

**KETUNG GALAN TITIK TETAP
DI RUANG METRIK – M_s LENGKAP**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagai persyaratan
mencapai derajat S-1

Program Studi Matematika



Diajukan oleh:

Alya Farahdina

15610006

Kepada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2019



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Alya Farahdina

NIM : 15610006

Judul Skripsi : Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik – M_s Lengkap

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 11 Februari 2019

Pembimbing

Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc
NIP. 19861208 201503 2 006



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-717/Un.02/DST/PP.00.9/02/2019

Tugas Akhir dengan judul : KETUNG GALAN TITIK TETAP DI RUANG METRIK - Ms LENGKAP

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : ALYA FARAHDINA
Nomor Induk Mahasiswa : 15610006
Telah diujikan pada : Kamis, 21 Februari 2019
Nilai ujian Tugas Akhir : A-

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.
NIP. 19861208 201503 2 006

Penguji I

Malahayati, S.Si., M.Sc.
NIP. 19840412 201101 2 010

Penguji II

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
NIP. 19840113 201503 1 001

Yogyakarta, 21 Februari 2019
UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Sains dan Teknologi
DEKAN



Dr. Murtono, M.Si.

NIP. 19691212 200003 1 001

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Alya Farahdina

NIM : 15610006

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 11 Februari 2019

Yang Menyatakan



Alya Farahdina

MOTTO

Nobody perfect in this world so you don't have to be
perfect
but just keep do your best

"Bermimpilah seakan kau akan hidup selamanya.
Hiduplah seakan kau akan mati hari ini"
(James Dean)

"The only way to do great work is to love what you do"
(Steve Paul Jobs)

*"Maka sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan. Sesungguhnya
bersama kesulitan itu ada kemudahan"
(Q.S. Al-Insyirah : 5-6)*

"Tidak ada kesuksesan melainkan dengan pertolongan
Allah"
(Q.S. Huud : 88)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini kopersambahkan kepada:

Tuhanku yang Maha Esa Allah SWT

Kedua orang tuaku yang sangat kusayangi

*Almamater tercinta Program Studi
Matematika Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta*

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmanirrohim

Alhamdulillah robbil'alamin, penulis mengucapkan segala puji dan syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta karunia-Nya sehingga dapat memberikan nikmat kesehatan, kemudahan dan kelancaran sampai dengan penyusunan skripsi yang berjudul "Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik - M_s Lengkap" ini dapat terselesaikan. Shalawat beserta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai rahmat bagi seluruh umat islam.

Penyusunan skripsi ini dimaksudkan untuk memenuhi syarat kuliah guna memperoleh gelar Sarjana Program Studi Matematika. Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu dengan segala kerendahan hati penyusun banyak mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Drs. K.H. Yudian Wahyudi, M.A., Ph.D., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Dr. M. Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sekaligus Dosen Pembimbing Akademik mahasiswa program studi matematika angkatan 2015 yang telah membimbing dan memberi masukan serta saran kepada penyusun selama perkuliahan.

4. Ibu Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan ilmu, bantuan, saran-saran dan pengarahan dalam menyusun skripsi ini hingga dapat terselesaikan.
5. Segenap dosen serta karyawan Fakultas Sains dan Teknologi yang telah membantu penyusun dalam menyelesaikan studi.
6. Bapakku Samsir dan Ibuku Ninik Kusnijati yang tak hentinya selalu memberikan cinta, kasih sayang, pengorbanan, motivasi serta do'a kepada penyusun. Terima kasih juga penyusun sampaikan kepada adik-adikku tercinta Nafis Rhaka Darmawan dan Zaky Mirzaimtiyaz Alamgir yang selalu menjadi penyemangat dan pemberi kebahagiaan di keluarga.
7. Semua teman Matematika angkatan 2015 yang selalu memberikan motivasi, semangat dan bantuannya selama masa-masa perkuliahan sehingga selalu diliputi rasa kebahagiaan. Semoga kita semua akan menjadi orang-orang yang sukses.

