PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER REGRESI TERPOTONG ATAS DENGAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD DAN METODE BAYES

SKRIPSI

Untuk memenuhi sebagian persyaratan mencapai derajat
Sarjana S-1

Program Studi Matematika

diajukan oleh:

UMNIYAH RIHADATUL AISY

15610032

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Kepada:

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2019

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : persetujuan skripsi
Lamp : -

Kepada Yth.,
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Umniyah Rihadatul Aisy
NIM : 15610032
Judul Skripsi : Perbandingan Estimasi Parameter Regresi Terpotong Atas dengan Metode maksimum Likelihood dan Metode Bayes

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi atau tugas akhir saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta, 8 Februari 2019

Pembimbing,

M. Farhan Qudratullah, M.Si
NIP. 19790922 200801 1 011

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-553/Un.02/DST/PP.00.9/02/2019

Tugas Akhir dengan judul : PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER REGRESI TERPOTONG ATAS DENGAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD DAN METODE BAYES

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : UMNIYAH RIHADATUL AISY
Nomor Induk Mahasiswa : 15610032
Telah diujikan pada : Kamis, 14 Februari 2019
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si
NIP. 19790922 200801 1 011

Penguji I

Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 19750912 200801 2 015

Penguji II

Malahayati, S.Si., M.Sc
NIP. 19840412 201101 2 010

Yogyakarta, 14 Februari 2019
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
DEKAN

Dr. Murtono, M.Si.
NIP. 19691212 200003 1 001

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Umniyah Rihadatul Aisy
NIM	: 15610032
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 8 Februari 2019

Yang Menyatakan

Umniyah Rihadatul Aisy

NIM. 15610032

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya ini kupersembahkan untuk Bapak dan Ibu tercinta, Mahnun Husein dan Nur Kholifah yang selalu mempersembahkan untaian bait doa dan semangat untuk putri kecilmu ini dengan balasan kata "Bapak, Ibu, Aku tidak akan pernah menyerah, Aku berjanji"

Untuk Adik-adikku, Jihan Bahirotul Aisy dan Muhammad Hilmi Amrullah, terima kasih untuk segala dukungan dan kalimat pantang menyerah yang telah kalian utarakan kepadaku.

Keluarga Besar Matematika angkatan 2015 UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, terima kasih atas kekeluargaan yang hebat ini.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Beserta almamater tercinta,

Program Studi Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

MOTTO

وَعَسَىٰ أَنْ تَكْرَهُوا شَيْئًا وَهُوَ خَيْرٌ لَكُمْ ۖ وَعَسَىٰ أَنْ تُحِبُّوا شَيْئًا وَهُوَ شَرٌّ لَكُمْ ۗ وَاللَّهُ يَعْلَمُ وَأَنْتُمْ لَا تَعْلَمُونَ (البقرة: 216)

"Boleh jadi kamu membenci sesuatu, padahal ia amat baik bagimu, dan boleh jadi (pula) kamu menyukai sesuatu, padahal ia amat buruk bagimu; Allah mengetahui, sedang kamu tidak mengetahui." (Al-Baqarah: 216)

"Kekalahan itu tidak memalukan, yang memalukan adalah menyerah"

Syair Al-Burdah:

"Begitu tulus nasihatmu tapi tak kudengar semuanya, karena untuk para pencaci, sang pencipta tuli telinganya"

"Menolak Menyerah"

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT pencipta alam semesta yang selalu melimpahkan kenikmatan dan karunia, sehingga penulis dapat menyelesaian tugas akhir ini yang berjudul "Perbandingan Estimasi Parameter Regresi Terpotong Atas dengan Metode Maksimum Likelihood dan Metode Bayes" guna memperoleh gelar sarjana S-1 Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Shalawat dan salam senantiasa dicurahkan kepada Nabi Agung Muhammad SAW, pembawa cahaya dan syafaat untuk kehidupan di dunia maupun akhirat.

Penulis menyadari tugas akhir ini tidak akan selesai tanpa motivasi, bantuan, bimbingan, dan arahan dari berbagai pihak baik moril maupun materiil.Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan rasa terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada:

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

1. Bapak Dr. Murtono, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si, selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta sekaligus Dosen Pembimbing Akademik Matematika angkatan 2015.

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

3. Bapak M. Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si sebagai Dosen Pembimbing Skripsi yang telah meluangkan waktu untuk memotivasi dan memberikan arahan sehingga tugas akhir ini dapat terselesaikan.
4. Bapak Mahnun Husein dan Ibu Nur Kholifah yang telah memberikan dukungan, semangat, cinta, dan doa hingga selesainya tugas akhir ini.
5. Bapak/Ibu Dosen dan Staf Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta atas ilmu, bimbingan, dan pelayanan selama perkuliahan sampai penyusunan tugas akhir ini selesai.
6. Adik-adikku Jihan Bahirotul Aisy dan Muhammad Hilmi Amrullah yang turut memberikan kalimat pantang menyerah dan doa untuk penyusunan tugas akhir ini sampai selesai.
7. Keluarga besar Matematika 2015 yang telah menjadi bagian dari seluruh perjalanan dari awal semester hingga akhir semester, semoga kekeluargaan ini bertahan selamanya.
8. Sahabat Penulis, Risma Nur Sukmawati, Wilda Ari Setyorini, Wahyu Suryadi, A'as Ased Fajar Baskoro, M. Fauzan Rinaldi yang selalu menyemangati, menemani, dan mendukung Penulis hingga selesainya tugas akhir ini.
9. Sahabat Perantauan, Eka Nur Vanti, Nike Yunianti, Armelia Eka Septiarini Agustin Wijayanti yang telah

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

menjadi keluarga kedua di perantauan ini dan yang selalu memberikan dukungan serta semangat.

10. Sahabat boros, Ijtaba Arzaqul Husna dan Luqyana Khalda Aesa, yang selalu memastikan penulis tidak kelaparan selama penyusunan tugas akhir ini dan tidak pernah lelah memberikan dukungan.
11. Sahabat hidup, demokrat, yang selalu menemani, memberikan doa dan dukungan, serta mau direpotkan selama penyusunan tugas akhir ini.
12. Keluarga KKN 115, Daniar, Biba, Fia, Takhta, Oyyi, Hardi, Sahal, Salam, dan Furqon yang selalu memberikan motivasi, kesegaran psikis, dan semangat sampai terselesaikannya tugas akhir ini.
13. Sahabat kecil, Titin Dwijayanti dan Sidha Dhaneswara Shanti, yang telah menemani lewat doa, masukan, dan dukungan selama penyusunan tugas akhir. Serta "kakak" yang telah rela penulis repotkan sampai selesainya tugas akhir ini.

