

Desain Kendali Optimal Tipe *Linear Quadratic* untuk Sistem *Linear Time Invariant (LTI)*

Skripsi
untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat sarjana S-1
Program Studi Matematika



Diajukan oleh:

AHMAD FAIZ ALBAR

14610029

Kepada:

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2018



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Ahmad Faiz Albar

NIM : 14610029

Judul Skripsi : Desain Kendali Optimal Tipe *Linear Quadratic* untuk Sistem *Linear Time Invariant* (LTI)

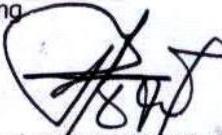
sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 23 Mei 2018

Pembimbing


Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si
NIP. 19800402 200501 1 003

**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : B-134/Un.02/DST/PP.05.3/01/2018

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Desain Kendali Optimal Tipe *Linear Quadratic* untuk Sistem
Linear Time Invariant (LTI)

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :

Nama : Ahmad Faiz Albar

NIM : 14610029

Telah dimunaqasyahkan pada : 9 Mei 2018

Nilai Munaqasyah : A

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si
NIP. 19800402 200501 1 003

Penguji I

Much. Abrori, S.Si, M.Kom
NIP.19720423 199903 1 003

Penguji II

Sugiyanto, M.Si
NIP.19800505 200801 1 028

Yogyakarta, 23 Mei 2018

UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Sains dan Teknologi

Dekan



D. Murtomo, M.Si

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ahmad Faiz Albar

NIM : 14610029

Prodi / Smt : Matematika / VIII

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 23 Mei 2018



Ahmad Faiz Albar

MOTTO

“Hai orang-orang yang beriman, bertaqwalah kepada Allah dan ucapkanlah perkataan yang benar, niscaya Allah akan memperbaiki amal-amalmu dan mengampuni dosa-dosamu. Dan barangsiapa yang taat kepada Allah dan Rasul-Nya sungguh dia telah memperoleh kemenangan yang agung.”

(QS. Al-Ahzab: 70-71).

“Sesungguhnya Allah tidak merubah keadaan suatu kaum, sehingga mereka berusaha merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri.”

(QS. Ar-Ra’du: 11).

“Tidak pernah ada yang bisa mengalahkan kekuatan cinta yang murni dan tulus. Cinta yang mendalam menebarkan energi positif yang tidak hanya mengubah hidup seseorang, tetapi juga menerangi kehidupan orang banyak.”

-KOMPAS

Kejujuran, usaha, kerja keras, cinta dan tawakkal adalah aspek penting dalam menghadapi kesulitan hidup hingga memberikan berbagai bentuk kemudahan dengan cara yang diberikan oleh Allah SWT.

Ahmad Faiz Albar

HALAMAN PERSEMBAHAN

Ku persembahkan skripsi ini untuk mama dan papaku tercinta yang tak pernah lelah mendoakanku serta bertanya “apakah aku sudah makan”, sebuah kalimat yang mengandung banyak arti kasih sayang yang tak terdefinisikan.

Untuk kakak laki-lakiku dan adik - adikku yang sangat aku sayangi dan selalu mendoakan meskipun tak kedengaran di telinga ini. Ana uhibbukum fillah..

Persembahanku juga untuk kalian yang selalu bertanya : “kapan skripsimu selesai?” terimakasih ya atas dukungan dan semangatnya. Kalian luar biasa!

Terakhir untuk Almamater UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta tercinta dan sungguh luar biasa.



KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat, hidayah dan inayah-Nya, sehingga penulisan skripsi yang berjudul “Desain Kendali Optimal Tipe *Linear Quadratic* untuk Sistem *Linear Time Invariant (LTI)*” dapat terselesaikan dan semoga bermanfaat nantinya bagi para pembaca.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan dan kerjasama berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan tulus ikhlas penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Drs. KH. Yudian Wahyudi, M.A., Ph.D., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta beserta staffnya.
2. Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sekaligus selaku pembimbing utama skripsi yaitu bapak Dr. Muhammad Wakhid Mustafa, M.Si
4. Ibu Malahayati, M.Si selaku Dosen Pembimbing Akademik sekaligus menjadi bunda yang selalu mengingatkan kami bagaimana menjadi mahasiswa yang baik.
5. Segenap Dosen dan Karyawan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

6. Papa dan Mama serta kakak adikku atas segala kasih sayang yang dicurahkan dengan caranya masing-masing. Puisi terindahpun belum tentu bisa menggambarkan setiap bait kasih sayang kalian.
7. Keluarga Element-Math 2014 yang selalu memberi dukungan tanpa henti yang nama anggotanya tak sempat disebutkan satu-satu.
8. Para sahabat anak Rantau dan Ustilago Jogja yang begitu banyak bersama penulis selama berada di Yogyakarta; Farid, Dika, Taufik, Dewek, Isnain, Mbak Trima, Mbak Etik, Yulia, Fadhlhan, Yogi, Maharani, Rizka, Mawaddah, dan Reni.
9. Keluarga anak-anak Kos Nenek GK I 178 yang selalu baik hati kepada penulis; mbak Ana, mbak Hurril, mbak Sulis, mbak Wiga, mbak Yofna, mbak Okta, Alfin dan Nidia.
10. Sahabat – sahabatku yang selalu memberi nasihat serta kritikan kepadaku; Aldo, Fiqi, Agung, Reynold, Yanto, Yogi, Maulida, Uyun.
11. Sahabat – sahabat KKN 93 di Desa Ngelanggeran khususnya di Padukuhan Ngelanggeran Kulon yaitu Baim, Athok, Oki, Indah, Ulfa, Ria, Litha, Kiki dan buat Pak Dukuh dan Bu Dukuh serta para warga yang sangat baik hati dan tak terlupakan.
12. Teman-teman Unionmath dan kakak adik angkatan yang penulis kenal, sehingga dari hubungan pertemanan ini ada banyak hal positif yang penulis dapatkan.

13. Keluarga HMPS-Matematika periode 2015-2017 yang merupakan tempat penulis belajar untuk berinteraksi dan komunikasi yang baik serta cara menyampaikan aspirasi maupun pendapat yang baik.
14. Serta semua pihak yang telah membantu dan mendukung penulis yang namanya tak sempat dituliskan satu per satu. Mulai dari mas-mas fotokopian hingga Bu Pon yang menjual makanan dekat kos.

