

SKRIPSI

**PERHITUNGAN NILAI EIGEN DAN VEKTOR EIGEN PADA
MATRIKS INVERS MONGE DALAM ALJABAR
MAKS-PLUS**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

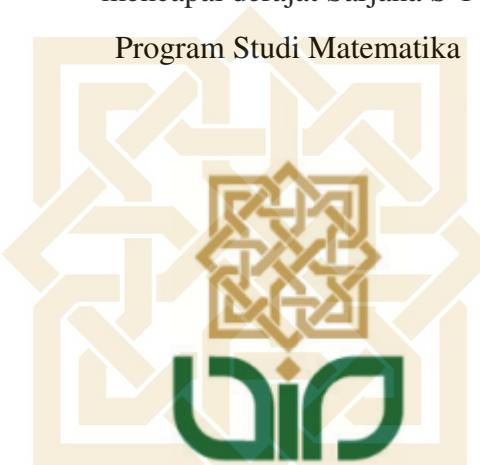
2019

**PERHITUNGAN NILAI EIGEN DAN VEKTOR EIGEN PADA
MATRIKS INVERS MONGE DALAM ALJABAR
MAKS-PLUS**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



diajukan oleh

SYAKILA BARDIATI

15610056



Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2019



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas akhir
Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Syakila Bardiati
NIM : 15610056
Judul Skripsi : Perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks Invers Monge dalam aljabar maks-plus

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Pembimbing II

Muhammad Abrori, S.Si., M.Kom.,
NIP: 19720423 199903 1 003

Yogyakarta, 19 September 2019

Pembimbing I

Muhammad Zaki Riyanto, M.Sc.,
NIP: 19840113 201503 1 001



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-3963/Un.02/DST/PP.00.9/09/2019

Tugas Akhir dengan judul : PERHITUNGAN NILAI EIGEN DAN VEKTOR EIGEN PADA Matriks INVERS MONGE DALAM ALJABAR MAKSA-PLUS

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : SYAKILA BARDIATI
Nomor Induk Mahasiswa : 15610056
Telah diujikan pada : Rabu, 11 September 2019
Nilai ujian Tugas Akhir : A/B

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
NIP. 19840113 201503 1 001

Pengaji I

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.
NIP. 19800402 200501 1 003

Pengaji II

Muhammad Abrori, S.Si., M.Kom
NIP. 19720423 199903 1 003

Yogyakarta, 11 September 2019

UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan



Dr. Murtono, M.Si.

NIP. 19691212 200003 1 001

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Syakila Bardiat

NIM : 15610056

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 19 September 2019

Yang Menyatakan



Syakila Bardiat



*Karya sederhana ini penulis persembahkan kepada
Ibu, adik dan sahabat
Almamater tercinta
Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta*

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا إِذَا قِيلَ لَكُمْ تَسْسُحُوا فِي الْمَجَالِسِ فَأَفْسِحُوا يَقْسِحِ اللَّهُ لَكُمْ وَإِذَا قِيلَ اشْتَرِّوا فَأَشْتَرِّوا يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أَوْتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ

"Hai orang-orang beriman apabila dikatakan kepadamu : "Berlapang-lapanglah dalam majlis", maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. Dan apabila dikatakan : "Berdirilah kamu", maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. Dan Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan."(QS. Al Mujadilah:11)

إِنْ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا

"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan."(QS. Al Insyirah:6)

خَيْرُ النَّاسِ أَنْفَعُهُمْ لِلنَّاسِ

"Sebaik-baik manusia adalah orang yang paling bermanfaat bagi manusia."(HR. Thabrani dan Daruquthni)

"Adigang, adigung, adiguna."

"Struggle that you today is the single way to build a better future."

"When you want to give up, look at back and then see how far you have climbed to reach your goals."

PRAKATA

Segala puji kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serta salam tercurahkan kepada baginda Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan dan menjadi panutan umat manusia.

