

PROSIDING



ISBN: 978-602-14377-3-5

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

**“Peran Matematika dan Pendidikan Matematika dalam
Membentuk Karakter Bangsa untuk Menghadapi Tantangan Global”**



Purwokerto, 12 Desember 2015



PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PURWOKERTO

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

“Peran Matematika Dan Pendidikan Matematika Dalam Membentuk Karakter Bangsa Untuk Menghadapi Tantangan Global”

Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Muhammadiyah Purwokerto

Editor:

Dr. Akhmad Jazuli, M.Si.
Eka Setyaningsih, M.Si.
Gunawan, S.Pd., M.Sc.
Reni Untarti, M.Pd.
Lukmanul Akhsani, M.Pd.
Anggun Badu Kusuma, M.Pd.
Fitrianto Eko Subekti, M.Pd.

Penerbit:



Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Muhammadiyah Purwokerto

Perpustakaan Nasional: Katalog Dalam Terbitan (KDT)

PROSIDING

ISBN: 978-602-14377-3-5

**SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA
DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA**

“Peran Matematika Dan Pendidikan Matematika Dalam Membentuk Karakter Bangsa Untuk Menghadapi Tantangan Global”

Copyright © 2015

Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Purwokerto

Publishing by:



Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Muhammadiyah Purwokerto
Jl. Raya Dukuwaluh PO BOX 202 Purwokerto, Indonesia

Telpon: 62-281-636751 ext.134

Fax: 62-281-637239

Website: semadik.ump.ac.id

e-mail: semadik@ump.ac.id

Ilustrasi Sampul & Layout:

Malim Muhammad, M.Sc.

Cetakan Pertama

724 hlm.; 210 x 297 mm.

ISBN: 978-602-14377-3-5

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang.

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun termasuk fotokopi, tanpa izin tertulis dari penerbit.

DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	i
Redaksional	ii
Kata Pengantar.....	iii
Daftar Isi	vi

Makalah Pembicara Utama:

Peran Matematika Dan Pendidikan Matematika Dalam Membentuk Karakter Bangsa Untuk

Menghadapi Tantangan Global

Widodo, UGM..... (2 - 10)

Pendidikan Matematika Berbasis Budaya Islam Dalam Membentuk Karakter Bangsa

Akhmad Jazuli, UM Purwokerto (11 – 20)

Makalah Bidang Matematika

Kode	Nama Dan Judul Makalah	Hal
MR-1	KONSEP DAN APLIKASI RUMUS SUDUT BANTU SEGITIGA BOLA DALAM PERHITUNGAN ARAH SALAT UMAT ISLAM <i>Agus Solikin, UIN Sunan Ampel Surabaya</i>	21
MR-2	ETNOMATEMATIKA <i>Haryanto, Univ. Papua</i>	31
MR-3	KAJIAN ETNOMATEMATIKA PADA PERHITUNGAN HARI PERINGATAN ORANG MENINGGAL OLEH MASYARAKAT JAWA DI YOGYAKARTA MENURUT BUDAYAWAN SETEMPAT <i>Benecditus Dwi Yulianto, Univ. Sanata Dharma</i>	38
MR-4	PEMROGRAMAN R DALAM PEMODELAN REGRESI SEMIPARAMETRIK DENGAN PENDEKATAN SPLINE TRUNCATED UNTUK DATA LONGITUDINAL <i>Bobby Poerwanto, Yuniati Dian Pertiwi, Univ. Cokroaminoto Palopo</i>	45
MR-5	PEMETAAN DUALITAS TERNORMALISASI PADA RUANG BERNORMA <i>Christina Kartika Sari, Ch. Rini Indrati, UM Surakarta</i>	56
MR-6	PEMBUATAN KEPUTUSAN BERDASARKAN RELASI PREFERENSI FUZZY TERGENERALISIR <i>Farikhin, UNDIP</i>	64
MR-7	PERBANDINGAN PERAMALAN PADA MODEL SINGULAR SPECTRUM (STUDY KASUS : CURAH HUJAN KOTA BANDUNG DAN SEKITARNYA) <i>Gumgum Darmawan, Triyani Hendrawati, restu Arisanti, UNPAD</i>	71

MR-8	SEMI MODUL INTERVAL $[0,1]$ ATAS SEMI RING MATRIKS FUZZY PERSEGI <i>Ari Wardayani, UNSOED Purwokerto</i>	77
MR-9	APPLIED METHOD OF INDUCTION IN THE PROCESS OF MASTERING MATHEMATIC <i>Hendra Gunawan, HaGun Institute</i>	84
MR-10	KONSEP FIBONACCI DAN KEISTIMEWAANNYA <i>Wanda Nugroho Yanuarto, UM Purwokerto</i>	94
MR-11	VARIABEL-VARIABEL YANG MEMENGARUHI EKSPOR BUAH-BUAHAN TROPIS INDONESIA : APLIKASI MODEL REGRESI PANEL <i>Wahyudin, I Dewa Gede Antara, STIS, BPS NTT</i>	102
MR-12	MODIFIKASI ESTIMASI PETA KENDALI NON PARAMETRIK UNTUK KONTROL HASIL KESALAHAN PENGUKURAN DIMENSI TIPE A <i>Joko Riyono, Christina Eni Pujiastuti, Univ. Trisakti</i>	110
MR-13	GENERALISASI TEOREMA PRIME AVOIDANCE PADA MODUL DISTRIBURIF <i>Lina Dwi Khusnawati, UM Surakarta</i>	117
MR-14	ASPEK GEOMETRI DALAM MOTIF BATIK YOGYAKARTA <i>Maria Rettian Anggita Sari, Univ. Sanata Dharma</i>	126
MR-15	KAJIAN ETHNOMATEMATIKA PADA PERHITUNGAN JODOH DAN HARI PERNIKAHAN MASYARAKAT JAWA <i>Meta Dispini, Univ Sanata Dharma</i>	138
MR-16	KONSEP JUMLAH SUDUT SEGITIGA DALAM GEOMETRI EUCLID DAN GEOMETRI BOLA <i>Febriana Kristanti, Hadi Kusnanto, UM Surabaya</i>	148
MR-17	PENENTUAN KEPUTUSAN PERUSAHAAN JASA KONSULTAN ARSITEKTUR “X” TERKAIT PENYEWAAN PAKAR MANAJEMEN DI BANDUNG <i>Jhon Kennedy, Univ. Katolik Parahyangan</i>	157
MR-18	K-MEANS CLUSTERING DATA MAHASISWA MATA KULIAH RUNTUN WAKTU <i>Malim Muhammad, UM Purwokerto</i>	165
MR-19	ANALISIS FAKTOR YANG BERPENGARUH TERHADAP PENYAKIT DEMAM BERDARAH <i>DENGUE</i> (DBD) DI KABUPATEN TEGAL MENGGUNAKAN REGRESI POISSON DAN REGRESI BINOMIAL NEGATIF <i>Zami Amirudin, Jaka Nugraha, Univ Islam Indonesia</i>	174
MR-20	PERMAINAN DINAMIS LINEAR KUADRATIK BERJUMLAH NOL LINGKAR TERTUTUP SISTEMDESKRIPTOR DAN APLIKASINYA DALAM STABILISASI KEBIJAKAN FISKAL <i>Muhammad Wakhid Mustofa, UIN Sunan Kalijaga</i>	184
MR-21	PENERAPANAN DARI MODEL HARGA OPSI GARCH HESTON NANDI PADA SAHAM YANG MENJADI	195

	ACUAN KONTRAK OPSI SAHAM DI INDONESIA <i>Ch. Enny Murwaningtyas, Sri Haryatmi, Gunardi, Univ Sanata Dharma</i>	
MR-22	SPEKTRUM OPERATOR LINEAR PADA RUANG BANACH <i>Gunawan, Ch. Rini Indrati, UM Purwokerto</i>	205

