

**TEOREMA TITIK TETAP PADA RUANG *DISLOCATED QUASI METRIC*  
TANPA MENGGUNAKAN SIFAT KEKONTINUAN FUNGSI**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



**MUTIA UTAMI**

**10610018**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA**

**YOGYAKARTA**

**2014**

**TEOREMA TITIK TETAP PADA RUANG *DISLOCATED QUASI METRIC*  
TANPA MENGGUNAKAN SIFAT KEKONTINUAN FUNGSI**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



diajukan oleh

**MUTIA UTAMI**

**10610018**

Kepada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA**

**YOGYAKARTA**

**2014**

## **SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Hal : Persetujuan Skripsi

Lamp : -

Kepada  
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta  
di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka saya selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Mutia Utami

NIM : 1061018

Judul Skripsi : Teorema Titik Tetap pada Ruang *Dislocated Quasi Metric*  
tanpa Menggunakan Sifat Kekontinuan Fungsi

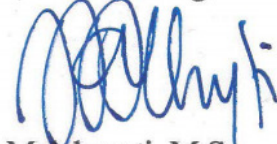
sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang Matematika.

Dengan ini saya mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya saya ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, 18 November 2013

Pembimbing



Malahayati, M.Sc

NIP. 19840412 201101 2 010



**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/609/2014

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Teorema Titik Tetap pada Ruang *Dislocated Quasi Metric* tanpa Menggunakan Sifat Kekontinuan Fungsi

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :  
Nama : Mutia Utami  
NIM : 10610018  
Telah dimunaqasyahkan pada : 17 Februari 2014  
Nilai Munaqasyah : A

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang

Noor Saif Muhi Mussafi, M.Sc  
NIP. 19820617 200912 1 005

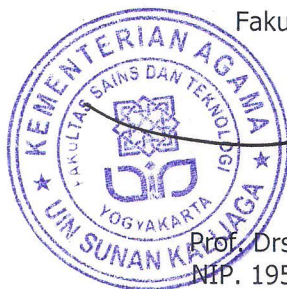
Penguji I

Dra. Khurul Wardati, M.Si  
NIP. 19660731 200003 2 001

Penguji II

Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si, M.Si  
NIP. 19800402 200501 1 003

Yogyakarta, 25 Februari 2014  
UIN Sunan Kalijaga  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Dekan



Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A, Ph.D  
NIP. 19580919 198603 1 002

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertanda tangan di bawah ini saya:

Nama : Mutia Utami  
NIM : 10610018  
Prodi / Smt : Matematika/ VII  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 18 November 2013

Yang menyatakan,



Mutia Utami

NIM. 10610018

*Karya sederhana ini saya persembahkan untuk*  
*Ibu dan Ayah tercinta,*  
*Suami tercinta Handhika Yushar Dewantara,*  
*Mbak Endah, Mas Wicak, Dek Aji,*  
*teman-teman, dan Prodi Matematika*  
*Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga.*



*“Sesungguhnya, bersama kesulitan ada kemudahan. Maka apabila engkau telah selesai dari suatu urusan tetaplah bekerja keras untuk urusan yang lain, dan hanya kepada Tuhanmulah engkau berharap.” (Q.S. Al-Insyirah: 5-8)*

*“Datangnya kesulitan bersamaan dengan kemudahan.” (HR. Tirmidzi)*

*“Semangat dari awal untuk sukses yang dicita-citakan.”*



## KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayahNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul, *"Teorema Titik Tetap pada Ruang Dislocated Quasi Metric tanpa Menggunakan Sifat Kekontinuan Fungsi"* ini. Sholawat dan salam semoga senantiasa terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang dengan kehadiran Beliau telah menjadi rahmat bagi sekalian alam.

