi pada suatu fungsi kuadratik tanpa kendala yang diselesaikan dengan menggunakan metode *Quasi-Newton* formula Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS), kemudian diantara ketiga formula tersebut akan dicari metode yang memberikan hasil penyelesaian lebih optimal dalam menyelesaikan suatu fungsi kuadratik tanpa kendala.

### 1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas dapat dibuat rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana penyelesaian optimasi suatu fungsi kuadratik tanpa kendala menggunakan metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS)?
2. Bagaimana penyelesaian numeris optimasi suatu fungsi kuadratik tanpa kendala dengan menggunakan program MATLAB 6.1?
3. Berdasarkan hasil eksak dan numeris dengan metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS), metode manakah yang memberikan hasil yang lebih optimal untuk menyelesaikan suatu permasalahan fungsi kuadratik tanpa kendala?

### 1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui penyelesaian dengan menggunakan metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) dalam menyelesaikan optimasi suatu fungsi kuadratik tanpa kendala.
2. Mengetahui penyelesaian numeris optimasi suatu fungsi kuadratik tanpa kendala dengan menggunakan program MATLAB 6.1.

3. Mengetahui metode yang paling optimal dalam menyelesaikan suatu permasalahan fungsi kuadratik tanpa kendala baik hasil secara manual maupun dengan bantuan MATLAB 6.1.

### **1.5. Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diberikan dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Memberikan pengetahuan mengenai konsep penyelesaian optimasi suatu fungsi kuadratik tanpa kendala dengan metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS).
2. Menambah pengetahuan tentang penyelesaian numeris suatu fungsi kuadratik tanpa kendala dengan program MATLAB 6.1.

### **1.6. Tinjauan Pustaka**

Penulisan skripsi ini terinspirasi dari beberapa penelitian sebelumnya antara lain:

1. Skripsi saudara Desti Anggraini Puspitasari (2005), mahasiswa Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta yang berjudul “Optimisasi Nonlinear Multivariabel Tanpa Kendala Dengan Metode Davidon Fletcher Powell (DFP)”. Penelitian ini membahas tentang penyelesaian sistem persamaan nonlinear dengan metode Davidon Fletcher Powell (DFP). Adapun aplikasinya, penulis memberikan satu contoh sistem persamaan nonlinear. Dari persamaan nonlinear tersebut kemudian diselesaikan dengan metode Davidon Fletcher Powell (DFP) dan metode Steepest Descent, kemudian hasil dari kedua metode

tersebut dibandingkan mana yang lebih baik dalam memberikan hasil yang optimal.

2. Skripsi yang ditulis oleh Abdul Malikul Hanan, (2010), mahasiswa Universitas Brawijaya Malang yang berjudul “Minimalisasi Fungsi Nonlinear dengan Menggunakan Metode Quasi-Newton”. Skripsi tersebut mengkaji dan membahas tentang permasalahan fungsi nonlinear dengan metode Quasi-Newton menggunakan formula Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS). Dari hasil perhitungan dengan formula Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) dapat dibandingkan metode mana yang lebih baik dalam memberikan hasil yang optimal.
3. Skripsi yang ditulis Juliandri Saputra, (2009), mahasiswa Universitas Andalas Padang yang berjudul “Penyelesaian Sistem Persamaan Linear dengan Metode Quasi-Newton Modifikasi”. Skripsi ini mengkaji tentang penyelesaian suatu sistem persamaan linier dengan metode *Quasi-Newton* yang dimodifikasi. Penyelesaian ini menggunakan bantuan *software* MATLAB. Dari hasil perhitungan dengan metode Quasi-Newton dimodifikasi dan metode *Quasi-Newton* dapat dibandingkan metode mana yang lebih baik dalam memberikan hasil optimal.

