

**PENERAPAN METODE DIAGONALISASI MATRIKS DAN DERET
TAYLOR PADA PERSAMAAN DIFERENSIAL NONLINEAR**

(Studi Kasus: Model Osilasi Jembatan Tacoma)

SKRIPSI

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat sarjana S-1

Program Studi Matematika



disusun oleh:

Achmad Nur Alfianto

10610003

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2014



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hai :
Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Achmad Nur Alfianto
NIM : 10610003
Judul Skripsi : Penerapan Metode Diagonalisasi Matriks dan Deret Taylor pada Persamaan Diferensial Nonlinear

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam keilmuan Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 18 Mei 2014
Pembimbing I

Sugiyanto, S.T., M.Si.
NIP. 19800505 200801 1 028



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

FM-UINSK-BM-05-07/R0

PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/1838/2014

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Penerapan Metode Diagonalisasi Matriks dan Deret Taylor pada Persamaan Diferensial Nonlinear

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :
Nama : Achmad Nur Alfianto
NIM : 10610003
Telah dimunaqasyahkan pada : 19 Juni 2014
Nilai Munaqasyah : A -
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Sugiyanto, M.Si
NIP. 19800505 200801 1 028

Penguji I

Muhammad Wakid Musthofa, S.Si, M.Si
NIP.19800402 200501 1 003

Penguji II

Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc

Yogyakarta, 24 Juni 2014
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan



Prof. Drs. H. Akh. Minhaj, M.A, Ph.D
NIP. 19580919 198603 1 002

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Achmad Nur Alfianto

NIM : 10610003

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul:


Penerapan Metode Diagonalisasi Matriks dan Deret Taylor pada Persamaan Diferensial Nonlinear

merupakan hasil penelitian saya sendiri dan bukan duplikasi maupun saduran dari karya orang lain, kecuali bagian secara tertulis yang diacu dalam naskah ini dan diacu dalam daftar pustaka.

Apabila di kemudian hari terdapat penyimpangan dalam karya ini, maka tanggung jawab sepenuhnya ada pada penulis.

Yogyakarta, 30 Mei 2014

Penulis,


6000 DJP Achmad Nur Alfianto
10610003

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT atas nikmat dan karunia-Nya sehingga akhirnya penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini yang berjudul "***Metode Diagonalisasi Matriks dan Penerapannya pada Model Osilasi Nonlinear***" tanpa ada halangan yang berarti.

Sholawat salam semoga senantiasa tercurah kepada junjungan kita Baginda Rasulullah Muhammad SAW, yang telah menjadi penunjuk ke jalan kebenaran, yang senantiasa menjadi suri tauladan yang mulia bagi umatnya, dan yang kita harapkan syafaatnya di hari akhir. Semoga kita termasuk kedalam umat yang mendapatkan syafaat beliau di hari akhir kelak. Aamiin ya rabbal 'alamiin.

Penelitian ini membahas tentang metode Diagonalisasi Matriks untuk menyelesaikan model osilasi nonlinear pada jembatan Tacoma. Semoga penelitian ini dapat memberikan wawasan dan pengetahuan dalam menyelesaikan sebuah sistem persamaan diferensial nonlinear bagi pembaca pada umumnya dan bagi peneliti lain pada khususnya.

Suatu kebanggaan bagi penulis karena dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini. Penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada pihak-pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungan dalam penyelesaian tugas akhir ini, baik secara moral maupun material. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
2. Bapak Muchammad Abrori, M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
3. Bapak Noor Saif Muhammad Mussafi, M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik mahasiswa program studi matematika angkatan 2010.
4. Bapak Sugiyanto, ST., M.Si., selaku pembimbing I yang memberikan arahan, saran, serta solusi penyelesaian kepada penulis sehingga penulisan skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
5. Bapak Ibu Dosen Fakultas Sains dan Teknologi, yang dengan ikhlas telah memberikan ilmu pengetahuan dan pengalaman berharga kepada penulis, sehingga ilmu yang telah didapatkan dapat memudahkan dalam menyusun skripsi ini.
6. Segenap karyawan di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi yang telah membantu dan memberikan berbagai fasilitasnya untuk memudahkan mahasiswa, khususnya penulis.
7. Teman-teman Prodi Matematika angkatan 2010 yang telah memberikan motivasi, diskusi, pengalaman, dan dukungan yang sangat berguna dan berharga.
8. Kedua orang tua penulis, Bapak Isro'i dan Ibu Ni'mah Asih yang penulis sayangi, atas kasih sayang yang terhinga dan do'a yang tak henti-hentinya diberikan kepada penulis, serta adik-adik penulis, Ahmad Nur Rahman Rofi dan Ahmad Nur Hidayat Putra yang banyak memberikan motivasi kepada penulis.

9. Semua pihak yang memberikan dukungan dan do'a kepada penulis, serta pihak yang membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah SWT menerima amal kebaikan beliau semua dan memberikan balasan pahala atas kebaikan dan segala yang telah beliau semua berikan kepada penulis dan semoga dapat bermanfaat.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun demi kebaikan dan kesempurnaan skripsi ini. Semoga apa yang ada dalam skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Wassalamualaikum warahmatullahi wabarakatuh

Yogyakarta, 19 Juni 2014

Achmad Nur Alfianto
NIM: 10610003

HALAMAN MOTTO

**“KARENA SESUNGGUHNYA SESUDAH
KESULITAN ITU ADA KEMUDAHAN,
SESUNGGUHNYA SESUDAH
KESULITAN ITU ADA KEMUDAHAN.”**

(Al-Insyirah: 5-6)

HALAMAN PERSEMBAHAN

Seiring dengan rasa syukur yang teramat dalam,
kupersembahkan sebuah karya kecil untuk semua yang
tersayang.

Ibu, Ayah, dan adik-adik yang penulis sayangi, terima
kasih dan syukur atas do'a, dukungan dan motivasi
yang selama ini diberikan kepada penulis.

Sahabat, teman-teman semuanya yang penulis sayangi
dan banggakan.

