

**APLIKASI INVERS SEMU (*PSEUDOINVERSE*) DENGAN METODE
GREVILLE'S PADA ANALISIS REGRESI LINEAR BERGANDA**

SKRIPSI

untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika



Diajukan oleh

Muhtar Safi'i

08610013

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UIN SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2013



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

FM-UINSK-BM-05-07/R0

PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/1364/2013

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Aplikasi Invers Semu (*Pseudoinverse*) dengan Metode Greville's Pada Analisis Regresi Linear Berganda

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :
Nama : Muhtar Safi'i
NIM : 08610013
Telah dimunaqasyahkan pada : 29 April 2013
Nilai Munaqasyah : A
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Dra. Khurul Wardati, M.Si.
NIP. 19660731 200003 2 001

Penguji I

Ki Haryadi, S.Si, MPH
NIDN. 0515057601

Penguji II

Moh. Farhan Qudratullah, M.Si
NIP.19790922 200801 1 011

Yogyakarta, 15 Mei 2013
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan



Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A, Ph.D
NIP. 19580912 198603 1 002



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Surat Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp : -

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Muhtar Safii
NIM : 08610013
Judul Skripsi : Aplikasi Invers Semu (*Pseudoinvers*) dengan Metode Greville's
pada Analisis Regresi Linear Berganda

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi **Matematika** Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi **Matematika**

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 13 Maret 2013
Pembimbing I

Dra. Khurul Wardati, M.Si
NIP. 19660731 200003 2 001



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka saya selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Muhtar Safi'i

NIM : 086100013

Judul Skripsi : Aplikasi Invers Semu (*Pseudoinvers*) dengan Metode Greville's pada Analisis Regresi Linear Berganda

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang Matematika.

Dengan ini saya mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya saya ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. Wb

Yogyakarta, 25 Maret 2013

Pembimbing II

M. Farhan Qudratullah, M.Si.

NIP: 197909222008011011

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Muhtar Safi'i

NIM : 08610013

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri dan sepanjang pengetahuan penulis tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis orang lain, dan atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian Tugas Akhir di Perguruan Tinggi lain, kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 16 April 2013

Yang menyatakan



Muhtar Safi'i
NIM. 08610013

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat melaksanakan dan menyusun skripsi ini dengan baik. Shalawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW beserta keluarga, para sahabat dan para pengikutnya seluruh umat Islam hingga akhir zaman, insyaAllah termasuk kita. Amin.

Penyusunan skripsi ini dimaksudkan untuk memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Program Studi Matematika. Skripsi ini berisi mengenai pembahasan invers semu (*pseudoinvers*) dengan metode Greville's dan penerapannya pada analisis regresi linear berganda. Penulis menyadari bahwa tanpa bantuan, bimbingan, dan motivasi dari berbagai pihak, laporan skripsi ini tidak dapat selesai dengan baik. Oleh karena itu ucapan terima kasih disampaikan sebesar-besarnya dan semoga Allah memberikan ridho-Nya kepada :

1. Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A., Ph.D selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si selaku pembimbing I yang telah meluangkan waktu untuk membantu, membimbing serta mengarahkan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.

4. M. Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si selaku pembimbing II yang telah meluangkan waktu untuk membantu, membimbing serta mengarahkan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Segenap Dosen dan Karyawan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
6. Keluargaku tercinta, ibu, bapak, dan adik-adiku, semuanya terimakasih telah memberikan doa, kasih sayang, motivasi dan inspirasi selama ini sehingga penulis tidak patah semangat.
7. Guru-guru dan teman-teman TK Aisyiyah Bustanul Athfal Payaman , SD N Payaman 2, SMP N 3 Magelang, MA Sunan Pandanaran Yogyakarta yang telah memberikan ilmu dan sejarah dalam hidup penulis.
8. Tim mancing “Okta, Adib, Ranto” ayo mancing lagi, dan teman-teman kuliah “Simbah Riyanto, Jimron, Santosa, Jajang, Najib, Bayu, Ial, Ria, Aesa, Lala, Yana (Mbako), Tuty, Lia, Yuni (Mbokde), Siti, Fany, dan teman-teman Matematika angkatan 2008” kapan reuni?
9. Seseorang yang telah membantu, memberi semangat, dan membuat hari-hariku lebih indah.
10. Kepada Okta Arfiyanta dan Lia Setyawati semoga tetap selalu berjodoh dunia dan akhirat.
11. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