Tabel 1.6. Tinjauan Pustaka

Aspek	Peneliti			
	Desti Anggraini Puspitasari	Abdul Malikul Hasan	Juliadri Saputra	Wiwit Anggar Kusuma
Judul	<i>Optimisasi Non Linear Multivariabel Dengan Metode Davidon Fletcher Powell (DFP)</i>	<i>Minimalisasi Fungsi Nonlinear Dengan Menggunakan Metode Quasi-Newton</i>	<i>Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dengan Metode Quasi-Newton Modifikasi</i>	<i>Optimasi Fungsi Kuadratik Tanpa Kendala Dengan Metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS)</i>
Tujuan	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mengetahui penyelesaian optimasi nonlinear dengan metode Davidon Fletcher Powell (DFP)</li> <li>2. Mengetahui penyelesaian optimasi nonlinear dengan metode Steepest Descent</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mengetahui penyelesain fungsi kuadratik dan nonkuadratik dengan metode Davidon Fletcher Powell (DFP)</li> <li>2. Mengetahui penyelesaian fungsi kuadratik dan nonkuadratik dengan metode Broyden Fletcher Gordforb Shanno (BFGS)</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mengetahui penyelesaian numeris persamaan linear dengan metode Broyden Fletcher Gordforb Shanno (BFGS) yang dibantu program MATLAB</li> <li>2. Mengetahui penyelesaian numeris persamaan linear dengan metode modifikasi Broyden Fletcher Gordforb Shanno (mBFGS) yang dibantuan program MATLAB</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mengetahui penyelesaian eksak dengan metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP), Broyden Fletcher Gordforb Shanno (BFGS)</li> <li>2. Mengetahui penyelesaian Numeris dengan metode Symmetric Rank One (SR 1) , Davidon Fletcher Powell (DFP), Broyden Fletcher Gordforb Shanno (BFGS) yang dibantu program MATLAB 6.1</li> </ol>

Tabel 1.6. Lanjutan

Aspek	Peneliti			
	Desti Anggraini Puspitasari	Abdul Malikul Hasan	Juliadri Saputra	Wiwit Anggar Kusuma
<b>Perbedaan dengan penelitian sebelumnya</b>	Aplikasi dalam contoh optimisasi nonlinear multivariabel dan penyelesaiannya menggunakan metode Davidon Fletcher Powell (DFP) dan metode Steepest Descent.	Penyelesaian tidak hanya menggunakan metode Davidon Fletcher Powell (DFP) tetapi juga menggunakan metode formula Broyden Flechter Goldfarb Shanno (BFGS) dan permasalahannya pada fungsi kuadratik serta fungsi nonkuadratik.	Aplikasi dalam contoh optimisasi persamaan linear dan penyelesaiannya menggunakan modifikasi metode Quasi-Newton dan metode Quasi-Newton dengan bantuan MATLAB.	Aplikasi dalam contoh optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala dengan metode metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) dan menggunakan program MATLAB 6.1.

## 1.7. Metodologi Penelitian

Metodologi penelitian yang dilakukan dalam proses penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut:

### 1. Studi Literatur

Penelitian ini diawali dengan mempelajari dan memahami optimasi suatu fungsi kuadratik tanpa kendala dan metode *Quasi-Newton*. Membaca dan mempelajari beberapa literatur seperti buku, jurnal, skripsi, tesis, dan literatur lainnya yang berkaitan dengan optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala.

### 2. Membahas konsep permasalahan optimasi fungsi kuadratik

Menjelaskan pengertian optimasi suatu fungsi kuadratik.

### 3. Membahas konsep metode *Quasi-Newton*

Metode *Newton* merupakan dasar dari metode *Quasi-Newton*, oleh karena itu sebelum membahas konsep metode *Quasi-Newton* terlebih dahulu membahas tentang konsep metode *Newton*. Tahap selanjutnya membahas mengenai metode *Quasi-Newton* formula Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS).

### 4. Membahas tatacara penggunaan MATLAB

Menjelaskan perintah-perintah dalam MATLAB, serta menjelaskan aturan-aturan dalam melakukan operasi pada MATLAB.

### 5. Melakukan perhitungan dengan metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS) secara eksak maupun numeris menggunakan *software* MATLAB 6.1.

6. Membuat kesimpulan dan perbandingan penyelesaian optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala dengan metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS) baik secara eksak maupun numeris menggunakan *software* MATLAB 6.1.

