

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1. Penelitian Terdahulu

Sebagai perbandingan antara penelitian yang sedang dilakukan dengan penelitian yang telah dilakukan terdahulu, maka penyusun perlu melakukan studi pustaka dengan penelitian yang telah dilakukan terdahulu guna membuktikan keaslian penelitian yang sedang dilakukan. Penelitian yang telah dilakukan antara lain:

Penelitian pertama yang dilakukan oleh Eka Suswaini (2009) dengan judul Strategi Mengoptimalkan Perencanaan Produksi dan Distribusi Dengan Metode Integer Linear Programming Branch and Bound di Perusahaan Manufaktur mendapatkan hasil dari perencanaan produksi dan distribusi yang optimal pada semua item produk, retail, dan periode waktu yang ditentukan selama 1 bulan dalam periode penjadwalan mingguan dan dengan parameter yang digunakan dalam perhitungan biaya-biaya pada integrasi ke 3 item produk didapatkan total keuntungan atau total revenue maksimal dari fungsi tujuan pada bulan Oktober 2008 sebesar Rp. 263.750.452 dan pada bulan November 2008 sebesar Rp.315.977.361, dan bulan Desember 2008 sebesar Rp. 264.444.877

Penelitian kedua yang dilakukan oleh Marianawaty Budianto dengan judul Penerapan Integer Linear Programming pada Produksi Sprei di Konveksi XYZ Surabaya. Hasil perhitungan yang didapat adalah memproduksi sprei tipe 1 sebanyak 36 gulungan, sprei tipe 2 sebanyak 50 gulungan, sprei tipe 3 sebanyak

75 gulungan dan spreng tipe 4 sebanyak 260 gulungan dengan perkiraan pendapatan Rp. 458.461.000 dan laba sebesar Rp. 21.444.032,14. Mengalami peningkatan sebesar Rp. 1.448.872.

Penelitian yang keempat dilakukan oleh Arum Tri Utami (2013) dengan judul penerapan model integer linear programming dan analisis titik impas multiproduk guna mengoptimalkan jumlah produk. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan jumlah optimal produk sehingga dapat mencapai keuntungan yang maksimal pada CV. Edy Keramik dan untuk menentukan analisis titik impas untuk mencapai *Break Event Point* multiproduk. Dari hasil perhitungan untuk menentukan jumlah produk campuran dengan dua metode yaitu *Branch and Bound* dan *Cutting Plane* didapatkan hasil yang sama, yaitu CV. Edy Keramik mendapat keuntungan sebesar Rp. 1.949.431,00 dengan jumlah kombinasi produk yaitu bak mandi sebanyak 10 unit, ngaron B 10 unit, pot mix B 46 unit, pot mix T 7 unit dan ngaron jumbo 7 unit. Sedangkan untuk mencapai BEP sebesar Rp. 9.895.833,33 per bulan. Untuk mencapai titik tersebut perusahaan harus menambah jumlah produk bak mandi 15 unit, ngaron B 19 unit, pot mix B 5 unit, pot mix T 38 unit dan ngaron jumbo 20 unit.

Penelitian yang ketiga dilakukan oleh Widi Hartono (2014) dengan judul Integer Programming dengan Pendekatan Metode Branch and Bound untuk Optimasi sisa Material Besi (*waste*) pada Plat Lantai. Penelitian ini bertujuan untuk meminimasi sisa besi yang sudah tidak dipakai lagi. Berdasarkan hasil yang didapat total besi tulangan berdiameter 12 yang ada di lapangan sebanyak 712 batang sedangkan dengan perhitungan menggunakan metode branch and bound

diperoleh total 701 batang, terjadi penghematan sebesar 1,5449%. Untuk besi tulangan berdiameter 10 didapat total batang di lapangan sebanyak 6436 batang, sedangkan dengan perhitungan menggunakan metode branch and bound di dapat total batang sebanyak 6176 batang, terjadi penghematan sebesar 4,0399%.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Ahmad Syukur (2016) dengan judul Fuzzy Linear programming beserta analisis sensitiivitasnya pada perusahaan tahu H. Muadi. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan jumlah produksi untuk memaksimalkan keuntungan dengan metode fuzzy linear programming. Berdasarkan hasil pengolahan data maka perusahaan tahu H. Muadi harus memproduksi $X_1= 1309$, $X_2= 1080$, $X_3=562$, $X_4= 1423$, $X_5= 2187$, $X_6= 233$, $X_7= 379$, $X_8= 810$, $X_9= 2200$ dan $X_{10}= 2916$ dengan keuntungan yang didapat sebesar Rp. 522.755,-.

Penelitian yang terakhir dilakukan oleh Prayudo Dwi Pangestu (2016) dengan judul Optimasi produksi dengan menggunakan metode Fuzzy Integer Linear Programming di Roti Bangkit. Peneliti akan mencari solusi produksi yang optimal di Roti Bangkit agar dapat memperoleh keuntungan yang maksimum. Data yang akan digunakan adalah data permintaan dalam kurun waktu 2 bulan terakhir.

Tabel 2.1 Perbandingan dengan penelitian terdahulu

No.	Peneliti	Judul	Metode
1.	Suswaini (2009)	Strategi mengoptimalkan perencanaan produksi dan distribusi dengan metode <i>integer linear programming branch and bound</i> di perusahaan manufakturing	Branch and Bound
2.	Budianto (2013)	Penerapan Integer Linear Programming Pada Produksi Sprei di Konveksi XYZ Surabaya	Integer Linear Programming metode simplex dengan solver excell
3.	Utami (2013)	Penerapan model integer linear programing dan analisis titik impas multiproduk guna mengoptimalkan jumlah produk.	Integer linear programing dengan metode <i>Branch and Bound</i> dan <i>Cutting Plane</i> .
4.	Hartono (2014)	Integer Programming dengan Pendekatan Metode Branch and Bound untuk Optimasi sisa Material Besi (<i>waste</i>) pada Plat Lantai	Branch and Bound

5.	Syukur (2016)	Fuzzy Linear programming beserta analisis sensitivitasnya pada perusahaan tahu H. Muadi	Fuzzy Linear Programming
6.	Pangestu (2017)	Optimasi produksi dengan menggunakan metode Fuzzy Integer Linear Programming di Roti Bangkit	FILP – <i>Branch and Bound</i>

2.2. Landasan Teori

2.2.1. Peramalan

Kegiatan peramalan merupakan suatu fungsi bisnis yang berusaha memperkirakan penjualan dan penggunaan produk sehingga produk-produk tersebut dapat dibuat dalam jumlah yang tepat. Dengan demikian, peramalan adalah perkiraan atau estimasi tingkat permintaan suatu produk untuk periode yang akan datang (Purnomo,2004).

Secara garis besar terdapat tiga macam pengaruh yang dapat mengakibatkan fluktuasi penjualan, yaitu sebagai berikut (Purnomo,2004)

1. Pengaruh Trend Jangka Panjang

Pengaruh trend jangka panjang menunjukkan perkembangan perusahaan dalam penjualannya. Perkembangan tersebut bisa positif (*Growth*) maupun perkembangan negatif (*Decline*).

2. Pengaruh Musiman

Perubahan volume penjualan atau permintaan juga dapat dipengaruhi oleh musim. Musiman merupakan permintaan tertentu yang terjadi setiap periode tertentu. Pengaruh musim akan menyebabkan adanya fluktuasi penjualan yang tertentu dalam satu tahun dan membentuk pola penjualan musiman.

3. Pengaruh *Cycles*

Pengaruh *cycles* disebut juga pengaruh konjungtur. Pengaruh ini merupakan gejala fluktuasi perekonomian jangka panjang. Pengaruh ini mungkin yang paling sulit ditentukan bila rentangan waktu tidak diketahui atau akibat siklus tidak dapat ditentukan.

Menurut Purnomo (2004), metode-metode yang dapat digunakan untuk melakukan peramalan antara lain sebagai berikut:

1. *Regresi Linear*

Regresi Linear merupakan prosedur-prosedur statistical yang paling banyak digunakan sebagai metode peramalan, karena relatif lebih mudah dipahami dan hasil peramalan dengan metode ini lebih akurat dalam berbagai situasi. Dalam metode ini, pola hubungan antara suatu variabel yang mempengaruhinya dapat dinyatakan dengan suatu garis lurus. Persamaannya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y = a + bx$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{N}$$

$$b = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Dengan:

Y = Besarnya nilai yang diramal/variabel tidak bebas

a = Nilai trend pada periode dasar

b = Tingkat perkembangan nilai yang diramal

x = unit tahun yang dihitung dari periode dasar/variabel bebas

2. *Moving Average*

Metode *moving average* merupakan metode yang mudah perhitungannya. Tujuan utama dari penggunaan metode ini adalah untuk menghilangkan atau mengurangi acakan (*randomness*) dalam deret waktu. Rumus yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$F_{t+1} = \sum_{i=1}^t \frac{X_i}{t}$$

$$F_{t+2} = \sum_{i=2}^{t+1} \frac{X_i}{t}$$

$$F_{t+3} = \sum_{i=3}^{t+2} \frac{X_i}{t}$$

.