Penulis menyadari bahwa proses penulisan skripsi ini tidak terlepas dari dukungan, kerjasama, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A, Ph.D, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika.
3. Ibu Malahayati, M.Sc., selaku pembimbing yang telah dengan sabar memberikan ilmu, arahan, dan dukungan sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
4. Semua dosen dan guru yang telah memberikan ilmu, arahan, dan dukungan kepada penulis selama ini.
5. Ibu dan Ayah tercinta yang tiada henti memberikan dukungan, doa dan kasih sayang kepada penulis.



6. Suami tercinta, Handhika Yushar Dewantara yang tiada henti dan sabar dalam memberikan dukungan dan doa kepada penulis.
7. Mbak Endah, Mas Wicak, dan Dek Aji, yang selalu memberikan dukungan dan doa kepada penulis.
8. Teman-teman Matematika 2010, Sirni, Bintang, Nisa, Azzun, Nila, Isma, Dhuri, Asna, Zakiya, serta teman-teman yang tidak bisa penulis sebutkan satu per satu, yang senantiasa menjadi teman belajar penulis selama menempuh pendidikan di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
9. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih banyak kekurangan dan kesalahan. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran untuk menyempurnakan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak dan bagi yang membaca khususnya.

Yogyakarta, 18 November 2013

Mutia Utami

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL.....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN.....</b>	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN .....</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN.....</b>	<b>vi</b>
<b>HALAMAN MOTTO.....</b>	<b>vii</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR LAMBANG .....</b>	<b>xii</b>
<b>ABSTRAK.....</b>	<b>xiii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang Masalah .....	1
1.2. Batasan Masalah .....	4
1.3. Rumusan Masalah.....	4
1.4. Tujuan Penelitian .....	5
1.5. Manfaat Penelitian .....	5
1.6. Tinjauan Pustaka.....	6
1.7. Sistematika Penulisan .....	8
1.8. Metode Penelitian .....	9
<b>BAB II LANDASAN TEORI.....</b>	<b>12</b>
2.1. Dasar-dasar Analisis Real.....	12

2.2. Ruang <i>Metric</i> .....	17
2.3. Teori Titik Tetap.....	33
<b>BAB III RUANG <i>DISLOCATED QUASI METRIC</i> .....</b>	<b>40</b>
3.1. Pengertian Ruang <i>Dislocated Quasi Metric</i> .....	40
3.2. Sifat-sifat Ruang <i>Dislocated Quasi Metric</i> .....	47
<b>BAB IV TEOREMA TITIK TETAP PADA RUANG <i>DISLOCATED QUASI METRIC</i> TANPA MENGGUNAKAN SIFAT KEKONTINUAN FUNGSI .....</b>	<b>55</b>
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>66</b>
5.1. Kesimpulan.....	66
5.2. Saran .....	66
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>68</b>

## DAFTAR LAMBANG

$\mathbb{N}$	:	Himpunan bilangan asli
$\mathbb{R}$	:	Himpunan bilangan real
$x \in A$	:	$x$ anggota himpunan $A$
$\Leftrightarrow$	:	Jika dan hanya jika
$\rightarrow$	:	Menuju
$<$	:	Kurang dari
$>$	:	Lebih dari
$\leq$	:	Kurang dari sama dengan
$\geq$	:	Lebih dari sama dengan
$\neq$	:	Tidak sama dengan
$\wedge$	:	Dan
$A \subset B$	:	Himpunan $A$ bagian ( <i>subset</i> ) himpunan $B$
$\infty$	:	Tak terhingga
$(X, d)$	:	Ruang metrik pada himpunan $X$ dengan metrik $d$
$(a, b)$	:	Interval terbuka dari $a$ sampai $b$
$[a, b]$	:	Interval tertutup dari $a$ sampai $b$
$\square$	:	Akhir dari suatu pembuktian

## ABSTRAK

Ruang *dislocated quasi metric* merupakan ruang dengan fungsi jarak yang hanya memenuhi dua kondisi dari empat kondisi fungsi jarak pada ruang *metric*. Setiap ruang *metric* merupakan ruang *dislocated quasi metric*, namun tidak berlaku sebaliknya. Sehingga sifat-sifat yang berlaku pada ruang *metric* belum tentu berlaku pada ruang *dislocated quasi metric*.

