

SISTEM SCHREIER PADA *FREE GROUP*

**Skripsi
untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1**

Program Studi Matematika



**diajukan oleh
Yulianita
05610008**

**Kepada
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
2010**



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi

Lamp : -

Kepada :

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara :

Nama	: Yulianita
NIM	: 05610008
Judul Skripsi	: Sistem Schreier pada <i>Free Group</i>

sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi Jurusan/ Program Studi Pendidikan Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 13 Januari 2010

Pembimbing

Suroto, S.Si., M.Sc



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

FM-UINSK-BM-05-07/R0

PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/424/2010

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Sistem Schreier pada *Free Group*

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :

Nama : Yulianita

NIM : 05610008

Telah dimunaqasyahkan pada : 2 Februari 2010

Nilai Munaqasyah : A -

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Suroto, M.Sc

Penguji I

Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si
NIP. 19660731 200003 2 001

Penguji II

Luluk Mauluah, M.Si
NIP. 19700802 200312 2 001

Yogyakarta, 12 Februari 2010

UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Sains dan Teknologi
Dekah



Dra. Maizer Said Nahdi, M.Si
NIP. 19550427 198403 2 001

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yulianita
NIM : 05610008
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga
Yogyakarta.

Menyatakan dengan sesungguhnya, bahwa skripsi saya yang berjudul “**Sistem Schreier pada *Free Group***” adalah hasil penelitian saya sendiri dan bukan plagiasi karya orang lain.

Sepanjang pengetahuan saya, karya ini tidak berisi materi yang ditulis oleh orang lain untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, kecuali bagian-bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan dengan mengikuti tata cara dan etika penulisan karya ilmiah. Apabila ternyata terbukti bahwa pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya.

Yogyakarta, 13 Januari 2010

Yang menyatakan



Yulianita
NIM. 05610008

KATA PENGANTAR

Penulis memanjatkan puji syukur kehadirat Allah SWT Tuhan pencipta alam, atas limpahan rahmat dan kasih sayang-Nya. *Alhamdulillah* atas *ridha* Allah penelitian ini dapat terselesaikan. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Agung, Nabi Muhammad SAW yang telah menuntun manusia dari zaman jahiliyyah menuju zaman yang terang benderang.

Skripsi ini dimaksudkan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (Matematika). Skripsi ini berisi tentang pembahasan mengenai “ Sistem Schreier pada *Free Group* “ yang disajikan dalam bab empat.

Ucapan terima kasih disampaikan sedalam-dalamnya dan semoga Allah memberikan *Ridha*-Nya kepada:

1. Ibu Dra. Maizer Said Nahdi, M. Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta atas pemberian kesempatan pada peneliti untuk melakukan studi ini.
2. Ibu Sri Utami Zuliana, S. Si., M. Sc selaku ketua program studi matematika atas motivasi, nasehat, dan petunjuknya.
3. Ibu Dra. Khurul Wardati, M. Si selaku penasehat akademik atas bimbingan, arahnya selama kegiatan perkuliahan.
4. Bapak Suroto, S.Si., M. Sc selaku pembimbing atas bimbingan, arahan, dan ilmu yang diberikan kepada peneliti dengan penuh kesabaran.

5. Bapak/Ibu Dosen Program Studi Matematika, dan Staf Tata Usaha Fakultas Sains dan Teknologi atas bimbingan dan pelayanan selama perkuliahan dan penyusunan skripsi hingga selesai.
6. Bapak, Ibu, Mbah, kedua adikku (Yani dan Via) yang tercinta serta sanak saudara yang telah mendo'akan dan memberi motivasi, semangat, kasih sayang dan bantuannya baik secara materi maupun non-materi, sehingga karya penulis ini dapat terselesaikan dengan baik.
7. Sahabat-sahabatku Kank Idie, Ari, Erfin, dan Menik yang telah memberi warna, semangat dan kasih sayangnya.
8. Teman-teman sekontrakan (Qonita, Nanik, Lia, Fatma, dan Mbak Susi sekelurga), teman-teman angkatan 2005, serta teman-teman matematika semua angkatan atas dukungan dan bantuannya.

Peneliti menyadari masih banyak kesalahan dan kekurangan dalam penulisan skripsi ini, untuk itu sangat diharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Namun demikian, peneliti tetap berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan dapat membantu terwujudnya UIN yang berkualitas dan mampu bersaing dengan Perguruan Tinggi lain.