Semoga semua bantuan yang diberikan selama penelitian hingga terselesaiannya skripsi ini mendapatkan balasan yang lebih dari Allah SWT.

Penulis menyadari penyusunan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, untuk itu segala kritikan dan saran yang bersifat membangun guna kesempurnaan skripsi ini sangat diharapkan. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi kita semua dan lebih khusus bagi pengembangan ilmu matematika di bidang sistem kendali.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
Yogyakarta, 2 Mei 2018
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
Penulis,

Ahmad Faiz Albar
14610029

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN.....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	i
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI.....	i
HALAMAN MOTTO	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	iii
KATA PENGANTAR.....	iv
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR TABEL.....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	x
DAFTAR LAMBANG DAN SINGKATAN	xi
INTISARI.....	xii
ABSTRACT	xiii
I. PENDAHULUAN.....	1
1.1.Latar Belakang	1
1.2.Batasan Masalah.....	5
1.3.Rumusan Masalah	5
1.4.Tujuan Penelitian	6
1.5.Manfaat Penelitian	6
1.6.Tinjauan Pustaka	7
1.7.Sistematika Penulisan.....	10
1.8.Metode Penelitian.....	12
II. LANDASAN TEORI.....	15
2.1. Matriks	15
2.1.1. Operasi Matriks	16
2.1.2. Transpos Matriks.....	18
2.1.3. Jenis-jenis Matriks	19
2.1.3.1. Matriks Persegi.....	19
2.1.3.2. Matriks Identitas.....	20

2.1.3.3. Matriks Simetris	20
2.1.4. Turunan Matriks	20
2.2. Persamaan Diferensial.....	22
2.2.1. Persamaan Diferensial Biasa dan Parsial	22
2.2.2. Persamaan Diferensial Linier dan Nonlinier.....	23
2.2.3. Penyelesaian Persamaan Diferensial Orde Satu.....	24
2.3. Nilai Eigen dan Bentuk Kuadratis.....	26
2.3.1. Nilai Eigen dan Vektor Eigen	26
2.3.2. Bentuk Kuadratis.....	27
2.3.3. Matriks Definit Bentuk Kuadratis	28
2.4. Teori Dasar Sistem Kendali	29
2.4.1. Persamaan <i>State Space</i>	30
2.4.2. Representasi pada Sistem	31
2.4.2.1. Sistem SISO	31
2.4.2.2. Sistem MIMO.....	33
2.4.3. Solusi Sistem <i>Linear Time Invariant</i> Non Homogen.....	35
2.4.4. Kestabilan Sistem.....	37
2.4.5. Keterkendalian Sistem	40
III. DESAIN REGULATOR DAN TRACKING TIPE LINEAR QUADRATIC	41
3.1. Solusi Umum Masalah Optimasi Waktu Kontinu.....	41
3.1.1. Masalah Perumusan dan Solusi.....	41
3.2. <i>Linear Quadratic Regulator</i> Waktu Kontinu.....	48
3.2.1. Persamaan <i>State</i> dan <i>Costate</i>	49
3.2.2. Biaya Masukan Nol dan Persamaan Lyapunov	49
3.2.3. Keadaan Akhir Tetap dan Kendali Lingkar Terbuka	50
3.2.4. Keadaan Akhir Bebas dan Kendali Lingkar Tertutup.....	58
3.3. Kendali Lingkar Tertutup <i>Steady State</i> dan <i>Feedback Optimal</i>	63
3.3.1. Suboptimal <i>Feedback Gains</i>	63
3.3.2. Persamaan Aljabar Riccati	64
3.3.3. Perilaku yang Membatasi Solusi Persamaan Riccati	66
3.3.4. Solusi Analitik untuk Persamaan Riccati.....	68
3.3.5. Desain <i>Regulator Steady State</i> dengan Peran Struktur Eigen	70
3.4. Masalah <i>Tracking</i>	74
3.4.1. Sistem Nonlinier.....	75
3.4.2. Masalah <i>LQ Tracking</i>	76
3.4.3. Implementasi dan <i>Tracker Suboptimal</i>	78
3.5. <i>Regulator</i> dengan Fungsi Keadaan Akhir Tetap	82

IV.	SIMULASI DENGAN PEMOGRAMAN MATLAB.....	86
4.1.	Simulasi pada Model Sistem Suspensi Mobil	86
4.1.1.	Perancangan Kendali Optimal pada Sistem	92
4.1.2.	Hasil dan Interpretasi	98
V.	PENUTUP	100
5.1.	Kesimpulan	100
5.2.	Saran.....	102
	DAFTAR PUSTAKA	105
	LAMPIRAN 1.....	107
	LAMPIRAN 2.....	108
	CURRICULUM VITAE.....	109



DAFTAR TABEL

1.1. Tinjauan pustaka	8
3.1. Pengendali optimal nonlinier kontinu dengan fungsi keadaan akhir tetap ...	44
3.2. <i>Linear Quadratic Regulator</i> kontinu (keadaan akhir bebas)	61
3.3. <i>Linear Quadratic Tracker</i> kontinu.....	78
3.4. <i>Linear Quadratic Regulator</i> keadaan akhir tetap	84



DAFTAR GAMBAR

1.1. Skema Metode Penelitian.....	14
4.1. Model Sistem Suspensi Mobil	87
4.2. Diagram kotak dari kendali optimal LQR.....	97
4.3. Grafik Sistem Suspensi Mobil Sebelum Diberi Pengendali <i>(gain vektor K)</i>	98
4.4. Grafik Sistem Suspensi Mobil Setelah Diberi Pengendali <i>(gain vektor K)</i>	99



DAFTAR LAMBANG

$x(t)$: Variabel <i>state</i> (keadaan)
$u(t)$: Variabel input (masukan)
$y(t)$: Variabel output (keluaran)
t	: Waktu (s)
$\varphi(x(T))$: Fungsi bobot akhir yang bergantung pada keadaan dan waktu
$L(x, u)$: Fungsi bobot yang bergantung pada keadaan dan masukan
J	: Indeks performa
t_0	: Waktu awal
T	: Waktu akhir
$\lambda(t)$: Fungsi terhadap waktu konstan
$H(x, u, \lambda)$: Fungsi Hamiltonian
A	: Matriks koefisien <i>state</i>
B	: Matriks koefisien <i>input</i>
C	: Matriks koefisien <i>state</i> pada bagian output
S	: Matriks solusi persamaan Riccati
Q dan R	: Matriks bobot pada persamaan indeks performa
$r(t)$: Nilai referensi yang diinginkan pada sistem
K	: Matriks <i>feedback gain</i>
I	: Matriks identitas
M_1	: Massa mobil (kg)
M_2	: Massa roda pada mobil (kg)

