

**EKSISTENSI SOLUSI MASALAH SYARAT AWAL DAN BATAS  
SCHRODINGER POTENSIAL SUMUR DAN APLIKASINYA  
PADA KASUS MOLEKUL GAS YANG TERIKAT**

Skripsi

untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Jurusan Matematika



diajukan oleh

**SAMSUL HARIS**

**10610007**

Kepada

**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA**

**YOGYAKARTA**

**2014**



**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/3201/2014

Skrripsi/Tugas Akhir dengan judul : Eksistensi Solusi Masalah Syarat Awal dan Batas *Schrodinger* Potensial Sumur dan Aplikasinya pada Kasus Molekul Gas yang Terikat

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :

Nama : Samsul Haris

NIM : 10610007

Telah dimunaqasyahkan pada : 16 Oktober 2014

Nilai Munaqasyah : A -

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang

Pipit-Pratiwi Rahayu, M.Sc

Penguji I

Malahayati, M.Sc  
NIP.19840412 201101 2 010

Penguji II

Much. Abrori, S.Si., M.Kom  
NIP.19720423 199903 1 003

Yogyakarta, 28 Oktober 2014

UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Sains dan Teknologi

Dekan



Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A, Ph.D  
NIP. 19580919 198603 1 002



**SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Hal : Persetujuan Skripsi

Lamp : 3 eksemplar Skripsi

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka saya selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Samsul Haris

NIM : 10610007

Judul Skripsi : Eksistensi Solusi Masalah Syarat Awal dan Batas Schrodinger Potensial Sumur dan Aplikasinya pada Kasus Molekul Gas Yang Terikat

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang Matematika.

Dengan ini saya mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya saya ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. Wb*

Yogyakarta, 5 Oktober 2014

Pembimbing I

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc

Pembimbing II

Malahayati, S.Si., M.Sc

NIP. 19840412 201101 2 010

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Samsul Haris  
NIM : 10610007  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri dan sepanjang pengetahuan penulis tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis orang lain, dan atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian Tugas Akhir di Perguruan Tinggi lain, kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 5 Oktober 2014

Yang menyatakan



**Samsul Haris**

NIM. 10610007

## **KATA PENGANTAR**

Puji syukur senantiasa penulis panjatkan kehadirat Allah SWT Tuhan semesta alam atas limpahan rahmat serta hidayah-NYA atas ridho-NYA, sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Shalawat salam tak lupa tercurahkan kepada manusia yang paling sempurna di dunia ini yakni nabi Muhammad SAW, yang telah menuntun umatnya menuju jalan yang terang.

Skripsi ini disusun guna memperoleh gelar sarjana Sains (Matematika). Isi dari tugas akhir ini membahas tentang EKSISTENSI SOLUSI MASALAH SYARAT AWAL DAN BATAS SCHRODINGER POTENSIAL SUMUR DAN APLIKASINYA PADA KASUS MOLEKUL GAS YANG TERIKAT.

Penulisan skripsi ini tidak bisa terlepas dari bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Kesempatan kali ini penulis mengucapkan banyak terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A., Ph.D selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak M. Abrori, S.Si., M.Kom. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing I yang senantiasa begitu sabar memberikan pengarahan, bimbingan serta motivasi selama penulisan skripsi ini. Semoga ilmu yang diberikan beliau kepada penulis akan senantiasa memberikan kemudahan bagi setiap langkah beliau.

4. Ibu Malahayati, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing II yang telah sabar membimbing dan memberikan pengarahan dalam penulisan skripsi ini. Semoga jasa-jasa beliau memberikan manfaat bagi semua orang.
5. Bapak Noor Saif Muhammad Musaffi, S.Si., M.Sc. selaku Dosen pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan pengarahan selama kuliah.
6. Sahabat-sahabatku di prodi Matematika angkatan 2010, 2011 dan 2012 yang selalu membantu dan memotivasi penulis dalam mengerjakan skripsi ini.
7. Sahabat-sahabat NTB yang selalu memberikan ide/buah pikiran dalam penulisan skripsi ini.
8. Sahabat-sahabat Rejowangun yang memberikan motivasi dan semangat dalam mengerjakan skripsi ini.

Semoga segala bantuan dan motivasi yang penulis terima dapat bermanfaat untuk melanjutkan ke jenjang selanjutnya. Semoga budi baik dari semua pihak yang diberikan kepada penulis mendapatkan balasan yang setimpal dari Allah SWT, Amin.