Penyusunan skripsi ini merupakan kajian singkat mengenai *nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus*. Penulis menyadari bahwa pada proses penulisan terdapat banyak halangan dan hambatan. Namun, atas bantuan, motivasi, bimbingan dan dorongan dari berbagai pihak alhamdulilah skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah memberikan pengarahan yang berguna selama penulis menjadi mahasiswa.
2. Dr. M. Wakhid Musthofa, S.Si, M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta sekaligus sebagai dosen penasehat akademik, yang telah banyak memberi masukan-masukan, saran dan motivasi serta memberikan dukungan yang berguna bagi penulisan skripsi ini.
3. Muhammad Zaki Riyanto, M.Sc., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah mencerahkan perhatian dan kesabarannya dalam meluangkan waktu, tenaga dan fikiran untuk memberikan bimbingan dan arahan dalam penyusunan dan penyelesaian skripsi ini.
4. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah mencerahkan perhatian dan kesabarannya dalam meluangkan waktu,

tenaga dan fikiran untuk memberikan bimbingan dan arahan dalam penyusunan dan penyelesaian skripsi ini.

5. Segenap dosen dan karyawan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta, yang telah dengan sabar membimbing dan memberi arahan selama proses penyusunan skripsi ini.
6. Mama tercinta, Sri Hamyati Purwaningsih, B.A, yang selalu memberi motivasi dan do'a untuk keberhasilan anaknya tercinta serta memberi dukungan baik berupa materi maupun nonmateri selama proses perkuliahan hingga selesai.
7. Keluarga besar penulis khususnya Om Faiz, Tante Lina, Bulek Hermi, Haidar dan Raja yang selalu menemani, memotivasi dan mendukung penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
8. Teman-teman kelas matematika angkatan 2015 sekaligus teman-teman seperjuangan konsentrasi aljabar (Fafa, Ma'rifah, Noval, Ismail dan Hambali) yang selalu sabar menemani dan memberi motivasi selama proses penyusunan dan menyelesaikan skripsi ini.
9. Sahabat-sahabat penulis (Hana, Lita, dan Iir) yang selalu memberikan motivasi dan dukungan untuk menyelesaikan skripsi ini.
10. Keluarga besar LP2KIS khususnya Casvio Sechzehn yang selalu memberikan semangat, do'a serta pengalaman yang luar biasa.
11. Keluarga besar PUSPA 2019 khususnya Pengawas (Atisa, Panca, Zarah dan Resita) yang selalu mendukung keberhasilan dalam menyelesaikan skripsi ini.
12. Teman-teman KKN 96 Kelompok 260 beserta warga Kerten yang telah memberikan pengalaman hidup serta dukungan moril.
13. Semua pihak yang telah banyak membantu selama ini, yang tidak dapat disebutkan satu persatu tanpa mengurangi rasa hormat. Semoga semua bantuan,

bimbingan dan dukungan semuanya diterima sebagai amal ibadah oleh Allah SWT Aamiin Ya Rabbal 'aalamiin.

Penulis berharap skripsi ini dapat bermanfa'aat bagi pembaca dan bisa menjadi acuan untuk penelitian selanjutnya.

Yogyakarta, 30 Agustus 2019

Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMBANG	xiii
INTISARI	xv
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	3
1.3. Batasan Masalah	3
1.4. Tujuan Penelitian	4
1.5. Manfaat Penelitian	4
1.6. Metode Penelitian	4
1.7. Sistematika Penulisan	5
II LANDASAN TEORI	7
2.1. Struktur Aljabar	7
2.2. Aljabar maks-plus dan sifat-sifatnya	9
2.3. Graf dalam aljabar maks-plus	12

2.3.1. Jenis-Jenis Graf	13
2.3.2. Konsep keterhubungan pada graf	15
2.4. Matriks dalam aljabar maks-plus	17
2.4.1. Pangkat matriks dalam aljabar maks-plus	26
III PEMBAHASAN	28
3.1. Matriks Monge dan matriks invers Monge	28
3.1.1. Matriks Monge	28
3.1.2. Matriks Invers Monge	42
3.1.3. Bobot maksimum sirkuit rata-rata	55
3.1.4. Nilai Eigen dan Vektor Eigen pada matriks invers Monge . .	69
IV PENUTUP	75
4.1. Kesimpulan	75
4.2. Saran	75
DAFTAR PUSTAKA	77
CURRICULUM VITAE	78

DAFTAR GAMBAR

2.1	Graf yang memiliki titik dan sisi	13
2.2	Graf G	15
2.3	Graf <i>berarah berbobot</i>	24
2.4	Graf <i>berarah berbobot</i>	25
2.5	Graf <i>strongly connected</i>	25
2.6	Graf <i>tidak strongly connected</i>	26
3.1	Graf <i>tanpa sirkuit</i>	58
3.2	Graf A	64
3.3	Graf $G(A)$	67
3.4	Graf $G(A)$	69
3.5	Graf $G(A)$	70
3.6	Graf $G^c(A)$	73