Guru-guru yang memberikan berbagai macam bekal
kepada penulis.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN SKRIPSI.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
KATA PENGANTAR	v
HALAMAN MOTTO	viii
HALAMAN PERSEMBAHAN	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xiv
ARTI SIMBOL.....	xv
ABSTRAK	xvii
BAB I : PENDAHULUAN	1
1.1.Latar Belakang	1
1.2.Batasan Masalah.....	5
1.3.Rumusan Masalah.....	5
1.4.Tujuan Penelitian	6
1.5.Manfaat Peneitian	6
1.6.Tinjauan Pustaka	6
1.7.Sistematika Penulisan	9

1.8. Metode Penelitian	10
BAB II : LANDASAN TEORI	13
2.1. Matriks	13
2.2. Operasi Matriks	14
2.3. Jenis Matriks	16
2.4. Determinan	18
2.5. Matriks Invers	19
2.6. Kebebasan Linear	19
2.7. Nilai Eigen dan Vektor Eigen	20
2.8. Diagonalisasi	26
2.9. Limit.....	32
2.10. Kekontinuan	33
2.11. Derivatif	33
2.12. Persamaan Diferensial	34
2.12.1. Pengertian Persamaan diferensial	34
2.12.2. Notasi Persamaan Diferensial.....	36
2.12.3. Persamaan Diferensial Linear	36
2.12.4. Persamaan Diferensial Nonlinear	37
2.13. Persamaan Diferensial Linear Orde Dua	38
2.14. Persamaan Diferensial Nonhomogen.....	43
2.14.1. Pengertian Persamaan Diferensial Nonhomogen.....	43

2.14.2. Metode Koefisien Tak Tentu	44
2.15. Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear	45
2.16. Deret Taylor	46
2.16.1 Linearisasi	47
2.17. Gerak Harmonik	48
2.17.1. Pengertian Gerak Harmonik	48
2.17.2. Besaran Fisis dalam Osilasi	49
BAB III : METODE DIAGONALISASI MATRIKS	51
3.1. Sistem Persamaan Diferensial Linear dengan Matriks Koefisien berbentuk Matriks Diagonal	51
3.2. Metode Diagonalisasi Matriks	53
3.3. Menyelesaikan Sistem Persamaan Diferensial Linear Menggunakan Diagonalisasi Matriks	57
BAB IV : PENERAPAN METODE DIAGONALISASI MATRIKS PADA PERSAMAAN DIFERENSIAL NONLINEAR	64
4.1. Pengantar	64
4.2. Melinearkan Persamaan Diferensial Nonlinear Menggunakan Deret Taylor	68
4.3. Menyelesaikan Model Osilasi Jembatan Tacoma Menggunakan Deret Taylor dan Metode Diagonalisasi Matriks	73
4.4. Solusi Khusus Model Osilasi Jembatan Tacoma	82

BAB V : PENUTUP	88
5.1.Kesimpulan	88
5.2.Saran	88
DAFTAR PUSTAKA	90
LAMPIRAN	93

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.2. Proses Pemodelan	2
Gambar 1.1. Alur Penelitian.....	11
Gambar 2.1. Arti Geometrik Linearisasi.....	48
Gambar 2.2. Gerak Harmonik pada Pendulum	49
Gambar 3.1. Alur Metode Diagonalisasi Matriks.....	57
Gambar 4.1. Gerak Osilasi Jembatan Tacoma	64
Gambar 4.2. Alur Metode Diagonalisasi Matriks pada Persamaan Diferensial Nonlinear	73
Gambar 4.3. Gerak Osilasi saat $\theta_0 = 0$	84
Gambar 4.4. Gerak Osilasi saat $\theta_0 = 0,01$	85
Gambar 4.5. Gerak Osilasi saat $\theta_0 = 0,05$	85
Gambar 4.6. Gerak Osilasi saat $\theta_0 = 0,1$	86
Gambar 4.7. Grafik Perbandingan Gerak Osilasi.....	87

ARTI SIMBOL

$=$: sama dengan
\neq	: tidak sama dengan
$<$: lebih kecil dari
$>$: lebih besar dari
A	: matriks koefisien
$A_{m \times n}$: matriks A berorde $m \times n$
a_{ij}	: entri matriks pada baris i kolom j
$\det(A)$: determinan matriks A
$ A $: determinan matriks A
A^{-1}	: invers matriks A
λ	: nilai eigen
\mathbf{x}	: vektor eigen
P	: matriks P
P^{-1}	: invers matriks P
D	: matriks diagonal
$\frac{dy}{dx}$: turunan pertama fungsi y terhadap x
y'	: turunan pertama fungsi y terhadap x
$\frac{d^2y}{dx^2}$: turunan kedua fungsi y terhadap x
y''	: turunan kedua fungsi y terhadap x
$\frac{d\theta}{dt}$: turunan pertama fungsi θ terhadap t

$\dot{\theta}$: turunan pertama fungsi θ terhadap t
\dot{x}	: turunan pertama fungsi x terhadap t
$\frac{d^2\theta}{dt^2}$: turunan kedua fungsi θ terhadap t
$\ddot{\theta}$: turunan kedua fungsi θ terhadap t
$\int f(x) dx$: integral tak tentu dari fungsi $f(x)$ terhadap x
$\sum_{i=0}^n a_i$: jumlah a dari $i = 0$ sampai $i = n$
\mathbb{R}	: himpunan bilangan real
I	: interval
δ	: delta
ε	: epsilon
\in	: anggota himpunan
\subset	: himpunan bagian
■	: terbukti
$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$: limit fungsi x mendekati c dari $f(x)$
θ	: posisi sudut
$\theta(t)$: fungsi θ dengan variabel t
τ	: torsi
I	: momen inersia
α	: percepatan sudut
W	: usaha
ω	: frekuensi sudut

**PENERAPAN METODE DIAGONALISASI MATRIKS DAN DERET
TAYLOR PADA PERSAMAAN DIFERENSIAL NONLINEAR
(Studi Kasus: Model Osilasi Jembatan Tacoma)**

INTISARI

ACHMAD NUR ALFIANTO

10610003

Persamaan diferensial nonlinear pada umumnya diselesaikan secara numeris menggunakan metode-metode numeris seperti metode Runge-Kutta, dan metode Euler. Namun demikian, persamaan diferensial nonlinear dapat diselesaikan menggunakan metode-metode pada persamaan diferensial linear. Diantaranya adalah metode eliminasi, metode matriks, metode variasi parameter, dan metode transformasi laplace. Dari metode-metode tersebut terdapat metode alternatif untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial dengan menggunakan aturan-aturan aljabar. Metode tersebut adalah metode diagonalisasi matriks.