Yogyakarta, 5 Oktober 2014

Penulis



Samsul Haris

NIM . 10610007

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini penulis persembahkan kepada :

- ❖ Ibunda Srihariyatiningsih dan Ayahanda Kamaruddin tercinta yang telah mendidik, membesarkan dan selalu mendo'akanku serta yang selalu menjadi motivator utama dalam hidupku.
- ❖ Kakak Samsul Hidayat, Adek Imam Wira Kaswari, Adek Adif Pramitia Ainuillah dan Keluarga besarku di NTB dan Yogyakarta yang memberikan warna dalam hidupku.
- ❖ Keluarga besarku PAKUNINGRATAN Yogyakarta, trimkasih atas semua canda dan senyuman yang selalu kau berikan.
- ❖ Dek Kartini yang selalu memberikan semangat dan dukungan.
- ❖ Sahabat Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta angkatan 2010, khususnya untuk sahabatku Agita Priyo Kuncoro dan Varkhan Setiawan, terimakasih atas waktu dan ketulusan hati kalian melewati hari-hari di Kota YOGYAKARTA.

## MOTTO

وَعِبَادُ الرَّحْمَنِ الَّذِينَ يَمْشُونَ عَلَى الْأَرْضِ هَوْنًا وَإِذَا خَاطَبَهُمُ الْجَاهِلُونَ قَالُوا سَلَامًا



*Adapun Hamba-Hamba Tuhan yang Maha Pengasih Itu adalah Orang-Orang yang Berjalan di Bumi dengan Rendah Hati dan Apabila Orang-Orang Bodoh Menyapa Mereka (Dengan Kata-Kata Yang Menghina), Mereka Mengucapkan, "Salam," (Q.S Al-Furqon : 63).*

*"Tidak Usah Menunggu Tua untuk Mengerti Kesejatian, Tidak Usah Menunggu Hancur untuk Sanggup Memahami Perbedaan yang Palsu dengan yang Murni" (Emha Ainun Nadjib)*

## DAFTAR ISI

|   |      |
|---|------|
| HALAMAN JUDUL.....                        | i    |
| HALAMAN PENGESAHAN.....                   | ii   |
| SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI.....            | iii  |
| HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI ..... | iv   |
| KATA PENGANTAR .....                      | v    |
| HALAMAN PERSEMBAHAN .....                 | vii  |
| HALAMAN MOTTO .....                       | viii |
| DAFTAR ISI.....                           | ix   |
| ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN .....          | xi   |
| ABSTRAK .....                             | xii  |
| BAB I PENDAHULUAN .....                   | 1    |
| 1.1.Latar Belakang Masalah.....           | 1    |
| 1.2.Batasan Masalah.....                  | 3    |
| 1.3.Rumusan Masalah .....                 | 3    |
| 1.4.Tujuan Penelitian .....               | 3    |
| 1.5.Manfaat Penelitian .....              | 4    |
| 1.6.Tinjauan Pustaka .....                | 4    |
| 1.7.Sistematika Penulisan .....           | 5    |
| 1.8.Metode Penelitian.....                | 6    |
| BAB V PENUTUP.....                        | 8    |
| 5.1.Kesimpulan.....                       | 8    |

|                      |    |
|----------------------|----|
| 5.2.Saran .....      | 9  |
| DAFTAR PUSTAKA ..... | 11 |

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| $P$                           | : Momentum   |
| $m$                           | : Massa  |
| $h$                           | : Konstanta planck ( $6,6261 \times 10^{-34}$ J.s)                   |
| $\hbar$                       | : Konstanta Dirac ( $h$ -bar, nilai $1,0546 \times 10^{-34}$ J.s)    |
| $E_p$                         | : Energi Potensial   |
| $E$                           | : Energi Total   |
| $\psi(x,t)$                   | : Fungsi gelombang Schrodinger terhadap $x$ (posisi) dan $t$ (waktu) |
| $\varphi(x)$                  | : Fungsi gelombang Schrodinger terhadap $x$ (posisi)                 |
| $\varphi^*(x)$                | : Konjugat Fungsi gelombang Schrodinger terhadap $x$ (posisi)        |
| $ \varphi(x) $                | : Modulus Fungsi $ \varphi(x)  = \sqrt{x^2 + y^2}$                   |
| $E_p(x)$                      | : Fungsi energi potensial pada posisi $x$                            |
| $m^*(E)$                      | : Ukuran luar Lebesgue   |
| $\langle \dots \rangle$       | : Inner product  |
| $x_k \perp x_\ell$            | : $x_k$ tegak lurus dengan $x_\ell$                                  |
| $\frac{\partial}{\partial x}$ | : Turunan parsial terhadap $x$                                       |
| $\frac{d}{dx}$                | : Turunan terhadap $x$   |
| $\Leftrightarrow$             | : Biimplikasi  |
| $\square$                     | : Akhir pembuktian   |

