

**APLIKASI GRAF TERHADAP SISTEM TRANSPORTASI DARAT
BUS PATAS TRANS JOGJA DI DAERAH ISTIMEWA YOGYAKARTA
(Studi Kasus : Bus Patas Trans Jogja Trayek 3A)**

SKRIPSI

untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



diajukan oleh
Hasbilah Rifa'i
04610003

Kepada
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
2009



PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/3032/2009

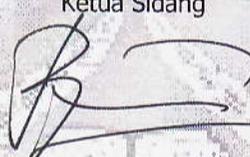
Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Aplikasi Graf terhadap Sistem Transportasi Darat Bus Patas Trans Jogja Daerah Istimewa Yogyakarta (Studi Kasus : Bus Patas Trans Jogja Trayek 3 A)

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :
Nama : Hasbilah Rifai
NIM : 0461 0003
Telah dimunaqasyahkan pada : 20 Oktober 2009
Nilai Munaqasyah : B

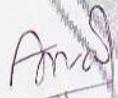
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang


Muchammad Abrori, S.Si, M.Kom
NIP.197204231 199903 1 003

Penguji I


Fitriyana Yuli Saptaningtyas, M.Si
NIP.132326893

Penguji II


Dra. Endang Sulistyowati
NIP. 19670414 199903 2 001

Yogyakarta, 18 November 2009

Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan



Dra. Malzer Said Nahdi, M.Si
NIP. 19550427 198403 2 001



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal :

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. Wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Hasbilah Rifa'i

NIM : 04610003

Judul Skripsi : Aplikasi Graf Terhadap Sistem Transportasi Darat Bus Patas Trans
Jogja di Daerah Istimewa Yogyakarta Studi Kasus Trayek 3A

Sudah dapat diajukan kembali kepada Fakultas Sainstek Program Studi Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata satu dalam bidang Sains.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Yogyakarta, 01 Oktober 2009

Pembimbing

Much. Abrori, S.Si.,M.Kom

NIP.19720423 199903 1 003

MOTTO

والخيل والبغال والحمير لتركبوها وزينة ويخلق ما لا تعلمون (٨)

Artinya:

“Dan (Dia telah menciptakan) kuda, bagal, dan keledai, agar kamu menungganginya dan (menjadikannya) perhiasan. Dan Allah menciptakan apa yang kamu tidak mengetahuinya.”

(Q.S. An Nahl: 8)

- ❖ Kebenaran Allah itu merupakan satu **Titik** tunggal, yaitu Islam, atau apa-apa yang terkandung dalam Alqur'an, dimana Titik itu membentuk **Garis** lurus yang menghubungkan penafsiran berbagai kebenaran yang diklaim oleh golongan apapun atau siapapun.

PERSEMBAHAN

Teruntuk Ibunda, ada berjuta terima kasih yang menggema di segenap penjuru hatiku yang tiada mampu menghambur lewat getar-getar bibirku. Rasa terima kasih atas segala jasmamu, atas putih kasihmu. Kan kutuliskan tebal-tebal dalam lembar-lembar benakku, kutulis dengan tinta melati.

Terhadiahkan karya ini kepada Ayahanda tercinta, engkau yang telah mendidik dan membesarkanku. Kerja kerasmu telah membimbingku untuk tetap tegar dalam keterpurukanku, dan mengajarkanku keberanian dalam menghadapi hidup. Maafkan aku jika aku tak bisa seperti yang engkau harapkan. Inilah aku..

Untuk mas Imam,mas Nur,mas Husni dan adiku laely terima kasih atas inspirasi dan motivasinya. karena kalian aku belajar menjadi teladan. Aku bahagia memiliki kalian semua...

Tersembahkan untuk "melati putih" yang tumbuh mewangi di taman hatiku, bilakah engkau kan kupetik ?

Sahabat-sahabatku dengan penuh cinta, terima kasih atas kerjasama dan kebersamaan kita yang penuh perjuangan dalam meraih sebuah impian.

KATA PENGANTAR



()

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT. Terima kasih untuk petunjuk jalan hidup yang telah Engkau berikan. Allah tercinta yang senantiasa kurindu yang telah memberi rahmat dan hidayahNya sehingga skripsi yang berjudul “Aplikasi Graf terhadap Sistem Transportasi Darat Bus Patas Trans Jogja Di Daerah Istimewa Yogyakarta Studi Kasus: trayek 3A” ini dapat penulis selesaikan.

Shalawat dan salam semoga selalu tercurah untuk makhluk yang paling mulia, Nabi Muhammad SAW serta keluarga, sahabat, dan seluruh umat yang mencintainya.

Pada kesempatan kali ini penulis patut mengucapkan terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada semua pihak yang dengan langsung maupun tidak langsung telah membantu terselesainya skripsi ini. Oleh karena itu dalam kesempatan ini perkenanlah kami untuk menyampaikan rasa terima kasih yang setinggi-tingginya kepada:

1. Bapak Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ibu Dra.Hj. Maizer Said Nahdi, M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

3. Ibu Sri Utami Zuliana, M.Si selaku ketua Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Bapak Muchammad Abrori, S.Si.,M.Kom selaku Dosen Pembimbing skripsi sekaligus Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan serta motivasi pada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Segenap Dosen dan Karyawan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah memberikan ilmu dan pelayanan yang baik.
6. Dinas Perhubungan Daerah Istimewa Yogyakarta yang telah memberikan izin kepada penulis untuk melakukan penelitian.
7. Bapak dan Ibu atas segala do'a, cinta, dorongan, dan kasih sayangnya yang tak terbalaskan kepada penulis hingga akhirnya penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini.
8. Teman-temanku di komunitas sanggar ilir, komunitas teater di Yogyakarta yang telah mengajarkan penulis dalam memahami arti kehidupan.
9. Teman-temanku di Prodi Matematika '04, terima kasih atas semua jasa baik kalian, semoga tali silaturahmi kita akan selalu terjaga.
10. Berbagai pihak yang tidak dapat kami sebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan dan motivasi dalam penyusunan skripsi ini.

Semoga segala bantuan dan jasa baik yang diberikan mendapat balasan dan menjadi amalan yang diridhoi oleh Allah. Amiin. Selanjutnya, penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini jauh dari sempurna, oleh karena itu kritik dan saran yang konstruktif sangat penulis harapkan.

Akhirnya, semoga penyusunan skripsi ini dapat bermanfaat bagi segenap pembaca.

Yogyakarta, 20 Oktober 2009

Hasbilah Rifa'i
NIM. 04610003

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PENGESAHAN SKRIPSI	ii
SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI	iii
SURAT PERNYATAAN	iv
MOTTO	v
PERSEMBAHAN.....	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR SIMBOL	xiv
ABSTRAKSI	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah	5
C. Pembatasan Masalah	5
D. Tujuan Penelitian	6
E. Manfaat Penelitian	6
F. Tinjauan Pustaka	6
BAB II LANDASAN TEORI	8
A. Definisi Graf	8
B. Jenis-jenis Graf	11
C. Keterhubungan	16
1. Walk, Trail, Path, Cycle, Sirkuit	16
2. Keterhubungan Berkaitan Dengan Jarak	20
D. Lintasan Terpendek di dalam Graf Terboboti	24
E. Graf Sebagai Model	25
F. Pemodelan Jalur Transportasi.....	30
BAB III METODE PENELITIAN	34
A. Sifat dan Jenis Penelitian.....	34
1. Sifat Penelitian	34
2. Jenis Penelitian	34