8. Sahabat-sahabat terdekatku sejak di bangku sekolah (Ayi, Annisa, Dahri dan Sigit) serta sahabat-sahabatku selama di perantauan yaitu anak rantau (Ana, Rani, Fitri, Emak, Cika dan Fafa) yang selalu memberikan dukungan, motivasi serta do'a untuk kelancaran penyusunan skripsi ini.
9. Sahabat-sahabat dari kepengurusan HM-PS Matematika Aqshal, Lia, Fathul, serta teman-teman kepengurusan lainnya yang telah banyak membantu selama masa kepengurusan hingga akhir.
10. Sahabat KKN Nglaran (Choi, Azel, Robin, Ajeng, Dini, Ayu, Ade dan Ilham) yang telah banyak membantu dan mewarnai hidup penyusun selama masa-masa KKN maupun setelah masa KKN semoga terus berlanjut hingga akhir hayat.
11. Semua pihak yang telah membantu penyusun dalam penyusunan skripsi ini, baik secara langsung maupun tidak langsung, yang tidak dapat penyusun sebutkan satu per satu.

Penyusun menyadari bahwa karya ini merupakan karya yang jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu penyusun berharap segala kritik dan saran yang bersifat membangun dalam pengembangan penelitian ini sangat diharapkan.

Semoga penyusunan skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penyusun maupun orang lain. *Aamiin ya Rabbal Aalamiin.*

Yogyakarta, 8 Februari 2019

Penulis,

Alya Farahdina

NIM.15610006



INTISARI

Ruang metrik $- M_s$ merupakan himpunan tak kosong yang dilengkapi suatu fungsi yang memetakan pasangan tiga bilangan secara berurutan ke suatu bilangan real tak negatif dan memenuhi empat aksioma. Ruang metrik $- M_s$ merupakan hasil generalisasi dari ruang metrik $- S$ dan ruang metrik $- M$. Ruang metrik $- M_s$ itu sendiri muncul akibat dari adanya ruang metrik S Parsial atau biasa disebut ruang metrik $- S_p$. Pada awalnya N.Mlaiki memperkenalkan ruang metrik $- S_p$ kemudian karena munculnya ruang metrik baru yaitu ruang metrik $- M$ maka ia membentuk ruang metrik $- M_s$. Pada penelitiannya ia membahas pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik $- M_s$ tersebut.

Skripsi ini menjelaskan bagaimana langkah-langkah pembuktian ketunggalan titik tetap di ruang metrik $- M_s$ lengkap dengan bantuan sifat-sifat yang berlaku di ruang metrik $- M_s$. Teorema ini dibuktikan dengan beberapa langkah, yaitu: *Pertama*, membentuk suatu barisan iteratif dan dibuktikan bahwa barisan tersebut merupakan barisan Cauchy $- M_s$. *Kedua*, dibuktikan bahwa barisan tersebut memiliki titik tetap dengan memanfaatkan sifat kelengkapan ruang metrik $- M_s$. *Ketiga*, dibuktikan bahwa titik tetap tersebut tunggal. *Keempat*, dibuktikan bahwa akibat dari ketunggalan titik tetap itu menghasilkan nilai fungsi dari suatu titik tetap ke titik itu sendiri bernilai nol.

Kata kunci: Ruang metrik $- S$, Ruang metrik $- M$, Ruang Ruang metrik $- M_s$ Lengkap, Titik Tetap.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN MOTTO	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vi
KATA PENGANTAR	vii
ABSTRAK	xi
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR LAMBANG	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Batasan Masalah	6
1.5 Manfaat Penelitian	7
1.6 Tinjauan Pustaka	7

1.7 Metode Penelitian	8
1.8 Sistematika Penulisan	9
BAB II DASAR TEORI	11
2.1 Dasar-dasar Analisis Real	11
2.2 Ruang Metrik	37
2.3 Titik Tetap	63
BAB III KETUNG GALAN TITIK TETAP DI RUANG	
METRIK – M_s LENGKAP	68
3.1 Dasar-dasar Ruang Metrik – M_s	68
3.2 Titik Tetap di Ruang Metrik – M_s Lengkap	93
BAB IV PENUTUP	116
4.1 Kesimpulan	116
4.2 Saran	117
DAFTAR PUSTAKA	119