Skripsi ini mengkaji tentang teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric* tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi. Di dalam skripsi ini diberikan pula suatu contoh penggunaan teorema titik tetap berdasarkan teorema yang telah dibahas.

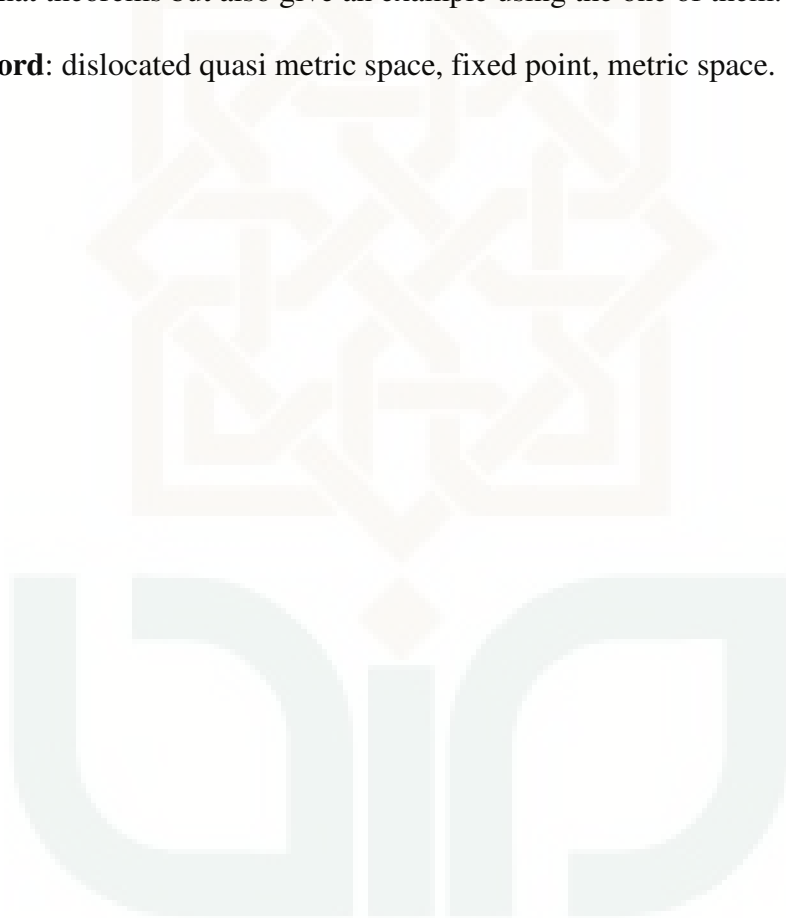
**Kata kunci:** ruang *metric*, ruang *dislocated quasi metric*, titik tetap.

## ABSTRACT

A dislocated quasi metric space is a space with a distance function that only satisfies two of the four conditions of distance function in the metric space. Every metric space is dislocated quasi metric space, but the convers is not. So the characteristics that satisfy in a metric space may not satisfy in the dislocated quasi metric space.

The aim of this paper is to recite the fixed point theorems without continuity of any mapping in the dislocated quasi metric space. In this paper we don't only recite that theorems but also give an example using the one of them.

**Key word:** dislocated quasi metric space, fixed point, metric space.



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Pada tahun 1922, sebuah karya yang terkenal dan dihargai dalam bidang teori titik tetap untuk fungsi kontraksi pada ruang *metric* lengkap, berhasil dibuktikan oleh Banach. Teorema tersebut kemudian dikenal sebagai teorema titik tetap Banach.