.

dan seterusnya

Dengan :

F_{t+1} = Peramalan pada periode t+1

X_i = Nilai actual

t = Periode *moving average*

3. *Exponential Smoothing*

Metode ini pertama kali dikembangkan oleh para ahli penelitian operasional pada akhir 1950. Sejak tahun 1960-an konsep *exponential smoothing* telah tumbuh menjadi metode praktis dengan penggunaannya yang luas. Di dalam metode ini kita berusaha menunjukkan adanya karakteristik dari *smoothing* dengan menambahkan suatu faktor yang sering disebut dengan *smoothing constant* dengan simbol α . Metode ini memiliki rumus sebagai berikut:

$$F_{t+1} = \alpha (x_t) + (1 - \alpha) F_t$$

Dengan :

X_t = Nilai aktual terbaru

F_t = Peramalan terakhir

F_{t+1} = peramalan untuk periode yang akan datang

α = Konstanta *smoothing*

2.2.2. LINDO

Linear Ineraktive Discrete Optimizer atau yang lebih dikenal dengan LINDO merupakan salah satu dari banyak aplikasi yang dapat dipergunakan dalam menyelesaikan masalah pemrograman linear. LINDO adalah aplikasi yang memungkinkan perhitungan fungsi tujuan dari pemrograman linear menggunakan beberapa variabel yang ditetapkan oleh penggunanya. Secara umum, prinsip

kerja LINDO adalah proses pemasukan data, penyelesaian dan menafsiran hasil perhitungan kepada masing-masing variabel. Menurut Timothy (2012) dalam Linus Scharge (1991), LINDO pada dasarnya menggunakan metode simpleks dan untuk penyelesaian masalah pemrograman linear digunakan metode cabang dan batas. Untuk dapat menemukan nilai optimal menggunakan LINDO, maka tahap yang perlu dilakukan adalah:

1. Menentukan persamaan dan pertidaksamaan berdasarkan data aktual
2. Menentukan fungsi tujuan dan formulasi program LINDO
3. Membaca hasil perhitungan LINDO

2.2.3. Operation Research

Operation Research adalah pendekatan ilmiah untuk pengambilan keputusan yang melibatkan operasi dari sistem organisasional. Karakteristik utama yang dimiliki oleh Penelitian Operasional adalah (Puryani,2012):

- Diterapkan pada persoalan yang berkaitan dengan bagaimana mengatur dan mengkoordinasikan operasi atau kegiatan dalam suatu organisasi.
- Mengacu pada *Broad View Point*, yakni titik pandang organisasi, sehingga memiliki konsistensi dengan organisasi secara keseluruhan.

- Menemukan solusi terbaik atau solusi optimal, oleh karenanya *search for optimality* jadi tema penting dalam penelitian operasional.

Menurut Taha (1996), tahap-tahap utama yang harus dilalui untuk melakukan studi OR adalah:

1. Definisi masalah

Dari sudut pandang riset operasi, hal ini menunjukkan tiga aspek utama: (1) deskripsi tentang sasaran atau tujuan dari studi tersebut, (2) identifikasi alternative keputusan dari system tersebut, dan (3) pengenalan tentang keterbatasan, batasan, dan persyaratan system tersebut.

2. Pengembangan model

Bergantung pada definisi masalah, harus memutuskan model yang paling sesuai untuk mewakili system yang bersangkutan. Jika model yang dihasilkan termasuk dalam salah satu model matematis yang umum (misalnya, program linear), pemecahan yang memudahkan dapat diperoleh dengan menggunakan teknik-teknik matematis.

3. Pemecahan model

Dalam model-model matematis, hal ini dapat dicapai dengan menggunakan teknik-teknik optimisasi yang didefinisikan dengan baik dan model tersebut dikatakan menghasilkan sebuah pemecahan optimal.

4. Pengujian keabsahan model

Sebuah model adalah absah jika, walaupun tidak secara pasti mewakili system tersebut, dapat memberikan prediksi yang wajar dari kinerja system tersebut. Satu metode yang umum untuk menguji keabsahan sebuah model adalah menggunakan data masa lalu untuk dibandingkan.

5. Implementasi hasil akhir

Implementasi melibatkan penerjemahan hasil ini menjadi petunjuk operasi yang terinci dan disebarakan dalam bentuk yang mudah dipahami kepada para individu yang akan mengatur dan mengoperasikan system yang direkomendasikan tersebut.

2.2.4. *Linear Programming*

Pemrograman linear adalah sebuah metode matematis yang berkarakteristik linear untuk menemukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap satu susunan kendala (Siswanto,2006).

Pemrograman linear menggunakan model matematika untuk menggambarkan suatu masalah. Sifat linear di sini berarti semua fungsi matematika harus berupa fungsi linear. Kata pemrograman disini bukan berarti program komputer, melainkan perencanaan. Pemrograman linier meliputi perencanaan perencanaan aktivitas untuk mendapatkan hasil maksimal, yaitu sebuah hasil yang mencapai

tujuan terbaik (menurut model matematika) di antara semua kemungkinan alternative yang ada (Hillier, 2005)

Model pemrograman linear mempunyai tiga unsur utama yaitu;

➤ Variabel Keputusan

Adalah variabel persoalan yang akan mempengaruhi nilai tujuan yang akan mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai. Di dalam proses pemodelan, penemuan variabel keputusan tersebut harus dilakukan terlebih dahulu sebelum merumuskan fungsi tujuan dan kendala-kendalanya.

➤ Fungsi Tujuan

Dalam model pemrograman linear, tujuan yang hendak dicapai harus diwujudkan ke dalam sebuah fungsi matematika linear. Selanjutnya, fungsi tersebut dimaksimumkan atau diminumkan terhadap kendala-kendala yang ada.

➤ Fungsi Kendala

Manajemen menghadapi berbagai kendala untuk mewujudkan tujuan-tujuannya. Kenyataan tentang eksistensi kendala-kendala tersebut selalu ada, misal:

- Keputusan untuk meningkatkan volume produksi dibatasi oleh factor-faktor seperti kemampuan mesin, jumlah sumber daya manusia dan teknologi yang tersedia.
- Manajer produksi harus menjaga tingkat produksi agar permintaan pasar terpenuhi.

- Agar kualitas produk yang dihasilkan memenuhi standar tertentu maka unsur bahan baku yang digunakan harus memenuhi kualifikasi minimum.
- Likuiditas menjadi pertimbangan bank dalam pencairan kredit
- Peraturan pemerintah dan perundang-undangan mengatur organisasi perusahaan dalam hal tertentu, misalnya system perpajakan, ketentuan kandungan unsur tertentu di dalam suatu produk, tingkat polusi, keharusan bagi pabrik susu bubuk untuk menampung produksi susu KUD, dan lain-lain.

Kendala dengan demikian dapat diumpamakan sebagai suatu pembatas terhadap kumpulan keputusan yang mungkin dibuat dan harus dituangkan ke dalam fungsi matematika linear. Dalam hal ini, sesuai dengan dalil-dalil matematika, ada tiga macam kendala, yaitu:

- Kendala berupa pembatas
- Kendala berupa syarat
- Kendala berupa keharusan

2.2.5. *Fuzzy*

a. Himpunan *Fuzzy*

Pada himpunan tegas (*crisp*), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A , yang sring ditulis dengan $\mu_A(X)$, memiliki dua kemungkinan, yaitu (Kusumadewi):

- Satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
- Nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

Menurut Kusumadewi (2010), ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami system *fuzzy*, yaitu:

1. Variabel *Fuzzy*

Variabel Fuzzy merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu system fuzzy. Contoh: umur, temperature, permintaan, dsb.

2. Himpunan *Fuzzy*

Himpunan fuzzy merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel fuzzy.

3. Semesta Pembicara

Semesta pembicara adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy.

4. Domain

Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang diizinkan dalam semesta pembicara dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy.

b. *Fuzzy Linear Programming*

Salah satu contoh model *linear programming* klasik, adalah (Zimmerman, 1991):

Maksimumkan

$$f(x) = c^T x$$

dengan batasan

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

dengan $c, x \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}^m, A \in \mathbb{R}^{n \times m}$. (1)

atau

Minimumkan

$$f(x) = c^T x$$

dengan batasan

$$Ax \geq b$$

$$x \leq 0$$

dengan $c, x \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}^m, A \in \mathbb{R}^{n \times m}$. (2)

Pada fuzzy linear programming, akan dicari suatu nilai z yang merupakan fungsi objektif yang akan dioptimalkan sedemikian rupa hingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan fuzzy (Kusumadewi).