Makalah Bidang Pendidikan Matematika

Kode	Nama Dan Judul Makalah	Hal
PN-1	BAHAN AJAR MATEMATIKA BERBASIS PROGRAM SEKOLAH ISLAM TERPADU PADA MATERI BILANGAN BULAT KELAS VII SMP IT AS-SALAAM BOARDING SCHOOL PEKALONGAN <i>Aghniyah, Univ Pekalongan</i>	210
PN-2	MEMBANGUN NILAI-NILAI KARAKTER ‘HUBUNGAN SESAMA MANUSIA’ PADA MATA PELAJARAN MATEMATIKA MELALUI MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF <i>Arlina Yuza, Univ Bung Hatta</i>	216
PN-3	PEMBELAJARAN MATEMATIKA SD/MI DENGAN PENDEKATAN EDUTAINMENT <i>Endang Sulistyowati, UIN Sunan Kalijaga</i>	221
PN-4	IMPLEMENTASI STRATEGI <i>FLIPPED CLASSROOM</i> DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA TERHADAP KEMAMPUAN KOGNITIF DITINJAU DARI MINAT BELAJAR SISWA SMA NEGERI 1 SURAKARTA <i>Farida Esti Widayati, Budi Murtiyasa, UNS, UM Surakarta</i>	233
PN-5	PENGARUH PENDEKATAN <i>PROBLEM POSING</i> DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA TERHADAP KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS DAN KREATIF SISWA SMK <i>Mayu Syahwela, UPI</i>	239
PN-6	BENTUK-BENTUK AKTIVITAS BELAJAR MATEMATIKA SISWA MELALUI TPS <i>Joko Purnomo, Univ Lampung</i>	246
PN-7	PENERAPAN MODEL <i>GUIDED DISCOVERY LEARNING</i> PENDEKATAN REALISTIK BERBANTUAN <i>GOOGLE DRIVE</i> UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN LITERASI MATEMATIKA SISWA <i>Khanafi, Wardono, Masrukan, UNNES</i>	253
PN-8	STRATEGI PENGEMBANGAN METAKOGNISI MAHASISWA DALAM MEMPELAJARI TEORI BILANGAN BERDASARKAN MODEL PEMBELAJARAN PERILAKU <i>La Misu, Univ Halu Oleo</i>	264
PN-9	KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DITINJAU DARI GAYA BELAJAR DAN GENDER DI SMP NEGERI 8 PURWOKERTO	271

	<i>Ira Rahmawati Ismi, Akhmad Jazuli, UM Purwokerto</i>	
PN-10	PENGEMBANGAN KETERAMPILAN KOMUNIKASI MAHASISWA MELALUI PEMBELAJARAN KOOPERATIF BERBASIS <i>LESSON STUDY</i> <i>Fitrianto Eko Subekti, Lukmanul Akhsani, Reni Untarti, UM Purwokerto</i>	278
PN-11	DAMPAK STRATEGI PEMBELAJARAN DAN GAYA BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR MATEMATIKA <i>Muhammad Noor Kholid, Sutama, Chanivah F. Citranissa, UM Surakarta</i>	286
PN-12	PENERAPAN METAKOGNISI DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA <i>OPEN-ENDED</i> SEBAGAI UPAYA MEMBENTUK BUDAYA DAN KARAKTER SISWA <i>Muhammad Sudia, Univ Halu Oleo</i>	294
PN-13	PEMANFAATAN MEDIA KOMPUTER BERBASIS MACROMEDIA FLASH PLAYER DALAM PROSES PEMBELAJARAN TOPIK KUBUS DAN BALOK DI KELAS VIII A SMP XAVERIUS GISTING TANGGAMUS LAMPUNG TAHUN AJARAN 2013/2014 <i>Mateus Diki Destino, Univ Lampung</i>	302
PN-14	PENERAPAN PEMBELAJARAN BERBASIS PROJEK (PBP) TERHADAP HASIL BELAJAR MATA KULIAH MATEMATIKA EKONOMI <i>Dewi Azizah, Univ Pekalongan</i>	312
PN-15	POLA KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF MATEMATIKA DAN KARAKTER RASA INGIN TAHU SISWA PADA PEMBELAJARAN DENGAN PENDEKATAN <i>OPEN ENDED</i> BERBASIS <i>ETNOMATEMATIKA</i> <i>Moh. Saironi, Zaenuri, YL. Sukestiyarno, UNNES</i>	318
PN-16	PENGARUH IMPLEMENTASI MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>CO-OP CO-OP</i> DENGAN PENDEKATAN PEMECAHAN MASALAH TERHADAP PENINGKATAN KEMAMPUAN GENERALISASI MATEMATIS SISWA SMP <i>Nisa Permatasari, Erman Suherman, Maman Suherman, UPI</i>	329
PN-17	PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERCIRIKAN KONTEKSTUAL PADA MATERI ARITMETIKA SOSIAL UNTUK SISWA KELAS VII SMP NEGERI 7 PASURUAN <i>Novi Tri Wahyuni, I. Nengah Parta, Santi Irawati, Univ Negeri Malang</i>	335
PN-18	PENGARUH PEMBERIAN TUGAS <i>CREATIVE MIND MAP</i> SETELAH PEMBELAJARAN MATEMATIKA UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN KONEKSI DAN KREATIVITAS MATEMATIK SISWA <i>Wahyu Handining Tyas, Darhim, Aan Hasanah, UNS</i>	345

PN-19	PENERAPAN MODEL <i>PROBLEM BASED INSTRUCTION</i> (PBI) DENGAN STRATEGI <i>THINK TALK WRITE</i> (TTW) PADA TOPIK PRISMA DAN LIMAS DI KELAS VIII MTS NEGERI BALANG-BALANG GOWA <i>Nurhidayah, Univ Sanata Dharma</i>	352
PN-20	PENGEMBANGAN NILAI-NILAI RELIGIUSITAS DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA <i>Kusno, UM Purwokerto</i>	362
PN-21	PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN INVESTIGASI UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF MATEMATIS SISWA SMP DI CIMAH <i>Nurmalita Khoerunnisa, UPI</i>	374
PN-22	IMPLEMENTATION OF PROBLEM BASED LEARNING MODEL (PBL) AND DISCOVERY (DL) IN LEARNING MATHEMATICS VIEWED FROM STUDENT ACTIVITY <i>Muhammad Noor kholid, Rita P. Khotimah, Fateemah Mingsoo, UM Surakarta</i>	379
PN-23	PENERAPAN METODE <i>MISSOURI MATHEMATICS PROJECT</i> UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR <i>Nanang Adi Saputra, Univ Lampung</i>	385
PN-24	ANALISIS KETERAMPILAN DASAR MENGAJAR MAHASISWA DALAM MEMBUKA DAN MENUTUP PELAJARAN PADA PELAKSANAAN PROGRAM LATIHAN PROFESI (PLP) <i>Novi Andri Nurcahyono, Eka Novariana, UM Sukabumi</i>	390
PN-25	PERBANDINGAN KEEFEKTIFAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE TGT DAN NHT DITINJAU DARI HASIL BELAJAR MATEMATIKA PADA SISWA SMP N 2 GODEAN KELAS VIII SEMESTER II <i>Nuryadi, Univ Mercuru Buana</i>	396
PN-26	PROSES BERPIKIR MAHASISWA DALAM MENGONSTRUKSI BUKTI KEKONGRUENAN SEGITIGA BERDASARKAN TEORI PEMROSESAN INFORMASI <i>Puguh Darmawan, Univ Kanjuruhan Malang</i>	407
PN-27	PEMBELAJARAN MATEMATIKA SEBAGAI PEMBENTUK KARAKTER BANGSA <i>Rieke Alyusfitri, Univ Bung Hatta</i>	418
PN-28	KEBUDAYAAN SUKU SASAK DALAM PERSPEKTIF ETNOMATIKA <i>Sri Supiyati, STKIP Hamzanwadi Selong</i>	431
PN-29	ANALISIS PERBEDAAN KURIKULUM TINGKAT SATUAN PENDIDIKAN DAN KURIKULUM 2013 TERHADAP MATA PELAJARAN MATEMATIKA <i>Muhammad Irfan Habibi, STKIP Muhammadiyah Kuningan</i>	438
PN-30	UPAYA MENINGKATKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA MELALUI <i>PROBLEM BASED LEARNING</i> DENGAN MEDIA	452