Hasil dari pembuktian teorema titik tetap Banach telah menjadi aset penting untuk matematika terapan. Hal tersebut dikarenakan aplikasi dari teori tersebut berperan besar pada berbagai cabang ilmu matematika yang meliputi persamaan diferensial, persamaan integral, dan bidang ilmu matematika lainnya, terutama yang melibatkan logika pemrograman dan teknik elektronik<sup>1</sup>.

Teori titik tetap itu sendiri merupakan gabungan yang menarik dari analisis, topologi, dan geometri. Selama 50 tahun terakhir teori titik tetap diakui sangat manjur dan penting sebagai alat dalam studi fenomena nonlinier. Secara khusus teknik titik tetap telah diterapkan pada berbagai bidang seperti: biologi, kimia, ekonomi, teori permainan, dan fisika<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Rajinder Sharma and Deepti Thakur. *Fixed Point Theorems without Continuity of any Mappings in Dislocated Quasi Metric Space*, vol. 7 (Int. Journal of Math. Analysis, 2013), p. 59.

<sup>2</sup> Sevinc Buse Gurcu. *Best Proximity Points for Contractive Type Mappings*, (2011), p. 4.



Teorema titik tetap Banach telah menarik banyak peneliti untuk terlibat dalam mempelajari dan mengeksplorasi teorema tersebut untuk mendapatkan hasil yang baru dalam fungsi kontraksi menggunakan berbagai kondisi.

Hitzler dan Seda (2000) mengeluarkan gagasan tentang ruang *dislocated metric*, sehingga mampu memperluas prinsip kontraksi Banach di ruang *metric*. Selanjutnya Zeyada dan kawan-kawan (2006) menggeneralisasikan hasil karya Hitzler dan Seda pada ruang *dislocated quasi metric*.

Hitzler dan Seda (2000) memperkenalkan konsep ruang *dislocated metric* sebagai perluasan dari ruang *metric* dengan motivasi bahwa jarak dari suatu titik ke dirinya sendiri tidak harus bernilai nol. Dalam Bahasa Indonesia “*dislocated*” berarti “tidak pada tempatnya”. Perluasan ruang *metric* selanjutnya adalah ruang *quasi metric* yang dalam Bahasa Indonesia “*quasi*” berarti “sebagian”. Motivasi dari perluasan tersebut adalah bahwa jarak yang berlaku untuk suatu titik ke titik yang lain belum tentu berlaku sebaliknya. Gabungan kondisi perluasan ruang *metric* yakni ruang *dislocated metric* dan ruang *quasi metric* inilah yang memotivasi terbentuknya ruang *dislocated quasi metric*.

Aage dan Salunke (2008) mempelajari tentang fungsi yang disampaikan oleh Kannan (1968) dan Ciric (1974) serta menjelaskan tentang teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric*. Oleh karena itu, Isufati (2010) kemudian membuktikan salah satu teorema titik tetap untuk fungsi kontraksi dan

kontinu di ruang *dislocated quasi metric* yang didefinisikan oleh Dass dan Gupta (1973)<sup>3</sup>.

Pada tahun 2013, Sharma dan Thakur membuktikan teorema titik tetap dengan kondisi fungsi kontraksi yang sama dengan penelitian yang dilakukan Isufati (2010) di ruang *dislocated quasi metric*, namun tidak menggunakan sifat kekontinuan fungsi. Hal tersebut termotivasi oleh penelitian yang dilakukan Zeyada, dkk (2006) yang menyebutkan bahwa tidak setiap fungsi kontraksi merupakan fungsi yang kontinu.

Mengkaji dan membahas penelitian yang dilakukan oleh Sharma dan Thakur (2013) pada jurnal dengan judul “*Fixed Point Theorems without Continuity of any Mappings in Dislocated Quasi Metric Space*” dianggap perlu dan penting. Hal tersebut dikarenakan merupakan penelitian yang baru dan berbeda dari penelitian sebelumnya, serta dalam jurnal tersebut pembahasan tentang ruang *dislocated quasi metric* dan pembuktian teorema titik tetap tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi dirasa masih sangat singkat, dan tidak disertai dengan adanya contoh.