DAFTAR LAMBANG

\in	: elemen atau anggota
\mathbb{R}	: himpunan semua bilangan real
\mathbb{R}_ε	: himpunan semua bilangan real dan ε
λ	: nilai eigen
I	: matriks identitas
\det	: determinan
\otimes	: operasi perkalian dalam aljabar maks-plus artinya +
\oplus	: operasi penjumlahan dalam aljabar maks-plus artinya maks
a^{-1}	: invers a
ε	: elemen netral pada aljabar maks-plus bernilai $-\infty$
e	: elemen satuan pada aljabar maks-plus bernilai 0
$\mathbb{R}_\varepsilon^{n \times m}$: matriks ukuran $n \times m$ dalam aljabar maks-plus
S	: suatu himpunan tak kosong
$S - 0$: suatu himpunan tak kosong tanpa nol
\mathbb{N}	: himpunan semua asli
maks (a, b)	: maksimum dari a atau b
G	: suatu pasangan himpunan (V, E)
V	: himpunan semua titik pada suatu graf
E	: himpunan semua sisi pada suatu graf
α	: suatu skalar
$G(A)$: graf berarah yang mempunyai pasangan himpunan (N, D)
N	: himpunan semua titik pada suatu graf $G(A)$
D	: himpunan semua sisi pada suatu graf $G(A)$

- (ji) : sisi dari titik j ke titik i
 $w(j, i)$: bobot dari sisi (j, i)
 p : suatu lintasan yang memuat sisi $(i_1i_2), (i_2i_3), \dots, (i_{l-1}i_l)$
 $|p|_w$: bobot dari suatu lintasan p
 $|p|_l$: banyaknya sisi pada lintasan p
 $P(ji; k)$: himpunan semua lintasan dari titik i ke titik j dengan panjang
 k
 $G^c(A)$: graf yang terdiri dari himpunan titik dan sisi dari sirkuit rata-rata maksimum graf $G(A)$
 $N^c(A)$: himpunan semua titik pada suatu graf $G^c(A)$
 $D^c(A)$: himpunan semua sisi pada suatu graf $G^c(A)$
 $\sum_{i=1}^n a_i$: penjumlahan $a_1 + a_2 + \dots + a_n$
 : akhir suatu bukti

INTISARI

Perhitungan Nilai Eigen dan Vektor Eigen pada Matriks Invers Monge dalam Aljabar Maks-plus

Oleh

Syakila Bardiat

15610056

Matriks invers Monge dan matriks Monge diambil dari nama seorang Matematikawan Prancis yaitu Gaspard Monge. Gaspard Monge meneliti suatu permasalahan dalam transportasi. Pada penelitian ini perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge dengan menggunakan operasi aljabar maks-plus. Aljabar maks-plus merupakan himpunan $\mathbb{R}_\varepsilon = \mathbb{R} \cup -\infty$ dengan operasi $a \oplus b = \text{maks}(a, b)$ dan $a \otimes b = a + b$.

Perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge tidak dapat menggunakan cara seperti aljabar linear biasa. Pada penelitian ini perhitungan nilai eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus dengan menggunakan bobot maksimum sirkuit rata-rata. Bobot maksimum sirkuit rata-rata yang dihasilkan sama dengan nilai eigen dari matriks yang direpresentasikan ke dalam suatu graf. Perhitungan vektor eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus dengan menggunakan perhitungan yang dimulai dari A_λ , kemudian dihitung A_λ^+ dan terakhir dihitung A_λ^* . Kolom dari matriks A_λ^* akan menghasilkan vektor eigen dari matriks A yang bersesuaian dengan λ .

Kata kunci : *Aljabar maks-plus, nilai eigen, vektor eigen, matriks Monge, matriks invers Monge, bobot maksimum sirkuit rata-rata*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan cabang ilmu pengetahuan eksak yang digunakan hampir pada semua bidang ilmu pengetahuan. Pembagian cabang matematika di perguruan tinggi meliputi analisis, aljabar, statistika, matematika terapan, aktuaria, matematika keuangan, matematika komputasi dan geometri. Ilmu aljabar adalah salah satu cabang matematika yang memperlajari sistem matematika yakni suatu sistem yang dibentuk dari himpunan atau beberapa yang memenuhi aksioma-aksioma. Dalam cabang ilmu aljabar terdapat beberapa teori, salah satunya aljabar maks-plus [Wibowo, 2014].