\bar{B} : Konstanta *observer* (N/m)

K_1 : Konstanta pegas (N/m)

K_2 : Elastisitas pada ban (N/m)

□ : Sama dengan definisi



INTISARI

DESAIN OPTIMAL TIPE LINEAR QUADRATIC UNTUK SISTEM *LINEAR TIME INVARIANT (LTI)*

Oleh

AHMAD FAIZ ALBAR

14610029

Matematika mampu memberikan solusi pengoptimalan kendali khususnya pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI) dengan batasan-batasan tertentu. Sistem *Linear Time Invariant* atau disingkat dengan Sistem LTI merupakan susunan beberapa komponen yang membentuk konfigurasi sistem linear dengan karakteristik masukan-keluaran yang tidak berubah terhadap waktu. Skripsi ini bertujuan untuk mendesain solusi kendali optimal untuk sistem *Linear Time Invariant* yang meminimumkan indeks performa dengan penentuan nilai matriks Q dan R yang tepat. Sistem LTI yang digunakan dalam penulisan skripsi ini merupakan sistem dinamis dengan waktu kontinu yang telah dilakukan pengubahan sistem ke dalam bentuk persamaan *state space*.

Desain kendali optimal pada sistem LTI dengan tipe linear *quadratic* terdiri dari 2 masalah, yaitu masalah *regulator* dan *tracking*. Penyelesaian masalah *regulator* bertujuan menstabilkan sistem dengan variabel/output agar tetap kecil dengan teknik kendali Linear *Quadratic Regulator* (LQR). Sedangkan penyelesaian masalah *tracking* bertujuan untuk memaksa output dari sistem agar output yang dihasilkan sesuai dengan trayektori yang diinginkan dengan menggunakan teknik kendali Linear *Quadratic Tracking* (LQT). Hasil pembahasan tentang masalah tersebut khususnya untuk masalah *regulator* akan diterapkan dalam bentuk simulasi program MATLAB dengan mengambil model sistem suspensi mobil yang persamaan modelnya telah diubah ke dalam persamaan *state space*.

Kata kunci : LQR, LQT, *regulator*, *tracking*, sistem LTI, *state space*, suspensi mobil.

ABSTRACT

DESIGN OF OPTIMAL CONTROL LINEAR QUADRATIC FOR LINEAR TIME INVARIANT (LTI) SYSTEM

By

AHMAD FAIZ ALBAR

Mathematics is able to provide control optimization solutions especially in Linear Time Invariant (LTI) systems with certain limitations. Linear Time Invariant System or abbreviated with LTI System is a composition of several components that form a linear system configuration with input-output characteristics that do not change with time. This thesis aims to design an optimal control solution for Linear Time Invariant system that minimizes performance index by determining the exact and matrix values. LTI system used in writing this thesis is a dynamic system with a continuous time that has been done to convert the system into the form of state space equation.

The optimal control design on LTI system with quadratic linear type consists of 2 problems, namely regulator and tracking problem. Regulatory problem solving aims to stabilize the system with variable / output to remain small with Linear Quadratic Regulator (LQR) control technique. While solving the tracking problem aims to force the output of the system so that the output produced in accordance with the desired trajectory by using Linear Quadratic Tracking (LQT) control technique. The result of the discussion on the problem especially for regulator problem will be applied in the form of MATLAB program simulation by taking model of car suspension system which the model equation has been converted into state space equation.

Keywords : LQR, LQT, regulator, tracking, LTI system, state space, car suspension system.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika merupakan disiplin ilmu yang dapat diterapkan dalam berbagai ilmu pengetahuan dan memberikan interpretasi solusi analitis yang lebih spesifik (Riyanto, 2015). Matematika sebagai pembentuk pola fikir analisis dan sistematis dalam kehidupan nyata merupakan alat untuk mengungkap atau menganalisa fenomena-fenomena alam sehingga dapat diterima oleh nalar manusia. Fenomena-fenomena tersebut seringkali dimodelkan dalam bahasa matematika kemudian dilakukan analisa secara matematis sehingga dapat diketahui solusi atau sifat dari solusi yang kemudian dibawa kembali atau diinterpretasikan ke dalam kehidupan nyata, hal inilah yang dinamakan pemodelan matematika (Djoko Luknanto, 2003).

Sistem merupakan bagian dari realita. Realita di luar sistem dinamakan sekitaran sistem. Interaksi sistem dan sekitaran sistem menghasilkan fungsi terhadap yang disebut *input* (masukan) dan *output* (keluaran). *Input* dan *output* sistem yang disajikan oleh fungsi dari waktu bisa bersifat kontinu ataupun diskrit. (Subiono, 2010).

Sistem dinamik merupakan suatu sistem yang dipengaruhi oleh perubahan gerak dan waktu (Subiono, 2010). Sistem dinamik dapat ditelusuri ataupun dimodelkan dalam bentuk matematis. Hal ini dilakukan guna memberikan solusi yang dibutuhkan pada sistem dalam bentuk teoritis. Salah satu yang menjadi masalah sistem adalah pengoptimalan kendali pada suatu sistem tersebut.

Matematika mampu memberikan solusi pengoptimalan kendali suatu sistem dengan batasan-batasan tertentu. Contoh dari pengoptimalan kendali sistem dalam kehidupan sehari-hari adalah kendali optimal kereta api agar tetap stabil, kendali optimal pada keseimbangan gerak robot, hingga kendali optimal kinerja pegas pada suspensi mobil.

Sistem optimal adalah sistem yang memiliki unjuk kerja terbaik (*best performance*) terhadap suatu acuan tertentu. Pengoptimalan sistem memerlukan adanya suatu kriteria optimasi yang dapat di minimumkan hasil pengukuran dengan deviasi perilaku sistem terhadap perilaku idealnya (Sumanti, 2014). Karenanya terdapat indeks performansi dengan hasil yang ingin di minimumkan agar kendali sistem dapat optimal.