Penelitian ini bertujuan menjelaskan Metode Diagonalisasi Matriks dan Deret Taylor untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial nonlinear orde dua dengan mentransformasi persamaan diferensial nonlinear ke dalam sistem persamaan diferensial linear berbentuk $Y' = AY$, dengan Y' adalah turunan pertama dari Y , A adalah matriks $n \times n$ dengan entri-entri pada matriks A merupakan koefisien dari Y , dan Y adalah vektor kolom dari y_1, y_2, \dots, y_n . Sebelum ditransformasi ke dalam bentuk sistem persamaan diferensial, terlebih dahulu dilakukan linearisasi persamaan diferensial nonlinear menggunakan deret Taylor. Selanjutnya, dicari matriks diagonal dari matriks A , dengan bentuk dari matriks diagonalnya adalah $D = PAP^{-1}$. Kemudian dari matriks diagonal D dibuat sistem persamaan baru yang berbentuk $U' = DU$, dengan U adalah vektor kolom dari u_1, u_2, \dots, u_n pada sistem persamaan baru, dan U' adalah turunan pertama dari U .

Hasil dari penelitian ini adalah didapatkannya solusi dari sistem persamaan diferensial berbentuk $Y = PU$, dengan P adalah matriks yang mendiagonalkan matriks A . Selanjutnya, metode tersebut digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial nonlinear yang merupakan model osilasi dari jembatan Tacoma.

Kata kunci : Metode Diagonalisasi Matriks, Deret Taylor, Linearisasi, Persamaan Diferensial Linear, Persamaan Diferensial Nonlinear, Osilasi.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang banyak diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu lain. Sebagai contoh penerapan matematika dalam disiplin ilmu fisika, kimia dan biologi (Anton: 1981). Bahkan matematika banyak diterapkan dalam kehidupan untuk memecahkan permasalahan sehari-hari. Permasalahan tersebut diidentifikasi terlebih dahulu, kemudian dimodelkan sehingga dapat dicari suatu solusi dari permasalahan tersebut.

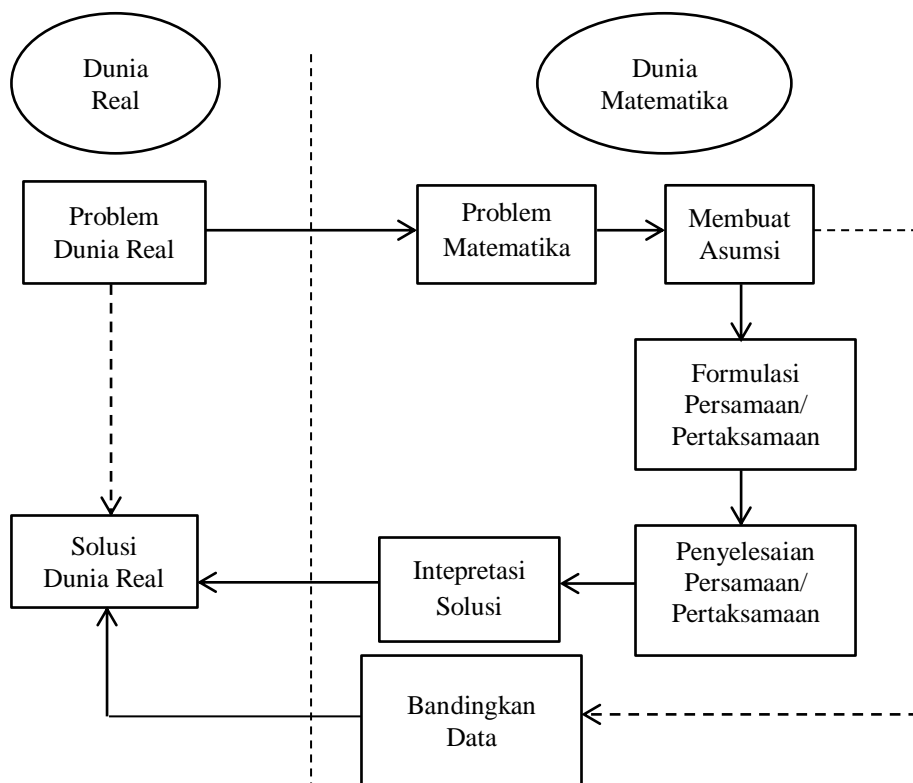
Salah satu metode untuk memodelkan permasalahan tersebut adalah dengan memodelkan dalam bentuk matematis. Pemodelan yang menggunakan lambang-lambang matematika dan logika untuk menyajikan perilaku objek disebut pemodelan matematika (Susanta: 2008).

Secara umum langkah-langkah pemodelan matematika menurut (Widowati dan Sutimin: 2007) adalah sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi masalah dalam dunia nyata dan menyatakannya kedalam dalam pengertian matematika.
2. Mengkonstruksi kerangka dasar model dengan membuat asumsi-asumsi tentang model berkaitan dengan hubungan antar variabel.
3. Memformulasikan asumsi-asumsi tentang model ke dalam bentuk persamaan yang menyatakan hubungan antar variabel

4. Menyelesaikan persamaan dan menginterpretasikan solusi dari persamaan tersebut.
5. Membandingkan solusi dengan data yang diperoleh untuk mendapatkan model yang baik.

Berdasarkan (Widowati dan Sutimin: 2007) proses pemodelan matematika dapat disajikan sebagai berikut:



Gambar 1.1. Proses Pemodelan

Tujuan memodelkan permasalahan kedalam bentuk model matematika adalah untuk menggambarkan keadaan, sifat maupun perilaku objek agar mudah dikenali, dipelajari dan dimanipulasi lebih lanjut (Susanta: 2008).

Salah satu bentuk model matematika adalah berupa persamaan diferensial. Persamaan Diferensial sering digunakan dalam memodelkan suatu permasalahan untuk menggambarkan keadaan objek dalam bentuk matematis (Syamsul: 2013).