Semoga kebahagian, kesehatan, perlindunganNya, dan doa terbaik selalu menyertai langkah orang-orang ini. *Aamin.*

Yogyakarta, 8 Februari 2019

Penulis

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL i
HALAMAN PERSETUJUAN ii
HALAMAN PENGESAHAN iii
HALAMAN PERNYATAAN iv
HALAMAN PERSEMBAHAN v
MOTTO vi
KATA PENGANTAR vii
DAFTAR ISI x
DAFTAR TABEL xiv
DAFTAR GAMBAR xv
DAFTAR LAMPIRAN xvi
DAFTAR SIMBOL xviii
INTISARI xx
ABSTRACT xxii
BAB I PENDAHULUAN **1**
1.1 Latar Belakang Masalah 1
1.2 Rumusan Masalah 7
1.3 Batasan Masalah 8
1.4 Tujuan Penelitian 9
1.5 Manfaat Penelitian 9
1.6 Tinjauan Pustaka 11
1.7 Sistematika Penulisan 15

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

BAB II LANDASAN TEORI **18**
2.1 Teori Probabilitas 18
2.1.1 Pengertian Probabilitas 18
2.1.2 Probabilitas (Peluang) 19
2.1.3 Probabilitas Bersyarat 20
2.2 Variabel Random 23
2.3 Distribusi Probabilitas 24
2.4 Distribusi Normal 25
2.5 Distribusi Normal Terpotong 28
2.6 Distribusi Normal Terpotong Atas 30
2.7 Ekspektasi dan Variansi 31
2.7.1 Ekspektasi 31
2.7.2 Variansi 32
2.8 Turunan 33
2.9 Analisis Regresi 36
2.10 Metode Maksimum Likelihood 38
2.11 Estimasi Parameter 42
2.12 Metode Newton Rapshon 46
2.13 Metode Bayes 52
2.13.1 Distribusi Prior 52
2.13.2 Distribusi Posterior 54
2.14 Fungsi Gamma 60
2.15 *Bayesian Marcov Chain Monte Carlo* (MCMC) 64
2.16 *Mean Square Eror* 67
BAB III METODOLOGI PENELITIAN **69**

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

3.1 Metode Penelitian 69
3.2 Metode Pengumpulan Data 69
3.3 Variabel Penelitian dan Software Penelitian 70
3.4 Metode Analisis Data 71
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 74
4.1 Regresi Terpotong Atas 74
4.2 Ekspektasi dan Variansi Regresi Terpotong Atas 75
4.3 Model Regresi Terpotong Atas 90
4.4 Estimasi Parameter Regresi Terpotong Atas 91
4.4.1 Estimasi Parameter Regresi Terpotong Atas dengan MML 92
4.4.2 Estimasi Parameter Regresi Terpotong Atas dengan Metode Bayes 104
BAB V STUDI KASUS 117
5.1 Uji Normalitas 122
5.2 Estimasi Regresi Terpotong Atas dengan MML 123
5.2.1 Uji Parsial Koefisien 125
5.2.2 Uji Kelayakan Model 131
5.2.3 Uji Parsial Koefisien (Tanpa Intersep) 132
5.2.4 Penerapan Model 136
5.2.5 MSE 138
5.3 Estimasi Parameter Regresi Terpotong Atas dengan Metode Bayes 139
5.3.1 Uji Bayes 139
5.3.2 Uji Parsial Koefisien 142
5.3.3 Uji Kelayakan Model 149

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

5.3.4 Uji Parsial Koefisien (Tanpa Intersep) 150
5.3.5 Penerapan Model 154
5.3.6 MSE 156
5.4 Perbandingan Estimasi Regresi Terpotong Atas antara MML dan Bayes 157
BAB VI PENUTUP 160
6.1 Simpulan 160
6.2 Saran 165
DAFTAR PUSTAKA 166
LAMPIRAN-LAMPIRAN 171
CURRICULUM VITAE 19

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka 13

Tabel 2.1 Ringkasan Iterasi Metode Newton Rapshon 51

Tabel 5.1 Data AHS, Lama Sekolah, AHH dan IPM Kab/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016..... 120

Tabel 5.2 Ringkasan Output Uji Normalitas 122

Tabel 5.3 Ringkasan Output Koefisien Parameter dengan MML 124

Tabel 5.4 Ringkasan Output Koefisien Parameter dengan MML (Tanpa Intersep) 129

Tabel 5.5 Anova 131

Tabel 5.6 Ringkasan Output Koefisien Parameter dengan Metode Bayes..... 143

Tabel 5.7 Ringkasan Output Koefisien Parameter dengan Metode Bayes (Tanpa Intersep) 148

Tabel 5.8 Anova 150

Tabel 5.9 Perbandingan Estimasi Parameter 158

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Kurva Distribusi Normal 26

Gambar 2.2 Kurva Distribusi Normal Terpotong Atas 30

Gambarr 3.1 *Flowchart* Penelitian 73

Gambar 5.1 *Dynamic Trace* 140

Gambar 5.2 *Time Series* 141

Gambar 5.3 *Kernel Density* 142

Gambar 5.4 Perbandingan data *Y* dengan grafik garis 157

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Output Eviews10 (Distribusi Normal) 173

Lampiran 2 Output Eviews10 untuk MML 174

Lampiran 3 Output Eviews10 untuk MML (Tanpa Intersep)..... 175

Lampiran 4 Winbugs Script Regresi Terpotong Atas dengan Metode Bayes 176

Lampiran 5 R Script Regresi Terpotong Atas dengan Metode Bayes..... 177

Lampiran 6 Output R Script Regresi Terpotong Atas dengan Metode Bayes 178

Lampiran 7 R Script untuk Metode Bayes (Tanpa Intersep)..... 180

Lampiran 8 Output R untuk Metode Bayes (Tanpa Intersep)..... 181

Lampiran 9 Data IPM Kab/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016 183

Lampiran 10 Data AHS Kab/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016..... 185

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

Lampiran 11 Data Lama Sekolah Kab/Kota Provinsi Jawa Timur 2016 187

Lampiran 12 Data AHH Kab/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016 189