Kendali optimal untuk sistem dapat diselesaikan secara teoritis dan matematis dengan melalui tahap-tahap pemodelan matematika. Suatu model matematika dikatakan baik apabila mampu memberikan gambaran objeknya dengan cukup jelas atau secara meluas mampu menggambarkan keadaan yang sesungguhnya, sehingga tujuan dari penyusunan model tercapai (Susanta, 2008). Selanjutnya dengan tujuan untuk memudahkan dalam sebuah penelitian, persamaan sistem dinamik tersebut dimodelkan ke dalam sebuah persamaan keadaan atau dikenal dengan persamaan *state-space*. Bentuk persamaan sistem dinamik terbagi menjadi dua bentuk, yaitu persamaan sistem Linear Time Invariant (LTI) dan persamaan sistem *Linear Time varying* (LTV).

Pada skripsi ini, sistem yang digunakan adalah sistem *Linear Time Invariant* (LTI) waktu kontinu. Sistem *Linear Time Invariant* (LTI) merupakan sistem linear

yang memiliki karakteristik yang tidak berubah terhadap waktu khususnya pada bagian matriks yang terlibat pada *plant* ketika sistem telah diubah ke dalam bentuk persamaan *state space*. Pemilihan sistem LTI dikarenakan sistem tersebut memiliki bentuk yang lebih sederhana dibanding persamaan sistem LTV. Sehingga dapat memudahkan analisa dan tidak memerlukan waktu yang lama dalam mendasain kendali optimal pada sistem.

Kendali optimal pada sistem merupakan perluasan dari kalkulus variasi yaitu metode optimasi matematika untuk menurunkan kebijakan pengendalian (Wibowo, 2012). Sebuah kendali optimal adalah satu set persamaan diferensial yang menggambarkan jalan dari variabel-variabel kendali yang meminimalkan biaya fungsional. Secara umum perancangan sistem kendali optimal mempunyai 2 tujuan (fungsi), yaitu: sebagai *regulator* (menstabilkan sistem dengan variabel/*output* agar tetap kecil) dan sebagai *tracking* (mengontrol sistem agar tetap mengikuti *trayektori* dan keadaannya selalu dalam batas-batas tertentu).

Untuk masalah *regulator*, dalam beberapa proses variabel yang dikontrol akan mengalami yang namanya deviasi karena adanya gangguan. kontrol *Regulator* dirancang untuk melakukan kompensasi terhadap gangguan. *Linear quadratic control* merupakan salah satu metode dalam perancangan sistem kendali optimal. Plant diasumsikan bersifat sistem linear, dalam bentuk persamaan keadaan, dan fungsi obyektif adalah fungsi kuadratik dari keadaan plant dan sinyal kendali *input*. Kelebihan penggunaan formulasi linear quadratic adalah pada kemudahan analisa dan pengimplementasiannya. Dengan metode optimasi *Linear Quadratic Regulator* (LQR) adalah dengan menentukan sinyal *input* yang akan memindahkan suatu *state*

sistem linear dari kondisi awal menuju kondisi akhir dengan fungsi biaya atau waktu yang minimum (Sumanti, 2014).

Sedangkan untuk masalah *tracking*, akan digunakan metode optimasi *linear quadratic tracking* dengan bentuk optimasi yang hampir sama dengan metode optimasi *linear quadratic regulator*. Namun yang membedakannya adalah pada tujuan perancangan metode yang digunakan, yaitu sistem pengaturan linear pada *output* sistem diarahkan untuk mengikuti referensi (*trayektori*) yang diinginkan dengan fungsi biaya atau waktu yang minimum (Rushdianto, 2016).

Desain kendali optimal dengan masalah *regulator* akan diterapkan pada suatu sistem LTI tertentu dengan permasalahan kendali optimal sistem yang sesuai. Dimana sistem tersebut telah dibentuk ke dalam persamaan *state space* agar memudahkan proses simulasi. Hasil dari perancangan kendali optimal tersebut selanjutnya akan disimulasikan dengan menggunakan program MATLAB.

Adapun sistem yang digunakan untuk mensimulasikan desain kendali optimal yaitu sistem suspensi pada roda mobil. Pemilihan sistem ini dilakukan karena sesuai kriteria permasalahan yang dibutuhkan. Suspensi mobil yang digunakan pada pembentukan sistem tersebut diasumsikan suspensi mobil Toyota Kijang Grand. Mobil biasa (Toyota Kijang Grand) biasanya belum memiliki sistem suspensi yang baik. Ketika ada guncangan, guncangan tersebut akan sangat terasa oleh penumpang di dalamnya. Bahkan guncangan tersebut akan menyebabkan mobil bergelombang-gelombang sehingga membutuhkan waktu yang agak lama untuk mencapa kondisi stabil kembali.

1.2. Batasan Masalah

Terdapat beberapa batasan masalah dalam skripsi ini, hal tersebut adalah sebagai berikut.

1. Sistem yang dibahas terbatas pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI) waktu-kontinu non homogen dengan koefisien konstan.
2. Analisis sistem yang akan digunakan merupakan sistem *Linear Time Invariant* (LTI) yang telah dibentuk kedalam persamaan *state-space*. Sehingga penulis tidak perlu mengubah sistem dari bentuk persamaan diferensial ke bentuk persamaan *state-space*.
3. Perancangan simulasi hanya untuk masalah *regulator* pada perancangan desain kendali optimal pada sistem.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan paparan latar belakang masalah yang telah diuraikan sebelumnya maka rumusan masalah yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah:

1. Konsep dan desain kendali optimal pada sistem *Linear Time-Invariant* (LTI) waktu kontinu.
2. Solusi masalah *regulator* dengan kendali optimal tipe *Linear Quadratic* pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI).
3. Solusi masalah *tracking* dengan kendali optimal tipe *Linear Quadratic* pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI).
4. Perancangan kendali optimal dengan metode optimasi *Linear Quadratic Regulator* (*LQR*) pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI) dengan masalah

kendali tertentu dalam bentuk simulasi dengan menggunakan program MATLAB.

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk:

1. Mengetahui konsep kendali optimal pada sistem *Linear Time-Invariant* (LTI) waktu kontinu.
2. Mengetahui solusi dari masalah *regulator* dengan kendali tipe *Linear Quadratic* pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI).
3. Mengetahui solusi masalah *tracking* dengan kendali *Linear Quadratic Tracking* (LQT) pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI).
4. Mengetahui hasil perancangan kendali optimal dengan metode optimasi *Linear Quadratic Regulator* (LQR) pada suatu sistem LTI dalam bentuk simulasi dengan menggunakan program MATLAB.