Sehingga untuk kasus maksimasi (1) akan diperoleh (Zimmermann, 1991):

Tentukan x sedemikian hingga:

$$c^T x \geq z$$

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0 \quad (3)$$

untuk kasus minimasi (2) akan diperoleh (Zimmermann,1991):

Tentukan x sedemikian hingga:

$$\begin{aligned} c^T x &\leq z \\ Ax &\geq b \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

kedua bentuk (3) dan (4) dapat dibawa ke suatu bentuk (5), yaitu:

tentukan x sedemikian hingga:

$$\begin{aligned} Bx &\leq d \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

dengan:

$$\begin{aligned} B &= \begin{pmatrix} -c \\ A \end{pmatrix}; \text{ dan} \\ d &= \begin{pmatrix} -z \\ b \end{pmatrix}; \text{ untuk kasus maksimasi} \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned} B &= \begin{pmatrix} c \\ -A \end{pmatrix}; \text{ dan} \\ d &= \begin{pmatrix} z \\ -b \end{pmatrix}; \text{ untuk kasus minimasi} \end{aligned} \quad (5)$$

Setelah dijabarkan lebih lanjut, maka akan diperoleh bentuk linear programming baru sebagai berikut (Zimmermann,1991):

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan} & \quad : \lambda \\ \text{Dengan batasan} & \quad : \lambda p_i + B_i x \leq d_i + p_i \quad i=0,1,\dots,m \quad (6) \\ & \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

2.2.6. Integer Linear Programming

Pemrograman Bilangan Bulat (*Integer Programming*) adalah sebuah model penyelesaian matematis yang memungkinkan hasil penyelesaian kasus pemrograman linear yang berupa bilangan pecahan diubah menjadi bilangan bulat tanpa meninggalkan optimalitas penyelesaian (Siswanto,2006).

Model matematika untuk *integer programming* adalah model pemrograman linear dengan satu batasan tambahan dimana variabel harus memiliki nilai bilangan bulat. Apabila hanya beberapa variabel yang diharuskan memiliki nilai bilangan bulat, model ini merujuk pada *mixed integer programming* atau pemrograman bilangan bulat campuran. Jika semua variabel harus bulat, disebut pemrograman bilangan bulat murni (Hillier,2005).

2.2.7. Pendekatan Branch and Bound

Metode *Branch and Bound* telah menjadi kode komputer standar untuk *integer programming*, dan penerapan-penerapan dalam praktik tampaknya menyarankan bahwa metode ini lebih efisien dibandingkan pendekatan gomory (Puryani,2012).

Konsep dasar yang mendasari teknik *branch and bound* adalah membagi dan menghilangkan (Hillier,1990). Oleh karena kasus awal yang sangat besar terlalu sulit untuk diselesaikan secara langsung, kasus tersebut dibagi menjadi sub kasus yang lebih kecil sampai sub kasus ini dapat diatasi. Berikut langkah-langkah metode *Branch and Bound*

untuk masalah maksimasi dapat diringkas sebagai berikut (Puryani,2012) :

1. Selesaikan masalah linear programming dengan metode simpleks biasa tanpa pembatasan bilangan bulat.
2. Teliti solusi optimumnya. Jika variabel basis yang diharapkan bulat adalah bulat, solusi bulat telah tercapai. Jika satu atau lebih variabel basis yang diharapkan bulat ternyata tidak bulat, lanjut ke langkah 3.
3. Nilai solusi pecah yang layak dicabangkan ke dalam sub-sub masalah. Tujuannya adalah untuk menghilangkan solusi kontinu yang tidak memenuhi persyaratan bulat dari masalah itu. Percabangan itu dilakukan melalui kendala-kendala *mutually exclusive* yang perlu untuk memenuhi persyaratan bulat dengan jaminan tak ada solusi bulat layak yang tidak diikutsertakan.
4. Untuk setiap sub masalah, nilai solusi optimum kontinu fungsi tujuan ditetapkan sebagai batas atas. Solusi bulat terbaik menjadi batas bawah (pada awalnya ini adalah solusi kontinu yang dibulatkan ke bawah). Sub-sub masalah yang memiliki batas atas yang kurang dari batas bawah yang ada tak diikutsertakan pada analisis selanjutnya. Suatu solusi bulat layak adalah sama baik atau lebih baik dari batas atas untuk setiap sub masalah dengan batas atas terbaik dipilih untuk dicabangkan.
5. Kembali ke langkah 3.

2.2.8. Fuzzy Integer Linear Programming

Menurut Herrera (1993) masalah FILP dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & Z = cx \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in N} a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i \in M \\
 & x_j \geq 0, \quad j \in N, \\
 & x_j \in N \quad j \in N.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Simbol \leq berarti bahwa pembuat keputusan bersedia untuk mengizinkan beberapa pelanggaran dalam pemenuhan kendala, yaitu ia menganggap kendala kabur ditentukan oleh fungsi keanggotaan.

Mempertimbangkan fungsi keanggotaan linear untuk kendala ke- i

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } a_i x \leq b_i, \\ [(b_i + d_i) - a_i x] / d_i & \text{if } b_i \leq a_i x \leq b_i + d_i, \\ 0 & \text{if } a_i x \geq b_i + d_i, \end{cases}$$

Dan dinotasikan untuk setiap kendala

$$X_i = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid a_i x \leq b_i, x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{N} \}, i \in M,$$

If $X = \bigcap_{i \in M} X_i$ kemudian (6) dapat ditulis ulang sebagai berikut :

$$\text{Max } \{ z = cx \mid x \in X \} \tag{7}$$

Jelas, $\forall \alpha \in (0,1)$, α -cut suatu set kendala akan menjadi set klasik $X(\alpha)$

$$= \{ x \in \mathbb{R}^n \mid \mu_x(x) \geq \alpha \} \text{ dimana } \forall x \in \mathbb{R}^n, \mu_x(x) = \inf \{ \mu_i(x), i \in M \}.$$

Dalam kasus ini, $X_i(\alpha)$ akan menunjukkan α -cut dari kendala ke- i , $i \in$

M .

Kemudian yang menunjukkan $\forall \alpha \in (0,1)$,

$$S(\alpha) = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid cx = \max cy, y \in X(\alpha) \},$$

Himpunan fuzzy didefinisikan oleh fungsi keanggotan

$$\lambda(x) = \begin{cases} \sup \{ \alpha \mid x \in S(\alpha) \} & x \in \cup S(\alpha), \\ \alpha & x \in S(\alpha) \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (8)$$

Adalah solusi fuzzy dari masalah (6),

Dengan $\forall \alpha \in (0,1)$,

$$X(\alpha) = \bigcap_{i \in M} \{ x \in \mathbb{R}^n \mid \alpha_i x \leq r_i(\alpha), x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{N} \}$$

Dengan $r_i(\alpha) = b_i + d_i(1 - \alpha)$, (7) dapat ditulis sebagai masalah tambahan parametric ILP berikut:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & z = cx & (9) \\ \text{s.t.} \quad & \alpha_i x \leq b_i + d_i(1 - \alpha), \quad i \in M, \\ & x_j \geq 0, \\ & x_j \in \mathbb{N}, \quad \alpha \in (0,1), \quad j \in N \end{aligned}$$

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1. Objek Penelitian

Objek pada penelitian ini adalah produk roti diproduksi oleh Roti Bangkit yang beralamatkan di Banguntapan, Bantul, Yogyakarta. Ada empat macam rasa jenis roti yang menjadi objek penelitian yaitu roti rasa coklat, roti rasa strawberry, roti rasa mocha dan roti rasa coklat kacang.

3.2. Jenis Data

Penelitian yang dilakukan di Roti Bangkit, menggunakan data sebagai berikut:

3.2.1. Data Primer

Data primer adalah data yang diperoleh dari hasil penelitian langsung (*observasi*) dan wawancara terhadap karyawan sehingga diperoleh informasi sesuai dengan kondisi yang ada pada lapangan berhubungan dengan masalah yang ada. Adapun data primer yang dibutuhkan adalah sebagai berikut:

1. Macam-macam produk
2. Bahan baku produk
3. Jumlah karyawan

3.2.2. Data Sekunder

Data sekunder adalah data yang diperoleh dari data historis perusahaan dan dari pihak lain, referensi yang berasal dari berbagai macam sumber. Adapun data yang dibutuhkan adalah sebagai berikut:

1. Profil perusahaan
2. Data produksi 2 bulan terakhir
3. Data harga bahan baku

3.3. Metode Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data kuantitatif, yaitu data berupa angka-angka yang ditentukan secara langsung dan diperoleh dengan metode tertentu. Pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan metode-metode sebagai berikut:

3.3.1. Studi Literatur

Metode ini digunakan untuk mendapatkan data serta teori-teori yang berkaitan dengan masalah penelitian ini. Studi literatur dilakukan dengan cara penelusuran literatur-literatur yang terkait dengan penelitian yang dilakukan, literatur tersebut dapat berupa buku, jurnal ilmiah, maupun sumber-sumber lain yang terkait pada penelitian ini.