Pada penelitian ini akan membahas perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks Monge dalam aljabar maks-plus. Nilai eigen adalah nilai karakteristik dari suatu matriks berukuran $n \times n$ dan vektor eigen adalah vektor kolom bukan nol yang jika dikalikan dengan suatu matriks berukuran $n \times n$ akan menghasilkan vektor lain yang memiliki nilai kelipatan dari vektor eigen itu sendiri [Subiono, 2015].

Untuk memperoleh nilai eigen dari matriks A , $n \times n$, dapat ditulis kembali $Ax = \lambda x$. Jika matriks A berukuran $n \times n$ maka matriks pada kedua ruas harus berukuran $n \times n$. Pada persamaan tersebut ruas kanan hanya terdapat skalar dan vektor eigen maka diberikan suatu matriks I menjadi $Ax = \lambda Ix$. Kemudian kedua ruas dikurangi Ax menjadi $(\lambda Ix - Ax) = 0$. Sehingga diperoleh $(\lambda I - A)x = 0$. Agar λ dapat menjadi nilai eigen, harus terdapat satu solusi taknol dari persamaan tersebut. Untuk mendapatkan solusi taknol, $\det(\lambda I - A) = 0$. Apabila diperluas lagi, determinan $\det(\lambda I - A) = 0$ adalah sebuah polinomial p dalam variabel λ yang disebut polinomial karakteristik. Jika matriks A berukuran $n \times n$, maka

polinomial karakteristik A memiliki derajat n dan koefisien variabel λ^n adalah 1. Bentuk polinomial dari sebuah matriks $n \times n$ adalah $p(\lambda) = \det(\lambda I - A) = \lambda^n + C_1\lambda^{n-1} + C_2\lambda^{n-1} + C_n$. Berdasarkan persamaan karakteristik diperoleh $\lambda^n + C_1\lambda^{n-1} + C_2\lambda^{n-1} + C_n = 0$ memiliki sebanyak-banyaknya n solusi yang berbeda, sehingga sebuah matriks $n \times n$ memiliki sebanyak-banyaknya n nilai eigen yang berbeda [Anton H, 2005].

Pada penelitian ini perhitungan nilai eigen dan vektor eigen suatu matriks dengan menggunakan operasi aljabar maks-plus. Aljabar maks-plus merupakan himpunan $\mathbb{R}_\epsilon = \mathbb{R} \cup -\infty$ dengan operasi $a \oplus b = \text{maks}(a, b)$ dan $a \otimes b = a + b$. Perhitungan nilai eigen dan vektor eigen suatu matriks dalam aljabar maks-plus tidak dapat dicari dengan menggunakan cara pada aljabar linear biasa. Hal ini disebabkan karena matriks dalam aljabar maks-plus tidak mempunyai invers.

Matriks yang akan dihitung nilai eigen dan vektor eigennya adalah matriks invers Monge. Pada penelitian ini tidak hanya mengetahui sifat-sifat matriks invers Monge tetapi juga matriks Monge. Matriks invers Monge dan matriks Monge diambil dari nama seorang Matematikawan Prancis yaitu Gaspard Monge. Gaspard Monge meneliti suatu permasalahan dalam transportasi. Gaspard Monge ingin membagi dua volume sama besar menjadi bagian-bagian kecil kemudian menghubungkan satu sama lain. Sama halnya dengan matriks lain dalam aljabar maks-plus, matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus juga tidak mempunyai invers. Akibatnya nilai eigen tidak dapat dicari dengan menggunakan cara pada aljabar linear biasa. Pada penelitian Gavalec dan Pavka, nilai eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus dapat dihitung dengan menggunakan kompleksitas algoritma $O(n^2)$ [Burkard, 1996].