## ABSTRAK

Gelombang merupakan getaran yang merambat. Salah satu contoh gelombang adalah gelombang Schrodinger. Gelombang Schrodinger menggambarkan keberadaan elektron pada suatu posisi dan waktu. Gelombang Schrodinger dapat dituliskan dalam suatu persamaan diferensial parsial yang dapat disebut dengan persamaan Schrodinger. Pembentukan persamaan Schrodinger menghasilkan sebuah persamaan Schrodinger yang bergantung waktu dan persamaan Schrodinger bebas waktu. Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk menunjukkan keeksistensian solusi awal MSAB (masalah syarat awal dan batas) Schrodinger dalam dimensi satu dan membuktikan deret Fourier pada solusi awal memenuhi konvergen seragam dalam persamaan Schrodinger beserta syarat awal dan batas. Selanjutnya akan ditunjukkan keeksistensian solusi awal MSAB Schrodinger pada kasus molekul gas yang terikat.

Persamaan Schrodinger pada potensial sumur tak berhingga, diberikan syarat awal dan syarat batas sehingga diperoleh MSAB Schrodinger pada potensial sumur tak berhingga. Solusi awal yang diperoleh dari proses separasi variabel akan diverifikasi terlebih dahulu supaya dapat dikatakan dengan pasti bahwa solusi tersebut benar-benar merupakan solusi MSAB Schrodinger pada potensial sumur tak berhingga. Proses verifikasi tersebut berkaitan dengan konvergen seragam deret Fourier, baik konvergen seragam dalam hal memenuhi persamaan Schrodinger maupun dalam hal memenuhi syarat awal dan syarat batas yang diberikan. Selanjutnya hal itu coba diterapkan pada kasus molekul gas yang terikat dan merupakan salah satu aplikasi pada potensial sumur tak berhingga.

Pembentukan persamaan Schrodinger bergantung waktu diawali dengan hukum kekekalan energi dan menghasilkan suatu persamaan Schrodinger dimensi satu dengan MSAB, sehingga memenuhi eksistensi solusi awal MSAB Schrodinger dan memenuhi konvergen seragam dalam persamaan Schrodinger beserta syarat awal dan batasnya. Selanjutnya aplikasi pada kasus molekul yang terikat merupakan persamaan Schrodinger bebas waktu yang pembentukannya diawali dengan hukum kekekalan energi dan memenuhi solusi awal MSAB Schrodinger pada kasus molekul gas yang terikat.

**Kata Kunci :** Deret Fourier, Persamaan Schrodinger, Potensial Sumur Tak Berhingga, Konvergen Seragam, Separasi Variabel.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Persamaan diferensial parsial dan masalah syarat batas merupakan pokok bahasan terapan matematika yang salah satunya diterapkan di bidang Fisika, sebagai contoh persamaan gelombang Schrodinger pertama kali ditemukan oleh Erwin Schrodinger pada tahun 1925. Beliau menjelaskan perilaku elektron dan tingkat energi elektron dalam suatu persamaan diferensial parsial yang selanjutnya dikenal sebagai persamaan gelombang Schrodinger atau persamaan Schrodinger.

Persamaan Schrodinger merupakan suatu persamaan diferensial parsial atas dua variabel. Solusi dari persamaan Schrodinger adalah suatu fungsi gelombang yang menyatakan keberadaan elektron pada posisi  $x$  dan waktu  $t$ . Selanjutnya pada penelitian ini akan disajikan pembahasan mengenai aplikasi persamaan Schrodinger dimensi satu pada potensial sumur tak berhingga. Potensial sumur tak berhingga adalah suatu kondisi perbedaan besar energi potensial elektron  $E_p(x)$  yaitu untuk daerah yang mempunyai nilai  $E_p = \infty$  diasumsikan sebagai daerah yang keberadaan elektron nol karena pada elektron berlaku hukum kekekalan energi. Oleh karena itu, penelitian ini difokuskan pada daerah dengan  $E_p = 0$  atau dalam interval  $0 < x < L$ . Pada  $x = 0$  dan  $x = L$  juga diasumsikan tidak terdapat elektron atau dapat dituliskan sebagai syarat batas  $\psi(0, t) = \psi(L, t) = 0$ . Jika sebelum dilakukan percobaan, diasumsikan besar

keberadaan elektron pada posisi  $x$  selain pada dinding-dinding potensial mengikuti suatu fungsi terhadap  $x$ , untuk  $x \in (0, L)$  maka diperoleh kondisi awal atau dituliskan sebagai syarat awal  $\psi(x, 0) = f(x)$ . Menurut persamaan Schrodinger dengan syarat awal dan syarat batas di atas maka diperoleh masalah syarat awal dan batas (MSAB) Schrodinger.