	PEMBELAJARAN VIDEO PENYAJIAN MASALAH <i>Taufan Nugraha, Joko Purwanto, Kusno, UM Purwokerto</i>	
PN-31	PENINGKATAN KEMANDIRIAN BELAJAR MATEMATIKA SISWA MENGGUNAKAN METODE PENEMUAN TERBIMBING DI SMK MUHAMMADIYAH 1 TEMON KULONPROGO <i>Anggun Badu Kusuma, UM Purwokerto</i>	458
PN-32	PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA REALISTIK BERBANTUAN TIK DALAM UPAYA MENINGKATKAN AKTIVITAS DAN PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS XI SMK <i>I Gusti Ayu Putu Arya Wulandari, Univ Mahasaraswati Denpasar</i>	470
PN-33	STRUKTUR HUBUNGAN FAKTOR-FAKTOR YANG BERKAITAN DENGAN TINGKAT PENGHASILAN PERAJIN TENUN SONGKET <i>Dian Cahyawati S., Univ Sriwijaya</i>	479
PN-34	IMPLEMENTASI MODEL PEMBELAJARAN <i>GUIDE DISCOVERY</i> TERHADAP KEMAMPUAN KONEKSI MATEMATIS BERDASARKAN KAM <i>Uba Umbara, STKIP Muh Kuningan</i>	486
PN-35	PENDIDIKAN KARAKTER TERENCANA MELALUI PEMBELAJARAN MATEMATIKA <i>Westi Bilda, UM Tangerang</i>	501
PN-36	ANALISIS LEARNING EXPERIENCE-MATA PELAJARAN MATEMATIKA SD/ MI <i>Winahyu Arif Wicaksono, Moh Salimi, Rina Wulandari, UNS</i>	507
PN-37	ANALISIS KETERAMPILAN DASAR MENGAJAR MAHASISWA DALAM BERTANYA DAN MENJELASKAN PELAJARAN PADA PELAKSANAAN PROGRAM LATIHAN PROFESI (PLP) <i>Eka Novarina, Novi Andri, Nurcahyono, UM Sukabumi</i>	516
PN-38	PENINGKATAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS SISWA SMP MELALUI PEMBELAJARAN METODE INKUIRI <i>Rena Ernawati, UPI</i>	521
PN-39	PENGUNAAN PROGRAM <i>WinGeom</i> DAN MEDIA BANGUN RUANG DALAM MEMAHAMI GEOMETRI PADA SISWA SMA <i>Durrotun Mahmudah, Akhmad Jazuli, UM Purwokerto</i>	534
PN-40	KESESUAIAN PRAKTEK PEMBELAJARAN DENGAN TEORI DAN STANDAR PENDIDIKAN <i>Anton Jaelani, UM Purwokerto</i>	542
PN-41	PENGUNAAN MEDIA MANIPULATIF PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA SEKOLAH DASAR <i>Saima Mulkiah, UPI</i>	552
PN-42	IMPLEMENTASI <i>BRAIN-BASED LEARNING</i> BERBANTUAN WEB TERHADAP PENINGKATAN	559

	KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA MAHASISWA <i>Nuriana Rachmani DN, UNNES</i>	
PN-43	PENGARUH PENGGUNAAN MEDIA BENDA NYATA DALAM MENINGKATKAN HASIL BELAJAR BILANGAN PECAHAN PADA SISWA SEKOLAH DASAR <i>Sugiarti, Kamid, Maison, Univ Jambi</i>	567
PN-44	PROFIL BERFIKIR KREATIF GURU MATEMATIKA SMK FARMASI MUHAMMADIYAH 2 CIREBON DALAM MEMBUAT MASALAH MATEMATIKA MODELING DITINJAU DARI METAKOGNISI <i>Arwanto, UNESA</i>	577
PN-45	PENGEMBANGAN <i>MATHEMATICS WORKSHEET</i> DENGAN PENEMUAN TERBIMBING PADA TOPIK <i>GEOMETRICAL TRANSFORMATION</i> KELAS XII IPA <i>Ricky Aditya Setiawan, SMA Katolik St. Albertus, Malang</i>	597
PN-46	ANALISIS KREATIVITAS SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA DITINJAU DARI GAYA KOGNITIF REFLEKTIF DAN IMPULSIF <i>Inggit Tri Susanti, Erni Widiyastuti, UM Purwokerto</i>	605
PN-47	DESKRIPSI KEMAMPUAN ABSTRAKSI MATEMATIS PADA MATERI GEOMETRI (STUDI KASUS DI KELAS X SMA N 1 BINANGUN) <i>Eka Setyaningsih, Chumaedi Sugihandardji, Sugeng Andri Setiawan, UM Purwokerto</i>	615
PN-48	PEMECAHAN MASALAH DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA <i>Muhammad Ilyas Abrori, Univ Lampung</i>	625
PN-49	ANALISIS <i>SELF-PROFICIENCY</i> MAHASISWA PADA MATA KULIAH TEORI PELUANG <i>Georgina Maria Tinungki, UNHAS</i>	630
PN-50	EKSPERIMENTASI MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>TEAMS GAMES TOURNAMENT</i> (TGT) YANG DIMODIFIKASI PADA MATERI ALJABAR TERHADAP PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIS SISWA KELAS VIII SMP NEGERI 14 KOTA SURAKARTA TAHUN PELAJARAN 2015/2016 <i>Retna Ayuningrum, UNS</i>	639
PN-51	ANALISIS KECENDERUNGAN PENELITIAN SKRIPSI MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN (FKIP) UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SUKABUMI (UMMI) TAHUN AKADEMIK 2014/2015 <i>Nur'aini Muhassanah, Aritsya Imswatama, UM Sukabumi</i>	648
PN-52	ANALISIS <i>SELF-RENEWAL CAPATACITY</i> MAHASISWA PADA MATA KULIAH STATISTIKA MATEMATIKA <i>Andri Suryana, Universitas Indraprasta PGRI Jakarta</i>	662

PN-53	DESKRIPSI KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS DAN <i>SELF-EFFICACY</i> SISWA SMP NEGERI 1 JATILAWANG BANYUMAS <i>Rian Purwiyanti Isnaningtyas, Akhmad Jazuli, UM Purwokerto</i>	669
PN-54	PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MELALUI MODEL <i>THINK PAIR SHARE</i> BERORIENTASI <i>PERFORMANCE ASSESSMENT</i> <i>Lukmanul Akhsani, Reni Untarti, Fitrianto Eko Subekti, UM Purwokerto</i>	679
PN-55	DESKRIPSI KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA SISWA SMP DITINJAU DARI GAYA KOGNITIF <i>Erni Widiyastuti, Akhmad Jazuli, Satria Aji Pangestika</i>	687
PN-56	PENGEMBANGAN MEDIA PERMAINAN BALOK PECAHAN DI KELAS IV SEKOLAH DASAR <i>Dwi Ardi Melyana, Santhy Hawanti, Sony Irianto</i>	696