1.5. Manfaat Penelitian

1. Bagi penulis

Penelitian ini diharapkan memberi manfaat sebagai tambahan wawasan keilmuan matematika yang tidak hanya dalam bentuk teori, melainkan suatu ilmu yang dapat diterapkan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan dalam kehidupan sehari – hari.

2. Bagi program studi matematika

Penelitian ini diharapkan dapat menambah referensi pada penerapan studi matematika khususnya di bidang sistem kendali dan

mampu menjadi rujukan pembelajaran maupun penelitian lebih lanjut mengenai pengoptimalan kendali sistem.

3. Bagi ilmu pengetahuan

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan dan alternatif dalam menyelesaikan masalah pengoptimalan kendali suatu sistem dinamik khususnya dengan metode *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dan *Linear Quadratic Tracking* (LQT).

1.6. Tinjauan Pustaka

Rujukan penulisan skripsi ini diambil dari berbagai literatur -literatur yang dituliskan dalam daftar pustaka. Rujukan utama untuk mendesain masalah *regulator* dan *tracking* tipe *Linear Quadratic* diambil dari buku karangan Lewis tahun 2012 edisi ke 3 dengan judul “*Optimal Control*”. Penulisan skripsi ini juga terinspirasi dari beberapa penelitian sebelumnya. Analisis masalah *regulator* dengan metode *Linear Quadratic Regulator (LQR)* didasari oleh jurnal ilmiah milik Sumanti (2014) dengan judul “Kontrol Optimal pada *Balancing Robot Menggunakan Metode Linear Quadratic Regulator*” dan jurnal ilmiah milik Fatchul (2006) yang berjudul “Perancangan dan Simulasi Sistem Suspensi Mobil Berbasis Kendali Optimal” yang sekaligus menjadi rujukan untuk simulasi sistem dengan masalah *regulator*. Sedangkan untuk masalah tracking didasari oleh jurnal ilmiah milik Fahmi (2013) yang berjudul “Perancangan dan Implementasi Pengaturan Kecepatan Motor Tiga Fasa pada Mesin Sentrifugal dengan Menggunakan Metode *Linear Quadratic Tracking (LQT)*”.

Berikut paparan dari tinjauan pustaka yang disajikan dalam bentuk Tabel beserta hasil penelitiannya.

Tabel 1.1: Tinjauan Pustaka

No .	Nama peneliti	Judul Penelitian	Hasil penilitian
1.	Fatchul (2006)	Perancangan dan Simulasi Sistem Suspensi Mobil Berbasis Kendali Optimal	Penelitian ini membahas perancangan sistem dengan menggunakan metode <i>Linear Quadratic Regulator (LQR)</i> yang berbasis kendali optimal. Jurnal tersebut memiliki bahasan yang sama pada skripsi ini khususnya pada masalah <i>regulator</i> .
2.	Sumanti (2014)	Kontrol Optimal pada Robot <i>Balancing</i> Menggunakan Metode <i>Linear Quadratic Regulator</i>	Penelitian ini membahas masalah pengendalian sistem <i>balancing</i> robot dengan menggunakan kendali optimal <i>Linear Quadratic Regulator (LQR)</i> . Sistem yang digunakan tersebut merupakan konsep pendulum terbalik dengan masalah tentang kestabilan dengan mencari

			kendali optimal dalam proses kestabilan sistem tersebut.
3.	Fahmi (2013)	Perancangan dan Implementasi Pengaturan Kecepatan Motor Tiga Fasa pada Mesin Sentrifugal dengan Menggunakan Metode <i>Linear Quadratic Tracking</i> (LQT)	Penelitian ini membahas masalah perancangan sistem sekaligus mengurnya dengan metode <i>Linear Quadratic Tracking</i> . Didalamnya dibahas perancangan dengan dua sifat sistem yaitu diskrit dan kontinu.
4.	Ahmad Faiz Albar (2017)	Desain Kendali Optimal tipe <i>Linear Quadratic regulator</i> untuk Sistem <i>Linear Time-Invariant</i> (LTI).	Penelitian ini membahas tentang desain kendali optimal masalah <i>regulator</i> dan <i>Tracking</i> tipe <i>Linear Quadratic</i> pada pengoptimalkan kendali sistem <i>Linear Time Invariant</i> (LTI) waktu kontinu.

1.7. Sistematika Penulisan

Sistematika dalam penulisan penelitian ini, adalah sebagai berikut.

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dipaparkan tentang latar belakang masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, sistematika penulisan hingga metode penelitian.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini dibahas mengenai konsep - konsep yang digunakan dalam penyusunan skripsi ini yang meliputi matriks, persamaan diferensial, turunan, nilai eigen dan bentuk kuadratis, nilai eigen dan vektor eigen, metode pengali Lagrange, fungsi Hamiltonian hingga teori sistem dinamik.

BAB III

DESAIN KENDALI OPTIMAL

MASALAH *REGULATOR DAN*

TRACKING TIPE LINEAR QUADRATIC

Pada bab ini diuraikan mengenai solusi umum masalah optimasi waktu kontinu

beserta contohnya, metode LQR waktu kontinu, kendali *steady-state* lingkar tertutup dan umpan balik supoptimal. Untuk masalah *tracking* akan diuraikan solusi mengenai masalah tersebut dengan tipe *linear quadratic* pada bentuk sistem linier serta contohnya.

SIMULASI SISTEM

BAB IV

Pada bab ini terdapat simulasi dari masalah *regulator* untuk kendali optimal tipe *Linear Quadratic* pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI) waktu kontinu.

PENUTUP

BAB V

Pada bab ini dipaparkan kesimpulan sebagai jawaban dari perumusan masalah yang diajukan serta saran sebagai pengembangan tulisan yang berbeda untuk penelitian yang lebih lanjut.