3.3.2. Observasi

Tahap observasi merupakan teknik pengumpulan data dengan cara langsung terjun ke lapangan untuk mengambil data mengenai variabel yang berhubungan dengan pokok permasalahan yang akan diteliti.

3.3.3. Wawancara

Yaitu teknik pengambilan data dengan wawancara langsung untuk mendapatkan penjelasan dan jawaban-jawaban dari pihak perusahaan, sehingga diharapkan akan mendapatkan keterangan-keterangan yang lebih jelas dari masalah yang terjadi. Metode ini dilakukan dengan

meminta konfirmasi atau keterangan-keterangan pada karyawan yang bertanggung jawab yaitu bapak Dedek tentang semua masalah yang berhubungan dengan objek penelitian.

3.4. Metode Pengolahan Data

Dalam melakukan pengolahan data yang telah diperoleh saat observasi di lapangan, maka pengolahan dapat dilakukan secara kualitatif dan kuantitatif. Dalam pengolahan data secara kualitatif dilakukan untuk menggambarkan keadaan pabrik roti Bangkit dan proses produksi yang dilakukan. Sedangkan perolehan kuantitatif diperoleh untuk mendapatkan jumlah produksi yang optimum. Pengolahan data yang dilakukan dengan menggunakan metode *fuzzy integer linear programming* yang akan diselesaikan dengan menggunakan *software* LINDO 6.1.

Adapun langkah-langkah dalam pengolahan data adalah sebagai berikut:

- a. Penentuan komposisi bahan baku per produk
- b. Penentuan biaya bahan baku per produk
- c. Penentuan biaya produksi per produk serta menentukan keuntungan tiap produk
- d. Peramalan

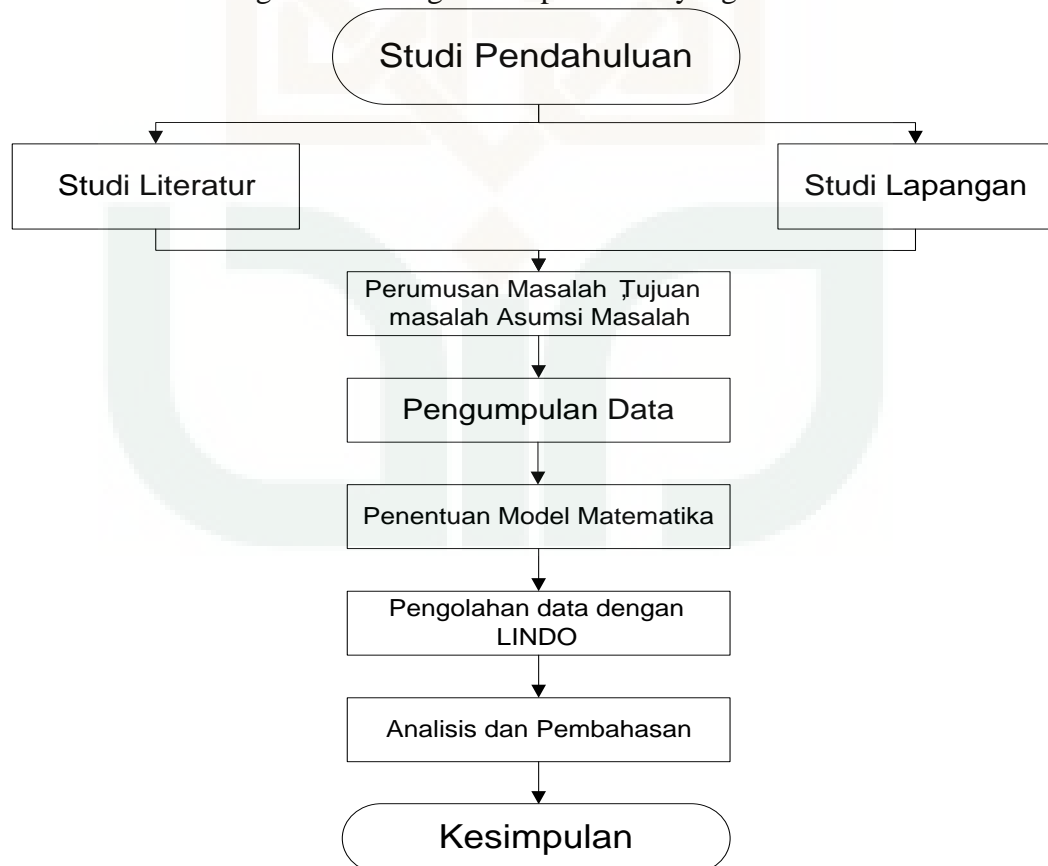
Peramalan penjualan produk digunakan sebagai acuan untuk menentukan batasan permintaan untuk masa yang akan datang, sehingga perusahaan mengetahui berapa banyak produk yang harus di produksi. Dalam penelitian ini digunakan metode peramalan yaitu *Exponential Smoothing*, *Linear*

Regression dan *Moving Average*. Nantinya akan dipilih metode peramalan terbaik berdasarkan atas nilai MAPE dan MAD terkecil.

- e. Penentuan variabel keputusan
- f. Penentuan fungsi tujuan yakni merupakan keuntungan dari masing-masing produk
- g. Penentuan fungsi kendala yakni batasan bahan baku, permintaan dan batasan jam kerja. Juga dengan menambahkan batasan-batasan integer
- h. Pengolahan dengan menggunakan metode *fuzzy integer linear programming* dengan menggunakan software LINDO 6.1.

3.5. Diagram Alir Penelitian

Berikut adalah gambaran singkat alir penelitian yang dilakukan:



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1. Hasil Penelitian

4.1.1. Sejarah roti Bangkit

Industri 'Roti Bangkit' merupakan suatu industri kecil menengah yang bergerak di bidang pembuatan roti isi. Industri Roti Bangkit pertama kali berdiri pada tahun 1997 di kota Solo. Solo adalah kota asal dari Bapak Asep sang pendiri Industri Roti Bangkit. Namun saat ini industri ini telah berkembang di kota Yogyakarta dengan lokasi pabrik di Banguntapan, Bantul, Yogyakarta. Untuk daerah Yogyakarta sendiri pengelolaan pabrik dipegang sepenuhnya oleh Bapak Dede

4.1.2. Macam-macam Produk

Roti yang diproduksi oleh roti bangkit ada empat varian rasa, yaitu rasa coklat, rasa strawberry, rasa mocha dan rasa coklat kacang. Kapasitas produksi roti bangkit adalah sebanyak 13.000 buah roti.

4.1.3. Tenaga kerja dan Jam Kerja

Pabrik roti Bangkit ini memiliki 14 orang karyawan. Yang mana keseluruhan karyawan tersebut tidak bekerja hanya pada satu stasiun kerja saja.

Pabrik ini mulai memproduksi roti pada pukul 08.00 WIB dan selesai proses *packing* sekitar pukul 19.00 WIB. Tetapi para karyawan tidak bekerja selama itu, karena ada beberapa proses yang mengharuskan roti untuk di diamkan sejenak. Seperti sebelum ke proses

pemanggangan, roti harus difermentasi agar adonan dapat mengembang ± 5 jam. Setelah dipanggang roti kembali harus didiamkan ± 4 jam agar tidak panas saat proses *packing*.