B. Obyek Penelitian	35
C. Sumber Data	35
D. Model Penelitian	36
E. Teknik Analisis Data.....	36
BAB IV Hasil Penelitian dan Pembahasan	37
A. Masalah Perjalanan Bus	37
B. Penyelesaian Masalah Perjalanan Bus	40
1. Metode Tetangga Terdekat.....	41
2. Metode Sisipan Tertutup.....	43
3. Metode Geometri.....	46
C. Perbaikan Lintasan Terpendek	50
BAB V Penutup.....	57
A. Kesimpulan	57
B. Saran	58
DAFTAR PUSTAKA	59
LAMPIRAN	
CURRICULUM VITAE	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Graf yang terdiri atas 4 verteks dan 5 edge	8
Gambar 2. 3 Dua Graf yang sama yang digambarkan secara Berbeda	9
Gambar 2. 4 Graf tak berarah	10
Gambar 2. 5 Graf dengan Edge Ganda dan Gelang	11
Gambar 2. 6 Graf Nol atau Graf Kosong	12
Gambar 2. 7 Graf Lengkap	12
Gambar 2. 8 Graf Planar	13
Gambar 2. 9 Graf Hamilton	13
Gambar 2. 10 Graf Tidak Sederhana	14
Gambar 2. 11 Graf G dengan $\delta(G)=1$ dan $\Delta(G)=3$	15
Gambar 2. 12 Graf Teratur	15
Gambar 2. 13 Graf tidak teratur.....	16
Gambar 2. 14 Walk	17
Gambar 2. 15 Path	18
Gambar 2. 16 Trail	18
Gambar 2. 17 Jarak dua verteks berlainan	20
Gambar 2. 18 Model Graf yang Berkaitan dengan Jarak	21
Gambar 4. 1a Daerah Kerja	38
Gambar 4. 1b Model Graf daerah Kerja	39
Gambar 4. 2 Sikel hamilton dengan Metode Tetangga Terdekat	43
Gambar 4. 3 Sikel Hamilton dengan Metode Sisipan Tertutup	46
Gambar 4. 4 Convex Hull 1	47
Gambar 4. 5 Kumpulan Segi Tiga dalam Convex Hull 1	47
Gambar 4. 6 Convex Hull 2	48
Gambar 4. 7 Beberapa Segitiga dalam Convex Hull 2	49
Gambar 4. 8 Sikel Hamilton dengan Metode Geometri	50

Gambar 4. 9 Lintasan dari Jl. Cikdiktiro Menuju Jl. Sudirman	52
Gambar4. 10 Lintasan dari Jl.Kol.Sugiyono menuju Jl. Sorogaten	54
Gambar 4. 11 Lintasan dari Terminal ConCat menuju Jl. Cik Diktiro	55

DAFTAR SIMBOL

V	= Verteks atau titik
E	= Edge atau garis
$V(G)$	= Himpunan verteks dalam graf
$E(G)$	= Himpunan edge dalam graf
$d(V)$	= Derajat verteks di G
$\delta(G)$	= Derajat minimum (terkecil) di G
$\Delta(G)$	= Derajat maksimum (terbesar) di G
$(e(u))$	= Eksentrisitas suatu titik
$(r(G))$	= Jari-jari graf
$(d(G))$	= Diameter graf

**APLIKASI GRAF TERHADAP SISTEM TRANSPORTASI DARAT
BUS PATAS TRANS JOGJA DI DAERAH ISTIMEWA YOGYAKARTA
(Studi Kasus : Bus Patas Trans Jogja Trayek 3A)**

**Hasbilah Rifa'i
NIM. 04610003**

ABSTRAK

Perjalanan bus patas Trans Jogja untuk menemukan rute paling ekonomis dari sebuah terminal ke halte-halte yang harus dilewati tepat satu kali tanpa ada yang terlewati dua kali dan harus kembali ke terminal asal, merupakan upaya untuk mengefisienkan biaya dan waktu pada proses sistem transportasi. Sistem transportasi perjalanan bus dapat dimodelkan dalam graf dengan halte sebagai titik (*verteks*) dan jalur yang menghubungkan halte-halte tersebut sebagai garis (*edge*). Model perjalanan bus kota ini dalam graf disebut siklus Hamilton. Ada 3 metode yang dapat digunakan untuk mencari siklus Hamilton.

Masalah lain yang berhubungan dengan pencarian rute perjalanan yang ekonomis adalah perbaikan lintasan terpendek yaitu hasil pencarian lintasan yang telah diperoleh dari perhitungan terbaik dari salah satu metode. Langkah perbaikan di sini adalah dengan lebih memperhatikan *path*nya yaitu tempat tujuannya dan tanpa menghilangkan satu halte pun untuk tidak dilewati. Untuk mencari *path* di sini dipakai asas trail dimana untuk menuju suatu tempat tujuan diperhatikan lintasannya.

Hasil perhitungan dan pencarian rute terpendek dengan metode geometri menghasilkan jarak dan bentuk lintasan yang sama dengan rute yang dilewati bus trans jogja trayek 3A selama ini. Dari hasil tersebut berarti jalur trans Jogja trayek 3A sudah efektif lintasannya.

Key Word: Mencari Siklus Hamilton.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Eksistensi kehidupan manusia di dunia ini sangat dipengaruhi oleh adanya harapan, yaitu keinginan agar sesuatu itu dapat tercapai atau terjadi. Sesuatu tersebut berupa kebutuhan jasmani dan rohani. Manusia dikaruniai akal, pikiran, panca indra dan apa saja yang merupakan suatu dinamika untuk kesempurnaan kehidupan manusia dari Tuhan Yang Maha Kuasa untuk mewujudkan harapan tersebut. Manusia sebagai makhluk yang dikaruniai akal dan pikiran selalu berusaha membuat lingkungan yang ada agar dapat memenuhi apa yang diharapkan. Salah satu wujud usaha pemenuhan harapan atau ketidakpastian yang dihadapi oleh manusia tersebut dapat dilakukan melalui ilmu matematika. Atas dasar itu manusia sering kali menggunakan ilmu dan segala macam pengetahuannya agar dapat mengerti lingkungan, sebagai bentuk adaptasinya. Manusia selalu belajar atas hal-hal yang baru dan membuat rencana-rencana untuk masa depannya.

Keterbatasan yang dimiliki manusia dalam menghadapi semua permasalahan, membuat manusia selalu dihadapkan pada ketidakpastian. Ketidakpastian tersebut dapat muncul sebagai akibat keraguan atas kebenaran dan kemampuan ilmu yang dimiliki. Akibat semakin sering manusia belajar menyelesaikan permasalahan maka manusia akan semakin pandai dalam menyelesaikan permasalahan lain. Ketidakpastian adalah kondisi dimana akan

terjadi kemungkinan kesalahan, dikarenakan tidak adanya pengetahuan tentang keadaan lingkungan sekitar yang utuh sebagai keterbatasan dari manusia.¹

Banyak orang memandang matematika sebagai ilmu yang kering, abstrak, teoritis, penuh dengan lambang-lambang dan rumus-rumus yang rumit dan membingungkan. Mereka mungkin mempunyai pengalaman yang kurang menyenangkan ketika belajar matematika di sekolah; akibatnya, mereka tidak menyukai matematika. Bagi mereka matematika merupakan ilmu yang tidak banyak hubungannya kecuali untuk menghitung hal-hal praktis dalam kehidupan sehari-hari.²

Matematika sebagai ilmu dasar telah memberikan kemajuan yang begitu banyak dalam berbagai bidang. Teori Graf merupakan salah satu cabang matematika yang turut memberikan andil dalam kemajuan tersebut. Teori Graf ini sebenarnya telah dikenal lebih 250 tahun yang silam. Teori graf lahir pada tahun 1736 melalui tulisan Euler yang berisi tentang upaya pemecahan masalah jembatan Konigsberg yang sangat terkenal di Eropa. Kurang lebih seratus tahun setelah lahirnya tulisan Euler tersebut tidak ada perkembangan yang sangat berarti berkenaan dengan teori graf. Tahun 1847, G.R. Kirchoff (1824-1887) berhasil mengembangkan teori pohon (*Theory of tress*) yang digunakan dalam persoalan jaringan listrik. Sepuluh tahun kemudian A. Cayley (1821-1895) juga menggunakan konsep pohon untuk

¹ Klir George J Bo Yuan, *fuzzy set Theory Fondation and Application* (Prentice-Hall International Inc 1997), hal 1

² Sumaji, *Pendidikan Sains yang Humanistis*, 1998, hal 224

menjelaskan permasalahan kimia yaitu hidrokarbon. Hal yang penting untuk dibicarakan sehubungan dengan teori graf adalah apa yang dikemukakan oleh Sir W.R. Hamilton (1805-1865). Tahun 1859 dia berhasil menemukan suatu permainan yang kemudian dijualnya ke pabrik mainan di Dublin. Permainan tersebut dari kayu berbentuk *dodecahedron* beraturan yakni berupa sebuah pentagon beraturan dan tiap pojoknya dibentuk oleh tiga sisi berbeda. Tiap pojok dari *dodecahedron* tersebut dipasangkan dengan sebuah kota terkenal seperti London, New York, Paris, dll. Masalah dalam permainan ini adalah kita diminta untuk mencari suatu rute melalui sisi-sisi dari *dodecahedron* sehingga tiap kota dari 20 kota yang ada dapat dilalui tepat satu kali.