HALAMAN MOTTO

“Ya Tuhan kami, berilah kami kebaikan di dunia dan kebaikan di akhirat dan periharalah kami dari siksa neraka.”

(Al Baqoroh: 201, Doa Sapu Jagad)

“Gantungkan cita-cita mu setinggi langit! Bermimpilah setinggi langit. Jika engkau jatuh, engkau akan jatuh di antara bintang-bintang.”

(Soekarno)

“Jika kekayaanmu berlebih sumbangkan hartamu, jika kekayaanmu sedikit sumbangkanlah hatimu.”

(Pepatah Arab)

HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan kepada :

***Ibu, Bapak, dan Adik-adikku yang telah memberi
kasih sayang serta doa yang tiada henti.***

Negara Republik Indonesia, khususnya

Program Studi Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

Yogyakarta.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
HALAMAN SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	v
KATA PENGANTAR	vi
HALAMAN MOTTO	viii
HALAMAN PERSEMBAHAN	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR DAN TABEL	xii
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	xiii
ABSTRAK	xiv

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Batasan Masalah	4
1.3. Rumusan Masalah	4
1.4. Tujuan Penelitian	5
1.5. Manfaat Penelitian	5
1.6. Tinjauan Penelitian	5
1.7. Sistematika Penulisan	7

BAB II DASAR TEORI

2.1. Sistem Persamaan Linear	9
------------------------------------	---

2.2. Matriks dan Operasi-operasinya	11
2.3. Invers Matriks	24
2.4. Ruang Vektor	29
2.5. Matriks Partisi	32
2.6. Analisis Regresi	33
2.1.1. Analisis Regresi Linear Sederhana	34
2.1.2. Metode Kuadrat Terkecil	36
2.1.3. Analisis Regresi Linear Berganda	38
BAB III METODE PENELITIAN	42
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	
4.1. Matriks Invers Semu (<i>Pseudoinvers</i>)	46
4.2. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear	54
4.3. Metode Greville's	60
4.4. Aplikasi Invers Invers Semu (<i>Pseudoinverse</i>) Dengan Metode Greville's Pada Analisis Regresi Linear Berganda	76
BAB V PENUTUP	
5.1. Kesimpulan	103
5.2. Saran-saran	104
DAFTAR PUSTAKA	105

DAFTAR GAMBAR DAN TABEL

Gambar 1 Kurva analisis regresi	34
Tabel 1 contoh kasus 1	84
Tabel 2 contoh kasus 2	92
Tabel 3 solusi contoh kasus 2	96
Tabel 4 contoh kasus 3	97
Tabel 5 contoh kasus 4	98
Tabel 6 solusi dan keterangan	102