4.1.4. Komposisi Produk

Untuk membuat suatu produk, tentunya membutuhkan bahan baku penyusun agar produk tersebut dapat diproses lebih lanjut. Dalam sehari proses produksi yang dilakukan akan membutuhkan bahan baku sebagai berikut:

Tabel 4.1. Komposisi Bahan Baku Roti

No	Bahan Baku	Jumlah (gram)
1	Terigu	208.333
2	Gula	50.000
3	Mentega	30.000
4	Pengembang	1.800
5	Pengempuk	100
6	Pengawet	100

Sedangkan untuk campuran isi dari masing-masing roti memerlukan bahan-bahan sebagai berikut:

Tabel 4.2. Bahan Baku Isian Roti

No.	Bahan Baku		Jumlah (gram)
1	Coklat	Selai Coklat	20.000
		Minyak	2.000
2	Strawberry		10.000
3	Mocha	Mentega	15.000
		Gula	8.000
4	Kacang		1.000

4.1.5. Biaya Terkait dan Harga Produk

Biaya-biaya yang terkait dalam proses pembuatan roti ini adalah biaya bahan baku, upah karyawan dan biaya overhead. Berikut rincian biaya tersebut:

1. Biaya Bahan Baku

Bahan baku yang sudah tersusun pada tabel 4.1 dan 4.2 memiliki harga yang berbeda-beda sesuai dengan harga yang berlaku pada saat penelitian ini dilaksanakan. Berikut merupakan rincian biaya masing-masing bahan baku:

Tabel 4.3. Harga Bahan Baku

No	Bahan Baku	Harga (Per Kg)
1	Terigu	9.000
2	Gula	13.000
3	Mentega	43.200
4	Pengembang	40.000
5	Pengempuk	75.000
6	Pengawet	45.000
7	Minyak	11.000
8	Selai Coklat	12.500
9	Selai Strawberry	33.000
10	Gula	13.000
11	Kacang	17.000

2. Upah Karyawan

Para karyawan yang bekerja di pabrik tersebut dibayar sebesar Rp. 20.000/hari. Dengan jumlah pegawai sebanyak 14 orang maka

jumlah uang yang harus dikeluarkan oleh pabrik tersebut untuk menggaji para karyawan adalah sebesar Rp. 280.000/hari

3. Biaya *Overhead*

Biaya *Overhead* yang ada di pabrik roti ini adalah sebagai berikut :

Tabel 4.4 Biaya *Overhead*

	Jumlah	Total harga
Sewa Bangunan	1	15.000.000
Gas 3 Kg	4	68.000
Gas 12 Kg	2	259.200
Solar	6	30.000
Lampu 25 watt	6	438,54
Mixer	2	2.554,4955
plastik	1	80

Setelah dilakukan perhitungan lebih lanjut (Lampiran 5), maka didapat biaya overhead untuk masing 1 produk adalah sebesar Rp. 132,322,-

4. Harga Produk

Untuk masing-masing rasa roti dijual dengan harga yang sama, yaitu rasa coklat Rp. 1.000, rasa strawberry Rp. 1.000, rasa mocha Rp. 1.000 dan rasa cokla kacang Rp. 1.000.

4.2. Penyusunan Model Matematika

4.2.1. Penentuan Variabel

Menurut Syukur (2016) variabel keputusan merupakan variabel persoalan yang mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai. Pada penelitian ini variabel yang digunakan adalah Xi.

X1 = Untuk roti rasa coklat

X2 = Untuk roti rasa strawberry

X3 = Untuk roti rasa mocha

X4 = Untuk roti rasa coklat kacang

4.2.2. Penentuan Fungsi Tujuan

Dalam maksimasi keuntungan produksi, maka langkah yang dilakukan adalah harga jual produk dikurangi oleh berbagai biaya produksi untuk tiap produk. Selanjutnya dapat membentuk fungsi tujuan. Besarnya keuntungan tiap produk menjadi koefisien sedangkan untuk jenis-jenis produk sebagai variabel. Sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\text{Max } 281.9464 x_1 + 184.9464 x_2 + 242.3612 x_3 + 273.4464 x_4$$

4.2.3. Penentuan Kendala

a. Bahan Baku

Fungsi bahan baku diperoleh dari hubungan pemakaian bahan baku untuk setiap unit pembuatan roti dengan ketersediaan bahan baku setiap harinya. Dalam penelitian ini, diasumsikan bahwa pemakaian bahan baku harus lebih kecil atau sama dengan ketersediaan bahan baku setiap harinya.

Pemakaian bahan baku dapat dilihat pada lampiran 4. Pada satu kali proses produksi terdapat batasan bahan baku yaitu terbatasnya

kemampuan perusahaan berupa modal dan tempat penyimpanan bahan baku tersebut. Dalam satu hari proses produksi, perusahaan hanya mampu menyediakan 166.667 gram tepung, hal ini dikarenakan perusahaan hanya akan mengambil bahan baku seminggu sekali yang berada di daerah solo sebanyak 40 sak tepung (1 sak tepung = 25.000 gram). Sedangkan untuk bahan baku gula perusahaan hanya mampu menyediakan sejumlah 200.000 gram dalam seminggu. Mentega perusahaan mampu menyediakan 150.000 gram. Untuk obat-obatan seperti pengempuk dan pengawet masing-masing perusahaan menyediakan sebanyak 1.000 gram dan untuk pengembang perusahaan dapat menyediakan sebanyak 10.000 gram dalam seminggu. Sehingga untuk formulasi kendala bahan baku untuk 1 hari proses adalah sebagai berikut :

1. Kendala Tepung

$$19.231 x_1 + 19.231 x_2 + 19.231 x_3 + 19.231 x_4 \leq 166.667$$

2. Kendala Gula

$$3.846 x_1 + 3.846 x_2 + 3.846 x_3 + 3.846 x_4 \leq 33.333$$

3. Kendala Mentega

$$2.308 x_1 + 2.308 x_2 + 2.308 x_3 + 2.308 x_4 \leq 25.000$$

4. Kendala Pengembang

$$0.138 x_1 + 0.138 x_2 + 0.138 x_3 + 0.138 x_4 \leq 1667$$

5. Kendala Pengempuk

$$0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 167$$

6. Kendala Pengawet

$$0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 167$$

7. Kendala Rasa Coklat

$$5 x_1 + 5 x_4 \leq 20000$$

$$0.5 x_1 + 0.5 x_4 \leq 2000$$

8. Kendala Rasa Strawberry

$$5 x_2 \leq 10000$$

9. Kendala Rasa Mocha

$$2.143 x_3 \leq 15000$$

$$1.143 x_3 \leq 8000$$

10. Kendala Rasa Coklat Kacang

$$0.5 x_4 \leq 1000$$

b. Penentuan Nilai Toleransi Kendala Bahan Baku

Dalam penyediaan bahan baku, perusahaan akan memikirkan adanya *safety stock*. Ini dilakukan agar pada suatu saat terjadi peningkatan jumlah permintaan dapat terpenuhi. Besaran *safety stock* yang ditetapkan oleh perusahaan adalah sebesar 10% setiap harinya. Dengan alasan bahwa terbatasnya tempat penyimpanan bahan baku dan minimnya anggaran penambahan bahan baku.

Maka formulasi bahan baku di atas menjadi :

1. Kendala Tepung

$$19.231 x_1 + 19.231 x_2 + 19.231 x_3 + 19.231 x_4 \leq 166.667 + 16.667t$$

2. Kendala Gula

$$3.846 x_1 + 3.846 x_2 + 3.846 x_3 + 3.846 x_4 \leq 33.333 + 3.333t$$

3. Kendala Mentega

$$2.308 x_1 + 2.308 x_2 + 2.308 x_3 + 2.308 x_4 \leq 25000 + 2500t$$

4. Kendala Pengembang

$$0.138 x_1 + 0.138 x_2 + 0.138 x_3 + 0.138 x_4 \leq 1667 + 167t$$

5. Kendala Pengempuk

$$0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 167 + 17t$$

6. Kendala Pengawet

$$0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 167 + 17t$$

7. Kendala Rasa Coklat

$$5 x_1 + 5 x_4 \leq 20000 + 2000t$$

$$0.5 x_1 + 0.5 x_4 \leq 2000 + 200t$$

8. Kendala Rasa Strawberry

$$5 x_2 \leq 10000 + 1000t$$

9. Kendala Rasa Mocha

$$2.143 x_3 \leq 15000 + 1500t$$

$$1.143 x_3 \leq 8000 + 800t$$

10. Kendala Rasa Coklat Kacang

$$0.5 x_4 \leq 1000 + 100t$$

4.2.4. Penentuan Kendala Jam kerja

Kendala jam kerja kerja diperoleh dari hubungan kapasitas jam kerja yang tersedia dengan waktu proses pembuatan roti sampai jadi. Dalam

penelitian ini tidak melihat waktu proses per stasiun kerja, tetapi hanya mengambil waktu proses keseluruhan pembuatan roti. Hal ini dikarenakan tidak adanya kejelasan kapasitas per stasiun kerja.

Untuk jam kerja karyawan walaupun mulai bekerja dari pukul 08.00 WIB sampai dengan pukul 19.00 WIB atau sama dengan 11 jam kerja tetapi lama para pekerja bekerja yang sebenarnya adalah 7 jam. Hal tersebut dikarenakan pada saat pukul 12.00 WIB sampai dengan pukul 14.00 WIB adonan roti tersebut difermentasi agar mengembang jadi para karyawan beristirahat. Jadi, formulasi untuk kapasitas jam kerja adalah sebagai berikut:

$$4.81 x_1 + 4.81 x_2 + 4.81 x_3 + 4.81 x_4 \leq 352800$$

4.2.5. Peramalan Permintaan

Digunakan untuk mengetahui jumlah produk yang harus diproduksi pada periode yang akan datang. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penjualan dua bulan sebelumnya dari waktu penelitian dilaksanakn, yaitu dari bulan Oktober sampai dengan bulan November. Data tersebut dapat dilihat pada lampiran 2.