Tiga puluh tahun terakhir ini merupakan periode yang sangat intensif dalam aktivitas pengembangan teori graf baik murni maupun terapan. Sejumlah besar penelitian telah dilakukan, ribuan artikel telah diterbitkan, dan lusinan buku telah banyak ditulis.³ Perkembangan teori graf tersebut pada akhirnya mengalami suatu perkembangan yang sangat pesat setelah baru beberapa puluh tahun terakhir. Faktor pemercepat perkembangan ini adalah dampak kemajuan teknologi komputer yang sangat cepat dan penggunaannya didalam masalah optimasi skala besar yang dapat dimodelkan dalam bentuk graf dan dipecahkan melalui algoritma yang diberikan oleh teori graf.⁴

Banyak dijumpai beraneka macam sistem dalam berbagai bidang kehidupan yang diaplikasikan dengan teori graf. Sistem yang dimaksud

³ Drs. Heri Sutarno, dkk. *Matematika Diskrit*. Universitas Negeri Malang. UM Press. 2005 hal.65-66

⁴ Erwin Kreyszig, *Matematika Teknik Lanjutan*, 1993, hal. 481

misalnya, sistem keluarga, sistem pemerintahan, sistem jaringan informasi dan sebagainya. Sistem merupakan kumpulan komponen yang membentuk satu kesatuan yang mempunyai tujuan yang sama. Setiap titik melambangkan unsur-unsur penyusun sistem dan setiap garis melambangkan hubungan antara titik tersebut. Graf dapat berfungsi sebagai model dari suatu sistem yang berupa himpunan titik dan garis yang menghubungkan setiap titik yang berpasangan. Pemodelan ini dapat digunakan untuk mempermudah menganalisis suatu permasalahan dalam sistem tersebut. Masing-masing pemodelan mempunyai aturan dan ciri khas.

Salah satu sistem tersebut adalah sistem transportasi kota, misalnya penentuan rute perjalanan bus kota dari suatu terminal menuju ke halte-halte yang diatur sedemikian sehingga setelah keluar dari terminal hanya tepat satu kali melewati halte-halte dan ruas jalan yang menghubungkan antar halte, dan kembali lagi ke terminal semula. Sistem transportasi perjalanan bus merupakan model jaringan. Hal ini dapat digambarkan dengan kota sebagai titik dan jalur yang menghubungkan kota-kota tersebut sebagai garis. Model perjalanan bus kota dari sebuah terminal menuju ke beberapa halte yang ada dalam rutanya secara berurutan dan kembali ke terminal semula tepat satu kali dalam teori graf disebut siklus *Hamilton*.

Transportasi adalah salah satu bagian penting manusia dalam kehidupan sehari-hari. Bus patas Trans Jogja di Daerah Istimewa Yogyakarta misalnya, adalah upaya serius pemerintah Yogyakarta dalam memperhatikan sistem transportasi yang aman, nyaman dan murah kepada masyarakat serta

mengurangi kepadatan kendaraan pribadi di Yogyakarta yang kian hari semakin padat. Akan tetapi apakah diluncurkannya moda transportasi Trans Jogja salah satu tujuannya adalah untuk memberikan pelayanan dalam perjalanan supaya cepat sampai tujuan bagi penumpang sudah terealisasi?

Dalam penulisan ini akan dipaparkan langkah-langkah untuk mengupas pengaturan proses pada sistem transportasi Trans Jogja trayek 3A di dalam graf yaitu mencari lintasan yang efisien dengan mencari siklus hamilton menggunakan 3 metode.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana menyusun/merepresentasikan masalah sistem transportasi Bus Trans Jogja trayek 3A ke dalam graf ?
2. Bagaimana menentukan rute terpendek Bus Trans Jogja trayek 3A dengan menggunakan aplikasi graf ?

C. Pembatasan Masalah

Pembatasan masalah pada penelitian di sini ialah menggambarkan bentuk graf dan mencari siklus hamilton dari perjalanan bus Trans Jogja trayek 3A.

D. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menyusun/merepresentasikan masalah sistem transportasi Bus Trans Jogja trayek 3A ke dalam graf.
2. Menentukan rute/lintasan terpendek Bus Trans Jogja trayek 3A dengan menggunakan aplikasi graf.

E. Manfaat Penelitian

Manfaat dalam penelitian ini dapat dibagi menjadi dua kelompok, yaitu bagi penulis dan bagi pengelola transportasi Trans Jogja di Daerah Istimewa Yogyakarta.

a) Bagi Penulis

Mengetahui dan memahami aplikasi graf terhadap sistem transportasi darat bus Trans Jogja di Daerah Istimewa Yogyakarta.

b) Bagi Pengelola Transportasi

Memberi informasi bahwa dalam menentukan lintasan transportasi Trans Jogja dapat dilakukan dengan menggunakan aplikasi graf.

F. Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka yang relevan dengan penelitian ini yaitu skripsi yang ditulis oleh Dyan Erlisa (mahasiswa Jurusan Matematika UNY): “*Aplikasi Graf pada Sistem Transportasi dan Traffic Light*”. Skripsi di atas membahas tentang sistem transportasi secara umum yaitu, mencari lintasan terpendek

dengan menentukan siklus hamilton dan graf bipartit dalam membahas pengaturan traffic light. Hasilnya diperoleh lintasan terpendek dengan metode geometri dalam menentukan siklus hamilton.



BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

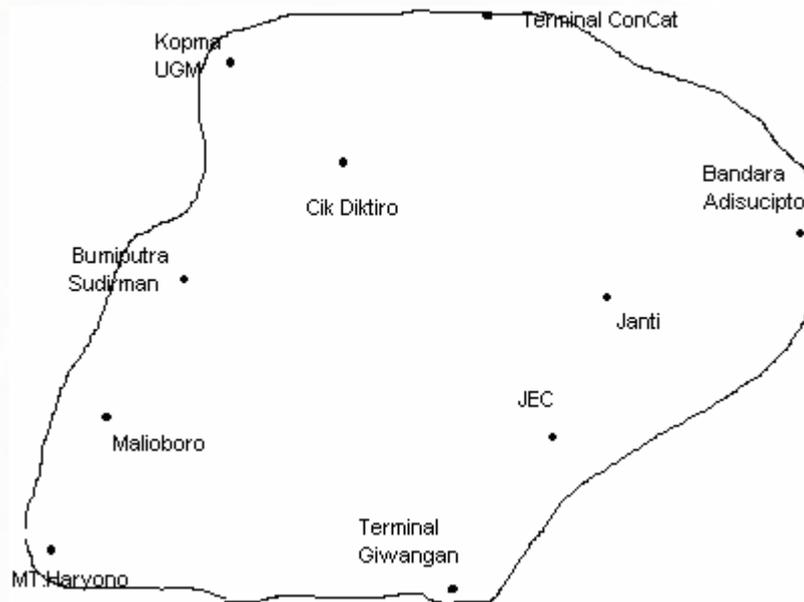
Pada bab sebelumnya telah dibahas mengenai definisi graf dan jenis-jenisnya, graf sebagai model, dan keterhubungan graf. Selanjutnya dalam bab ini penulis akan membahas aplikasinya terhadap masalah perjalanan bus Trans Jogja di Daerah Istimewa Yogyakarta khususnya trayek 3A dari sebuah terminal menuju ke beberapa tempat/halte yang ada dalam rutenya secara berurutan dan kembali ke terminal semula tepat satu kali.

A. Masalah Perjalanan Bus

Seperti telah dikemukakan di depan, masalah perjalanan bus kota untuk menemukan rute paling ekonomis dari sebuah terminal menuju halte-halte yang harus dilewati tepat satu kali dan harus kembali ke terminal asal dalam graf disebut siklus hamilton. Metode yang telah disebut di atas yaitu, metode tetangga terdekat, sisipan tertutup, dan metode geometri, merupakan upaya untuk mengoptimalkan jarak tempuh perjalanan pada proses sistem transportasi.