PERMAINAN DINAMIS LINEAR KUADRATIK BERJUMLAH NOL LINGKAR TERTUTUP SISTEM DESKRIPTOR DAN APLIKASINYA DALAM STABILISASI KEBIJAKAN FISKAL

Muhammad Wakhid Musthofa

Jurusan Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
mwakhid_m@yahoo.com

Abstrak

Dalam makalah ini dibahas syarat perlu dan cukup keberadaan solusi keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup dari suatu permainan dinamis linear kuadratik berjumlah nol dengan struktur informasi lingkaran tertutup untuk sistem deskriptor. Metode untuk mencari solusi keseimbangan titik pelana tersebut adalah dengan mentransformasi permainan dinamis sistem deskriptor menjadi permainan dinamis sistem biasa (sistem nonsingular) yang tereduksi dengan menggunakan bentuk kanonik Weierstrass. Setelah tertransformasi menjadi permainan dinamis sistem biasa, berikutnya akan diturunkan syarat perlu dan cukup keberadaan keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup dengan memanfaatkan hasil-hasil yang telah diperoleh pada sistem nonsingular. Selanjutnya permainan dinamis linear kuadratik berjumlah nol tersebut akan diaplikasikan untuk mendesain stabilisasi kebijakan fiskal suatu negara yang tergabung dalam sebuah persekutuan dengan negara-negara yang lain dalam suatu ikatan kerja sama. Hasil desain kebijakan fiskal merekomendasikan kepada otoritas pengambil kebijakan fiskal untuk secepat mungkin bereaksi terhadap segala gangguan fiskal dan menerapkan kebijakan ofensif.

Kata Kunci: permainan dinamis linear kuadratik berjumlah nol; struktur informasi lingkaran tertutup; sistem deskriptor; stabilisasi kebijakan fiskal.

A. PENDAHULUAN

Permainan dinamis adalah sebuah model matematika yang merepresentasikan suatu konflik diantara berbagai pihak yang mengendalikan suatu sistem dinamik dan masing-masing pihak berusaha meminimalkan fungsi ongkos mereka dengan memberikan sebuah kendali pada sistem dinamik tersebut. Pihak yang dimaksud dalam hal ini dapat berupa dapat berupa orang, organisasi maupun pemerintah. Beberapa subyek kajian yang menerapkan konsep permainan dinamis diantaranya adalah persaingan antar perusahaan, ilmu marketing, desain strategi perang, beberapa topik dalam manajemen sains (Haurie dan Krwaczyk 2000).

Makalah ini mengkaji sebuah metode untuk mencari syarat perlu dan cukup keberadaan solusi keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup dari suatu permainan dinamis linear kuadratik berjumlah nol dengan struktur informasi lingkaran tertutup untuk sistem deskriptor. Studi tentang permainan dinamis untuk sistem deskriptor pertama kali dipublikasikan oleh Gardner dan Cruz (1978). Mereka berdua meneliti sifat well-posedness pada keseimbangan Nash lingkaran tertutup dengan keberadaan perturbasi pada sistem. Berikutnya, kajian pada sistem informasi lingkaran terbuka dilakukan oleh Engwerda dan Salmah (2009) sedangkan pada sistem informasi lingkaran tertutup dilakukan oleh Xu and Mizukami (1993, 1994a,b) and (Engwerda and Salmah 2012). Dalam semua referensi tersebut pencarian solusi keseimbangan dilakukan secara langsung tanpa melalui metode transformasi.

Berbeda dengan metode yang telah ada sebelumnya, metode yang disajikan dalam makalah ini adalah menggunakan transformasi untuk merubah permainan dinamis dari sistem deskriptor ke sistem nonsingular. Manfaat terbesar yang didapat melalui metode ini adalah bahwa semua konsep dan teori yang telah berlaku pada sistem nonsingular juga berlaku pada sistem deskriptor setelah ditransformasi.

Sistem deskriptor adalah generalisasi dari sistem biasa (sistem nonsingular). Sistem ini memuat persamaan diferensial dan sekaligus persamaan aljabar. Banyak permasalahan yang disajikan dalam sistem ini, diantaranya adalah proses-proses kimia (Kumar dan Dauotidis 1996), sistem sirkuit listrik (Newcomb 1981, Newcomb dan Dziurla 1989), sistem ekonomi (Luenberger 1977), interkoneksi antar sistem berskala besar (Luenberger dan Arbel 1977, Singh dan Liu 1973), sistem pada teknik mesin (Hemami dan Wyman 1979), sistem pembangkit daya (Scott 1979) dan sistem robot (Mills dan Goldenberg 1989).

Makalah ini disajikan dengan runtutan alur sebagai berikut. Setelah pendahuluan, bagian kedua dari makalah ini menyajikan formulasi masalah yang ingin diselesaikan yang diikuti dengan memaparkan metode yang dipilih dan diakhiri dengan menyajikan teorema syarat perlu dan cukup keberadaan solusi keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup dari suatu permainan dinamis sistem deskriptor. Selanjutnya bagian ketiga mengaplikasikan teorema yang telah dikonstruksikan pada masalah stabilisasi kebijakan fiskal antara dua negara.

B. PEMBAHASAN

B.1. Formulasi Masalah

Permainan dinamis yang dibahas dalam makalah ini adalah permainan dinamis yang didefinisikan pada sistem deskriptor

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1u_1(t) + B_2u_2(t), \quad x(0) = x_0. \quad (1)$$

Pemain pertama berkeinginan untuk meminimalkan fungsi ongkos yang berbentuk kuadratik

$$J(u_1, u_2) = \int_0^{\infty} \left[x^T(t) \bar{Q}x(t) + u^T(t) \bar{R}_1 u_1(t) - w^T(t) \bar{R}_2 u_2(t) \right] dt. \quad (2)$$

Sedangkan pemain kedua berkeinginan untuk meminimalkan fungsi ongkos $-J(u_1, u_2)$ dengan matriks-matriks $E, A \in \mathbb{R}^{(n+r) \times (n+r)}$, $\text{rank}(E) = n$, $B_i \in \mathbb{R}^{(n+r) \times m_i}$, $u_i \in \mathcal{U}_i \subseteq \mathbb{R}^{m_i}$, dan $i = 1, 2$.

Dalam struktur informasi lingkaran tertutup, diasumsikan masing-masing pemain memberikan kendali pada sistem dalam bentuk kendali linear umpan balik yang dinyatakan dengan

$$u_i(t) = F_i x(t), \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

dengan F_i adalah matriks kendali umpan balik untuk sistem (1). Lebih lanjut, kendali umpan balik F_i dibatasi pada kendali yang menstabilkan sistem untuk semua nilai awal yang konsisten, yaitu matriks $F = \begin{bmatrix} F_1^T & F_2^T \end{bmatrix}^T$ berada dalam himpunan

$$\mathcal{F} := \{F \mid \text{semua nilai eigen}(E, A + BF) \text{ stabil dan } (E, A + BF) \text{ berindeks satu}\}. \quad (4)$$

Untuk permainan dinamis (1,2) di atas, ingin dicari solusi keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 1. (Basar, Olsder [1999]) Himpunan kendali yang diperkenankan³ (u_1^*, u_2^*) disebut keseimbangan titik pelana untuk dua pemain, dimana pemain pertama memiliki fungsi ongkos $J(u_1, u_2)$ dan pemain kedua $-J(u_1, u_2)$, jika setiap kendali $(u_1, u_2), (u_1^*, u_2^*) \in \mathcal{U}_s \times \mathcal{U}_s$ memenuhi ketaksamaan berikut

$$J(u_1^*, u_2) \leq J(u_1^*, u_2^*) \leq J(u_1, u_2^*). \quad (5)$$

Masalah yang ingin diselesaikan dalam makalah ini adalah mencari syarat perlu dan cukup keberadaan solusi keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis (1,2). Berikutnya, jika solusi tersebut ada maka akan dikarakterisasi himpunan $(u_1, u_2) \in \mathcal{U}_s \times \mathcal{U}_s$ yang memenuhi solusi tersebut. Selanjutnya, konstruksi solusi keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis yang telah diturunkan akan digunakan untuk mendesain strategi kebijakan fiskal pada suatu negara yang tergabung dalam sebuah persekutuan dengan negara-negara yang lain dalam suatu ikatan kerja sama.