DAFTAR

PUSTAKA

1.8. Metode Penelitian

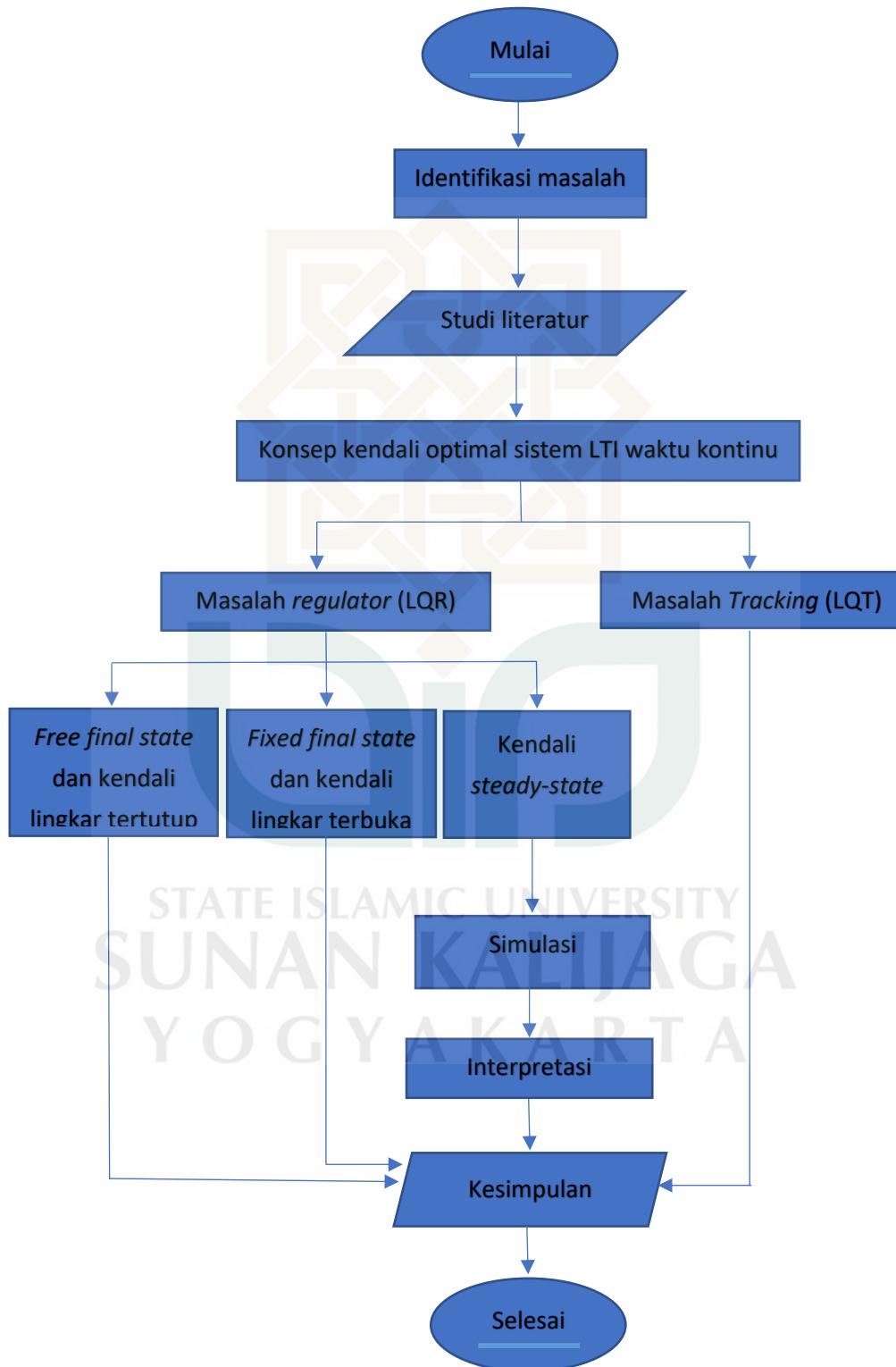
Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah metode deskriptif melalui studi literatur yang membahas topik masalah secara teoritis dan konseptual serta simulasi dengan program MATLAB. Sumber-sumber literatur yang digunakan sebagai rujukan diperoleh dari jurnal, karya ilmiah, buku – buku dan artikel yang menunjang skripsi tentang kendali optimal tipe *Linear Quadratic* pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI). Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan adalah sebagai berikut:

- a. Kajian pustaka mengenai konsep kendali optimal sistem *Linear Time Invariant* (LTI) waktu kontinu yang diperoleh dari jurnal-jurnal, skripsi, artikel dari internet dan buku-buku yang bertujuan untuk mengetahui dan memahami masalah secara teoritik.
- b. Menganalisis masalah umum optimalisasi waktu kontinu dan hasil rumusannya akan disajikan dalam bentuk tabel.
- c. Desain masalah *regulator* pada sistem *Linear Time Invariant* (LTI) dengan sebelumnya menganalisis komponen – komponen penyusun analisis seperti persamaan *state* dan *costate*, kendali lingkar tertutup maupun kendali lingkar terbuka, persamaan Lyapunov serta persamaan Riccati.
- d. Analisis pembahasan tentang kendali lingkar tertutup *steady-state* dan suboptimal *feedback* serta pencarian solusi analitik untuk persamaan Riccati.

- e. Analisis masalah *tracking* tipe *Linear Quadratic* serta perumusan dari masalah tersebut.
- f. Mensimulasikan bentuk kendali optimal sistem *Linear Time Invariant (LTI)* dengan metode *Linear Quadratic Regulator (LQR)* pada masalah *regulator* dengan menggunakan program MATLAB.
- g. Setelah hasil simulasi didapatkan, akan dilakukan interpretasi dan dianalisis kembali.
- h. Pada bagian akhir, akan dipaparkan kesimpulan dari penulisan skripsi secara keseluruhan termasuk hasil simulasi yang telah dilakukan sebelumnya.

Langkah-langkah tersebut di atas digambarkan dalam bentuk skema sebagai berikut.

1.1. SKEMA METODE PENELITIAN



BAB V

PENUTUP

Bab ini menyajikan hasil dari pembahasan skripsi yang berjudul “Desain Kendali Optimal Tipe Linear *Quadratic* untuk sistem Linear *Time Invariant (LTI)*” dalam bentuk kesimpulan serta terdapat beberapa saran dari penulis untuk pembaca yang ingin mempelajari atau melanjutkan penulisan skripsi ini ke depannya. Adapun kesimpulan dan saran yang dimaksud adalah sebagai berikut.