Lampiran 13 Perhitungan Anova dari MML 191

Lampiran 14 Perhitungan Anova dari Metode Bayes 192

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

DAFTAR SIMBOL

$f(y|Y < a, \mu, \sigma^2)$ = Fungsi Densitas Normal Terpotong Atas

$f(y)$ = Fungsi Densitas Normal

a = Batas Nilai Variabel Dependen

$\Phi(z)$ = Distribusi Kumulatif Z

$\phi(z)$ = Fungsi Densitas Distribusi Normal Standar

$E(Y)$ = Nilai Ekspektasi dari Variabel Random Y

$Var\ (Y)$ = Variansi dari Variabel Random Y

σ = Standar Deviasi

μ = Mean

σ^2 = Varians

$\sim$ = Berdistribusi

L = Likelihood

n = Jumlah Data Sampel

∂ =Diferensial

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

G_t	= Gradien Derivatif Pertama
H_t	= Matriks Hassian
$I(\beta)$	= Informasi Fisher
$f(u)$	= Metode *Jeffrey*
$p(\beta, \sigma)$	= Distribusi Prior
$\propto$	= Sebanding
$p(\theta, \sigma \mid y)$	= Distribusi *Joint* Posterior
$p(\beta \mid (y \mid y < a), \sigma)$	= Distribusi Posterior
$g(\beta \mid (y \mid y < a), \sigma)$	= Distribusi Marginal
Γ	=Fungsi Gamma

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER REGRESI TERPOTONG ATAS DENGAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD DAN METODE BAYES

Oleh: Umniyah Rihadatul Aisy (15610032)

INTISARI

Statistika parametrik adalah suatu penggunaan teknik yang didasarkan pada asumsi bahwa data yang diambil mempunyai distribusi normal dan jenis data yang digunakan interval atau rasio. Adapun analisis yang termasuk dalam statistika parametrik yang biasa digunakan untuk menarik kesimpulan maupun melakukan estimasi adalah analisis regresi. Analisis regresi merupakan suatu alat analisis yang digunakan untuk melihat hubungan antar variabel yaitu antara variabel dependen dengan variabel independen. Dalam beberapa penelitian, variabel dependen dibatasi pada titik tertentu misalnya a untuk memenuhi tujuan penelitian. Pembatasan tersebut menjadikan distribusi datanya berubah dan menjadikan regresinya terpotong.

Pada penelitian ini, meneliti mengenai regresi terpotong atas yaitu $Y < a$, dimana regresi terpotong atas tersebut diestimasi dengan metode maksimum likelihood dan metode Bayes. Metode maksimum likelihood tersebut sepenuhnya mengandalkan proses inferensi pada data sampel yang diambil dari populasi, sedangkan untuk metode Bayes disamping memanfaatkan data sampel yang diambil dari populasi juga memperhitungkan suatu distribusi awal yang disebut distribusi prior. Selanjutnya, kedua metode tersebut digunakan untuk mengetahui pengaruh angka harapan sekolah terhadap indeks pembangunan manusia Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016 yang dievaluasi dengan nilai *Mean Square Eror* (MSE).

Adapun hasil yang diperoleh pada metode maksimum likelihood, nilai parameter $\widehat{\beta_1}$ =1,6455, $\widehat{\beta_2}$ = 1,7957, $\widehat{\beta_3}$ =

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

0,4898 dan $\sigma = 2{,}6521$, sedangkan pada metode Bayes, diperoleh nilai parameter $\widehat{\beta_1}$ =1,5651, $\widehat{\beta_2}$ = 1,6593, $\widehat{\beta_3}$ = 0,5144 dan $\sigma = 1{,}1545$. Selain itu, diperoleh nilai MSE dari metode maksimum likelihood sebesar 1,3288, sedangkan nilai MSE dari metode Bayes adalah 0,9106. Sehingga estimasi parameter regresi terpotong atas dengan menggunakan metode Bayes lebih baik daripada menggunakan metode Maksimum Likelihood.

Kata kunci: *Mean Square Eror,* Metode Bayes, Metode Maksimum Likelihood, Regresi Terpotong Atas.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

THE COMPARISON OF RIGHT TRUNCATED REGRESSION PARAMETER ESTIMATION WITH LIKELIHOOD MAXIMUM METHOD AND BAYES METHOD

By: Umniyah Rihadatul Aisy (15610032)

ABSTRACT

Parametric statistics is the use of technique based on the assumtion that the data taken has a normal distribution and the type of data used is interval or ratio. While the analysis included in parametric statistics which is commonly used to draw conclusion and make estimation is regression analysis. Regression analysis is an analytical tool used to see the relationship between variables, that is between the dependent variable and the independent variable. In several studies, dependent variable is limited by a certain point for example *a* to meet the research objectives. This limitation changes the data and truncated regression.

In this study, examine the right truncated regression that is $Y < a$ where the right truncated regression is estimated by the Likelihood Maximum Method and Bayes Method. The likelihood maximum method entirely relies on inference processes on data sample taken from the population. While in the Bayes method, besides using sample data taken from population, it also takes into account an initial distribution called prior distribution. Then both of these methods used to find out the effect of school expectation number on the human development index in the distric of East Java in 2016 which is evaluated by value *Mean Square Error (MSE).*

The result obtained in the Likelihood Maximum Method, the parameter values $\widehat{\beta_1}$ =1,6455, $\widehat{\beta_2}$ = 1,7957, $\widehat{\beta_3}$ = 0,4898 and σ = 2,6521, whereas in the Bayes Method the parameter values $\widehat{\beta_1}$ =1,5651, $\widehat{\beta_2}$ = 1,6593, $\widehat{\beta_3}$ = 0,5144 and σ = 1,1545. The MSE values by using Likelihood maximum

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

Method is 1,3288 while MSE values by using Bayes Method is 0,9106. Therefore, according to Mean Square Error criteria measurement, right truncated regression parameter estimation by using Bayes Method is better than by using Likelihood Maximum Method.

Key words : Bayes Method, Likelihood Maximum Method, *Mean Square Error,* Right Truncated Regression.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Statistika adalah suatu cabang ilmu pengetahuan yang mempelajari bagaimana mengumpulkan data, menyajikan, menganalisis, dan menarik kesimpulan (Taram, 2015). Sedangkan menurut (Qudratullah, 2013), statistika adalah suatu disiplin ilmu yang mempelajari sekumpulan konsep dan metode pengumpulan, penyajian, analisis, dan interpretasi data, sampai pada pengambilan keputusan pada situasi dimana terdapat ketidakpastian.

Statistika menurut tingkat atau tahapan kegiatannya dibagi menjadi dua kelompok, yaitu statistika deskriptif dan statistika inferensia (Khasanah, 2016). Dimana statistika deskriptif adalah statistika yang dimulai dari menghimpun data, menyusun atau mengatur data, mengolah data, menyajikan data, menganalisa data angka, guna memberikan gambaran tentang suatu gejala, peristiwa, atau keadaan. Sedangkan statistika inferensia adalah statistika yang menyediakan aturan atau cara yang dapat digunakan untuk menarik kesimpulan, membuat ramalan, dan penaksiran. Dengan kata lain, statistika inferensia adalah metode yang berhubungan dengan analisis data pada sampel dan hasilnya

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

dipakai untuk generalisasi pada populasi yang bertujuan untuk melakukan estimasi, menguji hipotesis, dan mengambil keputusan (Nisfiannoor, 2009).