Motivasi lain yang melatarbelakangi penulisan skripsi adalah skripsi yang ditulis oleh Bahtiar (2012) dan Pratama (2013). Skripsi tersebut membahas tentang teorema titik tetap di ruang *metric cone* dan ruang *Banach cone* dengan mengabaikan syarat kekontinuan fungsi.

---

<sup>3</sup> Rajinder Sharma and Deepti Thakur. *Fixed Point Theorems without Continuity of any Mappings in Dislocated Quasi Metric Space*, vol. 7 (Int. Journal of Math. Analysis, 2013), p. 60.

Diharapkan dengan membahas dan mengkaji penelitian yang dilakukan oleh Sharma dan Thakur (2013) penulis dapat menjelaskan secara rinci tentang ruang *dislocated quasi metric*, dan fokus dari penelitian ini adalah pembuktian teorema titik tetap di ruang *dislocated quasi metric* tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi. Setiap sifat yang dibahas diakhiri dengan diberikan suatu contoh sebagai gambaran bagi pembaca.

## **1.2. Batasan Masalah**

Pembatasan masalah dalam suatu penelitian sangatlah penting, guna menghindari kesimpangsiuran terhadap objek dari suatu penelitian dan untuk membantu penulis lebih fokus dan terarah sesuai dengan tema penelitian. Sesuai latar belakang masalah maka skripsi ini akan difokuskan untuk membahas ruang *dislocated quasi metric* dan sifat-sifat yang berlaku di dalamnya, serta pembuktian dua teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric* tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi.

## **1.3. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan, maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana hubungan antara ruang *dislocated quasi metric* dengan ruang *metric*?
2. Bagaimana sifat-sifat yang berlaku pada ruang *dislocated quasi metric*?
3. Bagaimana teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric* tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi?

#### 1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji dan menjelaskan bagaimana hubungan antara ruang *dislocated quasi metric* dengan ruang *metric*.
2. Mengkaji dan menjelaskan sifat-sifat yang berlaku pada ruang *dislocated quasi metric*.
3. Mengkaji dan menjelaskan langkah-langkah pembuktian teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric* tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi.

#### 1.5. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat, antara lain sebagai berikut:

1. Memberi pengetahuan tentang ruang *dislocated quasi metric* beserta sifat-sifat yang berlaku di dalamnya.
2. Memberi pengetahuan tentang teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric* tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi.
3. Memberikan salah satu gambaran bahwa ternyata pengembangan analisis abstrak khususnya tentang teori titik tetap pada perluasan ruang *metric* masih sangat luas.

## 1.6. Tinjauan Pustaka

Penulisan skripsi ini mengacu pada literatur utama yaitu jurnal yang ditulis oleh Sharma dan Thakur dengan judul "*Fixed Point Theorems without Continuity of any Mappings in Dislocated quasi Metric Space*" pada tahun 2013. Penulisan skripsi ini juga terinspirasi oleh skripsi yang ditulis oleh Bahtiar (2012) dan Pratama (2013) yang kedua-duanya membahas tentang teorema titik tetap, hanya saja pada ruang lingkup yang berbeda yakni ruang *metric cone*, dan ruang Banach *cone*.

Sharma dan Thakur (2013) membahas tentang teorema-teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric* dengan kondisi fungsi kontraksi yang sama dengan penelitian yang dilakukan oleh Isufati pada jurnal yang berjudul "*Fixed Point Theorems in Dislocated Quasi Metric Space*" tahun 2010. Salah satu kondisi fungsi kontraksi yang dibahas terinspirasi dari penelitian tentang teorema titik tetap pada ruang *metric* yang ditulis oleh Dass dan Gupta pada tahun 1973. Hasil penelitian tersebut tertulis dalam jurnal yang berjudul "*An Extension of Banach Contraction Principle Through Rational Expression*".