### **1.8. Sistematika Penulisan**

Penulisan skripsi ini dibagi menjadi lima bab dengan sistematika sebagai berikut:

#### **BAB 1 PENDAHULUAN**

Pada bab ini membahas mengenai latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, dan sistematika penulisan.

#### **BAB II LANDASAN TEORI**

Pada bab ini membahas tentang landasan teori yang digunakan sebagai dasar pemikiran dalam metode *Quasi-Newton*. Landasan teori ini berisi tentang fungsi, matriks, vektor, vektor gradien dan matriks Hessian, deret Taylor, optimasi, metode Newton serta MATLAB.

#### **BAB III METODE QUASI-NEWTON**

Pada bab ini berisi tentang metode yang digunakan dalam penyelesaian masalah optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala yaitu dengan metode *Quasi-Newton* formula Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS) mengenai teorema-teorema,



algoritma, flowchart dan penyelesaian eksak suatu fungsi kuadratik tanpa kendala dengan metode tersebut.

#### **BAB IV PENYELESAIAN NUMERIS OPTIMASI FUNGSI KUADRATIK TANPA KENDALA DENGAN *SOFTWARE* MATLAB 6.1**

Pada bab ini berisi tentang penyelesaian suatu fungsi kuadratik tanpa kendala diselesaikan secara numeris menggunakan *software* MATLAB 6.1.

#### **BAB IV PENUTUP**

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan yang diperoleh dari ketiga metode yang digunakan, yaitu metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (BFGS) baik penyelesaian secara eksak maupun numeris menggunakan *software* MATLAB 6.1 dan saran-saran guna pengembangan penulisan tugas akhir ini.

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan tentang suatu permasalahan fungsi kuadratik tanpa kendala yang diselesaikan dengan perhitungan manual dan MATLAB 6.1 metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS), maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Pada penyelesaian secara manual permasalahan fungsi kuadratik tanpa kendala, dengan mendefinisikan fungsi  $f(x)$  sebagai fungsi kuadratik tanpa kendala yaitu:

❖ Untuk permasalahan pertama

Meminimalkan  $f(x) = x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + 3$  dengan nilai awal untuk

$x = [x_1, x_2] = [1, 2]$ , maka diperoleh hasil sebagai berikut :

Tabel 5.1. Hasil Perhitungan Manual Permasalahan Pertama

Metode	$x_1$	$x_2$	$f_{\min}(x_1, x_2)$	Iterasi
Symmetric Rank One (SR 1)	0	0	3	2
Davidon Fletcher Powell (DFP)	0,00069	-0,004	3,000008 5	3
Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS)	0,004	0,0034	3,000022	2

## ❖ Untuk permasalahan kedua

Meminimalkan  $f(x_1, x_2) = 12x_1^2 + 4x_2^2 - 12x_1x_2 + 2x_1$ , dengan nilai awal

$x = [x_1, x_2] = [-1, -2]$ , maka diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.2. Hasil Perhitungan Manual Permasalahan Kedua

Metode	$x_1$	$x_2$	$f_{\min}(x_1, x_2)$	Iterasi
Symmetric Rank One (SR 1)	-0,33314	-0,49464	-0,3333	2
Davidon Fletcher Powell (DFP)	-0,336	-0,483	-0,33155	2
Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS)	-0,3315	-0,5052	-0,3330372	2

2. Pada penyelesaian dengan bantuan MATLAB 6.1 permasalahan fungsi kuadratik tanpa kendala, dengan mendefinisikan fungsi  $f(x)$  sebagai fungsi kuadratik tanpa kendala yaitu

## ❖ Untuk permasalahan pertama

Meminimumkan  $f(x) = x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + 3$  dengan nilai awal untuk

$x = [x_1, x_2] = [1, 2]$ , maka diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.3. Hasil Perhitungan dengan MATLAB 6.1 Permasalahan Pertama

Metode	$x_1$	$x_2$	$f_{\min}(x_1, x_2)$	Iterasi
Symmetric Rank One (SR 1)	0,14294	0,29185	3	120
Davidon Fletcher Powell (DFP)	0,25209	0,51354	3	120
Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS)	-0,30688	0,28936	3	29