Pada statistika inferensia itu sendiri, baik untuk menarik kesimpulan, membuat ramalan, melakukan estimasi, dan penaksiran dalam penggolongannya dibagi ke dalam dua golongan, yaitu: statistika parametrik dan statistika non parametrik (Nisfiannoor, 2009). Statistika parametrik adalah suatu penggunaan teknik yang didasarkan pada asumsi bahwa data yang diambil mempunyai distribusi normal dan jenis data yang digunakan interval atau rasio. Sedangkan statistika non parametrik adalah suatu penggunaan teknik yang tidak mengharuskan data yang diambil mempunyai distribusi normal dan jenis data yang digunakan dapat nominal atau ordinal.

Adapun analisis yang termasuk dalam statistika parametrik yang biasa digunakan untuk menarik kesimpulan maupun melakukan estimasi adalah analisis regresi. Analisis regresi sendiri secara umum merupakan alat analisis statistik yang memanfaatkan hubungan antara dua variabel atau lebih dengan tujuan untuk membuat perkiraan atau prediksi yang dapat dipercaya untuk nilai suatu variabel (disebut variabel terikat atau dependen), jika nilai variabel lain yang berhubungan dengannya diketahui disebut sebagai variabel bebas atau independen (Qudratullah, 2013). Dengan kata lain,

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

analisis regresi merupakan suatu alat analisis yang digunakan untuk melihat hubungan antar variabel yaitu antara variabel dependen dengan variabel independen. Variabel dependen tersebut dipengaruhi oleh variabel independen. Apabila terdapat satu variabel independen yang memengaruhi satu variabel dependen disebut sebagai regresi linear sederhana, apabila terdapat dari dua atau lebih variabel independen yang memengaruhi satu variabel dependen disebut sebagai regresi linear berganda (Qudratullah, 2013). Dalam pengujian hipotesis maupun melakukan estimasi pada analisis regresi parametrik harus memenuhi asumsi distribusi normalitas seperti yang sudah dijelaskan pada pengertian dari statistika parametrik itu sendiri.

Pada suatu kasus tertentu pada penelitian, sering dijumpai bahwa variabel dependen *Y* pada analisis regresi linear dibatasi untuk tujuan memenuhi penelitian yang dilakukan. Sebagai contoh, apabila peneliti ingin melakukan penelitian mengenai pengaruh penggunaan bahan bakar terhadap kecepatan kendaraan bermotor, maka peneliti harus membatasi kecepatan kendaraan bermotor tersebut sebagai variabel dependen, misal sebesar 60 km/jam untuk mencapai tujuan penelitian, anggap saja tujuan penelitian untuk mengetahui tingkat ekonomis dalam penggunaan bahan bakar dengan pembatasan kecepatan 60 km/jam (Jalarno dan Ispriyanti, 2008). Sehingga pembatasan terhadap variabel

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

dependen Y mengakibatkan adanya perubahan pada persamaan analisis regresi linear yang menjadikan distribusi data tersebut juga berubah. Jika variabel dependen Y terbatas pada suatu titik tertentu dan variabel independen hanya diobservasi jika variabel dependen diobservasi, maka model regresi ini disebut model regresi terpotong (Puji, 2011). Adanya pemotongan tersebut menyebabkan terdapat tiga kemungkinan bentuk distribusi, yaitu, distribusi terpotong bawah, distribusi terpotong atas, dan distribusi terpotong atas-bawah. (Puji, 2011).

Selain dari faktor penggolongan statistika inferensia yang telah dijelaskan sebelumnya, statistika inferensia juga bertujuan untuk menarik kesimpulan dan pendugaan parameter. Pendugaan parameter atau disebut estimasi parameter merupakan suatu proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui, sehingga dengan suatu pendugaan, keadaan parameter populasi dapat diketahui (Hasan, 2001). Pendugaan parameter tersebut dapat berupa estimasi titik dan estimasi interval. Estimasi titik adalah suatu angka tunggal yang dapat dianggap sebagai nilai yang masuk akal bagi θ yang diperoleh dengan memilih statistika yang tepat dan menghitung nilainya dari data sampel. Sedangkan estimasi interval adalah sutau sebaran nilai-nilai yang digunakan untuk mengestimasi θ (Harinaldi, 2005).

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Estimasi titik dapat dilakukan dengan dua metode yaitu metode klasik dan metode Bayes. Metode klasik mendasarkan inferensi pada data sampel yang diambil dari populasi, salah satu metode yang digunakan dalam metode klasik adalah metode maksimum likelihood. Sedangkan metode Bayes merupakan metode yang menggabungkan informasi prior dengan pengamatan di dalam percobaan yang menghasilkan sebaran posterior (Pereira, 1999). Sebaran posterior tersebut diperoleh dari informasi dalam distribusi prior yang dikombinasikan dengan informasi data sampel melalui teorema Bayes yang selanjutnya menjadi dasar untuk inferensi didalam metode Bayes (Berger, 1990).

Oleh karena itu, pada penelitian ini, penulis akan meneliti mengenai distribusi terpotong atas yang akan memunculkan model regresi terpotong atas yang terbatas pada suatu titik sebut saja titik a. Dimana dalam mengestimasi parameter regresi terpotong atas tersebut dipilih menggunakan metode maksimum likelihood dan metode Bayes. Metode maksimum likelihood tersebut sepenuhnya mengandalkan proses inferensi pada data sampel yang diambil dari populasi, sedangkan untuk metode Bayes disamping memanfaatkan data sampel yang diambil dari populasi juga memperhitungkan suatu distribusi awal yang disebut distribusi prior (Walpole dan Myres, 1995).