Pada penelitian ini membahas nilai eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus dengan menggunakan bobot maksimum sirkuit rata-rata. Perhitungan bobot maksimum sirkuit rata-rata dimulai dari merepresentasikan matriks ke dalam bentuk graf. Suatu matriks dapat direpresentasikan ke dalam graf ataupun sebaliknya. Graf yang mempunyai sirkuit rata-rata akan menghasilkan

bobot maksimum sirkuit rata-rata dengan operasinya aljabar maks-plus. Bobot maksimum rata-rata adalah bobot maksimum dari himpunan semua sirkuit rata-rata. Bobot maksimum sirkuit rata-rata yang dihasilkan sama dengan nilai eigen dari matriks yang direpresentasi ke dalam suatu graf. Perhitungan vektor eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus dengan menggunakan perhitungan yang dimulai dari A_λ , kemudian dihitung A_λ^+ dan terakhir dihitung A_λ^* . Kolom dari matriks A_λ^* akan menghasilkan vektor eigen dari matriks A yang bersesuaian dengan λ [Subiono, 2015].

Aljabar maks-plus sudah diteliti oleh beberapa ilmuwan. Pada penelitian Subiono menyatakan bahwa metode untuk perhitungan nilai eigen dengan menggunakan metode bobot maksimum sirkuit rata-rata pada suatu graf. Graf tersebut merupakan representasi dari suatu matriks (*irreducible*) berukuran $n \times n$. Selanjutnya pada penelitian Imaev dan Judd dapat menunjukkan bagaimana cara perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge dengan menggunakan algoritma. Berdasarkan latar belakang tersebut, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian lebih lanjut mengenai perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus.

1.2. Rumusan Masalah

1. Bagaimana sifat-sifat matriks Monge dan matriks invers Monge?
2. Bagaimana perhitungan nilai eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus?
3. Bagaimana perhitungan vektor eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus?

1.3. Batasan Masalah

Perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge dalam penelitian ini dibatasi hanya pada matriks berukuran 3×3 .

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mengetahui sifat-sifat matriks Monge dan matriks invers Monge.
2. Menentukan perhitungan nilai eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus.
3. Menentukan perhitungan vektor eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaatnya adalah :

1. Manfaat bagi peneliti adalah menambah pengetahuan dan meningkatkan pembelajaran tentang sifat-sifat matriks Monge dan matriks invers Monge, perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge khususnya dan matriks-matriks lain pada umumnya.
2. Manfaat bagi pembaca adalah menambah wawasan dan pengetahuan baru tentang macam lain dari jenis-jenis matriks yaitu matriks Monge dan Invers Monge serta perhitungan nilai eigen lain dengan menggunakan bobot maksimum sirkuit rata-rata.
3. Manfaat bagi lembaga adalah menambah rujukan penelitian dan bahan pustaka dalam bidang aljabar.

1.6. Metode Penelitian

Pada penelitian ini penulis menggunakan metode studi literatur. Studi literatur diambil dari buku-buku referensi, jurnal-jurnal terkait topik penelitian yaitu: struktur aljabar maks-plus, aljabar maks-plus dan sifat-sifatnya, matriks dalam aljabar maks-plus, matriks Monge dan matriks invers Monge, bobot maksimum

sirkuit rata-rata, nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge dalam aljabar maks-plus. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah :

1. Membahas struktur aljabar yang merupakan konsep dasar dari aljabar maks-plus.
2. Membahas sifat-sifat aljabar maks-plus yang akan digunakan untuk operasi perhitungan nilai eigen dan vektor eigen.
3. Membahas graf dalam aljabar maks-plus yang merupakan representasi dari suatu matriks.
4. Membahas sifat-sifat matriks dalam aljabar maks-plus.
5. Mengetahui sifat-sifat matriks invers Monge sekaligus matriks Monge.

1.7. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada penelitian ini yaitu pada bab 1 berisi pendahuluan, bab 2 berisi dasar teori, Bab 3 berisi pembahasan, Bab 4 berisi kesimpulan.

1. Bab 1 : Pendahuluan

Pada Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah tujuan, manfaat, metode penelitian dan sistematika penulisan.

2. Bab 2 : Dasar Teori

Pada bagian ini akan membahas landasan teori yang akan menjadi dasar pada pembahasan di Bab 3 yaitu Struktur aljabar, Aljabar maks-plus dan sifat-sifatnya, Graf dalam aljabar maks-plus, Matriks dalam aljabar maks-plus.