B.2. Transformasi Permainan Dinamis Sistem Deskriptor ke Sistem Nonsingular

Ide untuk mendapatkan solusi keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup untuk permainan dinamis sistem deskriptor (1,2) adalah dengan mentransformasi permainan dinamis sistem deskriptor (1,2) ke dalam permainan dinamis sistem biasa (sistem nonsingular). Berikut diberikan teorema dan lemma yang diperlukan untuk mencapai tujuan tersebut.

Teorema 1. (Gantmacher, [1959]) Jika sistem deskriptor (1) regular maka terdapat dua matriks nonsingular $X = [X_1 \ X_2]$ dan $Y = [Y_1 \ Y_2]$ sedemikian sehingga

$$Y^T E X = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \text{ dan } Y^T A X = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

dengan A_1 adalah matriks dalam bentuk Jordan yang elemen-elemennya nilai-nilai eigen dari A , I_k adalah matriks identitas dan N adalah matriks nilpoten juga dalam bentuk Jordan.

Lemma 1. (Engwerda et al, [2009]) Asumsikan pasangan matriks $(E, A + BF)$ regular dan memiliki indeks satu. Maka untuk semua $F \in F$, matriks $G := I + [B_{12} \ B_{22}] F X_2$ invertibel.

Lemma 2. (De Carlo, Seek, [1981]) Asumsikan $C \in \mathbb{R}^{n \times m}$ dan $D \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Maka, dua hal berikut dipenuhi:

1. Matriks $I_n + CD$ invertibel jika dan hanya jika matriks $I_m + DC$ invertibel.

³Sebuah kendali disebut diperkenankan (admissible) jika kendali tersebut mampu menstabilkan sistem yang dikendalikan.

2. Jika matriks $I_n + CD$ invertibel maka matriks $C(I_n + DC)^{-1} = (I_n + CD)^{-1} C$.

Dengan menggunakan bentuk kanonik Weierstrass (Gantmacher [1959]), diperoleh terdapat dua matriks nonsingular X dan Y sedemikian sehingga bentuk persamaan

(6) dipenuhi. Kemudian dengan mendefinisikan variabel state $\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} := X^{-1}x(t)$ dengan

$x_1(t) \in \mathbb{R}^n$ dan $x_2(t) \in \mathbb{R}^r$ maka permainan dinamis (1,2) mempunyai keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup $(u_1^*(t), u_2^*(t))$ jika dan hanya jika $(u_1^*(t), u_2^*(t))$ merupakan keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis yang didefinisikan pada sistem dinamik

$$\begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + Y^T B_1 u_1(t) + Y^T B_2 u_2(t),$$

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = X^{-1}x_0, (7)$$

dengan fungsi ongkos kuadratik untuk pemain pertama diberikan oleh persamaan

$$J(u_1, u_2) = \int_0^\infty \begin{bmatrix} x_1^T(t) & x_2^T(t) \end{bmatrix} X^T \bar{Q} X \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + u_1^T(t) \bar{R}_1 u_1(t) - u_2^T(t) \bar{R}_2 u_2(t) dt. \quad (8)$$

Dari persamaan (7) dan berdasarkan Lemma 1 maka bentuk substate $x_2(t)$ menjadi

$$\begin{aligned} x_2(t) &= -[0 \quad I_r] Y^T (B_1 u_1(t) + B_2 u_2(t)) \\ &= -[0 \quad I_r] Y^T [B_1 \quad B_2] \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

Setelah beberapa langkah penyederhanaan dilakukan pada persamaan (9) didapat

$$\begin{aligned} x_2(t) &= -(I + [B_{12} \quad B_{22}] F X_2)^{-1} [B_{12} \quad B_{22}] F X_1 x_1(t) \\ &=: H x_1(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Substitusikan persamaan (10) ke dalam permainan dinamis (7,8) didapat bahwa $(u_1^*(t), u_2^*(t))$ adalah keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis (1,2) jika dan hanya jika $(u_1^*(t), u_2^*(t))$ adalah keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis

$$\dot{x}_1(t) = \left(A_1 + [B_{11} \quad B_{12}] \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} I \\ H \end{bmatrix} \right) x_1(t),$$

$$x_1(0) = [I_n \quad 0] X^{-1} x_0, (11)$$

dengan fungsi ongkos bagi pemain pertama diberikan oleh persamaan

$$J(F_1(t), F_2(t)) = \int_0^\infty \left\{ \begin{bmatrix} x_1^T(t) & x_1^T(t)H^T \end{bmatrix} X^T \bar{Q} X \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_1(t)H \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} x_1^T(t) & x_1^T(t)H^T \end{bmatrix} X^T F_1^T(t) \bar{R}_1 F_1(t) X \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_1(t)H \end{bmatrix} \right. \\ \left. - \begin{bmatrix} x_1^T(t) & x_1^T(t)H^T \end{bmatrix} X^T F_2^T(t) \bar{R}_2 F_2(t) X \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_1(t)H \end{bmatrix} \right\} dt$$

yang ekuivalen dengan

$$J(F_1(t), F_2(t)) = \int_0^\infty \left\{ x_1^T(t) \begin{bmatrix} I & H^T \end{bmatrix} X^T \begin{bmatrix} I & F_1^T(t) & F_2^T(t) \end{bmatrix} \right. \\ \left. \times \begin{bmatrix} \bar{Q} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{R}_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{R}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ F_1(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} I \\ H \end{bmatrix} x_1(t) \right\} dt. \quad (12)$$

Selanjutnya didefinisikan notasi

$$\tilde{F}_i := F_i X \begin{bmatrix} I \\ H \end{bmatrix}, \quad (13)$$

maka permainan dinamis (11,12) dapat disajikan dalam bentuk

$$\dot{x}_1(t) = \left(A_1 + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{F}_1 \\ \tilde{F}_2 \end{bmatrix} \right) x_1(t), \quad x_1(0) = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} X^{-1} x_0 \quad (14)$$

dan

$$J(\tilde{F}_1(t), \tilde{F}_2(t)) = \int_0^\infty \left\{ x_1^T(t) \begin{bmatrix} I & H^T \end{bmatrix} X^T \begin{bmatrix} \tilde{F}_1^T(t) & \tilde{F}_2^T(t) \end{bmatrix} \right. \\ \left. \times \begin{bmatrix} \bar{Q} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{R}_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{R}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \begin{bmatrix} I \\ H \end{bmatrix} \\ \tilde{F}_1(t) \\ \tilde{F}_2(t) \end{bmatrix} x_1(t) \right\} dt. \quad (15)$$