Untuk menyelesaikan sebuah persamaan diferensial, pada umumnya dapat digunakan metode-metode tertentu bergantung pada jenis persamaan diferensial itu sendiri. Akan tetapi, sebuah persamaan diferensial dapat diselesaikan dengan mengubah persamaan diferensial tersebut ke dalam suatu sistem persamaan diferensial. Sistem persamaan diferensial dibagi menjadi dua macam yaitu sistem persamaan diferensial linear dan sistem persamaan diferensial nonlinear (Finzio dan Ladas: 1998).

Pada umumnya, sebuah sistem persamaan diferensial linear diselesaikan secara analitis menggunakan metode-metode yang ada. Metode yang biasa digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial linear adalah metode Eliminasi, metode Variasi Parameter, metode Transformasi Laplace, dan metode Matriks (Finzio dan Ladas: 1998). Akan tetapi, terdapat sebuah metode yang sederhana dengan menggunakan konsep aljabar dan dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan diferensial linear. Metode tersebut adalah Metode Diagonalisasi Matriks.

Metode Diagonalisasi Matriks merupakan pengembangan dari metode matriks. Metode ini merupakan suatu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial linear dengan cara mencari bentuk matriks diagonal dari matriks koefisien sistem persamaan diferensial (Howard Anton, 1981).

Sebuah sistem persamaan diferensial nonlinear biasanya diselesaikan secara numeris menggunakan metode-metode numeris seperti: metode Runge-Kutta, metode Euler dan metode-metode numeris lainnya. Akan tetapi, sistem persamaan diferensial nonlinear juga dapat dicari solusi analitisnya. Salah satu cara yang dapat digunakan adalah menggunakan metode-metode pada sistem persamaan diferensial linear.

Sebelum menyelesaikan sistem persamaan diferensial nonlinear menggunakan metode-metode pada sistem persamaan diferensial linear, persamaan-persamaan pada sistem persamaan diferensial nonlinear tersebut dilinearkan terlebih dahulu. Salah satu cara untuk melinearkan persamaan nonlinear adalah menggunakan deret Taylor. Untuk selanjutnya, digunakan metode diagonalisasi matriks untuk menyelesaikannya.

Model matematika yang berbentuk persamaan diferensial pada umumnya berupa suatu persamaan diferensial nonlinear. Sebagai contoh adalah model osilasi (getaran) sebuah benda. Salah satu peristiwa yang banyak menjadi perbincangan para peneliti, yang dimodelkan secara matematis ke dalam sebuah persamaan diferensial nonlinear dan menggunakan konsep osilasi adalah runtuhnya jembatan Tacoma.

Berdasarkan hal tersebut, dalam penelitian ini penulis melakukan penelitian dengan judul "*Penerapan Metode Diagonalisasi Matriks dan Deret Taylor pada Persamaan Diferensial Nonlinear*", dengan menggunakan studi kasus pada model osilasi jembatan Tacoma.

1.2. Batasan Masalah

Batasan masalah diperlukan dalam suatu penelitian agar lebih fokus dengan objek penelitian. Batasan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Model osilasi yang akan dicari solusinya merupakan model osilasi dari jembatan Tacoma yang diperoleh dari jurnal yang berjudul "*The Failure of the Tacoma Bridge : A Physical Model*" yang ditulis oleh Daniel Green dan William G. Unruh.
2. Persamaan Diferensial yang digunakan merupakan persamaan diferensial biasa (*Ordinary Differential Equation*) orde dua.
3. Menggunakan deret Taylor untuk melinearkan persamaan nonlinear.
4. Menggunakan Metode Diagonalisasi Matriks dan Deret Taylor untuk menyelesaikan Persamaan Diferensial nonlinear.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah, maka dapat dapat dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana melinearkan persamaan diferensial nonlinear menggunakan deret Taylor?
2. Bagaimana menentukan solusi dari sistem persamaan diferensial linear menggunakan Metode Diagonalisasi Matriks?
3. Bagaimana penerapan Metode Diagonalisasi Matriks dan deret Taylor pada Persamaan Diferensial nonlinear?

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menjelaskan Metode Diagonalisasi Matriks dan penggunaannya pada sistem persamaan diferensial.
2. Menerapkan Metode Diagonalisasi Matriks dan deret Taylor untuk menentukan solusi dari persamaan diferensial nonlinear.

1.5. Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Peneliti

Memberikan wawasan mengenai Metode Diagonalisasi Matriks.

2. Bagi Akademik

Memberikan pengetahuan tentang cara menyelesaikan persamaan differensial nonlinear menggunakan Metode Diagonalisasi Matriks.

3. Bagi Praktisi

Menambah khasanah ilmu pengetahuan dalam bidang matematika pada khususnya, dan dalam bidang lain pada umumnya.

1.6. Tinjauan Pustaka

Dalam penelitian ini ada beberapa sumber yang penulis gunakan sebagai bahan acuan, antara lain:

1. Penelitian yang berjudul “*Metode Runge-Kutta Untuk Solusi Persamaan Pendulum*” yang ditulis oleh Rahayu Puji Utami tahun 2005, mahasiswi

2. jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang. Skripsi ini menjelaskan tentang penyelesaian numeris dari persamaan diferensial nonlinear pada model osilasi pendulum dengan menggunakan Metode Runge-Kutta. Perbedaan penelitian yang ditulis oleh Rahayu Puji Utami dengan penelitian yang dilakukan oleh penulis adalah dalam skripsi ini penulis mencari solusi analitis dari persamaan diferensial nonlinear. Metode yang digunakan penulis dalam menentukan solusi analitis dari persamaan diferensial nonlinear adalah dengan menggunakan deret Taylor dan metode diagonalisasi matriks.
3. Penelitian yang berjudul "*Solusi Sistem Persamaan Diferensial Non Linear Menggunakan Metode Euler Berbantuan Program Matlab*" yang ditulis oleh Rila Dwi Rahmawati tahun 2007, mahasiswi jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang. Skripsi ini menjelaskan tentang penyelesaian numeris dari sistem persamaan diferensial nonlinear dengan menggunakan metode Euler dan Matlab. Perbedaan penelitian yang ditulis oleh Rila Dwi Rahmawati dengan penelitian yang dilakukan oleh penulis adalah dalam skripsi ini penulis mencari solusi analitis dari persamaan diferensial. Metode yang digunakan penulis adalah dengan menggunakan deret Taylor dan metode diagonalisasi matriks.
4. Penelitian yang berjudul "*Penerapan Diagonalisasi Matriks Dalam Menyelesaikan Persamaan Diferensial Linier Homogen Orde-n*" yang

ditulis oleh Sri Rahmah tahun 2007, mahasiswi jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang. Skripsi ini menjelaskan penyelesaian sistem persamaan diferensial linear homogen orde- n menggunakan Metode Diagonalisasi Matriks. Perbedaan penelitian yang ditulis oleh Sri Rahmah dengan penelitian yang dilakukan oleh penulis adalah penulis menggunakan persamaan diferensial nonlinear orde dua dan menggunakan deret Taylor untuk melinearkan persamaan diferensial nonlinear tersebut. Pada penelitian yang ditulis oleh Sri Rahmah menggunakan sistem persamaan diferensial linear homogen orde- n .