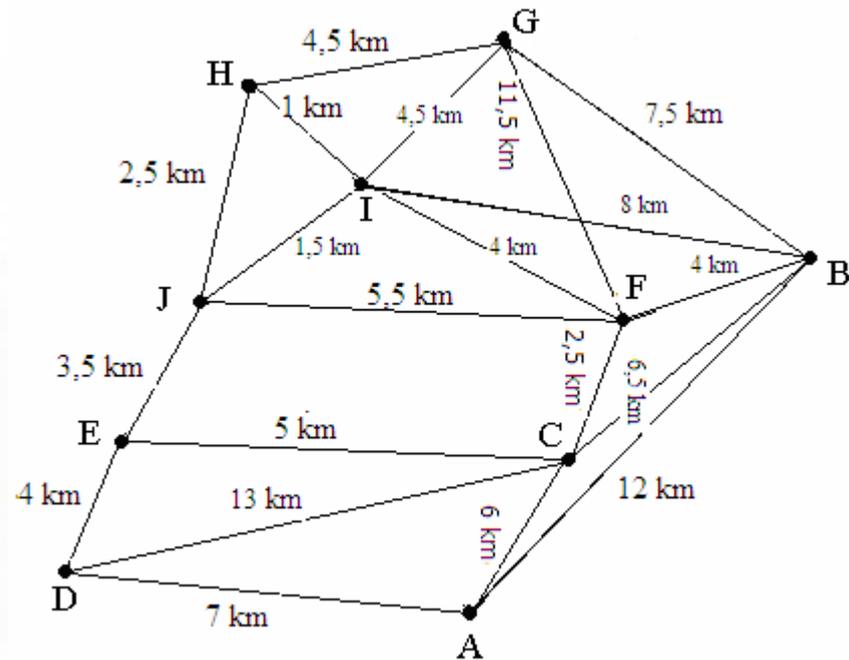
Masalah ini merupakan persoalan pencarian path yang memiliki siklus Hamilton dalam suatu graf dengan menggunakan tiga metode untuk mendapatkan suatu lintasan jarak terpendek. Sampai saat ini belum ditemukan algoritma yang tepat dan paling efisien untuk menyelesaikan permasalahan perjalanan bus tersebut. Untuk lebih mempermudah, terlebih dahulu diberikan

model suatu daerah tertentu misalkan rute pada trayek 3A seperti pada gambar berikut. Daerah ini terdiri dari 10 tempat halte tujuan penting yang selalu dikunjungi banyak penumpang dari bus Trans Jogja trayek 3A dimana tiap-tiap tempat haltenya terhubung oleh sebuah ruas jalan.



Gambar 4.1 daerah kerja

Daerah pada gambar tersebut kemudian dapat dimodelkan dalam sebuah graf. Setiap verteks pada graf melambangkan halte dan setiap edge melambangkan ruas jalan penghubung antar halte. Seperti pada gambar 4.1.b di bawah ini setiap verteks dapat dihubungkan ke veteks lain oleh garis atau edge yang menunjukkan jalan yang dapat dilewati untuk menghubungkan antar halte.



Gambar 4.2. Model graf dan jarak daerah kerja trayek 3A

Keterangan gambar :

A = Terminal Giwangan

B = Bandara Adisucipto

C = Jogja Expo Centre

D = Jl.MT.Haryono

E = Malioboro

F = Janti

G = Terminal Concat

H = Kopma UGM

I = Cik Diktilo

J = Bumi Putra Sudirman

Dalam sistem transportasi, jarak antar tempat halte merupakan bobot edge pada graf. Dari uraian di atas penulis mengasumsikan setiap halte dapat

dilewati dari setiap halte yang terhubung oleh jalan dan sebaliknya. Sehingga dari proses penyelesaian ini nantinya dapat dijadikan sebagai acuan atau pertimbangan dalam menentukan lintasan transportasi kedepannya.

Dengan menggunakan cara model di atas, berikut ini akan dicari penyelesaian masalah perjalanan sebuah bus dalam menjalankan tugasnya untuk mencari rute paling ekonomis. Beberapa metode yang dapat digunakan yaitu: metode tetangga terdekat, metode sisipan tertutup, dan metode geometri.

B. Penyelesaian Masalah Perjalanan Bus

Penyelesaian masalah perjalanan bus yang dimaksud di sini adalah beberapa metode yang dapat dipakai untuk menyelesaikan masalah yaitu, penentuan rute/lintasan perjalanan bus agar menemukan rute yang efisien dengan merepresentasikan ke dalam graf dari terminal awal menuju halte-halte yang dilalui bus trayek 3A hingga kembali ke terminal semula. Adapun metode penyelesaian tersebut yaitu:

1. Metode Tetangga Terdekat

Misalkan dengan gambar 4.1 tabel 4.1, berikut ini diberikan cara perhitungan untuk menyelesaikan permasalahan perjalanan bus tersebut dengan metode tetangga terdekat, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut,

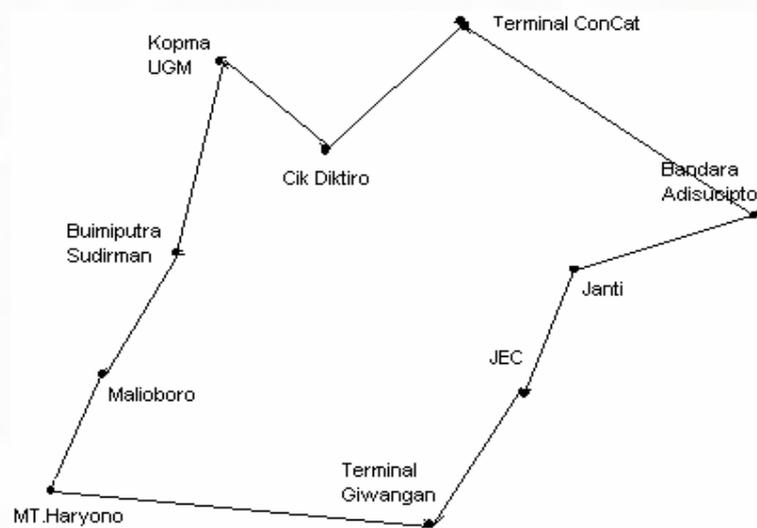
Langkah 1 : Diambil A sebagai terminal

Langkah 2 : Dipilih halte pertama yang paling dekat dengan A,

yaitu C, bobot AC adalah 6 km

- Langkah 3 : Ambil halte C untuk dihubungkan dengan halte lain yang terdekat yaitu halte F, bobot CF adalah 2,5 km
- Langkah 4 : Ambil halte F untuk dihubungkan dengan halte lain yang terdekat yaitu halte B, bobot FB adalah 4 km
- Langkah 5 : Ambil halte B untuk dihubungkan dengan halte lain yang terdekat yaitu halte G, bobot BG adalah 7,5 km
- Langkah 6 : Ambil halte G untuk dihubungkan dengan halte lain yang terdekat yaitu halte H atau I, karena dua halte tersebut bobotnya sama ke halte G, kemudia dipilih yang mempunyai bobot lebih kecil, tetapi tidak boleh memilih halte yang pernah dipilih. Diambil halte I, bobot GI adalah 4,5 km
- Langkah 7 : Ambil halte I untuk dihubungkan dengan halte lain yang terdekat yaitu H, bobot IH adalah 1 km
- Langkah 8 : Ambil halte H untuk dihubungkan dengan halte lain yang terdekat yaitu J, bobot HJ adalah 2,5 km
- Langkah 9 : Ambil halte J untuk dihubungkan dengan halte lain yang terdekat yaitu E, bobot JE adalah 3,5 km
- Langkah 10 : Ambil halte E untuk dihubungkan dengan halte lain yang terdekat yaitu D, bobot ED adalah 4 km
- Langkah 11 : Dari halte terakhir yang dipilih langsung kembali ke terminal, yaitu halte A dengan bobot 7 km

Dengan melihat data pada table 4.1 maka penyelesaian yang mungkin dengan metode tetangga terdekat adalah: A –C– F – B – G – I – H – J – E– D – A. Jadi total bobot rute yang ditempuh oleh bus tersebut adalah $6+2.5+4+7.5+4.5+1+2.5+3.5+4+7= 42,5$ km dengan perjalanan dimulai dari titik A atau Terminal Giwangan. Jika digambarkan dalam bentuk graf rute perjalanan bus tersebut membentuk sebuah siklus Hamilton seperti gambar 4.3 dibawah ini



Gambar 4.3. Sikel Hamilton yang diperoleh dengan metode tetangga terdekat

2. Metode Sisipan Tertutup

Dengan menggunakan gambar 4.2 dan table 4.1 berikut diberikan cara perhitungan untuk menyelesaikan permasalahan perjalanan bus tersebut dengan menggunakan metode sisipan tertutup, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut.