Yogyakarta, 13 Januari 2010

Penulis

Yulianita

PERSEMBAHAN

RASA SYUKUR KEHADIRAT ALLAH

SWT,

KUPERSEMBAHKAN SKRIPSI INI

KEPADA

BAPAK DAN IBU TERCINTA....

SERTA.....

ALMAMATERKU

FAKULTAS SAIN DAN TEKNOLOGI

UIN SUNAN KALIJAGA

MOTTO

“Dan jangan kamu berputus asa dari rahmat Allah. Sesungguhnya tiada berputus asa dari rahmat Allah, melainkan kaum yang kafir”.

(Q.S Yusuf : 87)

“Sesungguhnya sesudah kesulitan pasti terdapat kemudahan.”

(Q.S. Al-Insyirah : 6)

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN SKRIPSI.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
KATA PENGANTAR.....	v
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	vii
HALAMAN MOTTO.....	viii
DAFTAR ISI.....	ix
ARTI LAMBANG DAN SIMBOL.....	xi
ABSTRAKSI.....	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Batasan Masalah.....	3
1.3 Rumusan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Tinjauan Pustaka.....	4
BAB II DASAR TEORI	6
2.1 Himpunan dan Relasi Suatu Himpunan.....	6
2.2 Operasi Biner.....	10

	2.3 Grup	11
	2.4 Subgrup	16
	2.5 Grup Siklik	20
	2.6 Koset	21
	2.7 Subgrup Normal	23
	2.8 Grup Faktor	25
	2.9 Homomorfisma Grup	28
BAB III	<i>FREE GROUP</i>	39
	3.1 <i>Word dan Reduced Word</i>	39
	3.2 <i>Free Group</i>	46
BAB IV	SISTEM SCHREIER PADA <i>FREE GROUP</i>	56
	4.1 Sistem Schreier pada Free Group.....	56
	4.2 Panjang dari Suatu Elemen pada <i>Free group</i>	65
	4.3 <i>Free Generator</i> pada <i>Free Group</i>	72
BAB V	PENUTUP	78
	5.1 Kesimpulan.....	78
	5.2 Saran-saran.....	79
	DAFTAR PUSTAKA	80

ARTI LAMBANG DAN SIMBOL

- $(G : H)$: jumlah koset kanan H dalam G (indeks dari H dalam G)
- \cup : gabungan
- \square_n : himpunan bilangan bulat modulo n
- \cap : irisan
- $\{A_i\}$: keluarga dari himpunan-himpunan berindeks dengan indeks i
- $ord(a)$: orde a
- $a\mathcal{R}b$: a berelasi dengan b
- $|G|$: banyak elemen G
- \square : bilangan asli
- \mathbf{Z} : bilangan bulat
- \mathbf{Z}^+ : bilangan bulat positif
- \square : bilangan rasional
- \Leftrightarrow : bimplikasi (.....jika dan hanya jika)
- $(G, *)$: grup G dengan operasi biner $*$
- G/H : grup koset (grup faktor)
- $H \leq G$: H subgrup dari G
- \subset : himpunan bagian
- \subseteq : himpunan bagian atau sama dengan
- \emptyset : himpunan kosong
- \Rightarrow : implikasi kanan (jikamaka.....)

- \Leftarrow : implikasi kiri
- \cong : isomorfis
- \leftrightarrow : korespondensi 1-1
- \neq : tidak sama dengan
- \forall : untuk setiap
- \exists : untuk suatu (terdapat)
- $a \leq b$: a lebih kecil atau sama dengan b
- $(\mathbf{Z}, +)$: grup \mathbf{Z} terhadap operasi biner penjumlahan biasa
- \mathbb{R} : bilangan riil (real)
- \sim : ekuivalen
- : bukti selesai

SISTEM SCHREIER PADA *FREE GROUP*

Oleh: Yulianita (05610008)

ABSTRAK

Sebarang grup F dapat dikatakan sebagai *free group* yang dibangun oleh S jika (1) F dibangun oleh S , (2) jika sebarang grup G yang dibangun oleh suatu himpunan tak kosong X dan jika terdapat korespondensi satu-satu antara S dan X , sedemikian sehingga terdapat suatu homomorfisma $\phi: F \rightarrow G$, yakni homomorfisma yang surjektif (onto).

Terdapat suatu sistem dalam *free group* yang dinamakan dengan sistem Schreier, yakni sistem yang terbentuk dari jajaran berhingga elemen dari himpunan yang membangun *free group*. Sistem ini digunakan dalam pembuktian beberapa teorema atau lemma yang berkaitan dengan *free group*.