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

I_n	: Matriks identitas berorde $n \times n$
β	: Beta
$\hat{\beta}$	: Koefisien estimasi beta
α	: Alpha
ε	: Error / nilai galat
$E[\]$	: Nilai harapan
$Var[\]$	: Variansi
$Cov(\)$	: Kovarian
a_{ij}	: Entri dari matriks A pada baris ke- i dan kolom ke- j
a_k	: Kolom ke k dari matriks A
A_k	: Matriks yang terdiri dari k kolom pertama
$m \times n$	: Ukuran / ordo dari suatu matriks, yaitu m baris dan n kolom
Σ	: Notasi sigma
$tr(A)$	: Trace dari matriks A
A^{-1}	: Invers dari matriks A
$det(A)$	: Determinan dari matriks A
$Adj(A)$	: Adjoin dari matriks A
$\bar{A}$	: Konjugat dari matriks A
A'	: Transpose dari matriks A
A^*	: Konjugat transpose dari A
$rank(A)$	: Rank dari matriks A
R^n	: Matriks kolom n dengan entrinya bilangan real
$\mathbb{C}^n$	: Matriks kolom n dengan entrinya bilangan kompleks
$x \in A$	: x elemen dari A
$\forall$	: Untuk setiap (<i>Kuantor Universal</i>)
$\exists$	: Untuk suatu/ terdapat (<i>Kuantor eksistensial</i>)
$\mathcal{V}$	: Ruang vektor
$\langle u, v \rangle$	: Hasil kali dalam antara dua vektor
$\mathcal{R}$	: Himpunan semua bilangan real
$\mathbb{C}$	: Himpunan semua bilangan kompleks
A^g	: Matriks invers tergeneralisir dari A .
A^r	: Matriks invers tergeneralisasi reflektif dari A
A^w	: Matriks invers tergeneralisasi lemah kiri dari A
A^n	: Matriks invers tergeneralisasi lemah kanan dari A
A^+	: Matriks invers semu (<i>pseudoinvers</i>) dari A

APLIKASI INVERS SEMU (*PSEUDOINVERSE*) DENGAN METODE

GREVILLE'S PADA ANALISIS REGRESI LINEAR BERGANDA

Oleh : Muhtar Safi'i (08610013)

ABSTRAK

Konsep invers matriks yang sudah dipelajari merupakan konsep invers matriks yang terbatas pada matriks berordo $n \times n$ yang non singular. Matriks yang berordo $m \times n$ atau $n \times n$ yang singular diselesaikan dengan konsep matriks invers semu (*Pseudoinvers*). Seperti halnya invers matriks, invers semu juga mempunyai sifat tunggal. Invers semu dengan simbol A^+ adalah matriks B dari sebarang matriks A yang memenuhi 4 sifat, yaitu : $ABA = A$, $BAB = B$, $(BA)^* = BA$, $(AB)^* = AB$, dimana $()^*$ adalah notasi konjugat transpose.

Metode yang digunakan untuk mencari invers semu salah satunya adalah metode *Greville's*. Metode *Greville's* merupakan metode iterasi berhingga yang menggunakan matriks partisi. Iterasi metode ini berhingga sampai n kolom dari matriks yang akan dicari invers semunya.

Estimasi parameter koefisien β dari analisis regresi linear berganda adalah $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$. Asumsi dari analisis regresi linear berganda yaitu rank dari matriks X adalah $k < n$, maka matriks tersebut *full column rank*. Jika X *full column rank*, maka $(X'X)^{-1}X' = X^+$ adalah invers semu dari X . Penaksir koefisien β pada persamaan regresi berganda menjadi $\hat{\beta} = X^+Y$.

Kata Kunci : Regresi linear berganda, *Full column rank*, Invers, Invers Semu (*Pseudoinvers*), Metode *Greville's*.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika mempunyai peran penting dalam ilmu pengetahuan dan kehidupan. Matematika mempunyai berbagai bidang pembelajaran yaitu Aljabar, Statistika, Terapan, Analisis, dan sebagainya. Dahulu di zaman kerajaan islam di daerah Timur Tengah salah satu tokoh yang terkenal dalam ilmu matematika adalah Al Khwarizmi yang mempunyai kecenderungan dalam rumpun keilmuan matematika yaitu aljabar. Dalam perkembangannya rumpun ilmu aljabar semakin dikembangkan oleh tokoh-tokoh matematika.