DAFTAR LAMBANG

$\mathbb{N}$	: Himpunan bilangan asli
$\mathbb{R}$	: Himpunan bilangan real
$\mathbb{R}^+$	: $0 \leq x < \infty$
$A \subset B$	: Himpunan A bagian (subset) himpunan B
$A \subseteq B$	: Himpunan A bagian (subset) atau sama dengan himpunan B
$\forall$	: Untuk setiap
$\exists$	: Ada, terdapat
$\in$	: Elemen
$<$	: Kurang dari
$>$	: Lebih dari
$\leq$	: Kurang dari atau sama dengan
$\geq$	: Lebih dari atau sama dengan
$\neq$	: Tidak sama dengan
(X, d)	: Ruang metrik pada himpunan X dengan metrik d

(X, p)	: Ruang metrik parsial pada himpunan X dengan metrik p
(X, m)	: Ruang metrik – M pada himpunan X dengan metrik m
(X, S)	: Ruang metrik – S pada himpunan X dengan metrik S
(X, S_p)	: Ruang metrik – S parsial pada himpunan X dengan metrik S_p
(X, m_s)	: Ruang metrik – M_s pada himpunan X dengan metrik m_s
X^3	: $X \times X \times X$
$[0, \infty)$	: $0 \leq x < \infty$
∞	: Tak hingga
$\rightarrow$	: Menuju
$ a $	: Nilai mutlak a
Fx	: $F(x)$

$$F^n x : \left(\underbrace{F \circ F \circ F \circ \dots \circ F}_{n \text{ kali}} \right) (x)$$

$$m_{(x,y)} : \min \{ m(x, x), m(y, y) \}$$

$$m_{s(x,y,z)} : \min \{ m_s(x, x, x), m_s(y, y, y), m_s(z, z, z) \}$$

$$M_{s(x,y,z)} : \max \{ m_s(x, x, x), m_s(y, y, y), m_s(z, z, z) \}$$

$$m_{s_n} : m_s(x_n, x_n, x_{n+1})$$

■ : Akhir dari suatu pembuktian

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu dasar sains yang pada mulanya ditelaah karena konsep bilangan, bangun, dan besarannya yang diperlukan dalam kehidupan sehari-hari. Pada perkembangannya matematika dapat dibentuk menjadi berbagai cabang ilmu lainnya seperti matematika terapan, statistika, aljabar dan analisis.

Matematika analisis atau biasa disebut analisis adalah salah satu cabang ilmu matematika murni yang secara singkat membahas teori-teori dalam ilmu matematika. Analisis matematis sendiri sudah ada sejak zaman matematika yunani kuno. Teori-teori yang dibahas dalam cabang ilmu ini terdapat teori titik tetap, limit, fungsi, derivatif, ruang metrik, integral dan teori-teori yang dapat ditemukan dalam ruang lingkup ilmu matematika.

Ruang merupakan salah satu konsep ilmu matematika yang penting dipelajari khususnya dalam bidang analisis. Dalam perkembangannya konsep ruang bermula pada ruang metrik yang ditemukan oleh *Maurice Fréchet*. Ruang metrik yaitu himpunan tak kosong X yang dilengkapi dengan sebuah fungsi yang memiliki definisi jarak antara elemen

himpunan X , sehingga fungsi tersebut yang memetakan $X \times X$ ke suatu bilangan real tak negatif dan memenuhi beberapa aksioma tertentu kemudian fungsi inilah yang disebut sebagai metrik pada X .

Salah satu teorema yang menarik dalam ruang metrik adalah teorema titik tetap. Teorema ini menjelaskan bahwa sebuah titik pada ruang metrik dikatakan titik tetap apabila diberikan sebuah fungsi T yang memetakan himpunan X ke dirinya sendiri maka berlaku $Tx = x$. Teorema tersebut menjadi sumber penting dari sebuah teorema eksistensi dan ketunggalan dalam berbagai cabang analisis. Selain itu, teorema titik tetap ini memegang peranan yang cukup besar salah satunya dalam sistem Persamaan linear, Persamaan differensial biasa atau parsial Persamaan integral dan lain-lain. Teorema ini selalu menjadi topik yang menarik bagi para peneliti dalam meneliti sebuah ruang metrik yang baru dikembangkan.