Penelitian ini membahas mengenai konsep dasar pada *free group* yang diawali dengan pembentukan *word* dan *reduced word*. Untuk selanjutnya dijelaskan mengenai sistem Schreier pada *free group* yang di dalamnya akan dijelaskan mengenai panjang dari suatu elemen pada *free group* dan *free generator* pada *free group*.

Kata kunci: *free group*, sistem Schreier.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kata matematika berasal dari kata *mathema* dalam bahasa Yunani yang diartikan sebagai sains, ilmu pengetahuan, atau belajar dan juga *mathematikos* yang diartikan sebagai suka belajar. Secara umum matematika adalah pemeriksaan aksioma yang menegaskan struktur abstrak menggunakan logika simbolik dan notasi matematika. Cabang-cabang utama dalam matematika adalah Aljabar, Geometri, Analisis dan Teori Bilangan.

Aljabar adalah cabang matematika yang mempelajari struktur, hubungan dan kuantitas. Pengkajiannya sangat bermanfaat dalam pengembangan dan pemahaman konsep matematika sebagai basic science. Aljabar dibagi lagi menjadi aljabar abstrak, aljabar elementer, aljabar linear, dan sebagainya. Salah satu struktur yang dipelajari dalam aljabar abstrak adalah grup. Grup adalah suatu himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan satu operasi biner dan memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Salah satu grup yang lebih khusus adalah grup siklik. Grup siklik merupakan grup yang mempunyai generator, dan generatornya adalah suatu elemen. Dalam hal ini penulis akan mengkaji grup yang lebih khusus lagi yang mempunyai generator, dan generatornya adalah berupa himpunan. Grup tersebut dinamakan dengan *free group*. Hal ini melatarbelakangi penulis untuk ikut

serta mengkajinya lebih dalam melalui penulisan skripsinya, dengan menghususkan pada aljabar abstrak tentang *free group*.

Dalam pembuktian beberapa teorema atau lemma tentang subgrup pada *free group* digunakan dua metode yaitu metode *Schreier* dan metode *Nielsen*. Metode *Schreier* adalah suatu metode yang melibatkan representative koset dari subgrup pada *free group* dalam pembuktian beberapa teorema/lemma, sedangkan metode *Nielsen* adalah suatu metode yang secara langsung melibatkan elemen dari subgrup pada *free group* dalam pembuktian beberapa teorema atau lemma. Karena dengan menggunakan metode *Nielsen* melibatkan elemen dari subgrup pada *free group* secara langsung yang dirasa sudah biasa, dan karena dengan menggunakan kedua metode penulis merasa pembahasan masih terlalu luas, maka penulis hanya akan menjabarkan pembuktian beberapa teorema/lemma dengan metode *Schreier* saja.

Metode *Schreier* dalam penelitian ini lebih dikenal dengan sistem Schreier, sehingga dalam penggunaannya nanti digunakan istilah sistem Schreier. Sistem Schreier adalah sistem yang merupakan representative dari koset. Hal ini juga yang menjadi latar belakang pengambilan penelitian tentang sistem Schreier pada *free group*.

Dalam penelitian ini, penulis berusaha untuk memaparkan tentang sistem Schreier pada *free group* dan beberapa lemma atau teorema dan pembuktiannya secara sistematis agar mudah dibaca dan dipahami.

1.2 Batasan Masalah

Dari latar belakang di atas, maka penulis memberikan batasan masalah untuk menghindari kesimpang-siuran terhadap objek yang akan diteliti. Oleh karena itu penelitian ini hanya akan ditekankan pada sistem Schreier pada *free group* dan sifat-sifat yang berkaitan dengannya.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah di atas maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

- a) Bagaimanakah konsep dasar pada *free group*?
- b) Bagaimanakah sistem Schreier pada *free group*?

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan yang ada, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

- a) Mengkaji tentang konsep dasar pada *free group*.
- b) Mengkaji tentang sistem Schreier pada *free group*.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi para pembaca, antara lain:

- a) Memberikan pengetahuan serta gambaran tentang sistem Schreier pada *free group*.

- b) Memberikan salah satu gambaran bahwa ternyata pengembangan konsep aljabar abstrak khususnya tentang grup masih sangat luas.
- c) Memberi motivasi kepada para mahasiswa untuk lebih banyak mengembangkan pengetahuan tentang grup khususnya dan mengembangkan ilmu pengetahuan pada umumnya.