Matriks adalah suatu pembahasan yang terkandung dalam salah satu rumpun ilmu matematika yaitu Aljabar. Matriks tersebut menjadi bahan kuliah di mata kuliah aljabar linear elementer. Konsep *invers* matriks dalam aljabar linear elementer terbatas pada matriks bujur sangkar yang non singular yaitu matriks yang berordo $n \times n$ dan determinan tidak sama dengan nol. Jika suatu matriks A berordo $n \times n$ dan non singular terdapat matriks B sedemikian sehingga $AB = BA = I$, maka B adalah invers dari matriks A atau dengan kata lain bahwa $B = A^{-1}$ (Anton, H & Rorres, C: 2005 :46). Definisi invers tersebut mengakibatkan berlaku juga sifat-sifat $ABA = A$, $BAB = B$, $(BA)^* = BA$, $(AB)^* = AB$ dengan $()^*$ adalah konjugat transpose.

Jenis matriks yang ada bukan hanya matriks yang berordo $n \times n$ dan non singular. Misal terdapat matriks P yang berordo $m \times n$ atau matriks berordo $n \times n$ yang singular. Invers matriks tersebut tidak terdefinisi, tetapi dapat ditentukan suatu matriks Q yang seolah-olah menjadi invers atau yang memenuhi beberapa sifat invers matriks :

1. $PQP = P$
2. $QPQ = Q$
3. $(QP)^* = QP$
4. $(PQ)^* = PQ$ dengan $()^*$ adalah konjugat transpose.

Matriks Q yang hanya memenuhi sifat pertama maka Q disebut matriks invers tergeneralisasi dari matriks P dengan simbol P^g . Matriks Q yang hanya memenuhi sifat pertama dan kedua maka Q disebut matriks invers tergeneralisasi reflektif dari matriks P dengan simbol P^r . Matriks Q yang hanya memenuhi sifat pertama, kedua, dan ketiga maka Q disebut matriks invers tergeneralisasi lemah kiri dari matriks P dengan simbol P^w . Matriks Q yang hanya memenuhi sifat pertama, kedua, dan keempat maka Q disebut matriks invers tergeneralisasi lemah kanan dari matriks P dengan simbol P^n . Suatu matriks Q yang memenuhi keempat sifat tersebut maka Q disebut matriks invers semu (*Pseudoinvers*) dari matriks P dengan simbol P^+ (Setiadi, 2006 :4).

Cara untuk menentukan invers semu mempunyai berbagai metode, salah satu metode adalah metode Greville's. Penelitian ini akan menggunakan metode Greville's. Metode Greville's adalah metode iterasi

yang berhingga dan membutuhkan satu keputusan, sehingga mudah untuk mencari invers semu dari suatu matriks tersebut.

Konsep matriks banyak digunakan dalam statistika, salah satu pembahasannya yaitu analisis regresi. Analisis regresi pertama kali dikenalkan oleh seorang antropolog dan pakar meteorologi dari Inggris yang bernama *Sir Francis Galton*. Analisis regresi mempunyai fungsi untuk mencari hubungan dua peubah atau lebih. Analisis regresi yang menggunakan matriks adalah memiliki lebih dari satu variabel. Analisis regresi linear berganda digunakan untuk mengetahui hubungan satu variabel tak bebas (Y) dengan dua atau lebih variabel bebas (X) dengan data kuantitatif. Dalam pembahasannya, analisis regresi linear berganda merupakan bentuk umum dari sistem persamaan linear yaitu :

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

dengan

$\hat{Y}$ = variabel terikat

$X_1, X_2, \dots, X_n$ = variabel bebas ke 1, 2, ..., n

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$ = parameter regresi linear berganda ke 1, 2, ..., n

ε = error pada penaksiran Y

dengan metode kuadrat terkecil diperoleh hasil :

$$n\beta_0 + \beta_1 \sum X_{1i} + \beta_2 \sum X_{2i} + \cdots + \beta_k \sum X_{ki} = \sum Y_i$$

$$\beta_0 \sum X_{1i} + \beta_1 \sum X_{1i}^2 + \beta_2 \sum X_{1i}X_{2i} + \cdots + \beta_k \sum X_{1i}X_{ki} = \sum X_{1i}Y_i$$

...