Setelah dilihat berdasarkan data yang diperoleh dilihat pola datanya, pola data yang didapatkan tersebut memiliki pola yang berfluktuatif. Selain berdasarkan pola data, pemilihan metode peramalan didasarkan pada jangka waktu dan nilai eror terkecil. Pengolahan data peramalan menggunakan *software POM QM for windows 3*.

Dari metode-metode peramalan yang ada di *software POM QM for windows 3* terdapat tiga metode peramalan yang sesuai terhadap data permintaan sebelumnya. Ketiga metode tersebut adalah *Exponential smoothing*, *Regresi Linear* dan *Moving Average*. Metode peramalan tersebut sesuai terhadap peramalan jangka pendek dan sesuai terhadap data berpola horizontal. Nantinya, dari ketiga peramalan tersebut akan dipilih metode peramalan terbaik berdasarkan atas nilai MAPE dan MAD terkecil. Sehingga didapat hasil peramalan yang dapat dilihat pada lampiran

Setelah dilakukan perhitungan maka didapat nilai untuk periode selanjutnya yang nantinya akan digunakan sebagai kendala jumlah permintaan adalah sebagai berikut:

$$X1 \geq 1189$$

$$X2 \geq 1357$$

$$X3 \geq 3861$$

$$X4 \geq 1434$$

4.2.6. Proses *Fuzzyfikasi*

Untuk menghitung hasil dari kendala yang sudah ditentukan dengan menggunakan metode fuzzy adalah dengan menggunakan dua langkah, yaitu apabila $t = 0$ dan $t = 1$. Maka hasilnya adalah sebagai berikut:

a. $T = 0$

Pada saat $t = 0$ mempunyai arti bahwa semua fungsi kendala yang dibentuk tidak menggunakan batasan nilai toleransi interval.

Sehingga formulasinya menjadi :

Fungsi Tujuan

$$\text{Max } 281.9464 x_1 + 184.9464 x_2 + 242.3612 x_3 + 273.4464 x_4$$

Fungsi kendala

$$1) 19.231 x_1 + 19.231 x_2 + 19.231 x_3 + 19.231 x_4 \leq 166667$$

$$2) 3.846 x_1 + 3.846 x_2 + 3.846 x_3 + 3.846 x_4 \leq 33333$$

$$3) 2.308 x_1 + 2.308 x_2 + 2.308 x_3 + 2.308 x_4 \leq 25000$$

$$4) 0.138 x_1 + 0.138 x_2 + 0.138 x_3 + 0.138 x_4 \leq 1667$$

$$5) 0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 167$$

$$6) 0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 167$$

$$7) 5 x_1 + 5 x_4 \leq 20000$$

$$8) 0.5 x_1 + 0.5 x_4 \leq 2000$$

$$9) 5 x_2 \leq 10000$$

$$10) 2.143 x_3 \leq 15000$$

$$11) 1.143 x_3 \leq 8000$$

$$12) 0.5 x_4 \leq 1000$$

$$13) 4.81 x_1 + 4.81 x_2 + 4.81 x_3 + 4.81 x_4 \leq 352800$$

$$14) x_1 \geq 1189$$

$$15) x_2 \geq 1357$$

$$16) x_3 \geq 3861$$

$$17) x_4 \geq 1434$$

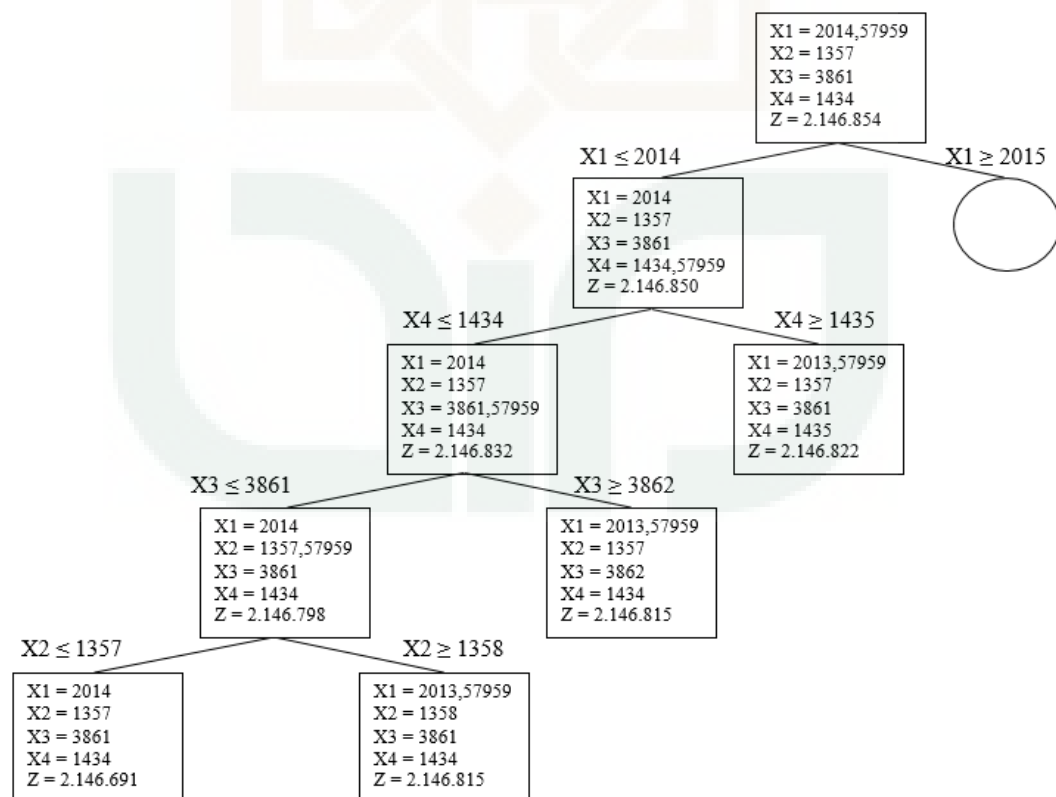
Langkah pertama yang dilakukan adalah menyelesaikan formulasi diatas dengan mengabaikan pembatas integer. Maka didapat hasil optimum berdasarkan LINDO sebesar $x_1 = 2014,57959$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 3861$ dan $x_4 = 1434$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.146.854$.

Dikarenakan masih ada solusi optimum yang tidak integer maka lanjut ke tahap selanjutnya yaitu menentukan batas atas dan batas bawah berdasarkan dengan yang memiliki nilai pecahan mendekati 0.5. Maka dipilih variabel x_1 karena nilai pecahan lebih mendekati 0.5. Untuk selanjutnya ditambahkan batas bawah $x_1 \leq 2014$ dan untuk batas atas $x_1 \geq 2015$. Setelah dihitung kembali maka didapat hasil optimum untuk batas bawah dengan tambahan kendala $x_1 \leq 2014$ sebesar $x_1 = 2014$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 3861$ dan $x_4 = 1434,57959$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.146.850$. Sedangkan untuk tambahan batas atas $x_1 \geq 2015$ tidak mempunyai hasil optimum.

Selanjutnya pada langkah ketiga dikarenakan masih adanya hasil optimum yang berupa pecahan maka dilakukan sebagaimana halnya pada langkah kedua. Terlebih dahulu pilih yang memiliki nilai optimum z paling besar. Kemudian tentukan batas atas dan batas bawah untuk hasil optimum yang memiliki pecahan mendekati 0.5. Maka dipilih untuk batas bawah $x_4 \leq 1434$ dan

batas atas $x_4 \geq 1435$. Setelah dilakukan perhitungan kembali maka didapat hasil optimum untuk batas bawah $x_4 \leq 1434$ sebesar $x_1 = 2014$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 3861,57959$ dan $x_4 = 1434$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.146.832$. Sedangkan hasil optimum untuk batas atas $x_4 \geq 1435$ sebesar $x_1 = 2013,57959$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 3861$ dan $x_4 = 1435$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.146.822$.