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan kontruksi desain kendali optimal pada sistem dinamik waktu kontinu dan simulasinya dapat diambil kesimpulan sebagai berikut

1. Kendali optimal pada suatu sistem merupakan usaha untuk memaksimalkan kinerja sistem atau indeks performa dengan kendali yang telah ditentukan dengan tujuan meminimalkan biaya dan waktu pada proses pengendalian yang dilakukan. Indeks performa merupakan suatu fungsi yang dapat menunjukkan seberapa besar kinerja sistem yang sesungguhnya sesuai dengan kinerja yang diinginkan. Masalah kendali optimal adalah untuk mencari kendali *input* $u^*(t)$ pada interval waktu $[t_0, T]$ yang membuat sistem yang ditentukan melintas sepanjang lintasan $x^*(t)$ sedemikian sehingga fungsi biaya dapat diminimumkan. Jika desain kendali tersebut dapat menyebabkan biaya dan waktu pengendalian yang minimum, maka desain kendali tersebut dikatakan telah optimal.
2. Permasalahan umum kendali optimal pada sistem yaitu mencari solusi optimal masalah *regulator* yang bertujuan untuk menstabilkan sistem

dengan variabel/output agar tetap kecil dengan menggunakan teknik kendali *Linear Quadratic Regulator*. Solusi dari analisis masalah tersebut ditunjukkan oleh Tabel 3.2 yaitu sebagai berikut.

Tabel 3.2. *Linear Quadratic Regulator* kontinu dengan keadaan akhir bebas

Model sistem :	$\dot{x} = Ax + Bu, \quad t \geq t_0$
Indeks performa :	$J(t_0) = \frac{1}{2} x^T(T)S(T)x(T) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T (x^T Q x + u^T R u) dt$
Asumsi :	$S(T) \geq 0, Q \geq 0, R > 0$, dengan ketiganya simetris
Kendali <i>feedback</i> optimal :	$\begin{aligned} -\dot{S} &= A^T S + S A - S B R^{-1} B^T S + Q, \quad t \leq T, \\ &\text{diberikan } S(T) \\ K &= R^{-1} B^T S \\ u &= -K x \\ J^*(t_0) &= \frac{1}{2} x^T(t_0) S(t_0) x(t_0) \end{aligned}$

3. Masalah *tracking* bertujuan untuk memaksa output dari sistem agar output yang dihasilkan sesuai trayektori yang diinginkan dengan menggunakan teknik kendali *Linear Quadratic Tracking*. Hasil dari analisis permasalahan tersebut ditunjukkan oleh Tabel 3.3 sebagai berikut.

Tabel 3.3. *Tracker Linear* kuadratik kontinu

Model sistem : $\dot{x} = Ax + Bu, t > t_0$

Indeks performa :

$$\begin{aligned} J(t_0) = & \frac{1}{2} (Cx(T) - r(T))^T P (Cx(T) - r(T)) \\ & + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [(Cx - r)^T Q (Cx - r) + u^T R u] dt, \end{aligned}$$

Asumsi :

$$P \geq 0, Q \geq 0, R > 0 \text{ simetris}$$

Kendali *affine* optimal :

$$\begin{aligned} K(t) &= R^{-1} B^T S(t) \\ -\dot{S} &= A^T S + SA - SBR^{-1} B^T S + C^T QC, \\ S(T) &= C^T PC \\ -\dot{v} &= (A - BK)^T v + C^T Qr, \\ v(T) &= C^T r(T)P \\ u &= -Kx + R^{-1} B^T v \end{aligned}$$

4. Untuk simulasi kendali optimal model sistem suspensi mobil, berdasarkan hasil analisis serta grafik kendali menunjukkan bahwa teknik kendali Linear *Quadratic regulator* dapat mengoptimalkan kendalinya dengan hasil memuaskan dibanding tanpa menggunakan teknik pengendalian.

5.2. Saran

Berdasarkan hasil penulisan skripsi, penulis memberikan beberapa saran kepada pembaca yaitu sebagai berikut.

1. Dalam pengoptimalan kendali digunakan sistem Linear *Time invariant* (*LTI*), dimana sistem tersebut masih sangat sederhana dibanding sistem

Time Varying yang ruang lingkupnya lebih luas. Bagi pembaca yang ini mengembangkan skripsi ini dapat menggunakan sistem tersebut agar penyelesaian masalahnya dapat lebih kompleks.

2. Dalam skripsi ini, pembahasan tentang masalah kendali optimal *tracking* dirasa masih kurang terperinci. Oleh karena itu, pembaca dapat melanjutkan penelitian khususnya pada masalah *tracking* lebih rinci lagi pada sub-sub analisis kendalinya.
3. Untuk bagian simulasi di dalam skripsi ini, masih banyak pengasumsian data pada parameter yang digunakan namun masih merujuk jurnal yang jelas. Jadi para pembaca dapat melanjutkan dengan menggunakan sistem yang memiliki data konkret sebagai penyelesaian solusi sistemnya.
4. Sistem suspensi mobil yang digunakan pada bagian simulasi masih menggunakan suspensi mobil Toyota Kijang Grand. Mobil tersebut merupakan mobil keluaran tahun 90an yang sudah cukup lama produksinya dibanding mobil-mobil modern masa kini yang sistem suspensinya sudah tidak menggunakan sistem pegas lagi. Jadi para pembaca dapat melanjutkan dengan menggunakan sistem suspensi mobil yang lebih modern untuk menunjukkan hasil kinerja perancangan kendali optimal sistem.
5. Pada simulasi masalah *regulator*, pencarian nilai matriks Q dan R masih dilakukan dengan cara *trial and error* yang merupakan metode klasik dan cukup lama untuk mencari nilai matriks-matriks tersebut menggunakan metode ini. Penulis mengambil nilai matriks-matriks tersebut berdasarkan yang sudah tertera pada jurnal. Sehingga diharapkan penelitian ini dapat

dilanjutkan dengan pencarian nilai matriks Q dan R menggunakan metode yang lebih baik lagi.

6. Pada skripsi ini, masih belum terdapat simulasi bagian *tracking* karena penulis kesulitan menemukan referensi lain yang sesuai untuk dijadikan bahan simulasi. Hal tersebut dapat dilanjutkan bagi pembaca jika ingin menjadikan skripsi ini sebagai bahan penelitian tugas akhir atau sebagainya.