Penelitian yang dilakukan Isufati (2010), serta Sharma dan Thakur (2013) tidak lepas dari hasil penelitian yang dilakukan oleh Zeyada, Hassan, dan Ahmed pada jurnal yang berjudul "*Generalization of A Fixed Point Theorem Due to Hitzler and Seda in Dislocated Quasi Metric Spaces*" tahun 2006. Zeyada, dkk (2006) memperumum teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric* berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Hitzler dan Seda yang memunculkan

gagasan tentang ruang *dislocated metric* pada jurnal yang berjudul “*Dislocated Topologies*” tahun 2000.

Referensi lain yang digunakan sebagai materi pendukung dalam mempelajari jurnal-jurnal tersebut antara lain: buku “*Introduction to Real Analysis*” edisi keempat pada tahun 2010 karya Bartle dan Sherbert. Buku tersebut membahas tentang dasar-dasar analisis real. Selanjutnya adalah buku yang ditulis oleh Shirali dan Vasudeva pada tahun 2006 dengan judul “*Metric Spaces*”. Buku tersebut membahas tentang ruang *metric* beserta sifat-sifat yang berlaku di dalamnya. Selanjutnya untuk memahami teori titik tetap, penulis menggunakan buku yang ditulis oleh Khamsi dan Kirk pada tahun 2001 dengan judul “*An Introduction to Metric Spaces and Fixed Point Theory*”.

Untuk memperjelas tinjauan pustaka dalam skripsi ini, berikut ini diberikan tabel rangkuman perbandingan antara jurnal utama dengan jurnal/ skripsi sebelumnya yang membahas tentang teorema titik tetap.

**Tabel 1.1.** Rangkuman tinjauan pustaka

Teorema Titik Tetap			
No	Jurnal/ Skripsi	Ruang Lingkup	Sifat Kekontinuan Fungsi
1.	Dass dan Gupta (1973)	<i>Metric</i>	×
2.	Zeyada, dkk (2006)	<i>Dislocated Quasi Metric</i>	√
3.	Isufati (2010)	<i>Dislocated Quasi Metric</i>	√
4.	Bahtiar (2012)	<i>Metric Cone</i>	×
5.	Pratama (2013)	<i>Banach Cone</i>	×
6.	Sharma dan Thakur (2013)	<i>Dislocated Quasi Metric</i>	×

## 1.7. Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini terdiri atas lima bab dengan sistematika sebagai berikut:

### BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas mengenai latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, sistematika penulisan, serta metode penelitian.

### BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini membahas tentang landasan teori yang menjadi dasar dalam penulisan ini untuk dipahami agar mudah mengikuti pembahasan yang akan dibicarakan pada bab-bab selanjutnya, seperti: dasar-dasar analisis real, definisi ruang *metric* dan sifat-sifat yang berlaku di dalamnya, serta teori titik tetap pada ruang *metric*.

### BAB III RUANG *DISLOCATED QUASI METRIC*

Bab ini membahas tentang ruang *dislocated quasi metric* yang meliputi definisi, dan sifat-sifat yang berlaku di dalamnya disertai dengan contoh, dan pembahasan tentang hubungan antara ruang *dislocated quasi metric* dengan ruang *metric*.

### BAB IV TEOREMA TITIK TETAP PADA RUANG *DISLOCATED QUASI METRIC* TANPA MENGGUNAKAN SIFAT KEKONTINUAN FUNGSI

Bab ini berisikan pembahasan tentang teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric*. Pada bab ini dijelaskan secara rinci langkah-langkah pembuktian dua teorema titik tetap di ruang *dislocated quasi metric* tanpa



menggunakan sifat kekontinuan fungsi dan diakhiri dengan diberikan suatu contoh.