$$\beta_0 \sum X_{ki} + \beta_1 \sum X_{ki}X_{1i} + \beta_2 \sum X_{ki}X_{2i} + \cdots + \beta_k \sum X_{ki}^2 = \sum X_{ki}Y_i$$

Dari persamaan linear tersebut didapat matriks :

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} \\ 1 & X_{21} & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \sum X_{i1} & \sum X_{i2} \\ \sum X_{i1} & \sum X_{i1}^2 & \sum X_{i1}X_{i2} \\ \sum X_{i2} & \sum X_{i1}X_{i2} & \sum X_{i2}^2 \end{bmatrix}$$

Sehingga untuk mencari matriks koefisien $\boldsymbol{\beta}$ adalah $\boldsymbol{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$. Jika matriks X *full coloumn rank* maka $(X'X)^{-1}X' = X^+$, sehingga $\boldsymbol{\beta} = X^+Y$. Mencari matriks invers semu X atau X^+ dalam penelitian ini menggunakan invers semu dengan metode Greville's.

1.2. Batasan Masalah

Pembatasan masalah pada penulisan skripsi ini diperlukan agar penulis bisa fokus terhadap masalah yang akan dibahas. Batasan masalah pada penulisan skripsi ini adalah mencari invers semu dari sebarang matriks dengan metode Greville's pada suatu kasus dalam analisis regresi linear berganda.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasar pada latar belakang dan batasan masalah maka skripsi ini akan membahas:

1. Bagaimana konsep invers semu?
2. Bagaimana algoritma Greville's untuk mencari invers semu?

3. Bagaimana penerapan algoritma Greville's untuk mencari invers semu dalam suatu kasus dalam analisis regresi linear berganda?
4. Bagaimana konsep estimator dari invers semu yang memenuhi BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*)?

1.4. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk :

1. Mengetahui invers semu dari sebarang matriks.
2. Mengetahui algoritma Greville's untuk mencari invers semu.
3. Mengetahui penerapan invers semu pada analisis regresi linear berganda.
4. Mengetahui konsep estimator dari invers semu yang memenuhi BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*).

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Memberikan pengetahuan tentang invers semu.
2. Memberikan tambahan pengetahuan algoritma Greville's untuk mencari invers semu.
3. Memberikan pengetahuan tentang analisis regresi linear berganda
4. Memberikan pengetahuan tentang penerapan invers semu dalam analisis regresi linear berganda

1.6. Tinjauan Pustaka

Penulisan skripsi ini terinspirasi dari beberapa penelitian sebelumnya. Penelitian pertama yaitu skripsi yang berjudul “*Metode Greville’s Untuk Menentukan Invers Moore Penrose dan Implementasinya dengan Bahasa Pemrograman C*” oleh Joko Saryono (2009) mahasiswa UNDIP. Skripsi ini membahas cara menentukan invers Moore-Penrose dengan menggunakan metode Greville’s yang merupakan metode iterasi berhingga dan kemudian dibuat program ke dalam bahasa pemrograman C.

Penelitian yang kedua yaitu skripsi yang berjudul “*Matriks Invers Moore-Penrose dalam Penyelesaian Sistem Persamaan Linear*” oleh Ida Misshobah Munir Rahayu (2008), mahasiswa UNDIP. Penelitian ini menggunakan konsep matriks Invers Moore-Penrose untuk memperoleh solusi pendekatan sistem persamaan linear yang tidak konsisten.

Penelitian yang ketiga yaitu skripsi dari Arif Herlambang Utama (2010), mahasiswa UIN Sunan Kalijaga yang berjudul “*Aplikasi Matriks Invers Tergeneralisir Pada Jaringan Listrik*”. Penelitian ini membahas tentang matriks invers tergeneralisasi atas lapangan bilangan kompleks dengan metode dekomposisi nilai singular yang diaplikasikan pada jaringan listrik n -port