Konsep ruang metrik pertama kali dicetuskan pada tahun 1906 oleh *Maurice Fréchet* yaitu matematikawan asal Perancis. Selain itu untuk mengembangkan konsep tersebut, beberapa ilmuwan matematika berhasil membentuk beberapa ruang metrik baru. Salah satu ilmuwan matematika yang berhasil mengembangkan konsep ruang metrik tersebut hingga mengemukakan konsep ruang metrik parsial yaitu

S.G. Matthews pada tahun 1992. Terbentuknya ruang metrik ini didasari oleh permasalahan yang ditemukan dalam ilmu komputer. Pada tahun 2013 R.H. Haghi dkk. menerbitkan sebuah jurnal yang berjudul “*Be careful on partial metric fixed point results*” pada jurnal ini dijelaskan pembuktian bahwa beberapa titik tetap pada hasil generalisasi ruang metrik parsial dapat diperoleh juga dari hasil korespondensi ruang metrik tersebut. Pada tahun 2014 M. Asadi mengembangkan ruang metrik parsial menjadi ruang metrik baru yaitu ruang metrik – M pada jurnalnya yang berjudul “*New extension of p -metric spaces with some fixed point results on M -metric spaces*”.

Selain itu sebelumnya pada tahun 1963 Gähler telah mengungkapkan ruang metrik baru yaitu ruang metrik – 2. Gähler berpendapat bahwa ruang metrik – 2 merupakan bentuk perumuman dari konsep awal ruang metrik. Pada tahun 1984, dalam tesis Dhage menemukan kelemahan dari teori Gähler mengenai ruang metrik – 2 kemudian Gähler memberikan solusi untuk masalah tersebut dengan mengenalkan konsep ruang metrik – D . Pada abad yang berbeda diidentifikasi bahwa terdapat kelemahan dari konsep ruang metrik – D , hal itu diungkapkan oleh ilmuwan matematika bernama Mustafa dan Sims dalam jurnalnya yang berjudul “*Some Result Concerning D – Metric Spaces*”. Selanjutnya pada tahun 2006, Mustafa dan Sims mempublikasikan hasil penelitian mereka dan mengenalkan konsep ruang metrik – G pada jurnalnya

yang berjudul “*A New Approach to Generalized Metric Spaces*”. Pada tahun berikutnya yaitu tahun 2007 Sedghi, dkk melakukan sebuah penelitian dan mengungkapkan bentuk ruang metrik baru yaitu ruang metrik – D^* . Pada tahun 2012 sedghi, dkk menemukan kelemahan dari ruang metrik – G dan ruang metrik – D sehingga sedghi membentuk ruang metrik baru yaitu ruang metrik – S dalam jurnalnya berjudul “*A Generalization of Fixed Point Theorems in S – Metric Spaces*”. Pada tahun 2014 N.Mlaiki menerbitkan sebuah jurnal yang berjudul “*A Contraction Principle in Partial S – Metric Space*”. Pada jurnal ini N.Mlaiki mengenalkan ruang metrik hasil perpaduan antara ruang metrik S dengan ruang metrik parsial sehingga terbentuk ruang metrik baru yaitu ruang metrik – S parsial.

Meskipun demikian tidak lama setelahnya N.Mlaiki dkk. membentuk ruang metrik baru yang disebut dengan ruang metrik – M_s dimana ruang tersebut merupakan hasil dari keeksistensian ruang metrik – S parsial pada jurnalnya yang berjudul “*Contraction Principles in M_s – Metric Spaces*”. Jurnal tersebut menjelaskan juga teorema titik tetap pada ruang metrik – M_s lengkap.