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Pada implementasinya, penulis mengambil masalah yang dapat dipecahkan dengan analisis regresi terpotong atas, yaitu untuk mencari keterhubungan antara angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup terhadap indeks pembangunan manusia pada tahun 2016 di Kabupaten/kota Provinsi Jawa Timur. Angka harapan sekolah merupakan indikator yang menggambarkan lamanya sekolah yang diharapkan akan dirasakan oleh anak di umur tertentu di masa yang akan datang. Sedangkan, rata-rata lama sekolah merupakan jumlah tahun yang digunakan oleh penduduk usia 15 tahun keatas dalam menjalani pendidikan formal. Dimana angka harapan sekolah dan rata-rata lama sekolah digunakan oleh pemerintah untuk mengukur pencapaian pembangunan manusia dari segi pendidikan. Untuk angka harapan hidup merupakan rata-rata perkiraan banyak tahun yang dapat ditempuh oleh seseorang selama hidup dan digunakan untuk mengukur pencapaian pembangunan manusia dari dimensi umur panjang serta hidup sehat. Sedangkan pembangunan manusia itu sendiri merupakan indikator penting untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia (masyarakat/penduduk). Apabila angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup di suatu daerah tinggi, maka indeks pembangunan manusia juga tinggi, dimana diikuti dengan kualitas hidup manusia yang semakin baik. Begitu pula sebaliknya, apabila

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup di suatu daerah rendah, maka indeks pembangunan manusia juga rendah karena ukuran kualitas hidup manusia yang tidak baik. Data IPM tahun 2016 yang dikeluarkan oleh BPS, IPM Provinsi Jawa Timur berada di bawah angka IPM Indonesia, dimana IPM Indonesia mencapai angka 70,18 sedangkan IPM Provinsi Jawa Timur berada pada angka 69,74. Oleh karena itu, peneliti bermaksud ingin meneliti faktor yang memengaruhi indeks pembangunan manusia di Provinsi Jawa Timur pada tahun 2016 dari segi pendidikan dan segi kehidupan manusia yaitu angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang masalah diatas, diperoleh rumusan masalahnya sebagai berikut:

1. Bagaimana langkah-langkah estimasi parameter regresi terpotong atas menggunakan metode maksimum likelihood?
2. Bagaimana langkah-langkah estimasi parameter regresi terpotong atas menggunakan metode Bayes?
3. Bagaimana perbandingan estimasi parameter regresi terpotong atas antara metode maksimum likelihood dan metode Bayes dengan studi kasus angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup terhadap

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

indeks pembangunan manusia di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penulisan penelitian ini dibatasi oleh hal-hal sebagai berikut:

1. Regresi yang akan diestimasi adalah regresi linear yang terpotong atas dimana pemotongannya pada nilai tertentu yang disebut regresi terpotong atas.
2. Metode maksimum likelihood dan metode Bayes digunakan sebagai metode untuk mengestimasi model regresi terpotong atas.
3. Distribusi prior yang digunakan adalah distribusi prior noninformatif.
4. Penentuan distribusi prior noninformatif yang digunakan adalah dengan metode Jeffrey.
5. Penyelesaian estimasi parameter dengan metode Bayes setelah ditentukan distribusi posteriornya yaitu menggunakan bantuan metode MCMC dengan teknik simulasinya yaitu *Gibbs Sampler.*
6. Dalam mengevaluasi kriteria parameter yang baik menggunakan *Mean Square Error* (MSE).

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian dari penulisan tugas akhir sebagai berikut:

1. Mengetahui langkah-langkah dalam mengestimasi parameter regresi terpotong atas dengan menggunakan metode maksimum likelihood.
2. Mengetahui langkah-langkah dalam mengestimasi parameter regresi terpotong atas dengan menggunakan metode Bayes.
3. Membandingkan hasil estimasi parameter regresi terpotong atas antara menggunakan metode maksimum likelihood dan metode Bayes dengan studi kasus angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup terhadap indeks pembangunan manusia di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini sebagai berikut:

a. Bagi Penulis
    1. Dapat mengetahui dan mempelajari lebih dalam mengenai disiplin ilmu dari statistika yaitu analisis regresi terpotong atas.
    2. Dapat mengetahui tentang langkah dan hasil estimasi parameter regresi terpotong atas dengan

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

menggunakan metode maksimum likelihood dan metode Bayes yang kemudian dapat mengetahui perbandingan dari kedua metode tersebut.

3. Dapat mengaplikasikan model regresi terpotong atas dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan studi kasus yang memiliki tujuan tertentu.

b. Bagi Lembaga

1. Sebagai sumbangan pemikiran keilmuan di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Sebagai sumbangan pemikiran keilmuan Matematika khususnya pada bidang statistika di Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

c. Bagi Pembaca

1. Dapat memberikan pengetahuan dan gambaran mengenai langkah serta hasil dari estimasi parameter regresi terpotong atas dengan metode maksimum likelihood dan metode Bayes.
2. Dapat digunakan sebagai referensi untuk mengkaji model regresi yang lain yang kemudian dijadikan pengembangan penelitian selanjutnya.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

1.6 Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka pada penelitian mengenai estimasi parameter regresi terpotong atas dengan menggunakan metode maksimum likelihood dan metode Bayes, penulis peroleh dari hasil telaah melalui jurnal Matematika, buku, skripsi, maupun sumber lainnya yang berkaitan atau terdapat relevansi dengan obyek pembahasan. Adapun penelitian-penelitian yang berkaitan dengan penelitian yang penulis telaah adalah penelitian Yeni Rahmawati (2012) yang berjudul "Estimasi Parameter Model Regresi Terpotong Atas dengan Metode Bayes", dimana dalam penelitian tersebut menjelaskan mengenai langkah maupun hasil dari estimasi parameter regresi terpotong atas dengan metode Bayes yang diaplikasikan pada data untuk mengetahui hubungan antara banyaknya sarana medis terhadap banyaknya kematian bayi di Provinsi Jawa Timur.

Selain itu, terdapat pula penelitian yang relevan dengan penelitian yang penulis lakukan yaitu penelitian Ika Puji Astuti (2011) yang berjudul "Analisis Regresi Terpotong Atas Bawah dan Penerapannya", dimana penelitian tersebut membahas mengenai langkah dan hasil dari estimasi parameter analisis regresi terpotong atas bawah dengan metode maksimum likelihood yang diaplikasikan pada data untuk mengetahui hubungan antara modal usaha dan biaya

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

pemasaran terhadap besar penjualan per tahun dari 30 tempat usaha.

Penelitian lain yang merujuk pada penelitian penulis adalah penelitian Jeihan Ali Azhar (2012) yang berjudul ”Perbandingan Metode Bayes dan Metode Maksimum Likelihood dalam Mengestimasi Parameter Model Regresi Linear” dimana penelitian tersebut membahas tentang langkah dan hasil estimasi dari regresi linear menggunakan metode Bayes dan metode maksimum likelihood yang diaplikasikan pada bidang keuangan islam.

Penelitian yang berjudul ”Perbandingan Estimasi Parameter Regresi Terpotong Atas dengan Metode Maksimum Likelihood dan Metode Bayes” yang dilakukan oleh penulis terinspirasi dari ketiga tinjauan pustaka di atas.