1.6 Tinjauan Pustaka

Penulisan skripsi ini mengacu pada literatur utama yang bersumber dari buku yang ditulis oleh Marshall Hall, Jr, yang berjudul *The Theory of Groups*, 1959, terutama pada bab ke-7 yaitu *Free Group*.

Tinjauan pustaka yang lain adalah suatu skripsi tentang “*Free Group dan Presentation Group*” oleh Rosmini mahasiswa UGM yang membahas tentang pengkonstruksian *Free Group* dan *Presentation Group*. Perbedaan penelitian yang ditulis oleh penulis dengan skripsi yang ditulis oleh Rosmini adalah penulis secara khusus menjelaskan tentang sistem Schreier pada *free group* serta hal-hal yang berkaitan dengannya. Sedangkan skripsi yang ditulis oleh Rosmini menjelaskan tentang pengkonstruksian *free group* menuju *presentation group*.

Buku yang paling berperan sebagai bahan untuk mempelajari sistem Schreier pada *free group* adalah buku yang ditulis oleh Saih Suwilo, Tulus, dan Syam Rosli Lubis yang berjudul *Aljabar Abstrak (suatu pengantar)*, 1987 yang menjelaskan tentang teori grup dan teori gelanggang (ring). Selain itu, buku yang ditulis oleh Fraleigh John B. yang berjudul *A First*

Course in Abstract Algebra juga menjadi bahan untuk mempelajari sistem Schreier pada *free group*.

Selain tinjauan pustaka yang telah digambarkan di atas masih ada referensi lain yang digunakan oleh peneliti yang berupa buku maupun situs internet sebagai referensi pelengkap untuk menunjang kelengkapan penelitian.

BAB V

PENUTUP

5.1 KESIMPULAN

Berdasarkan uraian yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

- a) *Free group* adalah grup yang mempunyai himpunan generator. Terdapat *free group* yang mempunyai elemen-elemen yang merupakan suatu *reduced word*.

Misalkan F grup dan S sebarang himpunan tak kosong. F dikatakan sebagai *free group* yang dibangun oleh S jika

- 3) F dibangun oleh S .
 - 4) Jika G sebarang grup yang dibangun oleh himpunan X dan jika terdapat korespondensi satu-satu antara S dan X yang dinotasikan dengan $S \leftrightarrow X$, maka terdapat suatu homomorfisma $\phi: F \rightarrow G$, yakni homomorfisma yang surjektif (onto).
- b) Terdapat suatu sistem dalam *free group* yang merupakan representative koset dari subgrup pada *free group*. Koset ini dinamakan dengan sistem Schreier. Sistem ini dapat dinyatakan dengan penjajaran berhingga elemen dari himpunan yang membangun suatu *free group*.

5.2 SARAN

Berdasarkan uraian yang telah dijelaskan diatas, dapat diambil beberapa saran agar dapat memperbaiki skripsi ini dan melakukan pengembangan lebih lanjut yaitu:

- a) Dapat dilakukan pengembangan lebih lanjut mengenai *free group* dengan metode *Nielsen*.
- b) Dapat dilakukan juga penelitian mengenai *free group* yang berhubungan dengan *graf* dan aplikasinya.

Demikian saran-saran yang dapat disampaikan oleh penulis. Semoga bermanfaat dan dapat menjadi acuan bagi pembaca untuk mengembangkannya.

DAFTAR PUSTAKA

- Baumslag, B. and Chandler, B. *Theory and Problems of Group Theory*. New York: McGraw-Hill, Inc, 1968.
- Fraleigh, John B. *A First Course In Abstract Algebra, sixth edition*. Singapore: Addison-Wesley Longman, Inc, 2000.
- Jr, Marshall Hall. *The theory of Groups*. New York: The Macmillan Company, 1959
- Rosmini. *Free Group dan Presentation Group*. Yogyakarta: Skripsi, Fakultas MIPA UGM, 2004.
- Seputro, Theresia M. H Tirta. *Pengantar Dasar Matematika dan Teori Himpunan*. Jakarta: Erlangga, 1992.
- Setiadji dan Sutjijana. *Pengantar Struktur Aljabar*. Tim Basic Science LPTK, 1995.
- Sukirman. *Logika dan Himpunan*. Yogyakarta: Hanggar Kreator, 2006.
- Sukirman. *Pengantar Aljabar Abstrak (Pengantar Teori Grup)*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2003.
- Suwilo, Saih. Tulus. dan Lubis, Syam Rosli. *Aljabar Abstrak (suatu pengantar)*. Perpustakaan Pribadi Soleman Saidi, 1987.