Berdasarkan perkembangan penelitian terhadap ruang metrik dan teori titik tetapnya yang menarik untuk dipelajari

hingga saat ini, terutama pada ruang metrik M_s yang belum banyak diungkapkan oleh ilmuwan matematika. Oleh karena itu pada penulisan skripsi ini akan dilakukan sebuah penelitian dalam penjabaran terhadap jurnal yang ditulis oleh N.Mlaiki, dkk. yang berjudul “*Contraction Principle in M_s – Metric Spaces*” serta melengkapi langkah-langkah pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik – M_s lengkap beserta sifat-sifat apa saja yang mendukung pembuktian teorema tersebut.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang serta batasan masalah yang telah diuraikan sebelumnya dapat dirumuskan bahwa permasalahan yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah bagaimana pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik – M_s lengkap beserta dengan sifat-sifat apa saja yang mendukung pembuktian teorema tersebut.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah mengkaji dan menjelaskan langkah-langkah pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik – M_s lengkap beserta dengan sifat-sifat apa saja yang mendukung pembuktian teorema tersebut yang telah

dibuktikan dalam jurnal N.Mlaiki, dkk yang berjudul “*Contraction Principles in M_s – Metric Spaces*”.

1.4 Batasan Masalah

Pembatasan masalah sangatlah penting dalam penulisan skripsi agar menghindari adanya kesalahpahaman terhadap objek penelitian sekaligus dapat membantu penulis agar lebih jelas, terfokus dan terarah sesuai tujuan yang dimaksud. Batasan masalah dari penulisan skripsi ini adalah dibatasi pada pembahasan ketunggalan titik tetap di ruang metrik – M_s lengkap beserta sifat-sifat apa saja yang mendukung pembuktian teorema tersebut dan pembahasan ketunggalan titik tetap pada ruang metrik – M_s yang sama tidak akan dibahas dalam skripsi ini.

Pertama akan dibahas mengenai definisi dan sifat-sifat pada analisis real serta ruang metrik sehingga dapat memudahkan dalam penggunaannya untuk membuktikan teorema-teorema yang akan dibahas. Selanjutnya, akan dibahas definisi ruang metrik – M_s beserta contohnya dan ketunggalan titik tetap di ruang metrik – M_s lengkap beserta sifat-sifat apa saja yang mendukung pembuktian teorema tersebut.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut :

1. Memberikan pengetahuan tentang teorema titik tetap di ruang metrik – M_s lengkap serta disajikan langkah-langkah pembuktiannya secara rinci.
2. Memberikan salah satu gambaran tentang pengembangan analisis khususnya mengenai teorema titik tetap yang tidak hanya pada ruang metrik biasa tetapi dapat dikembangkan lagi di ruang metrik – M_s .
3. Penelitian ini dapat dijadikan sebagai salah satu bahan referensi untuk dapat dikaji lebih lanjut sehingga mampu menjadi motivasi bagi pembaca untuk mempelajari perkembangan ruang metrik lebih lanjut.

1.6 Tinjauan Pustaka

Penelitian ini didasari oleh jurnal yang ditulis oleh Sedghi berjudul “*A Generalization of Fixed Point Theorems in $S - Metric Spaces$* ”, selain itu digunakan jurnal “*New Extension of $p - metric spaces$ with some fixed point results on $M - metric spaces$* ” yang ditulis oleh M.Asadi pada tahun 2014 mengenai pengenalan terhadap konsep metrik – M .

Adapun N.Mlaiki beserta dengan peneliti lainnya menerbitkan jurnal yang berjudul “*Contraction Principles in*

M_s – *Metric Spaces*”. Jurnal tersebut memperkenalkan konsep ruang metrik – M_s yaitu ruang metrik hasil pengembangan dari ruang metrik – S dan ruang metrik – M disertai pembuktian teorema titik tetap pada ruang metrik tersebut. Selain itu perlu diketahui bahwa jurnal ini digunakan sebagai jurnal acuan utama dalam skripsi ini.

Selain beberapa jurnal tersebut, digunakan juga beberapa referensi pendukung lainnya untuk memudahkan penelitian ini diantaranya adalah buku “*Introduction to Real Analysis*” edisi keempat pada tahun 2010 oleh Bartle dan Sherbert. Selain itu digunakan juga buku yang diterbitkan pada tahun 2006 yang berjudul “*Metric Spaces*” ditulis oleh Shirali dan Vasudeva.