Langkah 1 : Diambil G sebagai terminal atau titik awal

Langkah 2 : Dipilih halte pertama yang paling dekat dengan G, yaitu I

Langkah 3 : Dipilih halte yang terdekat dengan G dan I yaitu H untuk disisipkan di antara G dan I sehingga terbentuk siklus G-I-H-G

Langkah 4 : Seperti langkah 3, dipilih halte J untuk disisipkan maka terdapat tiga kemungkinan siklus yang dapat terbentuk S_1 , S_2 , S_3 dengan:

S_1 : G I J H G

S_2 : G H J I G

S_3 : G I H J G

Dipilih yang bobotnya terpendek, dari data bobot pada table 4.1 dipilih S_1 dengan bobot 13 km

Cara perhitungannya sebagai berikut:

Bobot G ke I = 4,5 km, I ke J = 1,5 km, J ke H = 2,5 km, H ke G = 4,5 km.

Pertambahan bobot terpendek sebagai berikut:

$$d(IJ)+d(JH)-d(IH) = 1,5+2,5-1 = 3 \text{ km jadi bobot totalnya } 4,5+1,5+2,5+4,5 = 13 \text{ km}$$

Langkah 5 : Dengan perhitungan seperti langkah 4 di atas, dipilih F untuk disisipkan diantara G dan I sehingga diperoleh siklus:

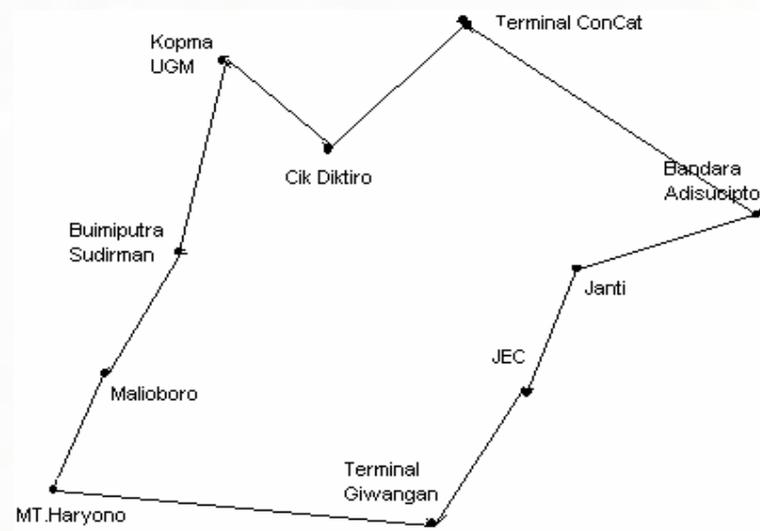
G F J H I G pertambahan bobotnya adalah: $d(GF)+d(FJ)-$

$$d(GI)=6,5+5,5-6=6 \text{ jadi bobot totalnya=}$$

$$6,5+5,5+2,5+1+4,5=20 \text{ km}$$

- Langkah 6 : Dengan perhitungan seperti langkah 4 di atas dipilih B untuk disisipkan diantara G dan F, sehingga diperoleh siklus: G B F J H I G dengan penambahan bobotnya sebagai berikut $d(GB)+d(BF)-d(GF)=7,5+4-6,5=5$ km. Jadi bobot totalnya adalah $7,5+4+5,5+2,5+1+4,5=25$ km
- Langkah 7 : Dengan perhitungan seperti langkah 4 di atas, dipilih C untuk disisipkan diantara B dan F sehingga diperoleh siklus: G B C F J H I G dengan penambahan bobot $d(BC)+d(CF)-d(BF)=6,5+2,5-4=5$ km. Jadi bobot totalnya adalah $7,5+6,5+2,5+5,5+2,5+1+4,5=30$ km
- Langkah 8 : Dengan perhitungan seperti langkah 4 di atas, dipilih E untuk disisipkan di antara C dan J, sehingga diperoleh siklus: J E C F B G I H J dengan penambahan bobot $d(JE)+d(EC)-d(JC)=3,5+5-8=0,5$ km. Jadi bobot totalnya $3,5+5+2,5+4+7,5+4,5+1+2,5=30,5$ km
- Langkah 9 : Dengan perhitungan seperti langkah 4 di atas, dipilih A untuk disisipkan di antara E dan C, sehingga diperoleh siklus: E A C F B G I H J E dengan penambahan bobot $d(EA)+d(AC)-d(EC)=11+6-5=12$. Jadi bobot totalnya $11+6+2,5+4+7,5+4,5+1+2,5+3,5=42,5$ km
- Langkah 10 : Dengan perhitungan seperti langkah 4 di atas, dipilih D untuk disisipkan di antara A dan E, sehingga diperoleh siklus E D A C F B G I H J E, dengan penambahan bobot

$d(ED)+d(DA)-d(EA)=4+7-11=0$. Karena pertambahan bobotnya nol maka bobot totalnya tidak berubah yaitu 42,5 km dengan pemberangkatan dimulai dari titik E. Jika digambarkan dalam bentuk graf, rute perjalanan bus tersebut membentuk siklus Hamilton seperti pada gambar di bawah ini



Gambar 4.4. Siklus Hamilton yang diperoleh dengan metode sisipan tertutup

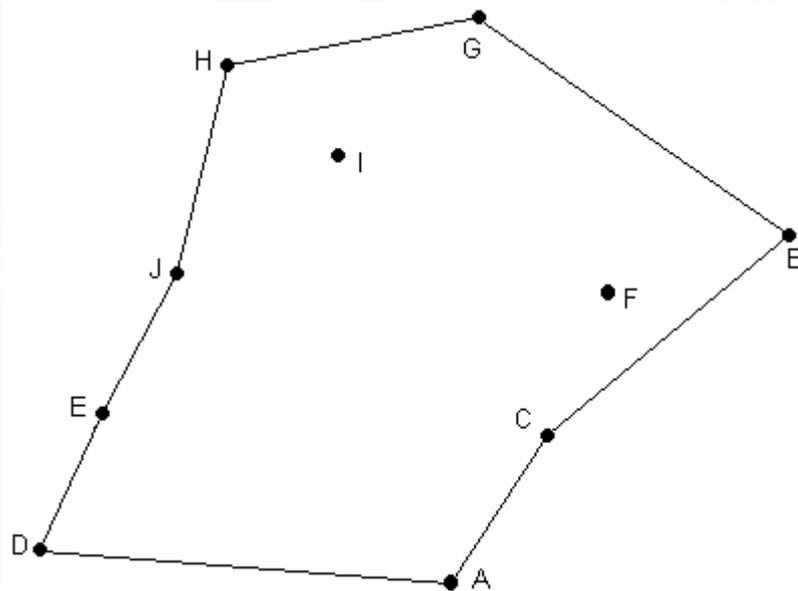
Dari hasil yang diperoleh dengan metode ini terlihat bahwa jalur dan jarak yang diperoleh memiliki kesamaan dengan perhitungan menggunakan metode tetangga terdekat yaitu jarak yang diperoleh dengan perhitungan metode ini yaitu 42,5 km.

3. Metode Geometri

Dengan menggunakan Gambar 4.2 berikut ini diberikan cara perhitungan untuk menyelesaikan permasalahan rute perjalanan bus

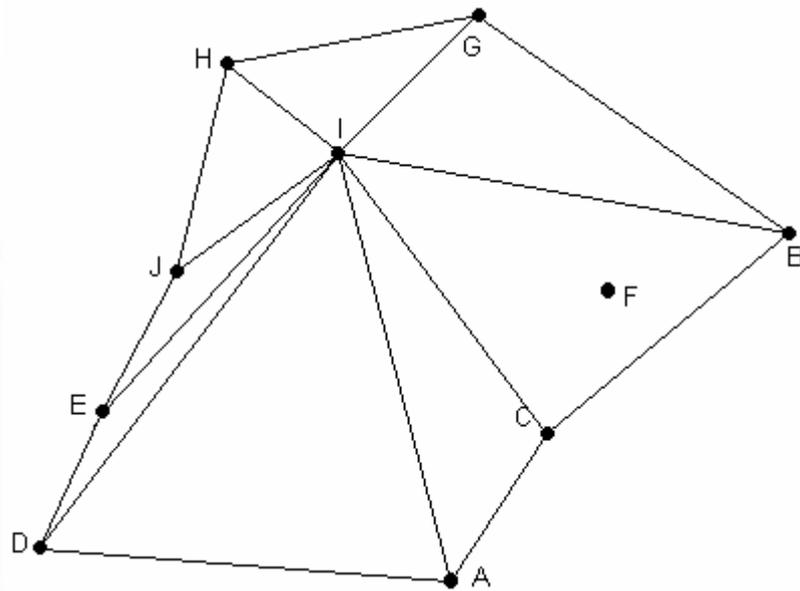
tersebut dengan metode geometri, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut.