❖ Untuk permasalahan kedua

Meminimalkan  $f(x_1, x_2) = 12x_1^2 + 4x_2^2 - 12x_1x_2 + 2x_1$ , dengan nilai awal

$x = [x_1, x_2] = [-1, -2]$ , maka diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.4. Hasil Perhitungan dengan MATLAB 6.1 Permasalahan Kedua

Metode	$x_1$	$x_2$	$f_{\min}(x_1, x_2)$	Iterasi
Symmetric Rank One (SR 1)	-0,33333	-0,5	-0,33333	104
Davidon Fletcher Powell (DFP)	-0,33333	-0,5	-0,33333	104
Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS)	-0,33333	-0,5	-0,33333	19

3. Pada perhitungan secara manual maupun dengan MATLAB 6.1 untuk menyelesaikan optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala dengan Metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) dari dua contoh persamaan fungsi kuadratik tanpa kendala diatas metode yang paling bagus untuk mencapai nilai optimalnya yaitu metode Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) karena metode ini memiliki jumlah iterasi paling sedikit jika menggunakan perhitungan MATLAB 6.1 yang nilai  $x_1$  dan  $x_2$  mendekati hasil perhitungan manualnya disamping itu metode ini memiliki tingkat ketelitian lebih dalam proses perhitungannya dibandingkan metode Symmetric Rank One (SR 1) dan Davidon Fletcher Powell (DFP).

## 5.2. Saran

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, maka terdapat beberapa saran untuk kemajuan penelitian ini dimasa mendatang antara lain :

1. Penelitian ini hanya sebatas optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala yang diaplikasikan pada suatu permasalahan fungsi kuadratik tanpa kendala. Diharapkan penelitian selanjutnya dapat mengaplikasikan dalam permasalahan yang lain, seperti permasalahan fungsi nonkuadratik nonlinear tanpa kendala dan terhadap fungsi-fungsi nonlinear lainnya.
2. Metode dalam penyelesaian optimasi fungsi kuadratik nonlinear tanpa kendala yang digunakan adalah metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS). Diharapkan penelitian selanjutnya dapat menggunakan metode selain metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS), yang menyelesaikan permasalahan optimasi fungsi kuadratik nonlinear tanpa kendala. Selain metode Symmetric Rank One (SR 1), Davidon Fletcher Powell (DFP) dan Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS) dapat digunakan metode Symmetric-Rank-Two (SR 2) dan metode Powell-Symmetric-Broyden (PSB).
3. Program MATLAB yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala hanya terbatas untuk permasalahan fungsi kuadratik. Diharapkan penelitian selanjutnya dapat menyelesaikan permasalahan optimasi fungsi nonkuadratik dengan kendala.

## DAFTAR PUSTAKA

- Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Ayres, Frank. 1994. *Matriks*. Jakarta: Erlangga.
- Chapra, Steven & Canale, Raymond P. 1991. *Metode Numerik*. Jakarta: Erlangga.
- Chong, K.P. 2001. *An Introduction to Optimization*. Canada: John Wiley & Sons.
- Harahap, B. & Negoro, S.T. 1981. *Kalkulus Suatu Pengantar*. Jakarta: Balai Aksara.
- Kusumawati, Rierien. 2009. *Aljabar Linear & Matriks*. Malang: UIN Malang Press.
- Luknanto, Djoko. 2000. *Pengantar optimasi Nonlinear*. Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.
- Murtiyasa, Budi. 2002. *Matriks dan Sistem Persamaan Linear*. Cet pertama. Surakarta: Muhammadiyah University Press.
- Peranginangin, Kasiman. 2006. *Pengenalan MATLAB*. Yogyakarta: Penerbit ANDI.
- Pujriyanto, Andry. 2004. *Cepat Mahir Matlab*. copyright@2004: [www.ilmukomputer.com](http://www.ilmukomputer.com), Akses 8 Maret 2014.
- Prayudi. 2008. *Matematika Teknik*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Rao, S.S. 1984. *Optimization Theory and Applications Second Edition*. New York: John Wiley & Sons.
- Suryadi H.S., D. dan S. Harini Machmudi. 1985. *Teori dan Soal Pendahuluan Aljabar Linear*. Cet ketiga. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Supranto, J. 1998. *Pengantar Matriks*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.
- Winston, Wayne L. 1994. *Operations Research Application & Algorithms*. Duxury Press. An imprint of wads worth publishing company Batmont Calnifornia.