1.7 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penyusunan skripsi ini adalah studi literatur, yaitu mempelajari beberapa sumber tertulis mengenai konsep ruang metrik – M_s sesuai dengan tema penelitian. Adapun penulis menggunakan pendekatan ilmiah yang bersifat kualitatif yang dapat diartikan sebagai penilaian dan pendapat peneliti tertuang secara eksplisit di dalam penyusunan skripsi ini. Pendekatan ilmiah yang digunakan adalah bersifat kualitatif, namun didefinisikan bahwa untuk mendapatkan gambaran yang jelas mengenai

pertanyaan penelitian yang telah dirumuskan sebelumnya dengan metode induktif.

Penyusunan skripsi ini akan diawali dengan penjelasan dasar-dasar analisis real, konsep ruang metrik dan teori titik tetap sebagai dasar teori. Selain itu akan dijelaskan juga mengenai konsep fungsi kekonvergenan, barisan Cauchy pada ruang metrik agar mudah dalam memahami langkah-langkah pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik – M_s lengkap secara rinci dan jelas.

1.8 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini disusun guna memberikan gambaran secara umum dan menyeluruh sehingga dapat memudahkan dalam memahami penulisan ini. Secara garis besar sistematika skripsi ini terdiri dari empat bab yaitu sebagai berikut :

BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan mengenai latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian serta sistematika penulisan.

BAB II : DASAR TEORI

Bab ini menjelaskan tentang teori-teori yang akan menjadi dasar dalam memahami bab-bab selanjutnya, yaitu dasar-dasar analisis real, definisi ruang metrik beserta teorema-teorema yang berlaku di dalamnya, definisi ruang metrik parsial beserta teorema-teorema yang berlaku di dalamnya, definisi ruang metrik – beserta teorema-teorema yang berlaku didalamnya dan teori titik tetap pada ruang metrik beserta contohnya.

BAB III : PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan mengenai dasar ruang metrik – M_s dan teorema titik tetap di ruang metrik – M_s lengkap beserta langkah-langkah pembuktiannya secara rinci. Selain itu akan diberikan beberapa sifat pada ruang metrik – M_s yang dapat mendukung pembuktian teorema tersebut.

BAB IV : PENUTUP

Bab ini menjelaskan mengenai kesimpulan dari pembahasan pada bab sebelumnya, beserta saran-saran yang perlu disampaikan kepada pembaca dan matematikawan dalam penelitian selanjutnya.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, dapat disimpulkan bahwa sebuah ruang metrik (M_s) lengkap pada X dan diberikan fungsi kontraksi yang memetakan himpunan X ke dirinya sendiri dengan memenuhi kondisi $m_s(Tx, Tx.Ty) \leq km_s(x, x, y)$ dengan $k \in [0, 1)$ maka akan terbentuk barisan Cauchy (M_s) dengan menggunakan himpunan bola tertutup di ruang metrik (M_s) kemudian akan berlaku juga sifat kekonvergenannya di ruang metrik (M_s) sehingga terbukti memiliki ketunggalan titik tetap di ruang metrik (M_s) serta berlaku $m_s(u, u, u) = 0$.

Selain itu, dapat disimpulkan bahwa sebuah ruang metrik (M_s) lengkap pada X dan diberikan fungsi kontraksi yang memetakan himpunan X ke dirinya sendiri dengan memenuhi kondisi fungsi kontraksi $m_s(Tx, Tx.Ty) \leq \lambda [m_s(x, x, Tx) + m_s(y, y, Ty)]$ dengan $\lambda \in \left[0, \frac{1}{2}\right)$ maka akan terbentuk barisan Cauchy (M_s) di ruang metrik (M_s) kemudian akan berlaku juga sifat kekonvergenannya di ruang metrik (M_s) sehingga terbukti

memiliki ketunggalan titik tetap di ruang metrik $-M_s$ serta berlaku $m_s(u, u, u) = 0$.