5. Penelitian yang berjudul "*Penarapan Diagonalisasi Matriks Pada Masalah Persilangan Gen Tunggal (Monohybrid)*" yang ditulis oleh Ita Purnamasari tahun 2009, mahasiswa jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Skripsi ini menjelaskan tentang penerapan diagonalisasi matriks dalam masalah pewarisan sifat keturunan pada persilangan gen tunggal (*monohybrid*). Perbedaan penelitian yang ditulis oleh Ita Purnamasari dengan penelitian yang dilakukan oleh penulis adalah penulis menggunakan suatu persamaan diferensial nonlinear orde dua dan menggunakan deret Taylor untuk melinearkan persamaan diferensial nonlinear tersebut dan digunakan metode Diagonalisasi Matriks untuk menyelesaikan persamaan tersebut. Pada penelitian yang ditulis oleh Ita Purnamasari menggunakan

diagonalisasi matriks untuk mengetahui pewarisan sifat suatu individu dari induk kepada keturunannya melalui persilangan gen tunggal (*monohybrid*).

6. Penelitian yang berjudul “*Metode Transformasi Laplace Matriks dan Penerapannya pada Sistem Pegas Massa*” yang ditulis oleh Samsul Arifin tahun 2013, mahasiswa jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Skripsi ini menjelaskan penyelesaian sistem persamaan diferensial linear orde- n menggunakan Metode Transformasi Laplace Matriks pada sebuah sistem pegas massa. Perbedaan penelitian yang ditulis oleh Syamsul Arifin dengan penelitian yang dilakukan oleh penulis adalah penulis menggunakan model osilasi yang merupakan suatu persamaan diferensial nonlinear orde dua dan menggunakan deret Taylor untuk melinearkan persamaan diferensial tersebut. Setelah menjadi sebuah persamaan diferensial linear, digunakan metode Diagonalisasi Matriks untuk mencari solusi dari persamaan. Pada penelitian yang ditulis oleh Syamsul Arifin menggunakan model pada sistem pegas massa dan metode yang digunakan adalah metode Transformasi Laplace Matriks.

1.7. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. BAB I

Pada bab I berisi pendahuluan yang meliputi latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, sistematika penulisan dan metode penelitian.

2. BAB II

Pada bab II berisi landasan teori yang terdiri dari matriks beserta operasi matriks, nilai eigen dan vektor eigen, diagonalisasi, limit, kekontinuan, derivatif, persamaan differensial orde dua, sistem persamaan diferensial, deret Taylor, linearisasi dan gerak harmonik sederhana.

3. BAB III

Bab III membahas mengenai deret Taylor dan metode diagonalisasi matriks serta penerapan metode diagonalisasi matriks pada sistem persamaan diferensial linear orde dua.

4. BAB IV

Bab IV berisi tentang penerapan metode diagonalisasi matriks dan deret Taylor untuk menentukan solusi dari persamaan diferensial nonlinear dari model osilasi jembatan Tacoma.

5. BAB V

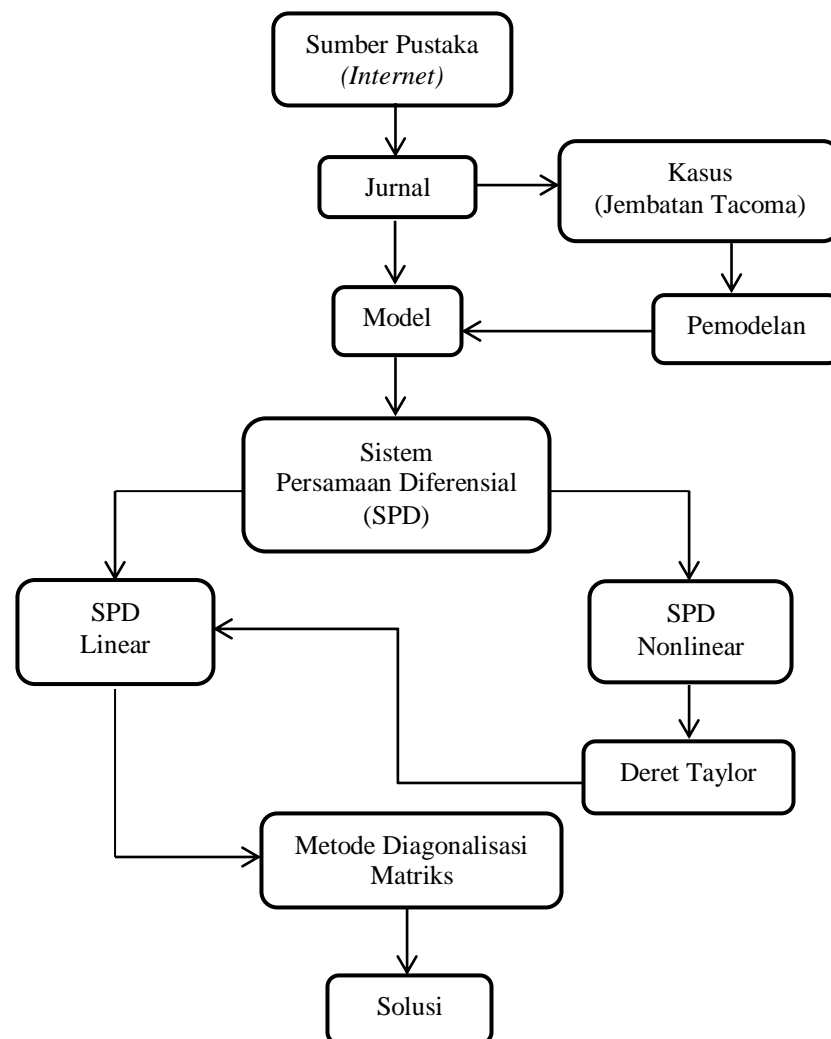
Bab V berisi tentang kesimpulan dari pembahasan.