Hukum kendali optimal : $-\dot{S} = A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q$, $t \leq T$, $S(T)$ diberikan

$$K = R^{-1}B^T S$$

$$-\dot{V} = (A - BK)^T V \quad t \leq T \quad V(T) = C^T$$

$$\dot{P} = V^T BR^{-1}B^T V, \quad t \leq T, \quad P(T) = 0$$

$$u = -(K - R^{-1}B^T VP^{-1}V^T)x - R^{-1}B^T VP^{-1}r(T).$$

Dengan membandingkan (3.101) dengan (3.41), diketahui bahwa $-P(t)$ merupakan seperti *wighted reachability gramian*. Periksalah (3.43) untuk mengetahui bahwa istilah tambahan di $u(t)$ dalam Tabel 3.4 hanya merupakan tipe kendali *state* akhir tetap, yang menjamin bahwa di waktu akhir $Cx(T)$ sama dengan $r(T)$ yang diinginkan.

Jika $C = 0$, kendali di dalam Tabel 3.4 mengurangi kendali *state* akhir bebas di dalam Tabel 3.2. Jika $C = I$, maka akan mengurangi formulasi *feedback* terhadap kendali *state* akhir tetap di (3.43). Jika $|P(t)| = 0$ untuk semua $t \in (t_0, T)$, masalahnya menjadi tak normal dan tak ada solusi. Nonsingular pada $P(t)$ merupakan kondisi *reachability* di *subspace* tertentu pada *state space* R^n . Diperlukan sebuah porsi dari *state space* yang terjangkau (*reachable*) jika ingin membawa $Cx(T)$ ke nilai tertentu di waktu $t = T$.

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, O., D., Brian & Moore, B., Jhon., 1989, *Optimal Control Linear Quadratic Methods*, New York: Prentice Hall, Inc.
- Anton, H, 2005. *Elementary Linear Algebra ninth edition* , New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Arifin, Fatchul, 2006, *Perancangan dan Simulasi Sistem Suspensi Mobil Berbasis Kendali Optimal*, Yogyakarta: Fakultas teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.
- Athans, Michael and Falb, L., Peter, 1966, *Optimal Control*, New York: McGraw-Hill Inc.
- Brogan, W. L., 1991, *Modern Control Theory 3th Edition* , Las Vegas: Prentice Hall.
- Distefano, J., J., & Williams, J., I., 1996, *Sistem Pengendalian dan Umpanbalik*, Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Heij, C., Ran, A., 2007, *Introduction to Mathematical System Theory, Linear System, Identification and Control*, Birkhauser Verlag, Berlin.
- Hidayah, Fahmi, 2013, *Perancangan dan Implementasi Pengaturan Kecepatan Motor Tiga Fasa pada Mesin Sentrifugal dengan Menggunakan Metode Linear Quadratic Tracking (LQT)*, Surabaya: Fakultas teknik, Institut Teknologi Sepuluh November.

- Lewis, L., F., 2012, *Optimal Control Third Edition*, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Luenberger, D. G., 1979, *Introduction to Dynamic System Theory, Model and Applications*, New York: John Wiley & Sons.
- Musthofa, Wakhid, 2015, *Pengantar Teori Sistem dan Kendali*, Yogyakarta: Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
- Ogata, K., 2004, *System Dynamics Fourth Edition*, New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Olsder, G., 2003, *Mathematical System Theory Second Edition*, Delft: Delft University Press.
- Purcell, E. J., & Varberg, D., 2005, *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid I Edisi Keempat*, Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Purcell, E. J., & Varberg, D., 2008, *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid I Edisi Kesembilan*, Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Susanta, B., 2008, *Sistem Kendali dengan Format Vektor Matriks*, Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Subiono, 2008, *Matematika Sistem*, Jurusan Matematika ITS, Surabaya.
- Sucipto, Erwin, 1994, *Matematika untuk Teknik*, Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Riyanto, Andi, 2015, Metode Lyapunov, Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga.

LAMPIRAN 1

Perintah MATLAB R2013a untuk mensimulasikan pergerakan suspensi mobil saat terjadi guncangan dengan menggunakan kontrol optimal.

```
A = [0 1 0 0;-5 -2.5 5 2.5;0 0 0 1;100 50 -230 -50];  
B = [0;0;0;1];  
K = [38.3     68.2    -38.3    2.6];  
t = 0:0.01:20;  
syst = ss(A-B*K, eye(4), eye(4), eye(4));  
a = initial(syst,[0;1;1;1],t);  
a1 = [1 0 0 0]*a';  
a2 = [0 1 0 0]*a';  
a3 = [0 0 1 0]*a';  
a4 = [0 0 0 1]*a';  
plot(t,a1);  
grid xlabel('t(sec)');  
ylabel('output(y=x1)');  
title('Grafik model suspensi mobil dengan Kontrol');
```

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

LAMPIRAN 2

Perintah MATLAB R2013a untuk mensimulasikan pergerakan suspensi mobil saat terjadi guncangan tanpa menggunakan kontrol optimal.

```
A = [0 1 0 0;-5 -2.5 5 2.5;0 0 0 1;100 50 -230 -50];  
B = [0;0;0;1];  
t = 0:0.01:20;  
syst = ss(A, eye(4),eye(4),eye(4));  
a = initial(syst,[0;1;1;1],t);  
a1 = [1 0 0 0]*a';  
a2 = [0 1 0 0]*a';  
a3 = [0 0 1 0]*a';  
a4 = [0 0 0 1]*a';  
plot(t,a1);  
grid xlabel('t(sec)');  
ylabel('output(y=x1)');  
title('Grafik model suspensi mobil tanpa Kontrol');
```

CURRICULUM VITAE

A. Biodata Pribadi



Nama Lengkap : Ahmad Faiz Albar
Jenis Kelamin : Laki-laki
Tempat, Tanggal Lahir : Rengat, 10 Juli 1996
Alamat Asal : Perum. Peputra Raya Jl. Kelapa Blok G
No. 67, Kab. Kampar, Riau
Alamat Tinggal : Demangan GK I No. 178, Gondokusuman,
Yogyakarta
Email : faiz14251@gmail.com
No. HP : 085311621436

B. Latar Pendidikan Formal

Jenjang	Nama Sekolah	Tahun
TK	TK Islam Plus YLPI Kota Pekanbaru	2001
SD	SDN 018 Bukit Raya Kampar	2002
SMP	SMP Islam Plus YLPI Kota Pekanbaru	2008
SMA	MAN 2 Model Pekanbaru	2011
S1	UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta	2014