Langkah 1 : Digambar posisi dari setiap halte yang dilambangkan dengan simpul, kemudian buat convex hull 1 seperti pada gambar 4.5 berikut ini



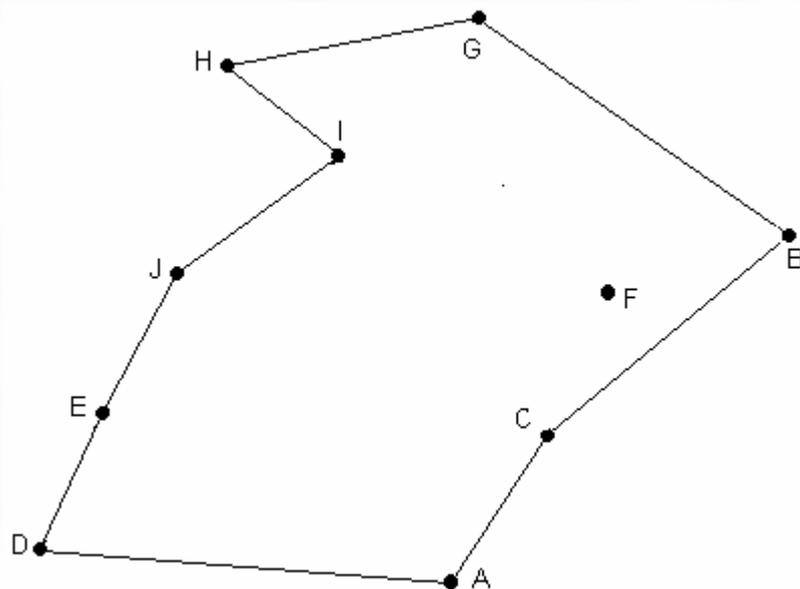
Gambar 4.5. Convex hull 1

Langkah 2 : Setiap simpul pada convex hull 1 dihubungkan dengan salah satu simpul yang berada di dalamnya, misal simpul I seperti pada gambar 4.6 Berikut ini



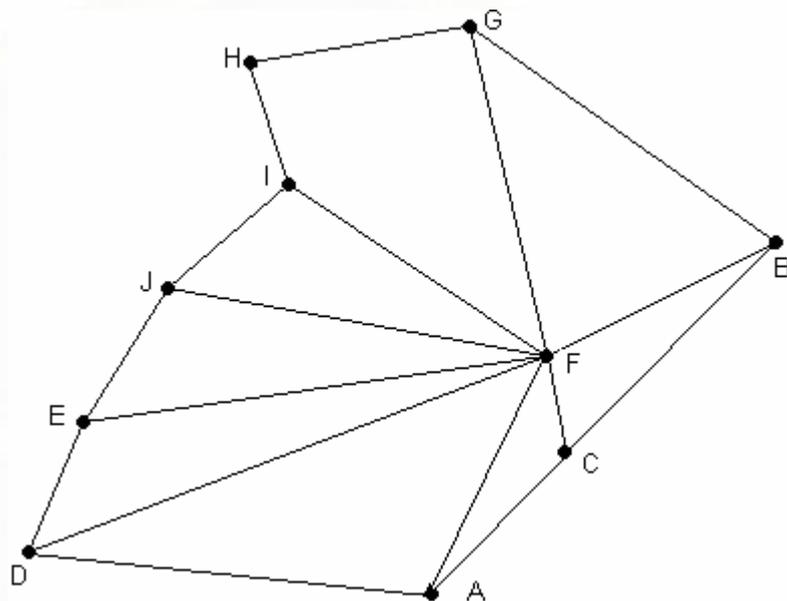
Gambar 4.6. Kumpulan segi tiga dalam convex hull 1

Langkah 3 : Diperhitungkan keliling segi tiga, pilih yang terpendek, yaitu segi tiga (H - I - J). Kemudian dibuat convex hull 2 yang melalui I, seperti pada gambar 4.7.



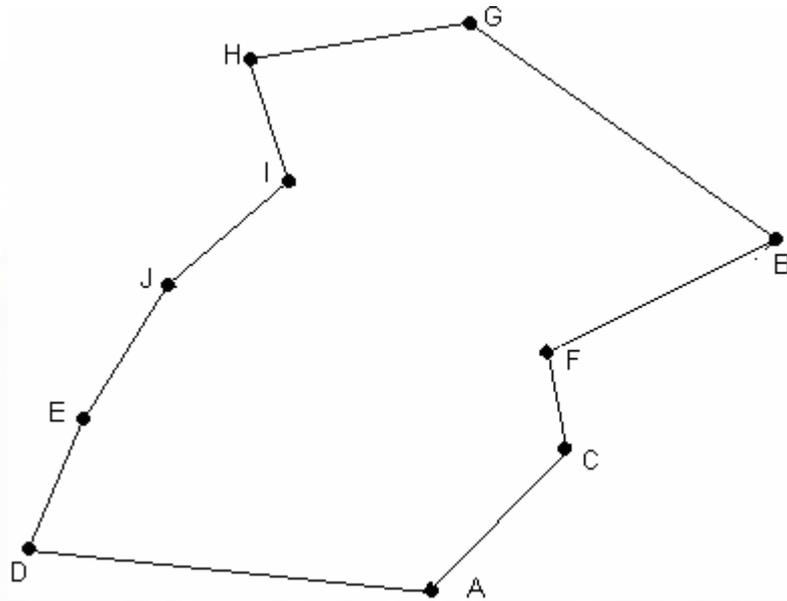
Gambar 4.7. Convex hull 2

Langkah 4 : Halte dalam convex hull yang baru dihubungkan dengan halte F yang tersisa di dalamnya seperti terlihat pada gambar 4.8 berikut ini, kemudian langkah 3 di ulang.



Gambar 4.8. Kumpulan segitiga dalam convex hull 2

Langkah 5 : Seperti pada langkah 3, dipilih segitiga (F-C-A) sehingga diperoleh siklus Hamilton sebagai berikut: (A-C-F-B-G-H-I-J-E-D-A). Dengan hasil akhir dengan menggunakan metode geometri ini adalah $6+2,5+4+7,5+4,5+1+1,5+3,5+4+7 = 41,5$. Jika digambarkan dalam bentuk graf, rute perjalanan bus tersebut membentuk siklus Hamilton seperti terlihat pada gambar 4.9 berikut



Gambar 4.9. Sikel Hamilton diperoleh dengan metode geometri

Dibandingkan dengan kedua metode tetangga terdekat dan metode sisipan tertutup, hasil yang diperoleh dengan menggunakan metode ini lebih efisien. Yaitu jarak yang diperoleh adalah 41,5 km.

Ketiga metode di atas masing-masing mempunyai kelebihan dan kekurangan tersendiri. Kelemahan dari ketiga metode tersebut di atas yaitu semakin banyak jumlah halte yang dikunjungi akan semakin mempersulit dalam perhitungan. Oleh karena itu perlu kecermatan dalam memilih metode yang sekiranya tepat untuk diterapkan dalam suatu graf tertentu sehingga dapat diperoleh jarak seminimal mungkin.

C. Perbaikan Lintasan Terpendek

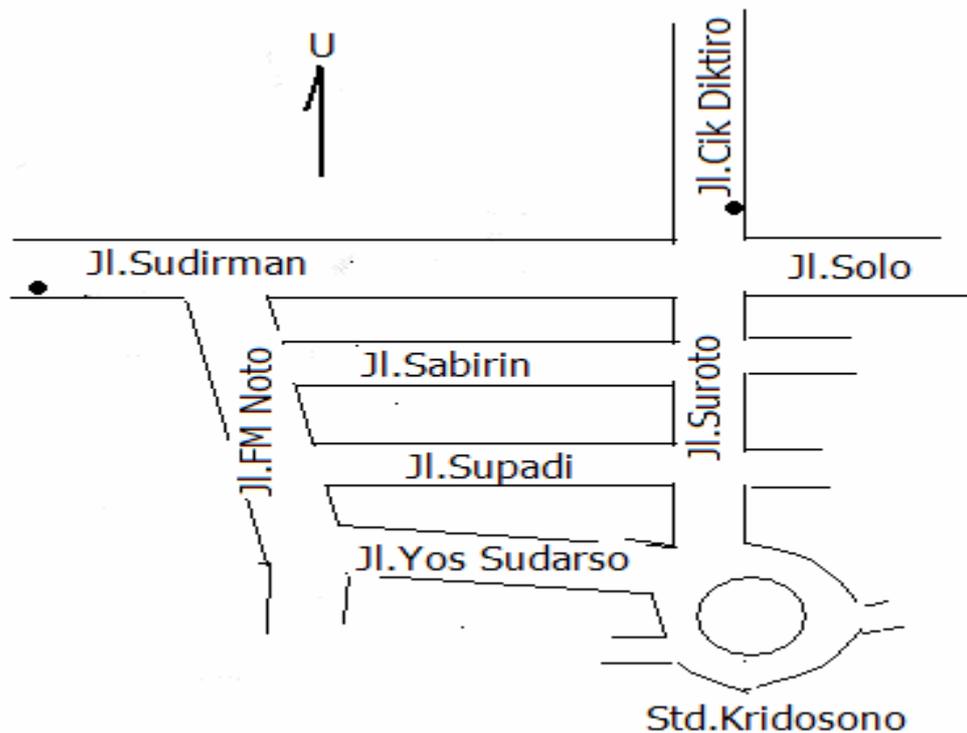
Perbaikan lintasan terpendek yang dimaksud di sini adalah perbaikan rute dari hasil pencarian lintasan yang telah diperoleh dari metode geometri. Langkah perbaikan di sini adalah dengan lebih memperhatikan *pathya* yaitu