Adapun detail perbedaan dari keempat penelitian di atas dapat dilihat pada tabel 1.1 sebagai berikut:

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No	Nama Peneliti	Model Regresi	Metode Estimasi	Studi Kasus
1.	Yeni Rahmawati	Regresi Terpotong Atas	Metode Bayes	Kematian Bayi di Provinsi Jawa Timur
2.	Ika Puji Astuti	Regresi Terpotong Atas Bawah	Metode Maksimum Likelihood	Besar Penjualan 30 Tempat Usaha
3.	Jeihan Ali Azhar	Regresi Linear	Metode Bayes dan Metode Maksimum Likelihood	Keuangan Islam
4.	Umniyah Rihadatul Aisy	Regresi Terpotong Atas	Metode Maksimum Likelihood dan Metode Bayes	Indeks Pembangunan Manusia Provinsi Jawa Timur tahun 2016

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Penelitian yang dilakukan penulis adalah perluasan dari tinjauan pustaka ketiga, dimana penelitian Jeihan Ali Azhar mengenai estimasi regresi linear, sedangkan penelitian yang dilakukan penulis adalah estimasi regresi linear terpotong atas. Selain itu, perbedaan penelitian yang penulis lakukan dengan tinjauan pustaka pertama adalah terletak pada metode yang dilakukan, dimana pada penelitian yang dilakukan oleh Yeni Rahmawati untuk mengestimasi regresi terpotong atas hanya dengan metode Bayes, sedangkan pada penelitian yang penulis lakukan ditambah dengan metode maksimum likelihood sehingga dari kedua metode tersebut dibandingkan untuk memperoleh estimasi yang terbaik. Adapun perbedaan dengan tinjauan pustaka kedua yaitu terletak pada analisis regresi yang diteliti, dimana penelitian Ika Puji Astuti yaitu mengestimasi regresi terpotong atas bawah dengan menggunakan metode maksimum likelihood, sedangkan penelitian yang dilakukan oleh penulis yaitu mengestimasi regresi terpotong atas dengan dua metode (metode maksimum likelihood dan metode Bayes). Untuk studi kasusnya, penulis mengambil data dari bank data BPS Provinsi Jawa Timur untuk mengetahui hubungan angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup terhadap indeks pembangunan manusia Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah memahami penulisan mengenai penelitian ini secara keseluruhan, maka penulis memberikan gambaran dari sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini membahas mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini menyajikan landasan teori mengenai teori probabilitas yang mencakup pengertian probabilitas, probabilitas, dan probabilitas bersyarat, kemudian landasan teori mengenai variabel random, distribusi normal, distribusi normal terpotong, distribusi normal terpotong atas, ekspektasi dan variansi, turunan, analisis regresi, regresi terpotong atas, estimasi parameter, metode maksimum likelihood mencakup fungsi likelihood, metode Newton Rapshon, metode Bayes mencakup distribusi prior dan distribusi posterior, *Marcov Chain Monte Carlo,* dan *Mean Square Eror* (MSE). Dimana dari semua landasan teori tersebut diambil dari beberapa referensi yang terkait dengan masing-masing topik dalam landasan teori.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini mencakup metode penelitian yang dilakukan oleh penulis, metode pengumpulan data, data yang digunakan dalam studi kasus, jalan analisis yang dilakukan oleh penulis, dan *flowchart* sebagai ringkasan bagan analisis.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini berisi tentang perbandingan estimasi parameter regresi terpotong atas dengan menggunakan metode maksimum likelihood dan metode Bayes.

BAB V STUDI KASUS

Pada bab ini membahas tentang studi kasus perbandingan estimasi parameter dengan metode maksimum likelihood dengan metode Bayes untuk regresi terpotong atas yang diimplementasikan pada data mengenai angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016 sebagai variabel independen dan indeks pembangunan manusia Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016 sebagai variabel dependen yang kemudian akan diperoleh hubungan antara angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup terhadap indeks pembangunan manusia Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur pada tahun 2016. Berdasarkan standar yang ditetapkan oleh BPS (Badan Pusat

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Statistik) Provinsi Jawa Timur tahun 2016, indeks pembangunan manusia per Kabupaten/Kota di Jawa Timur dikategorikan rendah apabila berada di bawah garis normal IPM Provinsi Jawa Timur yaitu pada angka 69,74. Oleh karena itu, untuk mengimplementasikan regresi terpotong atas, variabel dependen Y atau indeks pembangunan manusia juga dibatasi dalam angka 69,74 ($Y < 69{,}74$). Sehingga data yang diambil hanya data Kabupaten/Kota yang indeks pembangunan manusia kurang dari 69,74.

BAB VI PENUTUP

Pada bab ini berisi mengenai kesimpulan dari pembahasan dan saran-saran yang membangun yang berkaitan dengan hasil dan pembahasan.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB VI

PENUTUP

6.1 Simpulan

Berdasarkan uraian pembahasan pada bab IV dan uraian studi kasus pada bab V, diperoleh kesimpulannya sebagai berikut:

1. Model regresi terpotong atas diestimasi menggunakan metode maksimum likelihood, dimana langkah-langkahnya sebagai berikut:
   a. Membentuk fungsi likelihood dari fungsi kepadatan peluang distribusi normal terpotong atas, dimana diperoleh fungsi likelihoodnya yaitu

$$\ln Lf(y_i|Y_i < a, \gamma, \theta) = -\frac{n}{2}\ln 2\pi + \frac{n}{2}\ln \theta^2 - n \ln \Phi(a\theta - X_i\gamma) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(Y_i\theta - X_i\gamma)^2$$

   b. Mendiferensialkan fungsi likelihood terhadap parameter θ dan γ, kemudian disamadenganken dengan 0 atau $G_t = 0$, sehingga diperoleh derivatif parsialnya sebagai berikut:

$$G_t = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{\theta} + a\lambda(a_i) - Y_i(Y_i\theta - X_i\gamma)\right] \\ \sum_{i=1}^{n}[X_i(Y_i\theta - X_i\gamma) - \lambda(a_i)X_i] \end{bmatrix}$$

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

Dimana $\lambda(a_i) = -\frac{\phi(a_i)}{\Phi(a_i)}$ dengan $a_i = (a\theta - X_i\gamma)$

c. Membentuk turunan kedua dari fungsi likelihood terhadap parameter θ dan γ untuk membentuk matriks Hessian, dikarenakan nilai $G_t = 0$ tidak memberikan penyelesaian pada masing-masing parameter karena masih terdapat parameter lain yang belum diketahui. Sehingga diperoleh matriks Hassian sebagai berikut:

$$H_t = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{1}{\theta^2} - {Y_i}^2 - a^2\delta(a_i)\right] & \sum_{i=1}^{n}[X_iY_i + aX_i\delta(a_i)] \\ \sum_{i=1}^{n}[X_iY_i + aX_i\delta(a_i)] & \sum_{i=1}^{n}\left[-{X_i}^2 - {X_i}^2\delta(a_i)\right] \end{pmatrix}$$