## Lampiran

- M-file penyelesaian optimasi fungsi kuadratik tanpa kendala dengan Matlab

6.1, sebagai berikut:

### 1. Metode Symmteric Rank One (SR 1)

```

% Rank One
disp(' ')
disp('      ALGORITMA Rank One')
clear
close
format short;
format compact
flops(0);
dimx1(' ');
syms('x1', 'x2', 'a');
i= input('Masukkan fungsi f(x1,x2)= ');
x1= input('Masukkan nilai awal, x1= ');
x2= input('Masukkan nilai awal, x2= ');
x=[x1;x2];
fx=[diff(f,x1),diff(f,x2)];
[fx1]=diff(f,x1);
fx2=diff(f,x2);
[fx10]=double(subs(fx1,[x1,x2],x));
fx20=double(subs(fx2,[x1,x2],x));
q=[fx10;fx20];
n=length(q);
l=0;
m= 'a-1';
ind=0;
while norm(q)>tol
    ind=ind+1;
    else
        q=10;
end
disp(' ');
disp('-----');
disp('      iterasi      x1      x2      alfa      f(x1,x2)');
disp(' ');

```

```

while norm(q)>tol
    d=-1/q;
    g1=g;
    fa=(a+d);
    ffa=subs(f,[x1,x2],fa);
    srel=char(ffa);
    ffb=inf(ffa);
    if ind==1
        if abs(d(1))<0.1 | abs(d(2))<0.1
            sc=sc*d;
        end
    end
    alpamin=fminbnd(ffa,0,sc);
    ffaX=subs(ffa,a,alpamin);
    x(1)=x(1)+alpamin*d(1);
    x(2)=x(2)+alpamin*d(2);
    fxa11=double(subs(fx1,[x1,x2],x));
    fxa22=double(subs(fx2,[x1,x2],x));
    q=[fxa11;fxa22];
    gg=norm(q);
    dx=alpamin*d;
    dg=g-dg;
    % matriks H
    H=H+(dx*dx')/(dx*dg)-((H*dg)*(H*dg)')/(dg*dg*dg);
    k++;
    fI=subs(f,[x1,x2],x);
    disp([k x(1) x(2) alpamin fI]);
end
disp(' ');
flops-flops;
disp(' Metode      : SR1');
disp(' ');
disp([' Test function      : ',char(f)]);
disp(['Mula awal      : x01= ',num2str(x01), ' ', 'x02= ',num2str(x02)]);
disp(['Min. nilai      : x1= ',num2str(x(1)), ' ', 'x2= ',num2str(x(2))]);
disp(['f minimum      : ',num2str(fI)]);
disp(['iterasi      : ',num2str(k)]);

```

## 2. Metode Davidon Fletcher Powell (DFP)

```

% DFP
disp(' ')
disp('      ALGORITMA DFP')
clear;
format short;
format compact;
t=ones(0);
disp(' ');
eval('x1', 'x2', 'a');
f=input('Masukkan fungsi f(x1,x2)-');
x01=input('Masukkan nilai awal, x01=');
x02=input('Masukkan nilai awal, x02=');
x=[x01;x02];
ft=[diff(f,x1),diff(f,x2)];
fTx1=diff(f,x1);
fTx2=diff(f,x2);
fTx10=double(subs(fTx1,[x1,x2],x));
fTx20=double(subs(fTx2,[x1,x2],x));
g=[fTx10,fTx20];
l=-ye(7);
k=0;
tol=1e-4;
ind=0;
if t==10*x1^2+14*x1*x2+10*x2^2
    ind=1;
    su=0.02;
else
    oc=10;
end
disp(' ');
disp('-----');
disp('      Iterasi      x1      x2      alpha      f(x1,x2)');
disp('-----');