## BAB V PENUTUP

Bab ini merupakan penutup yang berisi kesimpulan dan saran-saran yang diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

### 1.8. Metode Penelitian

Penelitian yang dilakukan penulis dalam penulisan skripsi ini adalah penelitian studi literatur, yaitu penulis mempelajari beberapa sumber tertulis tentang ruang *dislocated quasi metric* beserta sifat yang berlaku di dalamnya, dan teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric*. Sifat penelitian dalam suatu studi literatur adalah kualitatif.

Penulis melakukan klarifikasi dan pembuktian teorema-teorema yang terdapat dalam buku acuan, dan jurnal. Penulis juga mencoba mengkontruksi beberapa contoh secara mandiri, maupun seperti dalam buku acuan atau jurnal.

Dasar teori pada penelitian ini diawali dengan menjelaskan dasar-dasar analisis real yang meliputi hukum Archimedes, barisan konvergen, teorema Bolzano Weierstrass, barisan Cauchy, dan sifat kelengkapan pada himpunan bilangan real. Kemudian diberikan pengertian tentang ruang *metric* beserta sifat-sifat yang berlaku di dalamnya. Dasar teori tentang ruang *metric* inilah yang menjadi cikal bakal terbentuknya ruang *dislocated quasi metric*, sehingga sub bab ini dianggap sangat penting untuk diperdalam agar lebih mudah dalam mempelajari ruang *dislocated quasi metric*. Penulis juga melengkapi dengan beberapa contoh sebagai gambaran bagi pembaca.

Selanjutnya penulis menjelaskan pengertian dan sifat-sifat pada ruang *dislocated quasi metric* yang meliputi: definisi barisan konvergen, barisan Cauchy, dan fungsi kontraksi. Serta sifat yang melekat pada barisan konvergen dan barisan Cauchy di ruang *dislocated quasi metric*. Penulis memberikan beberapa contoh untuk mempermudah pembaca dalam memahami definisi dan teorema yang diberikan.

Pembahasan inti dari penelitian ini adalah membahas dua teorema titik tetap pada ruang *dislocated quasi metric* tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi. Pada bagian ini penulis menjelaskan langkah-langkah pembuktian yang dilakukan Sharma dan Thakur (2013). Langkah pembuktian yang tidak dijelaskan dalam jurnal penulis coba paparkan dengan menggunakan bantuan referensi lain. Sehingga diharapkan tidak ada kebingungan bagi pembaca. Di akhir pembuktian dua teorema titik tetap tersebut penulis berikan suatu contoh sebagai gambaran bagi pembaca.

Agar lebih jelas dalam memahami metode penelitian dalam skripsi ini, berikut ini diberikan gambar langkah-langkah penelitian dan diagram alur penelitian.



Gambar 1.1. Langkah-langkah penelitian



Gambar 1.2. Diagram alur penelitian

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa setiap ruang *metric* merupakan ruang *dislocated quasi metric*, namun tidak berlaku sebaliknya.

Sifat ketunggalan limit barisan di ruang *metric* berlaku pula di ruang *dislocated quasi metric*. Tidak semua sifat yang berlaku di ruang *metric* berlaku di ruang *dislocated quasi metric*, hal tersebut berdasarkan hubungan antara ruang *metric* dengan ruang *dislocated quasi metric*.

Pemetaan  $f$  yang memenuhi kondisi (4.1) atau (4.6), serta terdefinisi pada ruang *dislocated quasi metric* lengkap  $(X, d)$  mempunyai titik tetap yang tunggal. Dalam membuktikan teorema tersebut menggabungkan sifat kekontinuan fungsi dan memanfaatkan sifat fungsi kontraksi serta sifat kelengkapan pada ruang *dislocated quasi metric*.

#### 5.2. Saran

Setelah menyelesaikan penelitian ini, penulis menyarankan:

1. Penelitian ini hanya sebatas membahas konsep dasar ruang *dislocated quasi metric* dan teorema titik tetap di dalamnya tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi. Pembuktian teorema titik tetap tanpa menggunakan sifat kekontinuan fungsi tersebut dapat dikembangkan lagi agar dapat

diaplikasikan pada teorema titik tetap yang lain di ruang *dislocated quasi metric*, misalnya teorema pasangan titik tetap.