tempat tujuannya dan tanpa menghilangkan satu haltepun untuk tidak dilewati. Untuk mencari *path* di sini kita memakai asas *trail* dimana untuk menuju suatu tempat tujuan kita perhatikan lintasannya. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Menentukan/ mencari dua jalur terpendek antar dua halte
2. Mencari jalur terpendek untuk semua halte
3. Membuat peta jalan-jalan utama yang dapat dilalui bus
4. Memperhatikan nilai eksentrisitasnya.

Dari hasil lintasan yang diperoleh dari metode geometri salah satu perbaikan lintasan yang masih bisa diminimalkan lagi perjalanan/lintasannya yaitu:

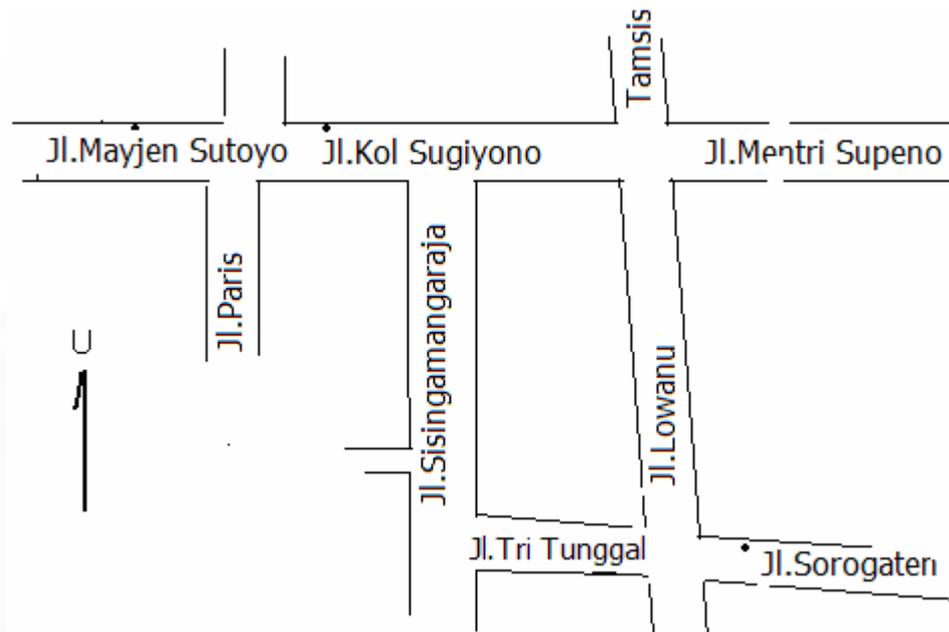
- a) Dari halte Cik Diktiro/Gramedia menuju halte Bumiputra/Jl Sudirman, dan lintasannya diantaranya:
 - i. Jl.Cik Diktiro – Jl. Suroto – Jl. Yos Sudarso - Jl.Faridan M Noto – Jl.Sudirman (sekarang), dengan jarak 2 km.
 - ii. Jl.Cik Diktiro – Jl. Suroto – Jl.Sabirin – Jl.Faridan M Noto – Jl.Sudirman, dengan jarak 0.5 km.
 - iii. Jl. Cik Diktiro – Jl. Suroto – Jl. Supadi – Jl. Jl. Faridan M Noto – Jl. Sudirman, dengan jarak 1 km.



Gambar 4.10. Lintasan dari Jl. Cikdiktiliro menuju Jl. Sudirman

Dari kriteria jarak dan gambar di atas dapat diketahui lintasan yang terdekat ialah lintasan yang kedua yaitu lintasan dari Jl. Cik Diktiliro menuju Jl. Sudirman dengan melintasi Jl. Suroto - Jl. Sabirin. Adapun jarak yang ditempuh ialah 0.5 km, sehingga perjalanan akhir trayek 3A menjadi lebih pendek yaitu 40 km.

- b) Dari halte jalan kol. Sugiyono menuju halte Jl. Sorogaten, adapun lintasannya diantaranya:
- i. Jl.Kol Sugiyono – Jl. Lowanu – Jl. Sorogaten (Sekarang), dengan jarak 2,5 km.
 - ii. Jl.Kol Sugiyono – Jl.Sisingamangaraja – Jl.Tri Tunggal – Jl.Sorogaten, dengan jarak 2 km.



Gambar 4.1. Lintasan dari Jl.Kol.Sugoyono menuju Jl.Sorogaten

Dari kriteria jarak dan gambar di atas dapat diketahui lintasan yang terdekat ialah lintasan yang kedua yaitu lintasan dari Jl. Kol. Sugiyono menuju Jl. Sorogaten dengan melintasi Jl. Sisingamangaraja - Jl. Tri Tunggal. Adapun jarak yang ditempuh ialah 2 km, sehingga perjalanan akhir trayek 3A menjadi lebih pendek yaitu 39,5 km.

Dari hasil perhitungan dan penelitian terhadap sistem perjalanan bus Trans Jogja trayek 3A, dapat disimpulkan bahwa sistem perjalanan bus Trans Jogja dapat direpresentasikan kedalam graf, sehingga dalam menentukan suatu lintasan transportasi Trans Jogja dapat menggunakan aplikasi graf atau keilmuan Matematika. Perbaikan lintasan dalam upaya menentukan lintasan yang terpendek di sini jika diterapkan sangat sulit dijalankan, karena tidak memperhatikan beberapa pertimbangan yang ada dari pihak DisHub. Kendala

dari lintasan di sini apabila diterapkan ialah banyak faktor yang akan mempengaruhi setiap perjalanan. Salah satunya adalah faktor kemacetan yang akan mempengaruhi waktu perjalanan. Jadi dapat disimpulkan suatu lintasan dengan jarak terpendek belum tentu memperoleh hasil waktu perjalanan tercepat, kecuali dalam menentukan lintasan disediakan jalan khusus.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan uraian pembahasan pada bab sebelumnya dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Sistem transportasi Trans Jogja dapat direpresentasikan ke dalam teori graf dengan halte sebagai titik atau verteks dan jalan yang menghubungkan halte-halte tersebut sebagai garis atau edge.
2. Hasil perhitungan dan penentuan rute dengan menggunakan tiga metode di atas menghasilkan rute yang sama dengan rute bus Trans Jogja trayek 3A selama ini, dan rute bus trayek 3A dilihat dari segi pertimbangan jarak dan tingkat kemacetan jalan sudah efisien.
3. Perbaikan lintasan terpendek dengan mempertimbangkan jarak terdekat belum tentu memperoleh perjalanan tercepat.