```

```

while norm(g) > tol
    d=-R\g;
    q1=d;
    fa=[x1+d];
    ffa=subs(f,[x1,x2],fa);
    ffa1=char(ffa);
    ffa1=inline(ffa1);
    if ind == 1
        if abs(d(1)) < 0.1 && abs(d(2)) < 0.1
            su=su*0.7;
        end
    end
    alpamin=fminbnd(ffa1,0,1);
    ffx=subs(ffa,alpamin);
    x(1)=x(1)+alpamin*d(1);
    x(2)=x(2)+alpamin*d(2);
    fTx1=double(subs(fTx1,[x1,x2],x));
    fTx2=double(subs(fTx2,[x1,x2],x));
    g=[fTx1,fTx2];
    qq=norm(g);
    dk=1;
    while dk > 1
        dg=g\q;
        R=R+(dk*d*d')/(dk*d*d'+(R*dq)'+(R*dq)'+(dk'+R*dq)');
        dk=1;
        ffa=subs(f,[x1,x2],x);
        disp([k x(1) x(2) alpamin ffa]);
    end
    disp('-----');
end
tic t1=tic;
disp('Metode      : DFP')
disp(' ');
disp(['T= ', num2str(t), 's']);
disp(['Tawal = ', num2str(x01), 's']);
disp(['Takhir = ', num2str(x02), 's']);
disp(['Tawal = ', num2str(x(1)), 's']);
disp(['Takhir = ', num2str(x(2)), 's']);
disp(['Talpha = ', num2str(alpamin)]);
disp(['Tf = ', num2str(ffa)]);

```



## 3. Metode Broyden Fletcher Gordfarb Shanno (BFGS)

```

% BFGS
disp(' ')
disp('    ALGORITMA BFGS')
clear;
clc;
format short;
format compact
flops(0);
disp(' ');
sym('x1', 'x2', 'a');
f=input('Masukkan fungsi f(x1,x2)=');
x0=input('Masukkan nilai awal, x01=');
x02=input('Masukkan nilai awal, x02=');
x= x01;x02;
fx=[diff(f,x1),diff(f,x2)];
fx1=diff(f,x1);
fx2=diff(f,x2);
fx10=double(subs(fx1, {x1,x2}, x));
fx20=double(subs(fx2, {x1,x2}, x));
y=[fx10,fx20];
H=Cyc(2);
k=0;
tol=1e-4;
ind=0;
if f==12*x1^2+4*x2^2+12*x1*x2+2*x1
    ind=1;
    su=0.02;
else
    su=10;
end
disp(' ');
disp('-----');
disp('    iterasi    x1    x2    alfa    f(x1,x2)');
disp('-----');

```

```

end;
d=-H*g;
n=1;
fa=(x+d);
f1=f(subs(f,{x1,x2},fa));
df1=char(df1);
for i=1:ind-1;
    if ind==1
        if abs(d(1))/su < 1 && abs(d(2))/su < 1
            su=su/2;
        end
    end
    alpinia fminbnd (df1,C,su);
    f10=double(subs(f1,C,alpinia));
    x(1)=x(1)-alpinia*d(1);
    x(2)=x(2)-alpinia*d(2);
    fx11=double(subs(fx1,{x1,x2},x));
    fx22=double(subs(fx2,{x1,x2},x));
    g=[fx11,fx22];
    H=H+g*g';
    dx=alpinia*d;
    dpa=0;
    % metode B
    H=H*(1+(dpa'*H*dpa)/(dpa'*dpa))+(g'*dpa)/(dpa'*dpa)+(dpa*dpa')/(dpa'*dpa);
    H=H';
    fa=subs(f,{x1,x2},x);
    disp([k x(1) x(2) alpinia df]);
end
disp(' ');
tic;
flops;
disp(' Metode    = BFGS')
disp(' ');
disp(' Test Function = ',char(f));
disp(' Nilai awal    : x01 = ',num2str(x01),'    ', 'x02 = ',num2str(x02));
disp(' Nilai akhir   : x1 = ',num2str(x(1)),'    ', 'x2 = ',num2str(x(2)));
disp(' Minimum     : ',num2str(f));
disp(' Iterasi      : ',num2str(k));
disp(' Flops       : ',num2str(flops));

```