Dimana $\delta(a_i) = (a_i)\lambda(a_i) + \lambda^2(a_i)$

d. Membentuk metode iterasi numerik Newton Rapshon untuk memperoleh estimasi parameter dari regresi terpotong, sehingga diperoleh metode iterasi numerik Newton Rapshon sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} \hat{\theta}_{t+1} \\ \gamma_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\theta}_t \\ \gamma_t \end{pmatrix} - {H_t}^{-1}.G_t$$

$$= \begin{pmatrix} \hat{\theta}_t \\ \gamma_t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{\theta} + a\lambda(a_i) - Y_i(Y_i\theta - X_i\gamma)\right] \\ \sum_{i=1}^{n}[X_i(Y_i\theta - X_i\gamma) - \lambda(a_i)X_i] \end{bmatrix}$$

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Keterangan:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(-1-\delta(a_i))}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\theta^2}+\frac{1}{\theta^2}\delta(a_i)+{Y_i}^2\delta(a_i)+a^2\delta(a_i)-2Y_ia\delta(a_i)\right)}$$

$$b = \frac{-\sum_{i=1}^{n}[Y_i+a\delta(a_i)]}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\theta^2}X_i+\frac{1}{\theta^2}X_i\delta(a_i)+{Y_i}^2X_i\delta(a_i)+a^2\delta(a_i)X_i-2X_iY_ia\delta(a_i)\right)}$$

$$c = \frac{-\sum_{i=1}^{n}[Y_i + a\delta(a_i)]}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\theta^2}X_i + \frac{1}{\theta^2}X_i\delta(a_i) + {Y_i}^2X_i\delta(a_i) + a^2\delta(a_i)X_i - 2X_iY_ia\delta(a_i)\right)}$$

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{1}{\theta^2} - {Y_i}^2 - a^2\delta(a_i)\right]}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\theta^2}{X_i}^2 + \frac{1}{\theta^2}{X_i}^2\delta(a_i) + {Y_i}^2{X_i}^2\delta(a_i) + a^2\delta(a_i){X_i}^2 - 2X_iY_iaX_i\delta(a_i)\right)}$$

$$\lambda(a_i) = -\frac{\phi(a_i)}{\Phi(a_i)} \text{ dengan } a_i = (a\theta - X_i\gamma)$$

$$\delta(a_i) = (a_i)\lambda(a_i) + \lambda^2(a_i)$$

Dengan menggunakan bantuan metode iterasi numerik Newton Rapshon, kemudian diperoleh pengestimasian dari (θ, γ) maka berdasarkan pemisalan $\hat{\gamma} = \frac{\hat{\beta}}{\sigma}$ dan $\hat{\theta} = \frac{\hat{\beta}}{\sigma}$ estimasi (β, σ) pada model regresi terpotong atas dapat dilakukan dengan menggunakan bantuan program Eviews10 untuk memperoleh estimasi parameter regresi terpotong atas.

2. Pada metode kedua yaitu metode Bayes, dimana metode Bayes dipilih menjadi metode untuk mengestimasi parameter regresi terpotong atas dengan langkah-langkahnya sebagai berikut:

   a. Menentukan distribusi prior yaitu menggunakan distribusi prior non informatif dengan pendekatan metode Jeffrey, dimana diperoleh distribusi prior non informatifnya sebagai berikut:

$$p(\beta, \sigma) \propto \frac{1}{\sigma^2}$$

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

b. Menentukan distribusi *joint* posterior sebagai awalan untuk membangun metode MCMC dengan simulasi *Gibbs Sampler,* sehingga diperoleh distribusi *joint* posteriornya sebagai berikut:

$$p(\theta,\sigma|y) = \frac{(2\pi)^{-\frac{n}{2}}(\sigma)^{-(n+2)}\ exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\sum_{i=1}^{n} {Y_i}^2 - 2\beta\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i + \beta^2 \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2\right)\right]}{\Phi(\mathrm{v})^n}$$

c. Menentukan distribusi posterior dari β dan σ, dimana distribusi posteriornya sebagai berikut:

Distribusi posterior dari β:

$$p(\beta|(y|y<a),\sigma) = 2^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)}(\sigma)^{-(n+2)}\,\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)^{-1}\ exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\sum_{i=1}^{n} {Y_i}^2 - 2\beta\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i + \beta^2 \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2\right)\right]\left(\sum_{i=1}^{n} {Y_i}^2 - 2\beta\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i + \beta^2 \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2\right)^{\frac{n+1}{2}}$$

dimana, $\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)$ adalah fungsi gamma.

Distribusi posterior dari σ:

$$p(\sigma|(y|y<a),\beta) = \frac{1}{\sigma^2}\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i - \beta\sum_{i=1}^{n} {X_i}^2\right)$$

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Setelah diperoleh distribusi posterior dari masing-masing parameter yaitu β dan σ, maka estimasi marginal posterior dari masing-masing parameter akan didekati dengan metode MCMC atau *Marcov Chain Monte Carlo*, dimana hasil dari *joint* posterior sebagai awalan untuk membangun metode MCMC dalam model regresi

terpotong atas. Adapun simulasi yang digunakan dalam metode MCMC adalah *Gibbs Sampler,* dimana prosesnya menggunakan sebaran bersyarat untuk membangkitkan data sampel peubah acak sehingga mendapatkan iterasi yang konvergen.

3. Perbandingan estimasi parameter regresi terpotong atas antara menggunakan metode maksimum likelihood dengan metode Bayes pada studi kasus mengenai pengaruh angka harapan sekolah, rata-rata lama sekolah, dan angka harapan hidup terhadap indeks pembangunan manusia Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur tahun 2016, apabila dilihat dari model regresi terpotong atas yang terbentuk antara kedua metode, model signifikan yang dihasilkan hampir sama. Pada metode maksimum likelihood, nilai koefisien parameter $\widehat{\beta_1}$ =1,6455, $\widehat{\beta_2}$ = 1,7957, $\widehat{\beta_3}$ = 0,4898 dan $\sigma = 2{,}6521$, sedangkan pada metode Bayes, nilai koefisien parameter yang terbentuk adalah $\widehat{\beta_1}$ =1,5651, $\widehat{\beta_2}$ = 1,6593, $\widehat{\beta_3}$ = 0,5144 dan σ = 1,1545. Apabila dilihat dari kriteria pemilihan model terbaik dengan menggunakan ukuran kriteria nilai MSE atau *Mean Square Eror,* diperoleh nilai MSE dari metode maksimum likelihood sebesar 1,3288, sedangkan nilai MSE dari metode Bayes adalah 0,9106. Sehingga estimasi parameter regresi terpotong atas dengan menggunakan

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

metode Bayes lebih baik daripada menggunakan metode Maksimum Likelihood.