B. Saran-saran

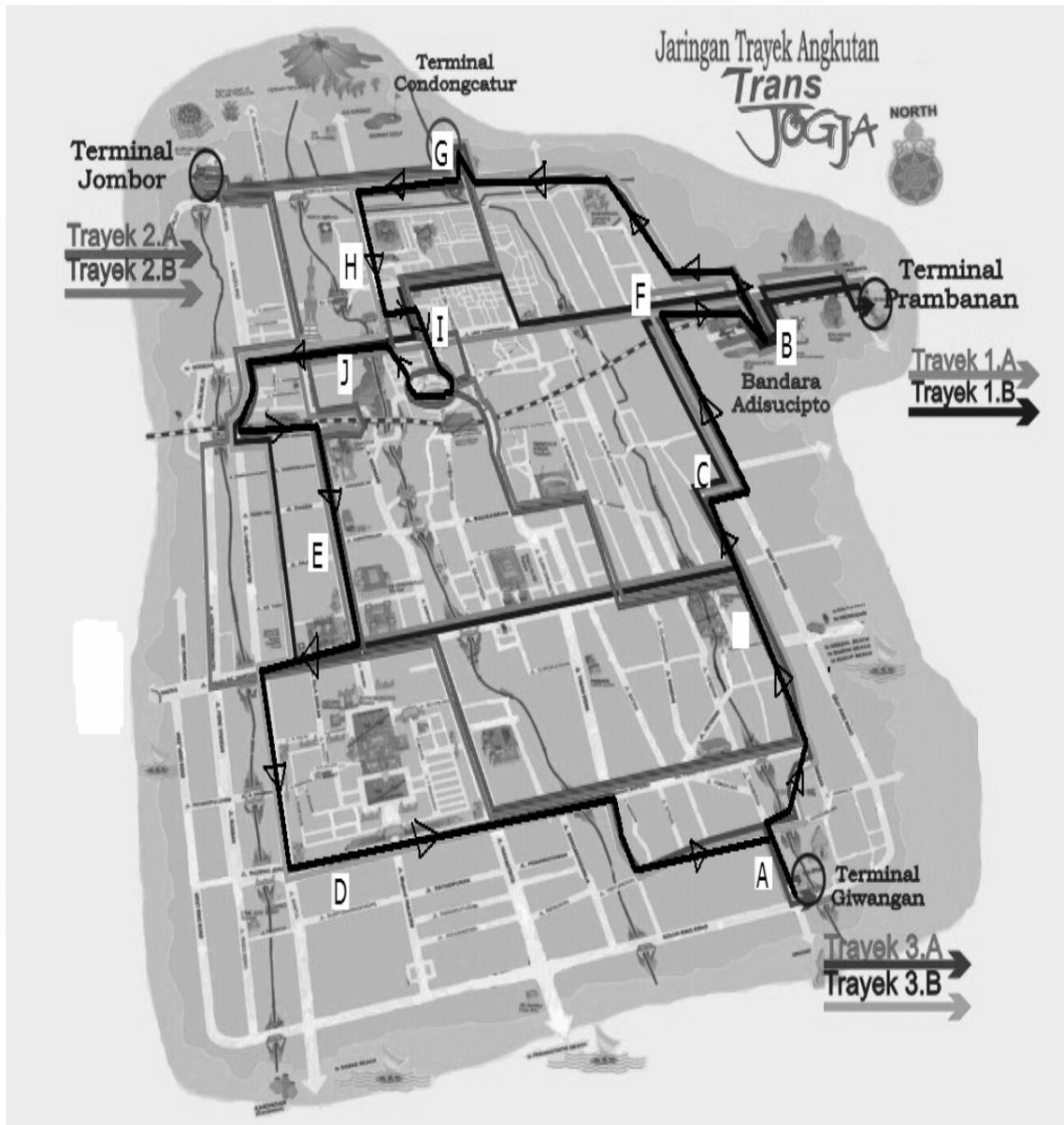
Permasalahan perjalanan bus ini juga dapat diperluas dengan menentukan waktu dan biaya perjalanan yang efisien serta menerapkan dalam berbagai bidang kehidupan yang lain, misalnya dalam pengairan, perjalanan penjaja barang, distribusi BBM, dan lain-lain.

DAFTAR PUSTAKA

- Abrori, Muchammad, *Diktat Matakuliah Teori Graf*, Yogyakarta: Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga, 2008
- Basya, Fahmi, *Matematika Islam: Sebuah Pendekatan Rasional Untuk Yaqin*, Jakarta: Republika, 2004
- Baisuni, M. Hasyim, *Kalkulus*, Jakarta: UI-PRESS, 1986
- Erlisa, Dyan, *Skripsi: Aplikasi Graf Pada Sistem Transportasi dan traffic ligh*, Yogyakarta: Program Matematika FMIPA UNY, 2005
- Hadari, Nawari, *Penelitian Terapan*, Yogyakarta: UGM Press, 1996
- Kreyszig, Erwin, *Matematika Teknik Lanjutan*, Jakarta: Gramedia Pustaka Utama, 1993
- Lipschutz, Seymour, *matematika Diskrit*, Jakarta: Salemba Teknika, 2002
- Liu, C.L, *Dasar-dasar Matematika Diskret Edisi kedua*, Jakarta: Gramedia, 1995
- L.R, Foulds, *Combinatorial Optimization For Undergraduates*, New York: Springer-Verlag New York Ink, 1984.
- Rosen, Kenneth H, *Discrete mathematch and Its Applications*, New York: McGraw-Hill Companies, 1999
- Redaksi, Tim, *Sosio-Religia (Jurnal Ilmu Agama Dan Ilmu Sosial, Vol. 7*, Yogyakarta: LinkSAS, 2008
- Gunawan, Santoso, *Diktat Matakuliah Teori Graf*, Yogyakarta: Universitas Kristen Duta Wacana, 1996
- Siang, J.J. *matematika Diskrit dan Aplikasinya Pada Ilmu Komputer*, Yogyakarta: Andi, 2002
- Sumaji, *Pendidikan Sains yang Humanistis*, 1998
- Sutarno, Heri, *Matematika Diskrit*, Malang: UM Press, 2005
- Wibisono, Samuel, *Matematika Diskrit*, Yogyakarta: Graha Ilmu, 2008
- Wordpress, <http://rizkibeo.wordpress.com/2008/01/21/about-trans-jogja-2-jalur-bus-trans-jogja/> akses: 29 Oktober 2008

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1



**Keterangan: Peta Rute Perjalanan Bus Trans Jogja Trayek 3A Ditunjukkan
Oleh Arah Panah**

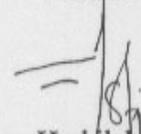
Lampiran 2

**Data Lapangan
Jarak Semua Halte Trayek 3A
Bus Trans Jogja di Daerah Istimewa Yogyakarta**

No	Nama Halte	Jarak (Km)	Keterangan
1	Terminal Giwangan – Jl.Tegal Gendu	1.5	
2	Jl.Tegal Gendu – Jl.Gedong Kuning	2	
3	Jl.Gedong Kuning – JEC	2.5	
4	JEC – Janti	2.5	
5	Janti – Jl.Laksda Adisucipto	1	
6	Jl.Laksda Adisucipto – Maguwoharjo	1.5	
7	Maguwoharjo – Bandara Adisucipto	1.5	
8	Bandara Adisucipto – Disnaker	2.5	
9	Disnaker – UPN	3	
10	UPN – Terminal Concat	2	
11	Terminal Concat – Manggun	1.5	
12	Manggun – Kopma UGM	3	
13	Kopma UGM – Cik Dik tiro	1	
14	Cik Dik tiro – Jl.Sudirman	1.5	
15	Jl.Sudirman – Jl.Tentara Pelajar	1.5	
16	Jl.Tentara Pelajar – Malioboro1	1.5	
17	Malioboro1 – Malioboro2	0.5	
18	Malioboro2 – Benteng Vanderburg	0.5	
19	Benteng Vanderburg – Jl.Ahmad Dahlan	1	
20	Jl.KH Ahmad Dahlan – Jl.MT Haryono	2	
21	Jl.MT Haryono – Jl.Kol Sugiyono	2.5	
22	Jl.Kol Sugiyono – Jl.Sorogen	2	
23	Jl.Sorogen – Terminal Giwangan	2.5	

Yogyakarta, 28 Januari 2009

Peneliti


Hasbilah Rifa'i
NIM.04610003

CURRICULUM VITAE

Nama : Hasbilah Rifai
Tempat, Tanggal Lahir : Kebumen, 24 maret 1985
Jenis kelamin : Laki-laki
Agama : Islam
Kebangsaan : Indonesia
Alamat Yogyakarta : GK IV, 838 Gendeng, Baciro Yogyakarta.
Alamat Rumah : Candiwulan No.32 RT 02 RW 1 Kebumen
Telp/Hp : 081915007654
e-mail : hasbilahrifai@gmail.com
Nama Orang Tua
 a. Ayah : Mahfudin Iskandar
 b. Ibu : Ngatiah
Alamat Orang Tua : Candiwulan No.32 RT 02 RW 1 Kebumen

Riwayat Pendidikan:

1. SDN I Kebumen : Lulus tahun 1998
2. MTsN Model Kebumen : Lulus tahun 2001
3. MAN I Kebumen : Lulus tahun 2004
4. Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga, masuk tahun 2004