1.8. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan metode studi literatur yaitu dengan membahas dan menjabarkan konsep-konsep yang sudah ada di dalam literatur. Dalam hal ini penulis menggunakan metode penelitian kepustakaan atau penelitian literatur, yaitu penelitian yang dilakukan dengan cara mengumpulkan data dan informasi dengan bantuan berbagai materi seperti buku-buku, dokumen-dokumen, catatan, dan kisah-kisah sejarah

(Mardalis:1995). Masing-masing literatur dipilah menurut kategori tertentu dan dipilih yang sesuai dengan permasalahan yang diangkat.

Secara umum alur penelitian yang dilakukan oleh penulis dalam skripsi ini disajikan seperti berikut:



Gambar 1.2. Alur Penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan penulis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan materi dan informasi menggunakan *internet* sehingga diperoleh jurnal dan buku yang membahas tentang osilasi dari sebuah jembatan serta buku yang berkaitan dengan persamaan differensial.
2. Model dipilih dari jurnal yang berjudul "*The Failure of the Tacoma Bridge: A Physical Model*" yang ditulis oleh Daniel Green dan William G. Unruh.
3. Sebagai rujukan utama penulis menggunakan buku "*Nonlinear Differential Equation*" yang ditulis oleh Ferdinant Velhust dan buku "*Aljabar Linear Elementer Edisi ketiga*" yang ditulis oleh Howard Anton.
4. Referensi lain diambil dari buku persamaan differensial yang berjudul "*Persamaan Differensial Biasa*" yang ditulis oleh Sugiyanto,S.T., M.Si. , dan Slamet Mugiyono,S.Si .

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Dengan menggunakan metode diagonalisasi matriks dan deret Taylor, berdasarkan persamaan diferensial $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \sin\theta = A\sin\omega t$ diperoleh solusi

umumnya adalah $\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -iC_1e^{it} + iC_2e^{-it} \\ C_1e^{it} + C_2e^{-it} \end{bmatrix}$.

Berdasarkan solusi umum dari persamaan diferensial nonlinear tersebut, diberikan kondisi awal saat $t = 0$ dengan $\theta(0) = \theta_0$, dan $\dot{\theta}(0) = 0$. Diperoleh solusi khususnya adalah $\theta(t) = \theta_0 \cos(t)$, dengan $\theta(t)$ adalah besar simpangan pada saat t detik, dan θ_0 adalah besar simpangan awal.

Berdasarkan solusi khusus tersebut dapat disimpulkan bahwa, semakin besar simpangan awal pada saat osilasi, maka besar posisi sudut pada saat osilasi juga akan semakin besar. Akibatnya, getaran yang dihasilkan juga pada saat osilasi juga akan semakin besar.

5.2. Saran

- Peneliti lain dapat mengembangkan metode ini pada kasus lain seperti pada rangkaian listrik, pada model osilasi pada pendulum, atau kasus yang lainnya.

- Diharapkan peneliti lain dapat mengembangkan metode ini pada sebuah sistem dengan ukuran matriks koefisien yang lebih besar.
- Terdapat galat atau *error* pada linearisasi dengan menggunakan deret Taylor. Diharapkan peneliti lain dapat mengkaji lebih lanjut mengenai linearisasi menggunakan deret Taylor disertai kajian tentang galat atau *error* pada linearisasi.
- Peneliti lain diharapkan dapat mencari solusi numeris dari suatu persamaan diferensial nonlinear dengan metode-metode seperti Metode Runge-Kutta, Metode Euler dan lain-lain menggunakan bantuan Mapple maupun *software* lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, Howard . 1981 . *Aljabar Linear Elemente Edisi Ketiga* . Jakarta : Erlangga.
- Anton, Howard . 1981 . *Aljabar Linear Elementer Edisi Kedelapan* . Jakarta : Erlangga.
- Arifin, Syamsul. 2013 . *Metode Transformasi Laplace Matriks dan Penerapannya pada Sistem Pegas Massa* . Yogyakarta : Skripsi Jurusan Matematika UIN Sunan Kaljaga Yogyakarta.
- Ballad, Joel . 2012 . *The Simple Harmonic Pendulum*.
<http://home2.fvcc.edu/~dhicketh/DiffEqns/Spring2012Projects/PendulumPaper/simplepen.pdf> diunduh tanggal 3 Februari 2014 pukul 00:40:46
- Bartle, Robert G. dan Donald R. Sherbert. 2010 . *Introduction to Real Analysis Fourth Edition*. New York : John Willey and Sons.
- Bender . 1978 . *An Introduction to Mathematical Modeling*. New York : John Willey and Sons.
- Boyce, William E. dan Richard C. Di Prima . 2001 . *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems* . New York : John Willey and Sons.
- Bronson, Richard dan Gabriel Costa . 2007 . *Schaum's Outlines Persamaan Diferensial Edisi Ketiga* . Jakarta : Erlangga.
- Finzio, N. dan G ladas. 1988 . *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern* . University of Rhode Island.
- Green, Daniel dan William G. Unruh. 2006 . *The Failure of the Tacoma Bridge: A Physical Model*. Jurnal . Canada : Departement of Physics and Astronomy of British Columbia.
- Jati, Bambang Murdaka E. dan Tri Kuntoro Priyambodo . 2009 . *Fisika Dasar untuk Mahasiswa Ilmu Komputer dan Informatika* . Yogyakarta : Andi.
- Kusumah, Yaya. 1989 . *Persamaan Diferensial* . Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
- Kusumawati, Ririen. 2009 . *Aljabar Linear dan Matriks* . Malang: Uin Malang-Press.