Penelitian yang dilakukan penulis berfokus pada invers semu, terinspirasi dari penelitian Joko Saryono dan Ida Misshobah Munir Rahayu yang menggunakan konsep matriks invers moore-penroose atau

dengan nama lain invers semu. Metode Greville's terinspirasi dari Joko Saryono yang menggunakan metode tersebut. Arif Herlambang Utama dan Ida Misshobah Munir Rahayu juga menginspirasi penelitian dalam penyelesaian sistem persamaan linear yang kemudian diaplikasikan ke dalam analisis regresi linear berganda. Letak perbedaan penelitian yang berjudul "*Aplikasi Invers Semu (Pseudoinverse) dengan Metode Greville's pada Analisis Regresi Linear Berganda*" dengan penelitian sebelumnya yaitu aplikasi ke dalam analisis regresi linear berganda.

Penulisan penelitian ini mereferensi pada literatur utama yang bersumber dari buku yang berjudul "Matriks Invers Tergeneralisir" oleh Setiadji (1996), bahan kuliah program pascasarjana UGM yang membahas tentang sifat-sifat matriks invers tergeneralisasi dan penyelesaiannya dengan metode Greville's dalam sistem persamaan matriks.

Selain tinjauan pustaka yang telah digambarkan di atas masih ada referensi lain yang digunakan oleh penulis yang berupa buku-buku lain ataupun situs internet sebagai referensi pelengkap guna menunjang kelengkapan penelitian.

1.7. Sistematika Penulisan

Pada penulisan skripsi ini penulis menggunakan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan, pada bab ini penulis menjelaskan tentang latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, manfaat, tujuan, tinjauan pustaka, sistematika penulisan,.

Bab II Dasar Teori, pada bab ini penulis akan menjelaskan mengenai teori-teori yang menjadi penunjang pada pembahasan. Teori-teori tersebut diantaranya : sistem persamaan lineat, matriks, operasi matriks, sifat-sifat matriks, ruang vektor, ruang hasil kali dalam, analisis regresi linear sederhana, analisis regresi linear berganda.

Bab III Metode Penelitian, pada bab ini penulis akan menjelaskan tentang metode dan cara yang digunakan dalam penelitian. Bab ini juga disertai dengan flowcart langkah-langkah penelitian, invers matriks, dan analisis regresi.

Bab IV Hasil Penelitian dan Pembahasan, pada bab ini penulis akan menjelaskan mengenai tentang invers semu, menyelesaikan persamaan linear dengan invers semu, metode greviles, dan juga aplikasi dari invers semu pada analisis regresi linear berganda yang mencari invers semu tersebut dengan menggunakan metode Greville's.

Bab V Penutup, pada bab ini berisi tentang kesimpulan yang didapat dari hasil pembahasan, dan berisi saran-saran.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan dari penelitian dan hasil studi literatur yang telah penulis lakukan mengenai aplikasi invers semu (*pseudoinverse*) dengan metode greville's pada analisis regresi linear berganda, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Invers semu (*pseudoinvers*) merupakan perluasan dari konsep invers matriks yang beordo nxn yang nonsingular. Matriks yang berordo mxn atau matriks nxn yang singular dapat diselesaikan menggunakan konsep matriks invers semu.
2. Mencari invers semu bisa dengan berbagai metode. Salah satu metode yang adalah metode Greville's. Metode Greville's merupakan metode iterasi berhingga yang menggunakan matriks partisi. Iterasi metode ini berhingga sampai n kolom dari matriks yang akan dicari invers semunya.
3. Mencari matriks koefisien β dari analisis regresi linear berganda adalah $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$. Asumsi dari analisis regresi linear berganda yaitu rank dari matriks X adalah $k < n$, maka matriks tersebut *full coloumn rank*. Menurut teorema invers semu tentang $(X'X)^{-1}X' = X^+$, maka penaksir koefisien β pada persamaan diatas menjadi $\hat{\beta} = X^+Y$.

4. Penaksir koefisien β yaitu $\hat{\beta} = X^+Y$ memiliki sifat penaksir yang baik atau yang disebut dengan bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*) dengan syarat matriks X adalah *full coloumn rank*.

5.2. Saran-saran

Berdasarkan dari penelitian dan hasil studi literatur yang telah penulis lakukan, maka saran yang dapat disampaikan adalah :

1. Penelitian ini menggunakan metode greville's untuk mencari invers semu. Penelitian selanjutnya dapat dikembangkan menggunakan metode lain untuk mencari invers semu.
2. Penelitian ini mengaplikasikan invers semu pada analisis regresi berganda. Penelitian selanjutnya dapat dikembangkan ke dalam analisis variansi, kriptografi, bidang aljabar abstrak, dan bidang lainnya.
3. Mencari invers semu dalam penelitian ini masih menggunakan cara manual. Penelitian selanjutnya dapat dikembangkan dengan perhitungannya dengan secara komputasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, Howard. 1981. *Aljabar Linear Elementer*. Bandung: Erlangga.
- Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linear Elementer*. Bandung: Erlangga.
- Anton, H. and Rorres, C. 2004. “*Aljabar Linear Elementer Jilid I*”. Jakarta: Erlangga.
- Anton, H. and Rorres, C. 2005. “*Aljabar Linear Elementer Jilid II*”. Jakarta: Erlangga.
- Azis, Abdul. 2010. *EKONOMETRIKA Teori dan Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang : UIN-MALIKA PRESS
- Ben-Israel, Adi. And Greville, Thomas N.E. 2003. *Generalized Inverses Theory and Applications*. New York: Spinger-Verlag.
- Bouillion, Thomas L. and Odell, Patruick L. 1971. *Generalized Inverse Matrices*. New York: John Wiley&Sons, Inc.
- Campbel, Stephen L. and Meyer, Carl D. 1979. *Generalized Inverse of Linear Transformations*. London: Pitman Pub.
- Goldberg, J.L. 1991. *Matrix Theory with Applications*. New York: Mc GrawHill, Inc.
- Herlambang U, Arif. 2010. *Aplikasi Matriks Invers Tergeneralisir Pada Jaringan Listrik*. Skripsi. Yogyakarta: Jurusan Matematika Fakultas SAINTEK UIN
- Ikhwanudin, Achmad. 2007. *Aplikasi Matriks Invers Tergeneralisasi pada Cipher Hill*. Skripsi. Yogyakarta: Jurusan Matematika Fakultas MIPA UGM.
- Lains, Alfian. 2003. *EKONOMETRIKA TEORI DAN APLIKASI Jilid 1*, Jakarta : LP3ES
- Misshobah Munir Rahayu, Ida. 2008. *Matriks Invers Moore-Penrose dalam Penyelesaian Sistem Persamaan Linear*. Skripsi. Semarang : UNDIP.
- Rencher, Alvin C., 1934, *Methods of multivariate analysis 2nd ed-2002*, New York : A Wiley-Interscience publication.
- Saryono, Joko, 2009. *Metode Greville’s Untuk Menentukan Invers Moore Penrose Dan Implementasinya Dengan Bahasa Pemrograman C*. Skripsi. Semarang : UNDIP.
- Sembiring, RK. 2003. *Analisis Regresi Edisi Kedua*. Bandung : ITB
- Setiadji. 2006. *Matriks Invers Tergeneralisasi*. Yogyakarta: Pascasarjana UGM.
- Setiadji. 2008. *Aljabar Linear*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Supranto, J., 1998, *Pengantar Matriks*, Jakarta: PT Rineka Cipta
- <http://people.happycoders.org/dax/grevilles.pdf>, “Algoritma Greville’s” (Didownload pada 3 Maret 2012).
- <http://www.stat.lsa.umich.edu/~kshedden/Courses/Stat401/Notes/401-multreg.pdf> “Multiple Linear Regression” (Didownload pada 3 Maret 2012).
- <http://rifqiramdani.files.wordpress.com/2010/03/regresi-linier-berganda.ppt> “regresi linier berganda” (Didownload pada 7 Agustus 2012).