2. Contoh-contoh dari ruang *dislocated quasi metric* dirasa masih sangat kurang sehingga perlu adanya penelitian yang membahas dan mengembangkannya agar diperoleh contoh-contoh ruang *dislocated quasi metric* yang lebih beragam.
3. Penelitian tentang titik tetap di ruang *dislocated quasi metric* dapat dikembangkan lagi sehingga dapat diaplikasikan dalam pembuktian eksistensi dan ketunggalan solusi persamaan integral linier dan non linear, maupun dalam bidang lain, seperti bidang ekonomi.

Semoga tugas akhir ini dapat menjadi inspirasi bagi pembaca untuk mengembangkan lebih lanjut tentang teorema titik tetap khususnya, dan konsep analisis abstrak pada umumnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aage, C. T. and Sanluke J.N. 2008. *Some Result of Fixed Point Theorems in Dislocated Quasi Metric Spaces*. Applied Mathematical Sciences. Volume 2, 1-5.
- Ahmed, M.A. 2011. *Some Fixed Point Theorems*. International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. Volume 8, 1-8.
- Akcaay, Duygu, and Alaca, Cihangir. 2013. *Coupled Fixed Point Theorems in Dislocated Quasi-Metric Spaces*. Journal of Advanced Studies in Topology. Volume 4, 66-72.
- Agarwal, Ravi P., Donald D Reagen dan D.R. Sahu. 2009. *Fixed Point Theory for Lipschitzian Type Mappings with Applications*. USA. Springer.
- Bahtiar, A. Rifqi. 2012. *Konsep Dasar Ruang Metrik Cone. Skripsi*. Yogyakarta: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
- Bartle, R.G., and Sherbert, D.R. 2010. *Introduction to Real Analysis*. Fourth Edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Ciric, Lj. B. 1974. *A Generalization of Banach's Contraction Principle*. Proc. Amer. Math. Soc. Volume 45, 267-273.
- Dass, Bal Khishan, and Gupta, Satya. 1973. *An Extension of A Banach Contraction Principle Through Rational Expression*. F. C. Auluck, F.N.A. Volume 6 , 1455-1458.
- Hitzler, P., and Seda, A. K. 2000. *Dislocated Topologies*. J. Electr. Engin. Volume 51, 3-7
- Isufati, A. *Fixed Point Theorems in Dislocated Quasi Metric Space*. Appl. Math. Sci. Volume 4, 217-223.
- Kanna, R. *Some Result on Fixed Point*. Bull. Call. Math. Soc. Volume 60, 71-76.
- Khamsi, Mohammad A., and Krik, William A. 2001. *An Introduction to Metric Spaces and Fixed Point Theory*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Pratama, Bayu Adhi. 2013. *Teorema Titik Tetap di Ruang Banach Cone. Skripsi*. Yogyakarta: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.

Sharma, Rajinder and Thakur, Deepti. 2013. *Fixed Point Theorems without Continuity of any Mapping in Dislocated Quasi Metric Space*. Int. Journal of Math. Analysis. Volume 7, 59-64.

Shirali, Satish and Vasudeva, Harkrishan L. 2006. *Metric Spaces*. London: Springer-Verlag.

Siddiqi, Abul Hasan. 2004. *Applied Functional Analysis: Numerical Methods, Wavelet Method, and Image Processing*. New York: Marcel Dekker, Inc.

Zeyada, F.M., Hassan, G.H., and Ahmed, M.A. 2006. *A Generalization of A Fixed Point Theorem Due to Hizler and Seda in Dislocated Quasi Metric Spaces*. The Arabian Journal for Science and Engineering. Volume 31, 111-114.