- Madalis . 1989 . *Metode Penelitian Suatu Pendekatan Proposal* . Jakarta : Bumi Aksara.
- McKenna, P.J. dan Cillian O Tuama . 2001 . *Large Torsional Oscillations in Suspension Bridges Again: Vertical Forcing Creates Torsional Response*. Jurnal . The Mathematical Association of America.
- Naik, Vipul ._____. *Taylor Series* . <http://math.uchicago.edu/~vipul/teaching-0910/153/taylorseries.pdf> diunduh tanggal 4 April 2014 pukul 23:05:51.
- Pamuntjak & Santosa . 1990 . *Persamaan Diferensial Biasa* . Bandung : Fakultas MIPA Institut Teknologi Bandung.
- Purcell, Edwin J. dan Dale Varberg . 1984 . *Kalkulus dan Geometri Analitis Edisi Keempat Jilid 1* . Jakarta : Erlangga.
- Purcell, Edwin J. dan Dale Varberg . 1984 . *Kalkulus dan Geometri Analitis Edisi Kelima Jilid 1* . Jakarta : Erlangga.
- Purcell, Edwin J. dan Dale Varberg . 1984 . *Kalkulus dan Geometri Analitis Edisi Kelima Jilid 2* . Jakarta : Erlangga.
- Purnamasari, Ita. 2009 . *Penerapan Diagonalisasi Matriks pada Masalah Persilangan Gen Tunggal* . Yogyakarta : Skripsi Jurusan Matematika UIN Sunan Kaljaga Yogyakarta.
- Rahmah, Sri . 2007 . *Penerapan Diagonalisasi Matriks Dalam Menyelesaikan Persamaan Diferensial Linier Homogen Orde-n* . Malang : Skripsi Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang.
- Rahmawati, Rila Dwi . 2007 . *Solusi Sistem Persamaan Differensial Non Linear Menggunakan Metode Euler Berbantuan Program Matlab* . Malang : Skripsi Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang.
- Stroud, K . A . dan Dexter J. Booth . 2001 . *Matematika Teknik Edisi Kelima* . Jakarta : Erlangga.
- Sugiyanto dan Slamet Mugiyono . 2011 . *Persamaan Diferensial Biasa* . Yogyakarta : Suka-Press.
- Susanta, B. 2008 . *Pemodelan Matematis* . Jakarta: Universitas Terbuka.
- Utami, Rahayu Puji . 2005 . *Metode Runge-Kutta Untuk Solusi Persamaan Pendulum*. Semarang : Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Unversitas Negeri Semarang.
- Velhust, Ferdinant . 1985 . *Nonlinear Differential Equation and Dynamical System*. Department of Mathematics : University of Utrech.

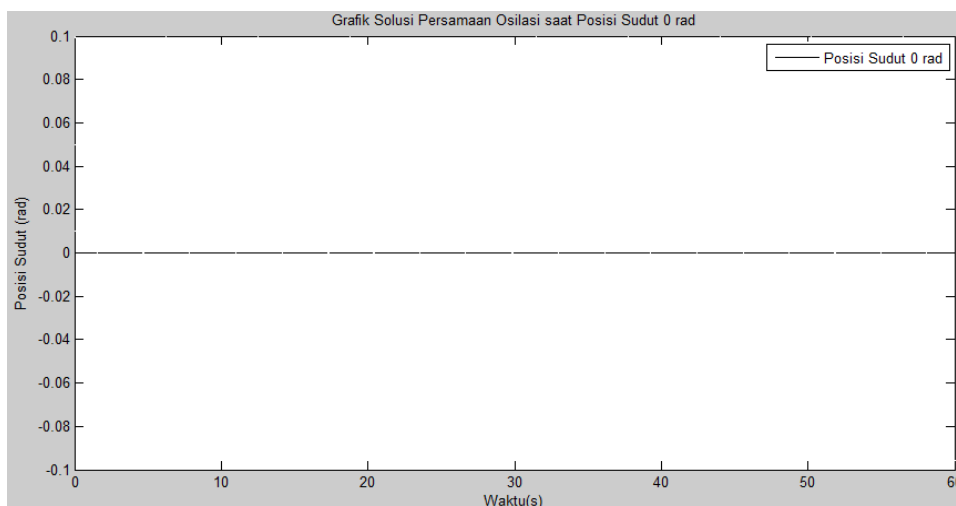
Widowati dan Sutimin . 2007 . *Pemodelan Matematika* . Semarang : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro Semarang.

Wynn, Jared . 2010 . *Motion of Pendulum*. Undergraduate Journal of Mathematical Modeling. University of South Florida.

LAMPIRAN

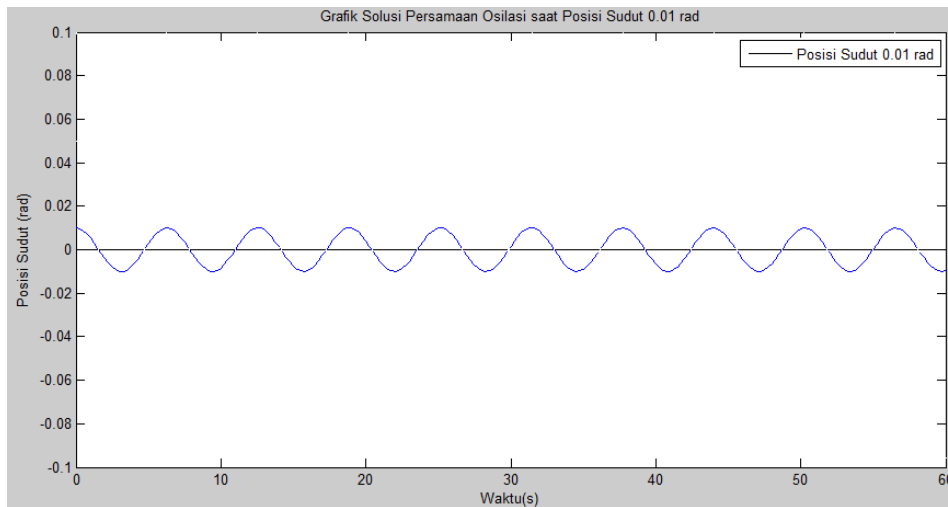
1. Grafik gerak osilasi saat $\theta_0 = 0$

```
>> t=(0:0.25:60);
>> theta_1=0*cos(t);
>> theta_2=0.01*cos(t);
>> theta_3=0.05*cos(t);
>> theta_4=0.1*cos(t);
>>
plot(t,theta_1,'k',t,theta_2,'w',t,theta_3,'w',t,theta_4,'w')
>> xlabel('Waktu(s)')
>> ylabel('Posisi Sudut (rad)')
>> title('Grafik Solusi Persamaan Osilasi saat Posisi Sudut 0
rad')
>> legend('Posisi Sudut 0 rad')
```