3. Bab 3 : Pembahasan

Pada bab ini akan menjelaskan permasalahan pada penelitian ini yaitu matriks Monge dan matriks invers Monge, bobot maksimum sirkuit rata-rata, nilai eigen dan vektor eigen matriks invers Monge.

4. Bab 4 :

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan dari penulisan yang telah dilakukan dan saran dari penulis untuk pengembangan penelitian yang dilaksanakan.



BAB IV

PENUTUP

Pada bab ini akan diberikan kesimpulan dan saran-saran yang dapat diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

4.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil penulis setelah menyelesaikan pembuatan skripsi ini adalah :

1. Sifat-sifat matriks Monge dan matriks invers Monge mempunyai kesamaan, perbedaanya perkalian dua matriks Monge tidak menghasilkan matriks Monge sedangkan perkalian dua matriks invers Monge menghasilkan matriks invers Monge juga.
2. Nilai eigen dari suatu matriks invers Monge merupakan bobot maksimum sirkuit rata-rata dari suatu graf yang merepresentasikan matriks invers Monge tersebut.
3. Vektor eigen dari suatu matriks merupakan kolom dari matriks A_{λ}^* yang bersesuaian dengan λ .

4.2. Saran

Setelah setelah menyelesaikan pembuatan skripsi ini penulis ingin menyampaikan beberapa saran.

1. Penelitian ini hanya dibatasi pada perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge. Diharapkan ada penelitian untuk perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks lainnya.

2. Pada penelitian ini hanya membahas contoh perhitungan nilai eigen dan vektor eigen pada matriks invers Monge. Penulis menyarankan untuk melakukan penelitian terhadap terapan dari perhitungan tersebut.



DAFTAR PUSTAKA

- Anton H., , Rorres C. 2005. *"Elementary Linear Algebra"*, New York.
- Bacelli, F., et al. 2001. *"Synchronization and Litenary"*, John Wiley and Sons Inc., New York.
- Farlow, K.G. 2009. *"Max Plus Algebra"*, Mastre's thesis Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Imaev, A.A dan Judd, R.P. 2010. *"Computing an Eigenvector of an Invers Monge Matrix in Max-Plus Alegbra"*, United States.
- Rainer A, Burkard. Klinz,Bettina dan Rudolf, Rudigar. 1996. *"Perspectives of Monge properties in optimization"*.
- Rudhito, Andy. 2006. *" Aljabar Max-Plus dan Penerapannya"*.
- Ruohonen, Keijo. 2013. *"Graph Theory"*.
- Subiono, 2015. *" Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya"*, ITS Surabaya.
- Suwaibah, Farida. Subiono. Yunus, Mahmud. 2010. *"Masalah vektor eigen matriks invers Monge di Aljabar Max-Plus"*,FMIPA ITS.
- Wolfgang W. Bein, Mordecai J.Golin, Lawrence L. Larmore and Yan.Zhang. 2006. *"The Knuth-Yao Quadrangle-Inequality Speedup is a Consequence of Total-Monotonicity"*.
- <http://ahlimath.com/2014/01/pembagian-ilmu-matematika/> (17 September 2019).

Curriculum Vitae (CV)



1. Biodata Lengkap

Nama Lengkap	: Syakila Bardiyati
Jenis Kelamin	: Perempuan
Tempat, Tanggal lahir	: Sleman, 8 Maret 1995
Alamat Asal	: Plosokuning 3 RT 15 RW 06 Minomartani Ngaglik Sleman Yogyakarta.
Email	: syakiatie9@gmail.com
No. HP	: 081393798298

2. Pendidikan Formal

- Tahun 2001 – 2007 MIN 2 SLEMAN
- Tahun 2007 – 2013 Pondok Modern Darussalam Gontor Putri 1
- Tahun 2015 – 2019 UIN Sunan Kalijaga Saintek/ Matematika

3. Pendidikan Non Formal

- Tahun 2014 STBA LIA Yogyakarta

4. Pengalaman Organisasi

- Sekretaris Pemuda periode 2015-2016
- Sekretaris Remais periode 2015-2016
- Anggota Karang Taruna periode 2016-2018
- HMI Komisariat Saintek periode 2016
- IPPNU Kec. Ngaglik periode 2017-2019
- Manager Marketing LP2KIS Yogyakarta periode 2017-2018
- Divisi Minat Bakat HMPS 2018
- Pengawas Kopma periode 2019-2020