Hasil optimum yang didapat masih merupakan bilangan pecahan maka dilakukan perlakuan yang sama sampai semua hasil optimum yang didapat berupa bilangan bulat. Berikut adalah gambaran langkah yang dilakukan untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan algoritma *Branch and Bound* :



Gambar 4.1 Langkah-langkah *Branch and Bound* untuk $T = 0$

Pencabangan dihentikan karena seluruh variabel sudah merupakan bilangan bulat dengan nilai optimum $z = 2.146.691$ dengan $x_1 = 2014$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 3861$ dan $x_4 = 1434$.

b. T = 1

Pada saat $t = 1$ mempunyai arti bahwa semua fungsi kendala yang dibentuk menggunakan batasan nilai toleransi interval. Sehingga formulasinya menjadi :

Fungsi Tujuan

$$\text{Max } 281.9464 x_1 + 184.9464 x_2 + 242.3612 x_3 + 273.4464 x_4$$

Fungsi kendala

$$1) 19.231 x_1 + 19.231 x_2 + 19.231 x_3 + 19.231 x_4 \leq 183334$$

$$2) 3.846 x_1 + 3.846 x_2 + 3.846 x_3 + 3.846 x_4 \leq 36666$$

$$3) 2.308 x_1 + 2.308 x_2 + 2.308 x_3 + 2.308 x_4 \leq 27500$$

$$4) 0.138 x_1 + 0.138 x_2 + 0.138 x_3 + 0.138 x_4 \leq 1834$$

$$5) 0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 184$$

$$6) 0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 184$$

$$7) 5 x_1 + 5 x_4 \leq 20000$$

$$8) 0.5 x_1 + 0.5 x_4 \leq 2000$$

$$9) 5 x_2 \leq 10000$$

$$10) 2.143 x_3 \leq 15000$$

$$11) 1.143 x_3 \leq 8000$$

$$12) 0.5 x_4 \leq 1000$$

$$13) 4.81 x_1 + 4.81 x_2 + 4.81 x_3 + 4.81 x_4 \leq 352800$$

$$14) x_1 \geq 1189$$

$$15) x_2 \geq 1357$$

$$16) x_3 \geq 3861$$

$$17) x_4 \geq 1434$$

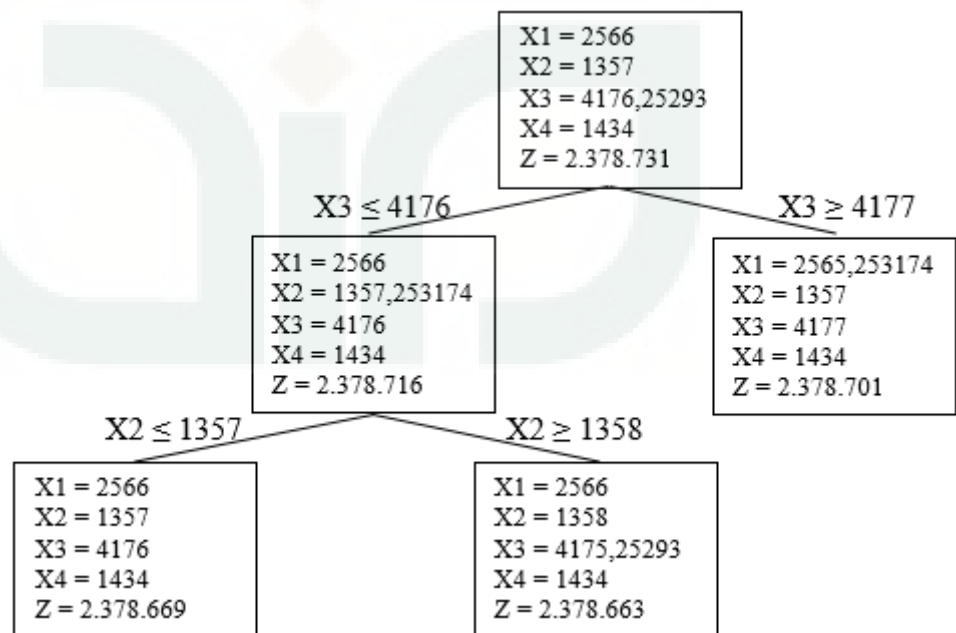
Langkah pertama yang dilakukan adalah menyelesaikan formulasi diatas dengan mengabaikan pembatas integer. Maka didapat hasil optimum berdasarkan LINDO sebesar $x_1 = 2566$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 4176,25293$ dan $x_4 = 1434$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.378.731$.

Dikarenakan masih ada solusi optimum yang tidak integer maka lanjut ke tahap selanjutnya yaitu menentukan batas atas dan batas bawah berdasarkan dengan yang memiliki nilai pecahan mendekati 0.5. Maka dipilih variabel x_3 karena nilai pecahan lebih mendekati 0.5. Untuk selanjutnya ditambahkan batas bawah $x_3 \leq 4176$ dan untuk batas atas $x_3 \geq 4177$. Setelah dihitung kembali maka didapat hasil optimum untuk batas bawah dengan tambahan kendala $x_3 \leq 4176$ sebesar $x_1 = 2566$, $x_2 = 1357,253174$, $x_3 = 4176$ dan $x_4 = 1434$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.378.716$. Sedangkan hasil optimum untuk batas atas dengan tambahan kendala $x_3 \geq 4177$ sebesar $x_1 = 2565,253174$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 4177$ dan $x_4 = 1434$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.378.701$.

Selanjutnya pada langkah ketiga dikarenakan masih adanya hasil optimum yang berupa pecahan maka dilakukan sebagaimana

halnya pada langkah kedua. Terlebih dahulu pilih yang memiliki nilai optimum z paling besar. Kemudian tentukan batas atas dan batas bawah untuk hasil optimum yang memiliki pecahan mendekati 0.5. Maka dipilih untuk batas bawah $x_2 \leq 1357$ dan batas atas $x_2 \geq 1358$. Setelah dilakukan perhitungan kembali maka didapat hasil optimum untuk batas bawah $x_2 \leq 1357$ sebesar $x_1 = 2566$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 4176$ dan $x_4 = 1434$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.378.669$. Sedangkan untuk hasil optimum batas atas $x_2 \geq 1358$ sebesar $x_1 = 2566$, $x_2 = 1358$, $x_3 = 4175,25293$ dan $x_4 = 1434$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.378.663$.

Berikut adalah gambaran langkah yang dilakukan untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan algoritma *Branch and Bound* :



Gambar 4.2 Langkah-langkah *Branch and Bound* untuk $T = 1$

Pencabangan dihentikan karena seluruh variabel sudah merupakan bilangan bulat dengan nilai optimum $z = 2.378.669$ dengan sebesar $x_1 = 2566$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 4176$ dan $x_4 = 1434$.

4.2.7. Proses defuzzyfikasi

Setelah melakukan perhitungan untuk $t = 0$ dan $t = 1$ sesuai perhitungan diatas maka langkah selanjutnya adalah untuk menentukan nilai fuzzy dengan membuat batasan baru yang merupakan turunan dari fungsi tujuan dengan menambahkan nilai λ . Untuk nilai λ didapat dari hasil pengurangan nilai $z (t = 1)$ dan $z (t = 0)$. Maka didapat untuk nilai $P_0 = 2.378.669 - 2.146.691 = 231.978$

Berdasarkan rumus 5 dan 6 untuk menentukan batasan kendala untuk fuzzy maka didapat hasil sebagai berikut :

$$231.978\lambda - 281.9464 x_1 - 184.9464 x_2 - 242.3612 x_3 - 273.4464 x_4 \leq -2.378.669 + 231.978$$

Karena untuk nilai batasan tidak boleh bernilai negatif maka persamaan tersebut harus dikalikan dengan -1 maka persamaan diatas akan menjadi sebagai berikut:

$$-231.978\lambda + 281.9464 x_1 + 184.9464 x_2 + 242.3612 x_3 + 273.4464 x_4 \geq 2.146.691$$

Setelah didapat fungsi kendala tersebut maka fungsi kendala secara keseluruhan adalah sebagai berikut :

Fungsi Tujuan

$$\text{Max } \lambda$$

Batasan Kendala

$$1) -231.978\lambda + 281.9464 x_1 + 184.9464 x_2 + 242.3612 x_3 + 273.4464 x_4 \geq 2.146.691$$

$$2) 16667\lambda + 19.231 x_1 + 19.231 x_2 + 19.231 x_3 + 19.231 x_4 \leq 183334$$