Beberapa sifat-sifat yang berlaku pada ruang metrik $-M$ juga berlaku untuk ruang metrik $-M_s$ akan tetapi berbeda dalam pendefinisianya, seperti barisan konvergen, barisan Cauchy serta kelengkapan ruang metrik $-M_s$. Selain itu sifat-sifat itu juga dapat mendukung pembuktian teorema titik tetap di ruang metrik $-M_s$. Akan tetapi sifat-sifat nilai maksimum serta minimum pada sifat urutan barisan bilangan real juga dapat digunakan sebagai pendukung dalam pembuktian beberapa teorema titik tetap di ruang metrik $-M_s$.

4.2 Saran

Berdasarkan proses penelitian yang telah dilakukan, maka saran-saran yang dapat diberikan oleh penulis adalah:

1. Penelitian ini hanya membahas konsep dasar ruang metrik $-M_s$ dan beberapa teorema titik tetapnya. Oleh karena itu penelitian ini dapat dikembangkan lagi dengan meneliti teorema titik tetap dengan kondisi kontraksi yang berbeda.
2. Selain itu, dalam penelitian ini belum terdapat contoh-contoh penerapan titik tetap di ruang metrik $-M_s$ sehingga perlu adanya penelitian lebih lanjut mengenai hal ini.

Demikian saran-saran yang dapat disampaikan penulis, semoga tugas akhir ini dapat menjadi sumber wawasan bagi pembaca untuk mengembangkan lagi penerapan dari teorema titik tetap ruang metrik – M_s khususnya dan di ruang-ruang metrik lainnya pada analisis fungsional pada umumnya.



DAFTAR PUSTAKA

- Mlaiki, N., N. Souayah, K. Abodayeh and T. Abdeljawad. 2017. *Contraction principles in M_s metric spaces*. J.nonlinear Sci. Appl., 10 :575-582.
- Asadi, Mehdi., Erdal K., and Salimi, Peyman. 2014. *New extension of p - metric spaces with some fixed point result on M -metric spaces*. Journal of Inequalities and Applications, 18:1-9.
- S. Sedghi., N. Shobe., A.Aliouche. 2012. *A generalization of fixed point theorems in S -metric spaces*. Mat. Vesnik 64(2012) : 258-266.
- Bartle, Robert G., and Sherbert, D.R. 2010. *Introduction to Real Analysis Fourth Edition*. University of Illinois, Urbana-Champaign.
- Shirali, Satish and Vasudeva, Harkrishan L. 2006. *Metric Spaces*. London: Springer – Verlag.
- Bukatin.M., R.Kopperman, S.Matthews and H.Pajoohesh. 2009. *Partial Metric Spaces*. Am. Math. Monthly (116) : 708-718.
- Mlaiki, Nabil and N.Souayah. 2016. *A coincident point principle for two weakly compatible mappings in*

partial S-metric spaces. J.Nonlinear Sci. Appl. 9 :
2217-2223.



CURRICULUM VITAE

A. Biodata Pribadi

Nama Lengkap : Alya Farahdina

Jenis Kelamin : Perempuan

TTL : Magelang, 29 Juni 1997

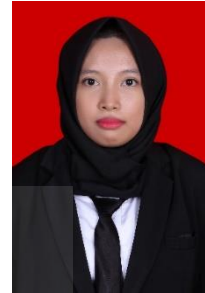
Alamat Asal : Jl.Ratna Raya No.211

RT/RW 03/03, Semabung Baru,
Pangkalpinang, Bangka

Alamat Tinggal : Jl.Bimokurdo CT XI/64K,
Caturtunggal, Depok, Sleman,
Yogyakarta

E-mail : alyafarahdina1997@gmail.com

No. HP : 0859 – 1389 – 55381



B. Latar Belakang Pendidikan Formal

Jenjang	Nama Sekolah	Tahun
TK	TK Salman Al – Farisi	2000 – 2002
TK	TKA Yayasan Iqro Purwakarta	2002 – 2003
SD	SDI Al – Ghozali Purwakarta	2003 – 2009
SMP	SMPN 6 Pangkalpinang	2009 – 2012
SMK	SMAN 1 Pangkalpinang	2012 – 2015
S1	UIN Sunan Kalijaga	2015 – 2019