Selanjutnya, berdasarkan Lemma 2,

$$H = -(I + \begin{bmatrix} B_{12} & B_{22} \end{bmatrix} F X_2)^{-1} \begin{bmatrix} B_{12} & B_{22} \end{bmatrix} F X_1 \\ = -\begin{bmatrix} B_{12} & B_{22} \end{bmatrix} F (I + X_2 \begin{bmatrix} B_{12} & B_{22} \end{bmatrix} F)^{-1} X_1 \quad (16) \\ = (B_{12} \tilde{F}_1 + B_{22} \tilde{F}_2).$$

Menggunakan hasil (16) maka didapat bahwa (F_1^*, F_2^*) adalah keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis (11,12) jika dan hanya jika $(\tilde{F}_1^*, \tilde{F}_2^*)$ adalah keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis (14) dengan fungsi ongkos bagi pemain pertama

$$J(\tilde{F}_1(t), \tilde{F}_2(t)) = \int_0^\infty \left\{ x_1^T(t) \begin{bmatrix} I & \tilde{F}_1^T(t) & \tilde{F}_2^T(t) \end{bmatrix} \tilde{M} \begin{bmatrix} I \\ \tilde{F}_1(t) \\ \tilde{F}_2(t) \end{bmatrix} x_1(t) \right\} dt \quad (17)$$

dengan

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} \tilde{Q} & \tilde{V} & \tilde{W} \\ \tilde{V}^T & \tilde{R}_{11} & \tilde{N} \\ \tilde{W}^T & \tilde{N}^T & \tilde{R}_{22} \end{bmatrix}$$

dan

$$\begin{aligned} \tilde{Q} &:= X_1^T \bar{Q} X_1, \quad \tilde{N} := B_{12}^T X_2^T \bar{Q} X_2 B_{22}, \quad \tilde{V} := -X_1^T \bar{Q} X_2 B_{12}, \quad \tilde{R}_{11} := B_{12}^T X_2^T \bar{Q} X_2 B_{12} \bar{R}_1, \\ \tilde{W} &:= -X_1^T \bar{Q} X_2 B_{22}, \quad \tilde{R}_{22} := B_{22}^T X_2^T \bar{Q} X_2 B_{22} - \bar{R}_2. \end{aligned}$$

Dengan demikian telah ditunjukkan ekuivalensi permainan dinamis sistem deskriptor (1,2) dengan permainan dinamis sistem nonsingular (tereduksi) (14,17).

Selanjutnya, hasil transformasi di atas akan digunakan untuk menentukan syarat perlu dan cukup keberadaan keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis (14,17). Berikut diberikan teorema yang menyajikan hal tersebut.

Teorema 2. Diberikan permainan dinamis linear kuadratik berjumlah nol lingkaran tertutup untuk sistem deskriptor (14,17) dengan $x_0 \in \mathbb{R}^n$ adalah sembarang nilai awal yang konsisten. Diasumsikan sistem dapat distabilkan dan pasangan matriks $\begin{pmatrix} A_1, \tilde{Q}^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$

terdeteksi. Maka, permainan dinamis (14,17) mempunyai solusi keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup jika dan hanya jika persamaan aljabar Riccati berikut

$$A_1^T K + K A + \tilde{Q} - \begin{bmatrix} \tilde{V} + K B_{11} & \tilde{W} + K B_{21} \end{bmatrix} \tilde{G}_\gamma^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{V} + K B_{11} & -(\tilde{W} + K B_{21}) \end{bmatrix}^T = 0 \quad (18)$$

mempunyai solusi semi-definit positif yang menstabilkan K^+ . Lebih lanjut, bentuk keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup diberikan oleh persamaan

$$F_i^* = \tilde{F}_i^* O^+ + Z_i (I - O O^+), \quad (19)$$

dengan $Z_i \in \mathbb{R}^{m_i \times n}$, $O = X \begin{bmatrix} I \\ -B_{12} \tilde{F}_1^* - B_{22} \tilde{F}_2^* \end{bmatrix}$ dan $(\tilde{F}_1^*, \tilde{F}_2^*)$ diberikan oleh

$$\begin{bmatrix} \tilde{F}_1^* \\ \tilde{F}_2^* \end{bmatrix} = -\tilde{G}_\gamma^{-1} \begin{bmatrix} B_{11}^T K_\gamma^+ + \tilde{V}^T \\ -B_{21}^T K_\gamma^+ - \tilde{W}^T \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Dalam hal solusi keseimbangan titik pelana tersebut ada, maka nilai dari permainan dinamis (14,17) diberikan oleh persamaan

$$L_\gamma^{\infty*} = x_0^T X^{-T} \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix}^T \bar{K}_\gamma^+ \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} X^{-1} x_0.$$

Bukti:

Berdasarkan bentuk (19) dan (20), dapat dibuktikan bahwa (F_1^*, F_2^*) adalah keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis (1,2) untuk setiap nilai awal jika dan hanya jika (F_1^*, F_2^*) adalah keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis (14,17). Lebih lanjut, (F_1^*, F_2^*) adalah penyelesaian dari persamaan $\tilde{F}_i := F_i X \begin{bmatrix} I \\ H \end{bmatrix}$. Sehingga solusi dari permainan dinamis (14,17) dikarakterisasi oleh persamaan (19). Selanjutnya, berdasarkan Teorema 8.5 pada Engwerda (2005) terbukti bahwa (F_1^*, F_2^*) adalah keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup bagi permainan dinamis (14,17) jika dan hanya jika K^+ adalah solusi yang menstabilkan bagi persamaan aljabar Riccati (18).

B.3. Aplikasi Permainan Dinamis pada Stabilisasi Kebijakan Fiskal

Diberikan permainan dinamis antara dua otoritas fiskal suatu negara yang merepresentasikan interaksi kebijakan stabilisasi fiskal dalam kondisi dalam dua negara tersebut telah diberlakukan secara penuh penerapan *Economic and Monetary Union* (EMU) (Engwerda 2002). EMU adalah kesepakatan antar negara anggotanya untuk mengatur regulasi kebijakan ekonomi dan fiskal secara bersama-sama yang diimplementasikan dengan menyatukan mata uang antar negara anggotanya dan mendirikan bank sentral yang mengatur kebijakan fiskal mereka. Model matematika yang merepresentasikan perputaran ekonomi antara dua negara anggota EMU disajikan oleh persamaan-persamaan berikut.

$$\dot{s}(t) = \phi_2 s(t) - \phi_1 f_1(t) + \phi_1 f_2(t)$$

$$y_1(t) = bs(t) - ci^E(t) + af_1(t) + \frac{\rho}{k} af_2(t) \quad (21)$$

$$y_2(t) = -bs(t) - ci^E(t) + \frac{\rho}{k} af_1(t) + af_2(t).$$

Variabel $s(t)$ mengukur nilai kompetisi negara satu dengan negara lainnya, $f_i(t)$, $i=1,2$ adalah besarnya defisit fiskal riil yang dipatok oleh otoritas fiskal negara ke- i , $y_i(t)$, $i=1,2$ menyatakan output real bagi negara ke- i , dan $i^E(t)$ adalah nominal suku bunga bersama. Kedua otoritas fiskal ingin meminimalkan fungsi kerugian bersama yang diasumsikan berbentuk kuadratik terhadap laju inflasi ($\dot{p}_i(t)$), output dan defisit fiskal

$$J^{\hat{F}_1} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ \alpha \dot{p}_1^2(t) + \beta y_1^2(t) + \chi f_1^2(t) \right\} e^{-\theta t} dt \quad (22)$$

$$J^{\hat{F}_2} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ \alpha \dot{p}_2^2(t) + \beta y_2^2(t) + \chi f_2^2(t) \right\} e^{-\theta t} dt.$$

Nilai θ menyatakan laju penyesuaian waktu dan α, β, χ merepresentasikan preferensi bobot yang dipilih untuk menstabilkan secara berturut-turut inflasi, output dan defisit fiskal.