$$3) 3333\lambda + 3.846 x_1 + 3.846 x_2 + 3.846 x_3 + 3.846 x_4 \leq 36666$$

$$4) 2500\lambda + 2.308 x_1 + 2.308 x_2 + 2.308 x_3 + 2.308 x_4 \leq 27500$$

$$5) 167\lambda + 0.138 x_1 + 0.138 x_2 + 0.138 x_3 + 0.138 x_4 \leq 1834$$

$$6) 17\lambda + 0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 184$$

$$7) 17\lambda + 0.008 x_1 + 0.008 x_2 + 0.008 x_3 + 0.008 x_4 \leq 184$$

$$8) 2000\lambda + 5 x_1 + 5 x_4 \leq 22000$$

$$9) 200\lambda + 0.5 x_1 + 0.5 x_4 \leq 2200$$

$$10) 1000\lambda + 5 x_2 \leq 11000$$

$$11) 1500\lambda + 2.143 x_3 \leq 16500$$

$$12) 800\lambda + 1.143 x_3 \leq 8800$$

$$13) 100\lambda + 0.5 x_4 \leq 1100$$

$$14) 4.81 x_1 + 4.81 x_2 + 4.81 x_3 + 4.81 x_4 \leq 352800$$

$$15) x_1 \geq 1189$$

$$16) x_2 \geq 1357$$

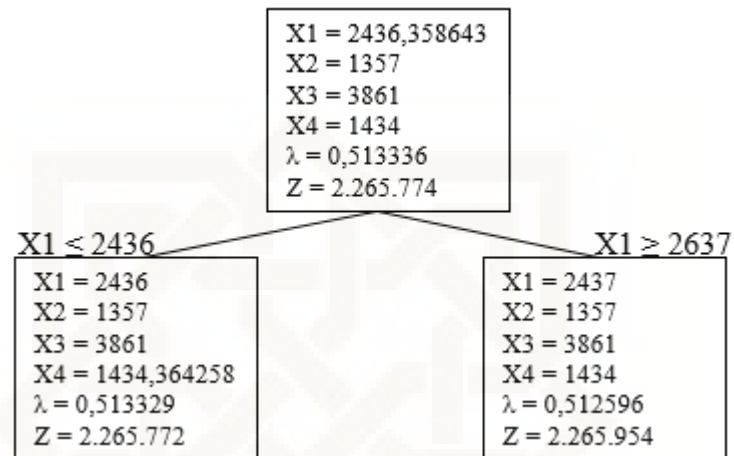
$$17) x_3 \geq 3861$$

$$18) x_4 \geq 1434$$

Langkah pertama yang dilakukan adalah menyelesaikan formulasi di atas dengan mengabaikan pembatas integer. Maka didapat hasil optimum berdasarkan LINDO sebesar $x_1 = 2436,358643$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 3861$, $x_4 = 1434$ dan $\lambda = 0,51$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.265.774$.

Dikarenakan masih ada solusi optimum yang tidak integer maka lanjut ke tahap selanjutnya yaitu menentukan batas atas dan batas bawah berdasarkan dengan yang memiliki nilai pecahan mendekati 0.5. Maka dipilih variabel x_1 karena nilai pecahan lebih mendekati 0.5. Untuk selanjutnya ditambahkan batas bawah $x_1 \leq 2436$ dan untuk batas atas $x_1 \geq 2437$. Setelah dihitung kembali maka didapat hasil optimum untuk batas bawah dengan tambahan kendala $x_1 \leq 2436$ sebesar $x_1 = 2436$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 3861$, $x_4 = 1434,364258$ dan $\lambda = 0,51$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.265.772$. Sedangkan hasil optimum untuk batas atas dengan tambahan kendala $x_1 \geq 2437$ sebesar $x_1 = 2437$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 3861$, $x_4 = 1434$ dan $\lambda = 0,51$ dengan nilai fungsi tujuan $z = 2.265.954$.

Berikut adalah gambaran langkah yang dilakukan untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan algoritma *Branch and Bound* :



Gambar 4.2 Langkah-langkah *Branch and Bound defuzzyfikasi*

Proses pencabangan diberhentikan karena telah didapatkan hasil optimal yang berupa integer disemua variabelnya. Solusi optimum untuk masalah diatas adalah $x_1 = 2437$, $x_2 = 1357$, $x_3 = 3861$ dan $x_4 = 1434$ dengan fungsi tujuan $z = 2.265.954$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa pabrik roti bangkit dapat memperoleh keuntungan sebesar Rp. 2.265.954,- dengan memproduksi 2.437 buah roti rasa coklat, 1.357 buah roti rasa strawberry, 3861 buah roti rasa mocha dan 1.434 buah roti rasa coklat kacang.

4.3. Analisis Data

Model *Fuzzy Integer Linear Programming* diselesaikan melalui 2 tahap. Tahap yang pertama yaitu *Fuzzyfikasi* untuk mendapatkan nilai logika $t = 0$ dan nilai logika $t = 1$. Pada logika $t = 0$ fungsi kendala yang dibentuk tidak menggunakan batasan nilai toleransi interval. Sedangkan untuk logika $t = 1$

fungsi kendala yang dibentuk menggunakan batasan nilai toleransi interval. Proses yang kedua yaitu defuzzyfikasi dimana proses ini membentuk suatu model linear programming yang baru untuk mencapai tingkat yang lebih optimal.

Berdasarkan hasil pengolahan LINDO untuk logika $t = 0$ dengan memperhatikan batasan integer maka didapat keuntungan maksimum Rp. 2.146.691 dengan memproduksi 2.014 buah roti rasa coklat, 1.357 buah roti rasa strawberry, 3861 buah roti rasa mocha dan 1.434 buah roti rasa coklat kacang.

Pada kondisi optimal menghabiskan bahan baku terigu 166.654 gram, gula 33.331 gram, mentega 19.999 gram, pengembang 1.200 gram, pengempuk dan pengawet 67 gram, campuran coklat yaitu coklat dan minyak masing-masing sebanyak 17.240 gram dan 1.724 gram, strawberry 6.785 gram, campuran mocha yaitu mentega dan gula masing-masing sebanyak 8.274 gram dan 4.413 gram, kacang sebanyak 717 gram.

Dengan hasil optimal tersebut masih menyisakan beberapa bahan baku seperti terigu sebanyak 14 gram, gula sebanyak 3 gram, mentega sebanyak 5.000 gram, pengembang sebanyak 467 gram, pengempuk dan pengawet sebanyak 100 gram, campuran coklat yaitu selai coklat dan minyak masing-masing sebesar 2.760 gram dan 276 gram, strawberry sebanyak 3215 gram, campuran mocha yaitu mentega dan gula masing-masing sebanyak 6.726 gram dan gula sebanyak 3.587 gram, kacang sebanyak 283 gram.

Sedangkan apabila menggunakan *fuzzy integer linear programming* ($\lambda = 0.52$), keuntungan yang akan diperoleh pabrik roti bangkit adalah sebesar Rp. 2.265.954,- dengan memproduksi 2437 buah roti rasa coklat, 1357 buah roti rasa strawberry, 3861 buah roti rasa mocha dan 1434 buah roti rasa coklat kacang.

Dengan hasil optimal tersebut akan menghabiskan bahan baku terigu sebesar 174.788 gram, gula sebesar 34.958 gram, mentega sebesar 20.974 gram, pengembang sebesar 1.258 gram, pengempuk dan pengawet sebesar 70 gram, campuran coklat yaitu coklat dan minyak masing-masing sebesar 19.355 gram dan 1.935 gram, strawberry sebanyak 6.785 gram, campuran mocha yaitu mentega dan gula masing-masing sebesar 8.274 gram dan 4.413 gram dan kacang sebesar 717 gram. Pada tabel 4.4 dapat dilihat perbandingan ketersediaan bahan baku dengan pemakaian bahan baku dengan menggunakan *fuzzy*

Tabel 4.5 perbandingan ketersediaan bahan baku

No	Bahan Baku	Ketersediaan Aktual (gram)	Terpakai (gram)
1	Terigu	166.667	174.788
2	Gula	33.333	34.958
3	Mentega	25.000	20.974
4	Pengembang	1.667	1.258
5	Pengempuk	167	70
6	Pengawet	167	70
7	Selai Coklat	20.000	19.355
8	Minyak	2.000	1.935
9	Selai Strawberry	10.000	6.785
10	Mentega	15.000	8.274
11	Gula	8.000	4.413
12	Kacang	1.000	717

Pada tabel diatas dapat dilihat bahwa ada beberapa bahan baku yang sisa seperti mentega, pengembang, pengempuk, pengawet, campuran coklat, selai strawberry, campuran mocha dan juga kacang. Maka hal tersebut dapat dikurangi ketersediaan bahan bakunya agar dapat mengurangi biaya pembelian untuk bahan-bahan tersebut.

Untuk bahan baku lain yang mengalami kekurangan, harus dilakukan penambahan berdasarkan nilai t dikalikan besarnya penambahan yang diijinkan pihak perusahaan. Untuk mengoptimalkan penambahan bahan baku dapat menggunakan nilai λ untuk menentukan besarnya penambahan dari kekurangan tersebut. Misalnya pada bahan terigu, penambahan yang diizinkan adalah hingga 16.667 (10% dari ketersediaan aktual). Maka dapat digunakan nilai λ sebesar 0,51 yang mengandung pengertian bahwa nilai λ -cut setiap himpunan yang digunakan untuk mengimplementasikan setiap batasan adalah sebesar 0,51. Dengan kata lain, skala terbesar $t = 1 - 0,51 = 0,49$ digunakan untuk menentukan besarnya penambahan terbesar dari setiap batasan yang diizinkan. Sehingga nilai penambahan yang dibutuhkan maksimal untuk terigu adalah sebesar $0,49 \times 16.667 = 8.167$ gram. Begitu juga dengan batasan-batasan yang lainnya dilakukan hal yang sama.