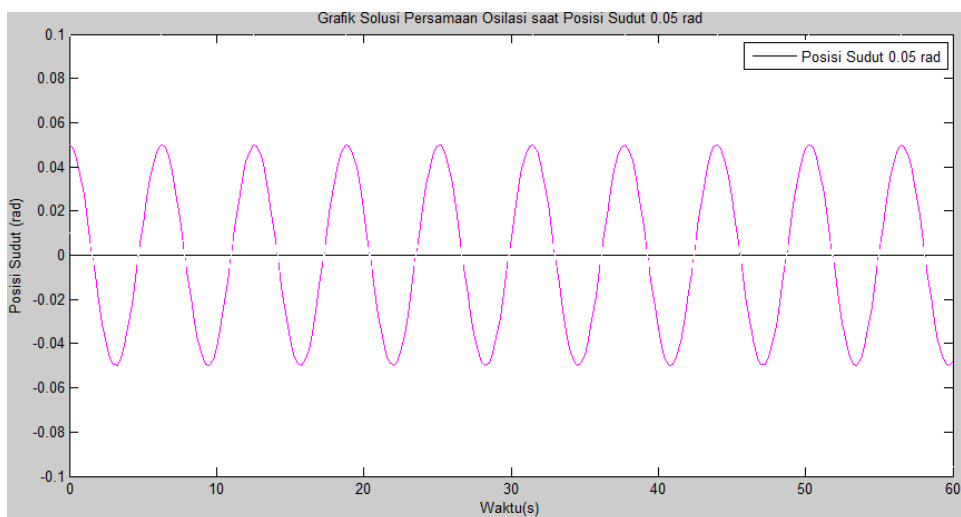
2. Grafik gerak osilasi saat $\theta_0 = 0,01$

```
>> t=(0:0.25:60);
>> theta_1=0*cos(t);
>> theta_2=0.01*cos(t);
>> theta_3=0.05*cos(t);
>> theta_4=0.1*cos(t);
>>
plot(t,theta_1,'w',t,theta_2,'b',t,theta_3,'w',t,theta_4,'w')
>> xlabel('Waktu(s)')
>> ylabel('Posisi Sudut (rad)')
>> title('Grafik Solusi Persamaan Osilasi saat Posisi Sudut
0.01 rad')
>> legend('Posisi Sudut 0.01 rad')
```



3. Grafik gerak osilasi saat $\theta_0 = 0,05$

```
>> t=(0:0.25:60);
>> theta_1=0*cos(t);
>> theta_2=0.01*cos(t);
>> theta_3=0.05*cos(t);
>> theta_4=0.1*cos(t);
>>
plot(t,theta_1,'w',t,theta_2,'w',t,theta_3,'m',t,theta_4,'w')
>> xlabel('Waktu(s)')
>> ylabel('Posisi Sudut (rad)')
>> title('Grafik Solusi Persamaan Osilasi saat Posisi Sudut
0.05 rad')
>> legend('Posisi Sudut 0.05 rad')
```



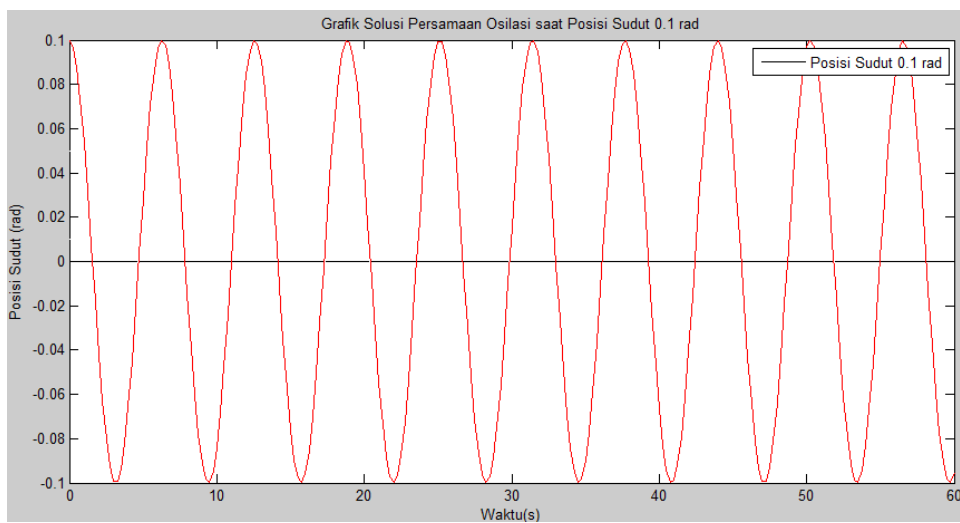
4. Grafik gerak osilasi saat $\theta_0 = 0,1$

```
>> t=(0:0.25:60);
>> theta_1=0*cos(t);
>> theta_2=0.01*cos(t);
```

```

>> theta_3=0.05*cos(t);
>> theta_4=0.1*cos(t);
>>
plot(t,theta_1,'w',t,theta_2,'w',t,theta_3,'w',t,theta_4,'r')
>> xlabel('Waktu(s)')
>> ylabel('Posisi Sudut (rad)')
>> title('Grafik Solusi Persamaan Osilasi saat Posisi
Sudut 0.1 rad')
>> legend('Posisi Sudut 0.1 rad')

```



5. Grafik perbandingan gerak osilasi

```

>> t=(0:0.25:60);
>> theta_1=0*cos(t);
>> theta_2=0.01*cos(t);
>> theta_3=0.05*cos(t);
>> theta_4=0.1*cos(t);
>>
plot(t,theta_1,'k',t,theta_2,'b',t,theta_3,'m',t,theta_4,'r')
>> title('Grafik Perbandingan Solusi Khusus Osilasi Jembatan
Tacoma')
>> xlabel('Waktu (s)')
>> ylabel('Posisi Sudut (rad)')
>> legend('Posisi sudut 0 radian','Posisi sudut 0.01
radian','Posisi sudut 0.05 radian','Posisi sudut 0.1 radian')

```