Selanjutnya, dengan mendefinisikan variabel state yang baru $x^T(t) := e^{-\frac{1}{2}\theta t} [s(t) \ i^E(t) \ y_1(t) \ y_2(t)]^T$ dan variabel kendali baru $u_1(t) := e^{-\frac{1}{2}\theta t} f_1(t)$ dan $u_2(t) := e^{-\frac{1}{2}\theta t} f_2(t)$, maka masalah minimisasi fungsi kerugian bersama (22) yang terkait dengan sistem dinamik (21) dapat dinyatakan sebagai

$$\min_{u_i(t)} \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ \begin{bmatrix} x^T(t) & u_1^T(t) & u_2^T(t) \end{bmatrix} M_\gamma \begin{bmatrix} x(t) \\ u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \right\} dt \quad (23)$$

dengan kendala persamaan dinamis

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1u_1(t) + B_2u_2(t), \quad x(0) = 0 \quad (24)$$

dengan

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} \phi_2 - \frac{1}{2}\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\theta & 0 & 0 \\ b & -c & -1 & 0 \\ -b & -c & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -\phi_1 & \phi_1 \\ 0 & 0 \\ a & ra \\ ra & a \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \phi_3 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ and}$$

$$M_\gamma = \begin{bmatrix} \mu b^2 & -\mu bc & \mu ab & r\mu ab \\ -\mu bc & \mu c^2 & -\mu ac & -r\mu ab \\ \mu ab & -\mu ac & \mu a^2 + \chi & r\mu a^2 \\ r\mu ab & -r\mu ab & r\mu a^2 & r^2\mu a^2 \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya, dengan memilih dua matriks nonsingular

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ b & -c & -1 & 0 \\ -b & -c & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dapat didefinisikan variabel state tereduksi yang baru $\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} := X^{-1}x(t)$. Kemudian, dengan mengasumsikan bahwa $u_1(t) = F_1x(t)$ and $u_2(t) = F_2x(t)$ maka masalah minimisasi fungsi kerugian bersama (21,22) dapat ditulis ulang sebagai

$$\min_{u_i(t)} \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ x_1^T(t) \begin{bmatrix} I & \tilde{F}_1^T & \tilde{F}_3^T \end{bmatrix} \tilde{M}_\gamma \begin{bmatrix} I \\ \tilde{F}_1 \\ \tilde{F}_2 \end{bmatrix} x_1(t) \right\} e^{-\theta t} dt \quad (25)$$

dengan kendala persamaan dinamis

$$\dot{x}_1(t) = \begin{pmatrix} A_1 + [B_1 & B_2] \begin{bmatrix} \tilde{F}_1 \\ \tilde{F}_2 \end{bmatrix} \end{pmatrix} x_1, \quad x_1(0) = 0 \quad (26)$$

dengan $\tilde{M}_\gamma = \begin{bmatrix} \mu b^2 & -\mu bc & \mu ab & r\mu ab \\ -\mu bc & \mu c^2 & -\mu ac & -r\mu ab \\ \mu ab & -\mu ac & \mu a^2 + \chi & r\mu a^2 \\ r\mu ab & -r\mu ab & r\mu a^2 & r^2\mu a^2 \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} \tilde{Q}_{2 \times 2} & \tilde{V}_{2 \times 2} & \tilde{W}_{2 \times 1} \\ \tilde{V}^T & \tilde{R}_{112 \times 2} & \tilde{N}_{2 \times 1} \\ \tilde{W}^T & \tilde{N}^T & \tilde{R}_{22\gamma} \end{bmatrix}$ dan

$$A_1 = \begin{bmatrix} \phi_2 - \frac{1}{2}\theta & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\theta \end{bmatrix}. \text{ Untuk mengestimasi parameter-parameter dalam model (21,22)}$$

diambil nilai-nilai yang digunakan oleh Engwerda et al, (2002) yaitu $a = 1.216$, $b = 0.154$, $c = 0.8$, $\varphi = 1$, $\mu = 5.125$, $r = 0.444$, $\chi = 2.5$, $\phi_1 = 0.192$, $\phi_2 = -0.077$, $\phi_3 = 1$, and $\theta = 0.15$. Dengan $K := \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix}$, substitusikan nilai-nilai parameter di atas ke dalam persamaan aljabar Riccati (18) didapat sistem persamaan aljabar nonlinear sebagai berikut

$$3.03 - 1.953k_{11} + 2.393k_{11}^2 - 2k_{11}^2\gamma = 0$$

$$129.70k_{11} - 1.05k_{12} + 2.39k_{11}k_{12} - 2k_{11}k_{12}\gamma = 0$$

$$1958.30 - 9.72k_{12} - 0.15k_{22} + 2.39k_{12}^2 - 2k_{12}^2\gamma = 0.$$

Dengan menyelesaikan sistem persamaan di atas didapat

$$K = \begin{bmatrix} \frac{1.95 - \sqrt{a}}{4.79 - 4\gamma} & \frac{b}{c} \\ \frac{b}{c} & 6.67 \left(\frac{d}{c^2} - \frac{e}{c} + 1958.30 \right) \end{bmatrix}$$

dengan $a = -25.19 + 24.22\gamma$, $b = -253.05 + 129.69\sqrt{a}$, $c = (-0.35 - 2.39\sqrt{a}) + (0.3 - 2\sqrt{a})\gamma$,

$d = 21795.97 - 12947.57\sqrt{a} - 6636.03a$ dan $e = 2459.92 - 1263.41\sqrt{a}$ sebagai solusi non-negatif dari persamaan aljabar Riccati (20). Selanjutnya, dengan melakukan beberapa

proses perhitungan diperoleh matriks-matriks $\begin{bmatrix} \tilde{F}_{1\gamma_\varepsilon}^* \\ \tilde{F}_{2\gamma_\varepsilon}^* \end{bmatrix}$, O dan O^+ berturut-turut sebagai

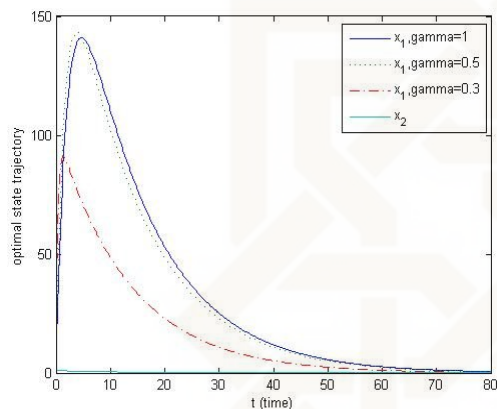
berikut

$$\begin{bmatrix} \tilde{F}_{1\gamma_\varepsilon}^* \\ \tilde{F}_{2\gamma_\varepsilon}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21.959 & -2115.310 \\ 22.569 & -1654.924 \\ 0 & -129.697 \end{bmatrix}, \quad O = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -38.753 & 3336.730 \\ -39.473 & 3025.659 \end{bmatrix} \text{ dan } O^+ = \begin{bmatrix} 0.088 & 0.001 & 0.190 & -0.210 \\ 0.001 & 0 & 0.002 & -0.002 \end{bmatrix}$$