6.2 Saran

Penelitian yang dilakukan penulis masih perlu dilakukan pengembangan keilmuan sehingga disarankan untuk dapat mengestimasi parameter model regresi terpotong atas yang lain yaitu regresi terpotong bawah atau regresi terpotong atas-bawah dengan dilakukan perbandingan kedua metode seperti metode maksimum likelihood dan metode Bayes. Selain itu, untuk mengestimasi parameter dengan menggunakan metode Bayes dapat dilakukan dengan memilih distribusi prior yang lain dalam menentukan sebaran posterior.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

DAFTAR PUSTAKA

Algifari. 2000. *Analisis Regresi: Teori, Kasus, dan Solusi.* Yogyakarta: BPFE UGM.

Al-Kutubi, H. S dan Ibrahim, N. A. 2009. *Bayes Estimator for Exponential Distribution with Extension of Jeffrey Prior Information.* Malaysian Journal of Mathematical Science.

Amalia, Firda, Dewi Retno dan Triwik Jatu. 2016. *Estimasi Parameter Model Regresi Linier Sederhana Bayes dengn Distribusi Prior Noninformatif Jefrrey.* Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika. Semarang: November 2016. Hal. 1051-1061.

Azhar, Jeihan Ali. 2012. *Perbandingan Metode Bayes dan Metode Maksimum Likelihood dalam Mengestimasi Parameter Model Regresi Linear.* (Skripsi), Fakultas Sains dan Teknologi. Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga, Yogyakarta.

Bain, L. J dan Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics.* California: Duxbury Press.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

Baltaqi, Badi H. 2011. *Econometrics fifth edition.* New York: Springer.

Berger, C. 1990. *Statistical Inference.* New York: Pasific Grove

Box, George E. P dan Tiao, George C. 1973. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. London: Addition-Wesley Publishing Company.

Burkardt, John. 2014. *The Truncated Normal Distribution.* Florida: Florida State University.

Cahya, Rahmad dkk. 2018. *Metode Numerik.* Malang: Polinema

Danapriatna, Nana dan Setiawan, Rony. 2005. *Pengantar Statistika.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Dudewicz, Edward J dan Mishra, Satya N. 1995. *Modern Mathematical Statistics.* Wiley

Firdaus, Muhammad. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: Bumi Aksara.

Ghosh, J. K dan Delampady, M. 2006. *An Introduction to Bayesian Analysis: Theory and Method.* New York: Spinger Science and Business Media.

Greenberg, Edward. 2008. *Introduction to Bayesian Econometrics.* New York: Cambridge University Press.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

Greene, William H. 2002. *Econometric Analysis*. Edisi V. New Jersey: Prentice Hall.

Gudono. 2016. *Analisis Data Multivariat.* Yogyakarta: BPFE.

Gujarati, N Damodar. 2007. *Dasar-dasar Ekonometrika Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.

Harinaldi. 2005. *Prinsip-prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Erlangga

Hasan, M Iqbal. 2001. *Pokok-pokok Materi Statistik 1 (Statistika Deskriptif)*. Jakarta: Bumi Aksara.

Jalarno, Dydaestury dan Ispriyanti, Dwi. 2008. *Penentuan Model Regresi Terpotong Atas dengan Metode Maksimum Likelihood.* Media Statistika. Vol. 1, No. 2, Desember 2008.

Johnson, Arvid C. 2014. *Characteristics and Tables of The Doubly Truncated Normal Distribution.* Dominican University.

Khasanah, Uswatun. 2016. *Statistika Non Parametrik.* Yogyakarta: UAD Press.

Koch, Karl Rudolf. 2007. *Introduction to Bayesian Statistics Second edition.* Berlin: Spinger-verlag Berlin Heidelberg.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

Mukhaiyar, Utriweni. 2012. *Distribusi Diskrit.* Bandung: ITB Press.

Murray, R Spiegel. 2004. *Statistik Schaum's Easy Outlines.* Jakarta: Erlangga

Nendra, Hamid Wan. 2018. *Perbandingan Estimasi Parameter pada Distribusi Binomial dengan Menggunakan Metode Maksimum Likelihood dan Metode Bayes.* (Skripsi), Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga, Yogyakarta.

Nisfiannoor, Muhammad. 2009. *Pendekatan Statistika Modern untuk Ilmu Sosial.* Jakarta: Salemba Humanika.

Nurhidayah. 2014. *Karakteristik Distribusi Normal Terpotong dan Penerapannya.* (Skripsi), Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Alauddin, Makassar.

Pereire, F. 1999. *Practical Modern Bayesian Statstics in Actuarial Science.* General Insurance Convention.

Puji, Ika. 2011. *Analisis Regresi Terpotong (Truncated) Atas Bawah dan Penerapannya.* (Skripsi), Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

Purcell, Edwin dan Varberg. 2004. *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jakarta: Erlangga.

Qudratullah, dkk. 2012. *Statistika.* Yogyakarta: SUKA Press

Qudratullah, Farhan. 2013. Analisis Regresi Terapan: Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi dengan SPSS. Yogyakarta: ANDI OFFSET.

Rahmawati, Yeni. 2012. *Estimasi Parameter Model Regresi Terpotong Atas dengan Metode Bayes.* (Skripsi), Fakultas Sains dan Teknologi. UIN Maulana Malik Ibrahim, Malang.

Sahid. 2005. *Pengantar Komputasi Numerik dengan Matlab.* Yogyakarta: Andi Offset.

Scollnik, D. P. M. 1996. *Practical Modern Bayesian Statistics in Actuarial Science.* General Insurance Convention.

Soejati, Z dan Subanar. 1988. *Inferensi Bayesian.* Jakarta: Universitas Terbuka.

Subagyo, Pangestu dan Djarwanto. 2013. *Statistika Induktif.* Yogyakarta: BPFE.

Supangat, Andi. 2007. *Statistika: Dalam Kajian Deskriptif, Inferensi, dan Non Parametrik.* Jakarta: Kencana Prenada Media Group.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga (01.04.2019)

Taram, Ahmad. 2015. *Statistika Elementer.* Yogyakarta: UAD Press.

Walpole, R. E dan Myers, R. H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan Edisi ke-4.* Alih bahasa oleh Sembiring, R. K. Bandung: ITB

Waluyo, Sihono Dwi. 2001. *Statistika untuk Pengambilan Keputusan.* Jakarta: Ghalia Indonesia.

William, M. Bolstad. 1990. *Introduction to Bayesian Statistics.* New Jersey: Wiley.

https://jatim.bps.go.id diakses pada tanggal 23 Januari 2019

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA