

**MODIFIKASI METODE NEWTON-RAPHSON DALAM
MENYELESAIKAN OPTIMASI NONLINEAR
MULTIVARIABEL BERKENDALA**

Usulan Penelitian untuk Skripsi S-1



diajukan oleh:

Siti Mahmudah

09610013

Kepada :

Program Studi Matematika

Fakultas Sains Dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

Yogyakarta

2013



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi
Lamp : 3 eksemplar Skripsi

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Siti Mahmudah
NIM : 09610013
Judul Skripsi : Modifikasi Metode *Newton-Raphson* Dalam
Menyelesaikan Optimasi Nonlinear Multivariabel
Berkendala

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 9 Desember 2013
Pembimbing

Noor Saif Muhammad Musafi, S.Si., M.Sc.
NIP. 19820617 200912 1 005



PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/322/2014

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Modifikasi Metode Newton-Raphson Dalam Menyelesaikan Optimasi Nonlinear Multivariabel Berkendala

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :
Nama : Siti Mahmudah
NIM : 09610013
Telah dimunaqasyahkan pada : 02 Januari 2014
Nilai Munaqasyah : A-
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Noor Saif M. Mussafi, M.Sc
NIP. 19820617 200912 1 005

Penguji I

Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc

Penguji II

Arief Ikhwan Wicaksono, S.Kom

Yogyakarta, 30 Januari 2014
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan



Drs. H. Akh. Minhaji, M.A, Ph.D
NIP. 19580919 198603 1 002

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Siti Mahmudah

NIM : 09610013

Prodi / Smt : Matematika / IX

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 9 Desember 2013

Yang menyatakan



Siti Mahmudah

NIM: 09610013

SURAT PERNYATAAN BERJILBAB

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Siti Mahmudah

NIM : 09610013

Prodi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa pas foto yang disertakan dalam daftar munaqosah itu adalah pas foto berjilbab, dan saya menanggung resiko dari pas foto tersebut. Jika di suatu hari ada hal-hal yang tidak diinginkan berkenaan dengan jilbab yang saya kenakan, maka hal tersebut tidak ada kaitannya dengan pihak universitas.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Diharapkan maklum adanya.

Yogyakarta, Desember 2013

Yang bersangkutan



Siti Mahmudah
NIM. 09610013

MOTTO

Ikutilah arus dimanapun berlayar, namun pegang teguhlah Al-Qur'an dan As-Sunah, bagai karang yang kokoh meski dihantam badai

"Orang sukses adalah orang yang hari ini lebih baik dari hari kemarin, orang merugi adalah orang yang hari ini sama dengan hari kemarin, orang celaka adalah orang yang hari ini lebih buruk dari hari kemarin"

"Barang siapa yang bertaqwa kepada Allah, maka akan dicarikan jalan keluar, dan barang siapa yang bertaqwa kepada Allah akan dimudahkan segala urusannya"

(At-Thalaq: 2 dan 4)

PERSEMBAHAN

Dengan memanjatkan puji syukur kehadirat Allah SWT, skripsi ini penulis persembahkan kepada :

Kedua orangtua ku tercinta "Ibu dan Bapak" yang senantiasa mendo'akan serta membimbingku. Terimakasih atas semua cinta dan kasih sayangnya yang tulus.

Kakak dan adekku atas kasih sayangnya.

Sahabat-sahabatku yang tidak bisa disebutkan satu persatu yang selalu menemaniku dan memberikan dorongan pada ku untuk terus maju.

Teman-teman seperjuanganku angkatan 2009

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'alamin, puji syukur kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat, hidayah dan inayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Modifikasi Metode Newton-Raphson Dalam Menyelesaikan Optimasi Nonlinear Multivariabel Berkendala**".

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan dan kerjasama berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan tulus ikhlas penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Bapak Noor Saif Muhammad Mussafi, S.Si, M.Sc., selaku dosen pembimbing yang telah meluangkan waktu dan tenaga untuk memberikan bimbingan dan arahan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
4. Segenap staf dosen dan karyawan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
5. Ibu dan Bapakku atas segala kasih sayang, kepercayaan, dukungan dan do'a yang tiada hentinya untukku dan kakak adikku, serta keluarga besarku yang telah memberikan motivasi, nasehat, serta semangat kepada penulis dalam menyusun skripsi.
6. Sahabat-sahabat atas keceriaan, dukungan, tempat curhat dan semangat yang kalian berikan.

7. Teman-teman Matematika 2009, yang telah memberikan bantuan, masukan dan saran pada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
8. Semua pihak yang telah membantu dan mendukung dalam melaksanakan penelitian ini.

Semoga semua bantuan yang diberikan selama penelitian hingga terselesaikannya skripsi ini mendapatkan balasan yang lebih dari Allah SWT. Penulis menyadari penyusunan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu penulis mengharapkan saran, masukan, dan kritik yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini.

Yogyakarta, Desember 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN SKRIPSI	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI	iv
HALAMAN PERNYATAAN BERJILBAB	v
HALAMAN MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR LAMBANG	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
ABSTRAKSI	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Batasan Masalah	3
1.3 Rumusan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	4
1.6 Tinjauan Pustaka	4
1.7 Metodologi Penelitian	7
1.8 Sistematika Penulisan	8
BAB II LANDASAN TEORI	10
2.1 Optimasi	10
2.2 Optimasi Nonlinear	10
2.3 Matriks	12
2.3.1 Jenis Matriks.....	12

2.3.2 Operasi Matriks	14
2.4 Vektor Gradien dan Matriks Hessian.....	20
2.5 Pengali Lagrange	21
2.6 Metode Newton-Raphson.....	22
2.7 Modifikasi Metode Newton-Raphson.....	25
2.8 MATLAB.....	37
2.8.1 Memulai MATLAB	38
2.8.2 Operator aritmatika dasar pada MATLAB	39
2.8.3 Operasi Matriks	39
2.8.4 Penggunaan M-file.....	43
2.8.5 Kontrol Program	44
2.9 Portofolio.....	45
BAB III PEMBAHASAN.....	47
3.1 Penerapan Analisis Portofolio	47
3.2 Penyelesaian Optimasi Nonlinear Multivariabel Berkendala Dengan Modifikasi Metode Newton-Raphson.....	55
3.3 Penyelesaian Optimasi Nonlinear Multivariabel Berkendala Dengan Menggunakan Software MATLAB 7.1.	65
3.3.1 Penggunaan M-file.....	66
3.3.2 Uji Coba Penyelesaian Optimasi Nonlinear Multivariabel Berkendala.....	70
3.4 Analisis Hasil Komputasi Penyelesaian Optimasi Nonlinear Multivariabel Berkendala Dengan Modifikasi Metode Newton-Raphson	75
BAB IV PENUTUP.....	78
4.1 Kesimpulan.....	78
4.2 Saran	79
DAFTAR PUSTAKA.....	81
LAMPIRAN	82

DAFTAR LAMBANG

σ^2	=	Variansi (<i>variance</i>)
σ_{ij}^2	=	Kovarians
E_i	=	Expected Return
Z_{k+1}	=	Nilai Z ke $(k + 1)$
Z_k	=	Nilai Z ke k
H_L	=	Matriks Hessian
∇L	=	Vektor Gradien
$(H_L _{Z_k})^{-1}$	=	Invers Matriks Hessian dititik Z_k
$\nabla L _{Z_k}$	=	Vektor Gradient dititik Z_k
Z_0	=	Titik awal
$f(x)$	=	Fungsi tujuan
$h_i(x)$	=	Fungsi kendala
λ	=	Pengali Lagrange
C	=	Matriks kovarians (<i>covariance matrix</i>)
F	=	Jumlah uang
i	=	Jenis investasi
k	=	Selang waktu
L	=	Proporsi dana terendah yang dialokasikan

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Pelukisan grafis metode <i>Newton-Raphson</i>	23
Gambar 2.2. Icon MATLAB 7.1	38
Gambar 2.3. Editor M-File.....	43



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Operasi Aritmatika	39
Tabel 2.2 Operasi dalam Matriks	42
Tabel 3.1 Pembayaran dividen tiap jenis investor pada tahun 1 hingga 5.....	51
Tabel 3.2 Kombinasi pembayaran dividen dari setiap jenis investasi	52



**MODIFIKASI METODE NEWTON-RAPHSON DALAM
MENYELESAIKAN OPTIMASI NONLINEAR MULTIVARIABEL
BERKENDALA**

Siti Mahmudah
(09610013)

ABSTRAK

Optimasi disebut nonlinear jika fungsi tujuan dan kendalanya mempunyai bentuk nonlinear pada salah satu atau keduanya. Optimasi nonlinear multivariabel berkendala merupakan salah satu permasalahan optimasi nonlinear. Permasalahan tersebut diterapkan dalam analisis portofolio.

Pada awalnya metode *Newton-Raphson* digunakan untuk mencari akar dari suatu fungsi riil. Pada perkembangannya metode *Newton-Raphson* telah banyak mengalami kemajuan, metode ini dapat dimodifikasi sehingga dapat menyelesaikan permasalahan-permasalahan lain. Algoritma modifikasi metode *Newton-Raphson* dapat digunakan untuk mencari titik optimal dari permasalahan optimasi nonlinear multivariabel berkendala. MATLAB 7.1 dapat membantu menyelesaikan permasalahan optimasi nonlinear multivariabel berkendala karena dikenal memiliki ratusan fungsi untuk menyelesaikan berbagai masalah.

Kata Kunci: optimasi nonilinear, portofolio, Modifikasi metode Newton Raphson dan MATLAB 7.1

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Pada kenyataannya Matematika sebagai ilmu eksakta yang sangat erat dengan rumus dan perhitungan yang dapat dijadikan sebagai alat bantu untuk menyederhanakan penyajian pembahasan masalah. Dengan menggunakan bahasa matematika, suatu masalah dapat menjadi lebih sederhana untuk disajikan, difahami, dianalisis dan diselesaikan. Akan tetapi tidak semua permasalahan matematis atau perhitungan dapat diselesaikan dengan mudah. Bahkan dalam prinsip matematik, dalam memandang permasalahan terlebih dahulu diperhatikan apakah permasalahan tersebut mempunyai penyelesaian atau tidak. Hal ini menjelaskan bahwa tidak semua permasalahan dapat diselesaikan dengan menggunakan perhitungan biasa. Jika suatu permasalahan dalam matematika itu sulit diselesaikan dengan metode analitik, maka metode numerik yang berperan penting disini.

Permasalahan nonlinear terutama dalam permasalahan optimasi nonlinear multivariabel berkendala, pada umumnya tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga diperlukan teori khusus dalam memudahkan perhitungan. Salah satu teori yang biasa digunakan adalah metode numerik. Dengan menggunakan metode numerik akan membantu setiap penyelesaian permasalahan. Secara matematis dapat dibentuk suatu pola hubungan antar variabel atau parameter. Hal ini akan menjadi lebih baik jika pola hubungan

yang terbentuk dapat dijabarkan dalam bentuk fungsi. Metode numerik disajikan dalam bentuk algoritma-algoritma yang dapat dihitung secara cepat dan mudah.

Suatu permasalahan optimasi disebut nonlinear jika fungsi tujuan dan kendalanya mempunyai bentuk nonlinear pada salah satu atau keduanya. Optimasi nonlinear merupakan topik lanjutan dari optimasi linear yang secara konseptual, sedikit lebih sulit untuk diselesaikan karena diperlukan pengetahuan mengenai kalkulus, persamaan differensial dan aljabar linear. Optimasi nonlinear berguna untuk masalah yang relatif sulit yaitu fungsi tujuan nonlinear, yang mempunyai daerah penyelesaian dengan batas nonlinear (*non Convex*). Dalam penelitian ini akan dibahas permasalahan portofolio yang berbentuk pemrograman kuadratis. Pemrograman nonlinear salah satunya adalah pemrograman kuadratis, maka permasalahan portofolio dikatakan berbasis optimasi nonlinear. Secara umum belum ditentukan metode penyelesaian yang terbaik dalam menyelesaikan optimasi nonlinear, tetapi ada suatu metode yang dianggap lebih baik dibandingkan metode lainnya, yaitu metode *Newton Raphson*.

Metode *Newton-Raphson* digunakan untuk mencari pendekatan atau hampiran terhadap akar suatu fungsi riil. Pada perkembangannya metode ini telah banyak mengalami kemajuan. Metode *Newton-Raphson* tidak hanya mencari akar dari suatu fungsi, namun metode ini digunakan untuk mencari titik optimal dari suatu persamaan dalam optimasi nonlinear multivariabel

berkendala. Penelitian ini menggunakan bantuan program MATLAB 7.1 yang dikenal memiliki ratusan fungsi untuk menyelesaikan berbagai masalah.

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini difokuskan pada permasalahan portofolio dalam bentuk pemrograman kuadratis dengan meminimumkan risiko dan jumlah variabel lebih banyak daripada jumlah kendala.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah dijabarkan, maka yang menjadi permasalahan antara lain:

1. Bagaimana model pemrograman nonlinear dalam permasalahan portofolio?
2. Bagaimana penyelesaian optimasi nonlinear multivariabel berkendala menggunakan modifikasi metode *Newton-Raphson*?
3. Bagaimana optimasi nonlinear multivariabel berkendala diselesaikan menggunakan program MATLAB 7.1 ?

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah

1. Untuk mengetahui model pemrograman nonlinear dalam permasalahan portofolio.

2. Untuk mengetahui penyelesaian yang menggunakan modifikasi metode *Newton-Raphson* dalam menyelesaikan masalah optimasi nonlinear multivariabel berkendala.
3. Untuk mengetahui penyelesaian optimasi nonlinear multivariabel berkendala dengan menggunakan program MATLAB 7.1.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan gambaran bagaimana metode *Newton-Raphson* dapat dimodifikasi sehingga dapat menyelesaikan masalah optimasi nonlinear multivariabel berkendala.
2. Menambah pengetahuan dan keilmuan tentang komputer, khususnya bahasa pemrograman MATLAB 7.1.
3. Sebagai literatur penunjang khususnya bagi mahasiswa matematika.

1.6 Tinjauan Pustaka

Penulisan skripsi ini terinspirasi dari beberapa penelitian sebelumnya, antara lain:

1. Skripsi saudara Khutwatun Nasiha (2008), mahasiswa Universitas Islam Negeri Malang yang berjudul “Penyelesaian Sistem Persamaan Tak-Linear Dengan Metode *Newton-Raphson*”. Penelitian ini membahas tentang penyelesaian sistem persamaan tak linear dengan metode *Newton-Raphson*. Adapun aplikasinya, penulis memberikan dua contoh sistem

persamaan tak linear. Kedua persamaan tersebut dikerjakan dengan metode *Newton-Raphson*, hasil yang diperoleh dianalisis bahwa semakin kecil nilai deviasi atau nilai galat yang diperoleh maka semakin tepat nilai penyelesaiannya.

2. Skripsi saudara Denny Robertha (2010), mahasiswa Universitas Sumatera Utara Medan yang berjudul “Analisis Pendekatan Metode Newton-Raphson Dalam Menyelesaikan Optimasi Multivariabel Dengan Kendala Persamaan”. Penelitian ini membahas proses perhitungan dengan metode Newton-Raphson pada kasus optimasi multivariabel dengan kendala persamaan serta dibahas laju konvergen dan taksiran kesalahan. Optimasi multivariabel dengan kendala persamaan yang diselesaikan dengan metode *Newton-Raphson* hanya fokus untuk menentukan titik optimal dari persamaan kendala yang ada, sehingga sangat sulit untuk menentukan taksiran kesalahan dari perhitungannya.
3. Jurnal yang ditulis oleh I Wayan Santiyasa dengan judul “Algoritma Newton Raphson Dengan Fungsi Nonlinear”. Dalam jurnal ini dibahas mengenai pencarian nilai tegangan kerja dioda dengan menggunakan metode *Newton-Raphson*, solusi akhir dari tegangan kerja dioda yang diperoleh juga akan dipengaruhi oleh nilai awal bagi metode *Newton-Raphson*. Apabila dioda dipasang dengan bias maju (seperti dalam rangkaian dioda ini), maka besarnya tegangan kerja dioda secara teoritis akan sangat kecil bila dibandingkan dengan tegangan hambatan (R).

Penerapan praktisnya, rangkaian dioda dianggap dihubung singkat (hambatan R dioda sangat kecil/ dianggap nol).

No	Nama Peneliti	Judul Penelitian	Perbedaan dengan penelitian sebelumnya
1	Khutwatun Nasiha	<i>Penyelesaian Sistem Persamaan Tak- Linear Dengan Metode Newton- Raphson</i>	Aplikasi dalam contoh optimasi nonlinear multivariabel dan penyelesaiannya menggunakan modifikasi metode <i>Newton-Raphson</i> .
2	Denny Robertha	<i>Analisis Pendekatan Metode Newton- Raphson Dalam Menyelesaikan Optimasi Multivariabel Dengan Kendala Persamaan</i>	Penyelesaian tidak hanya menggunakan cara manual tetapi dengan menggunakan software MATLAB 7.1 dalam bentuk M-file dan permasalahan diterapkan dalam analisis portofolio.
3	I Wayan Santiyasa	<i>Algoritma Newton Raphson Dengan Fungsi Nonlinear</i>	Metode yang digunakan yaitu modifikasi metode <i>Newton-Raphson</i> sehingga dapat mencari titik optimal dari suatu permasalahan.

1.7 Metodologi Penelitian

Metodologi penelitian yang dilakukan dalam proses penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Penelitian ini diawali dengan mempelajari dan memahami permasalahan portofolio dan pendekatan metode *Newton-Raphson*. Membaca dan mempelajari beberapa literatur seperti buku, jurnal, skripsi, tesis, dan literatur lainnya yang berkaitan dengan permasalahan optimasi nonlinear.

2. Membahas konsep permasalahan optimasi nonlinear

Menjelaskan pengertian optimasi nonlinear serta permasalahan portofolio.

3. Membahas konsep metode *Newton-Raphson*

Menjelaskan algoritma modifikasi metode *Newton-Raphson* serta gagasan awal metode *Newton-Raphson* sebelum mengalami perkembangan menjadi modifikasi metode *Newton-Raphson*.

4. Membahas tatacara penggunaan MATLAB

Menjelaskan perintah-perintah dalam MATLAB, serta menjelaskan aturan-aturan dalam melakukan operasi pada MATLAB.

5. Melakukan perhitungan dengan modifikasi metode *Newton-Raphson* secara manual maupun komputasi menggunakan *software* MATLAB 7.1.

6. Membuat kesimpulan dan perbandingan penyelesaian optimasi nonlinear multivariabel berkendala dengan Modifikasi Metode *Newton-Raphson*

menggunakan cara manual maupun komputasi menggunakan *software* MATLAB 7.1.

1.8 Sistematika penulisan

Skripsi ini menggunakan sistematika penulisan dan pembahasan sebagai berikut :

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini berisi tentang dasar-dasar untuk pembahasan pada bab selanjutnya, yaitu: latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, serta sistematika penulisan.

Bab II Landasan Teori

Pada bab ini membahas tentang landasan teori yang digunakan sebagai dasar pemikiran dalam pembahasan. Landasan teori ini berisi tentang optimasi nonlinear, portofolio dan penjelasan mengenai algoritma Modifikasi *Metode Newton-Raphson*.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini berisi tentang model permasalahan portofolio, algoritma dan flowchart Modifikasi *Metode Newton-Raphson* untuk menyelesaikan permasalahan optimasi nonlinear multivariabel berkendala. Bab ini akan membahas analisis hasil perhitungan permasalahan optimasi nonlinear multivariabel berkendala yang diselesaikan menggunakan cara manual maupun komputasi menggunakan software MATLAB 7.1.

Bab IV Penutup

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan yang diperoleh dari penyelesaian dalam permasalahan dan saran-saran guna pengembangan penulisan tugas akhir ini.



BAB IV

PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan tentang permasalahan portofolio yang diselesaikan dengan algoritma modifikasi metode *Newton-Raphson*, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Model pemrograman nonlinear dalam permasalahan portofolio sebagai berikut :

Meminimumkan :

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij}^2 x_i x_j = X^T C X$$

Dengan kendala :

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = F$$

$$E_1 x_1 + E_2 x_2 + \dots + E_n x_n \geq L$$

2. Pada pembahasan dalam studi kasus permasalahan portofolio, dengan mendefinisikan fungsi $f(x)$ sebagai fungsi tujuan dan $h_i(x)$ sebagai fungsi kendala dengan $i = 1$ dan 2 diperoleh model pemrograman nonlinear sebagai berikut sebagai berikut :

Meminimumkan $f(x) = 12x_1^2 + 2,8x_2^2 + 55,2x_3^2 - 5,6x_1x_2 +$

$$23x_1x_3 - 5,6x_2x_1 - 12x_2x_3 + 23x_3x_1 - 12x_3x_2$$

$$\text{dengan kendala } h_1(x) = x_1 + x_2 + x_3 = 1.000$$

$$h_2(x) = 9x_1 + 7x_2 + 10x_3 \geq 8.000$$

Penyelesaian optimasi nonlinear multivariabel berkendala dengan cara manual yang menggunakan modifikasi metode *Newton-Raphson* diperoleh $x_1 = 500$, $x_2 = 500$, $x_3 = 0$, $\lambda_1 = -35.000$ dan $\lambda_2 = 4.600$. Jadi proporsi dana yang harus diinvestasikan dalam tiap jenis investasi agar kedua persyaratannya terpenuhi yaitu investor harus membagi proporsi dananya secara merata diantara dua jenis investasi yaitu saham dan obligasi sebesar \$500 pada masing-masing jenis investasi, sedangkan untuk asuransi tidak mendapatkan proporsi dana yang diinvestasikan.

3. Optimasi nonlinear multivariabel berkendala yang diselesaikan dengan menggunakan *software* MATLAB 7.1 diperoleh hasil $x = y = 500$ dan $z = 0$. Jadi proporsi dana sebesar \$500 harus diinvestasikan pada dua jenis investasi yaitu saham dan obligasi, sedangkan yang tidak mendapatkan proporsi dana yaitu asuransi.

4.2. Saran

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, maka terdapat beberapa saran untuk kemajuan penelitian ini dimasa mendatang antara lain :

1. Penelitian ini hanya membahas optimasi nonlinear multivariabel berkenda yang diaplikasikan dalam permasalahan portofolio. Diharapkan penelitian selanjutnya dapat mengaplikasikan dalam permasalahan yang lain, seperti masalah transportasi dan masalah ekonomi.

2. Metode dalam penyelesaian optimasi nonlinear multivariabel berkendala yang digunakan adalah modifikasi metode *Newton-Raphson*. Diharapkan penelitian selanjutnya dapat menggunakan metode selain modifikasi metode *Newton-Raphson*, yang dapat menyelesaikan permasalahan optimasi nonlinear multivariabel berkendala. Selain modifikasi metode *Newton-Raphson* dapat digunakan metode Karush Kunh Tucker dan metode Feasible Direction.
3. Program MATLAB yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan optimasi nonlinear multivariabel berkendala hanya terbatas untuk permasalahan dengan 2 kendala dan 3 variabel. Diharapkan penelitian selanjutnya dapat menyelesaikan permasalahan optimasi nonlinear multivariabel berkendala dengan kendala dan variabel yang lebih banyak.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Ayres, Frank. 1994. *Matriks*. Jakarta : Erlangga.
- Bronson, Richard Ph. D. 1996. *Teori Dan Soal-Soal Operations Research*. Jakarta: Erlangga.
- Chapra, Steven C. & Canale, Raymond P. 1988. *Metode Numerik*. Jakarta: Erlangga.
- Chong, K.P. 2001. *An Introduction to Optimization*. Canada : John Wiley & Sons.
- Kusumawati, Rierien. 2009. *Aljabar Linear & Matriks*. Malang: UIN Malang Press.
- Luknanto, Djoko. 2000. *Pengantar optimasi Nonlinear*. Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.
- Mussafi, Noor Saif Muhammad, M.Sc. 2011. *Optimisasi Portofolio Resiko Menggunakan Model Markowitz MVO (Mean-Variance Optimization)*. Yogyakarta : Prodi Matematika UIN Sunan Kalijaga
- Peranginangin, Kasiman. 2006. *Pengenalan MATLAB*. Yogyakarta : Penerbit ANDI.
- Pujriyanto, Andry. 2004. *Cepat Mahir Matlab*. copyright@2004: www.ilmukomputer.com, Akses 1 Maret 2013.
- Rao, S.S. 1984. *Optimization Theory and Applications Second Edition*. New York : John Wiley & Sons.
- Susatio, Yerri. 2005. *Metode Numerik Berbasis MathCAD*. Yogyakarta: Penerbit ANDI.

Lampiran

- M-file penyelesaian optimasi nonlinear multivariabel berkendala dengan MATLAB 7.1

```
clc;
clear;
disp('=====')
disp('===OPTIMASI NONLINEAR MULTIVARIABEL BERKENDALA===')
disp('====Dengan Modifikasi Metode Newton-Raphson====')
disp('=====Siti Mahmudah=====')
disp('=====09610013=====')
Z=0;
syms x y z a b L
fx=input('Fungsi tujuan=');
h1x=input('Fungsi kendala pertama=');
h2x=input('Fungsi kendala kedua=');
disp('Maka diperoleh Pengali Lagrange sebagai berikut:')
L=fx-a*h1x-b*h2x
dx=diff(L,x);
dy=diff(L,y);
dz=diff(L,z);
da=diff(L,a);
db=diff(L,b);
disp('Diperoleh Vektor Gradien:')
G=[dx;dy;dz;da;db]
gradf1 = [diff(dx,'x') diff(dx,'y') diff(dx,'z')
diff(dx,'a') diff(dx,'b')] ;
gradf2 = [diff(dy,'x') diff(dy,'y') diff(dy,'z')
diff(dy,'a') diff(dy,'b')] ;
gradf3 = [diff(dz,'x') diff(dz,'y') diff(dz,'z')
diff(dz,'a') diff(dz,'b')] ;
gradf4 = [diff(da,'x') diff(da,'y') diff(da,'z')
diff(da,'a') diff(da,'b')] ;
gradf5 = [diff(db,'x') diff(db,'y') diff(db,'z')
diff(db,'a') diff(db,'b')] ;
disp('Diperoleh Matriks Hessian:')
H=[gradf1;gradf2;gradf3;gradf4;gradf5]
x=input('Masukkan nilai awal x=');
y=input('Masukkan nilai awal y=');
z=input('Masukkan nilai awal z=');
a=input('Masukkan nilai awal a=');
b=input('Masukkan nilai awal b=');
z0=[x;y;z;a;b];
iterasi=0;
eps=1;
err=1;
tol=0.00001;
```

```
while err>tol
    iterasi=iterasi+1
    disp('Vektor Gradien dititik awal')
    T=eval(G)
    disp('Matriks Hessian dititik awal')
    R=eval(H)
    disp('Invers dari matriks Hessian dititik awal')
    P=inv(R)
    disp('Proses Iterasi')
    Z=z0-(P*T)
    x=Z(1,1)
    y=Z(2,1)
    z=Z(3,1)
    eps=(abs(Z-z0));
    err=norm(eps);
    z0=Z;
    x=z0(1);y=z0(2);z=z0(3);a=z0(4);b=z0(5);
end;
```