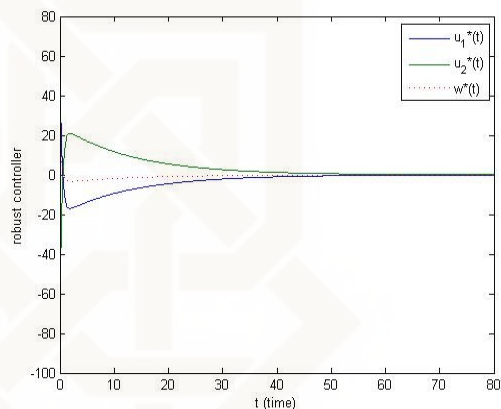
Masukkan matriks-matriks di atas ke dalam persamaan (19) memberikan desain kebijakan fiskal yang akan meminimalkan kerugian bersama kedua negara adalah

$$F_{1\gamma\epsilon}^* = \begin{bmatrix} -0.351 & -0.004 & -1.106 & 0.521 \\ 0.202 & 0.002 & 0.163 & -0.726 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.916 & -0.001 & -0.191 & 0.210 \\ -0.001 & 0.999 & -0.003 & 0.003 \\ -0.191 & -0.003 & 0.040 & -0.004 \\ 0.210 & 0.002 & -0.004 & 0.048 \end{bmatrix}.$$

Gambar 1 menyajikan trayektori optimal dari state $x_1^*(t)$ ketika otoritas kebijakan fiskal dua negara mengimplementasikan desain kebijakan fiskal di atas. Selanjutnya Gambar 2 menyajikan performa dari desain kebijakan fiskal yang dipilih dalam meminimalkan kerugian bersama dua negara tersebut.



Gambar 1. Trayektori optimal state $x_1^*(t)$



Gambar 2. Kebijakan fiskal $u^*(t)$

Berdasarkan kedua gambar di atas dapat disimpulkan bahwa hal terbaik yang harus dilakukan oleh otoritas fiskal kedua negara agar dapat meminimalkan kerugian fiskal adalah secepat mungkin bereaksi terhadap segala gangguan fiskal dan menerapkan kebijakan ofensif.

C. SIMPULAN

Dalam makalah ini telah disajikan sebuah metode baru untuk mencari syarat perlu dan cukup keberadaan solusi keseimbangan titik pelana lingkaran tertutup dari suatu permainan dinamis linear kuadratik berjumlah nol dengan struktur informasi lingkaran tertutup untuk sistem deskriptor, yaitu dengan mentransformasi permainan dinamis sistem deskriptor menjadi permainan dinamis sistem biasa (sistem nonsingular) yang tereduksi dengan memanfaatkan bentuk kanonik Weierstrass. Melalui metode baru ini diperoleh suatu kelebihan penting yaitu bahwa semua teori permainan dinamis yang berlaku pada sistem nonsingular juga berlaku pada sistem deskriptor yang telah tereduksi. Selanjutnya kelebihan metode ini telah diaplikasikan dalam mendesain stabilisasi kebijakan fiskal negara anggota EMU.

Desain stabilisasi kebijakan fiskal yang disajikan masih belum mempertimbangkan faktor-faktor gangguan dan ketidakpastian yang mungkin muncul dalam sistem ekonomi negara tersebut. Oleh karena itu mendesain kebijakan fiskal yang mampu mengatasi faktor-faktor gangguan dan ketidakpastian yang mungkin muncul dalam sistem menjadi masalah terbuka yang dapat diteliti lebih lanjut.

D. DAFTAR PUSTAKA

- Basar, T. dan Olsder, G. J.(1999). *Dynamic Noncooperative Game Theory*, Academic Press SIAM, New York.
- De Carlo, R.A. dan Saeks, R.(1981), *Interconnected Dynamical Systems*, Marcel Dekker, New York, 1981.

- Engwerda, J.C., (2005) *Linear Quadratic Dynamic Optimization and Differential Games*. John Wiley & Sons, West Sussex.
- Engwerda, J. C., Aarle, B. v. dan Plasmans, J. E. J. 2002. Cooperative and non Coperative Fiscal Stabilisation Policies in the EMU, *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 26, tahun 451 – 481.
- Engwerda, J.C., Salmah, dan I.E. Wijayanti, 2009, The (multi-player) linear quadratic feedback state regulator problem for index one descriptor systems, *Proceedings European Control Conference (Budapest)*, tahun 2009.
- Engwerda, J.C., Salmah, 2009, The open-loop linear quadratic differential game for index one descriptor systems, *Automatica*, vol. 45, tahun 2009, 585-592.
- Engwerda, J.C., Salmah, 2012, Feedback Nash Equilibria for Linear Quadratic Descriptor Differential Games, *Automatica*, vol. 48, tahun 2012, 625-631.
- Gantmacher, F., (1959)*Theory of Matrices*. vol II, Chelsea Publishing Company, New York.
- Haurie, A., Krawczyk, J. dan Zaccour, G. 2012. *Games and Dynamic Games*, Vol. 1, World Scientific Publishing Company, Singapore.
- Hemami, H. and Wyman, B. F., 1979, Modeling and control of constrained dynamic systems with application to biped locomotion in the frontal plane, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 24, tahun 1979, 526-535.
- Kumar, A. and Daoutidis, P, 1996, State-Space Realizations of Linear Differential Algebraic-Equation Systems with Control-Dependent State Space, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, Tahun 1996, 269-274.
- Luenberger, D. G., 1977, Dynamic Equation in Descriptor Form, *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 22, tahun 1977, 312-321.
- Luenberger, D. G. and Arbel. 1977. *Singular Dynamic Leontief Systems*, pp 991-995.
- Mills, J. K. and Goldenber, A. A., 1989, Force and Position Control of Manipulators During Constrained Motion Tasks, *IEEE Transactions on Robot Automatic*, vol. 5, tahun 1989, 30-46.
- Newcomb, R. W., 1981, The Semistate Description of Nonlinear Time-Variable Circuits", *IEEE Transactions on Circuits Systems*, vol. 28, tahun 1981, 62-71.
- Newcomb, R. W. dan Dziurla, B. 1989, Some Circuits and Systems Applications of Semistate Theory, *Circuits Systems Signal Processes*, vol. 8, tahun 1989, 235-260.
- Scott, B., 1979, Power system Dynamic Response Calculations, *IEEE Proceeding*, vol. 67, tahun 1979, 219-247.
- Singh, S. and Liu, R. W., 1973, Existence of State Equation Representation of Linear Large-Scale Dynamical Systems, *IEEE Transaction Circuits Systems*, vol. 20, tahun 1973, 239-246.
- Xu, H. and Mizukami, K. 1993. Two-person two-criteria decision making problem for descriptor systems, *JOTA* 39, tahun 1993, 163 – 173.
- Xu, H. and Mizukami, K. 1994a. Linear-quadratic zero-sum differential games for generalized state space systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39 tahun 1994.
- Xu, H. and Mizukami, K. 1994b. On the isaacs equation of differential games for descriptor systems, *JOTA* vol. 83 tahun 1994.

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

FKIP UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PURWOKERTO

Jl. Raya Dukuwaluh PO BOX 202 Purwokerto 53182, Telp (0281)636751



SERTIFIKAT

No. D.3-II/792-Sert/FKIP/XII/2015



Diberikan Kepada:

Muhammad Wakhid Mustofa

Sebagai

PEMAKALAH

Dengan Judul

PERMAINAN DINAMIS LINEAR KUADRATIK BERJUMLAH NOL LINGKAR TERTUTUP SISTEM DESKRIPTOR DAN APLIKASINYA DALAM STABILISASI KEBIJAKAN FISKAL

Dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema “Peran Matematika dan Pendidikan Matematika dalam Membentuk Karakter Bangsa untuk Menghadapi Tantangan Global” yang diadakan pada tanggal 12 Desember 2015 di Auditorium Ukhuwah Islamiyah Universitas Muhammadiyah Purwokerto



Dekan FKIP UMP,

Drs. Ahmad, M.Pd.

NIP. 19650804 199403 1 002



Ketua Panitia,

Wanda Nugroho Y., M.Pd.

NIK.2160540