Salah satu langkah penyelesaian MSAB adalah dengan metode separasi variabel dan prinsip superposisi. Namun solusi yang diperoleh bisa dikatakan sebagai solusi awal MSAB. Solusi awal MSAB tersebut merupakan Deret Fourier sinus fungsi. Selanjutnya solusi awal MSAB perlu diverifikasi terlebih dahulu supaya dapat dikatakan dengan pasti bahwa solusi awal itu benar-benar solusi MSAB. Proses verifikasi tersebut berkaitan dengan kekonvergen-seragaman deret Fourier pada solusi awal, baik konvergen seragam dalam hal memenuhi persamaan Schrodinger-nya maupun dalam hal memenuhi syarat awal dan syarat batas yang diberikan. Solusi awal yang telah dibuktikan tersebut akan diaplikasikan pada kasus molekul gas yang terikat. Molekul merupakan gabungan dari dua atom unsur atau lebih, artinya ketika berbicara tentang molekul maka yang dibayangkan adalah gabungan atom-atom dengan elektron itu sendiri merupakan bagian dari atom. Oleh karena itu, molekul gas yang terikat merupakan aplikasi persamaan Schrodinger (aplikasi pada persamaan Schrodinger bebas waktu). Molekul gas yang terikat adalah suatu kondisi perbedaan nilai energi potensial dan merupakan aplikasi potensial sumur tak berhingga. Kemudian MSAB Schrodinger untuk kasus molekul gas yang terikat dapat dijamin keeksistensian solusinya.

## **1.2. Batasan Masalah**

Pembahasan dalam penelitian ini dibatasi pada upaya untuk memahami pengertian tentang partikel sebagai gelombang, bukan untuk menelusuri ataupun untuk membuktikan pernyataan bahwa partikel dapat dipandang sebagai gelombang. Pemahaman mengenai partikel tidak dibahas dari sudut pandang ilmu Fisika secara mendalam melainkan lebih diuraikan pengkajiannya secara matematis. Pembahasan juga hanya difokuskan pada Schrodinger satu dimensi pada potensial sumur tak hingga dan aplikasinya pada kasus molekul gas yang terikat.

## **1.3. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang di atas dapat dibuat rumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana solusi awal MSAB Schrodinger pada potensial sumur tak berhingga?
2. Bagaimana pembuktian deret Fourier pada solusi awal memenuhi konvergen seragam ?
3. Bagaimana eksistensi solusi MSAB Schrodinger pada kasus molekul gas yang terikat ?

## **1.4. Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian adalah sebagai berikut :

1. Menunjukkan keeksistensian solusi awal MSAB Schrodinger dalam dimensi satu.

2. Membuktikan deret Fourier pada solusi awal memenuhi konvergen seragam dalam persamaan Schrodinger beserta syarat awal dan batasnya.
3. Menunjukkan eksistensi solusi awal MSAB Schrodinger pada kasus molekul gas yang terikat.

### **1.5. Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diberikan dari penelitian ini adalah :

1. Memberikan jaminan keeksistensian solusi MSAB Schrodinger pada potensial sumur tak hingga.
2. Memberikan jaminan keeksistensian solusi MSAB Schrodinger pada kasus molekul gas yang terikat.

### **1.6. Tinjauan Pustaka**

Penulisan skripsi ini terinspirasi dari beberapa penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan penelitian ini. Penelitian pertama yang memberikan inspirasi kepada penulis yaitu skripsi yang berjudul "*Well-Posed pada Masalah Syarat Awal dan Syarat Batas Panas Dimensi Satu*" (Pipit Pratiwi Rahayu, 2008). Skripsi ini menjelaskan well-posed problems pada solusi MSAB panas dimensi satu yang terdiri dari eksistensi solusi, ketunggalan solusi, dan kebergantungan solusi. Penelitian kedua yang memberikan inspirasi kepada penulis yaitu disertasi yang berjudul "*Model Potensial sumur Satu Dimensi*" (Wayan Suana, 2012). Disertasi ini menjelaskan pembentukan persamaan Schrodinger bergantung waktu dan persamaan Schrodinger bebas waktu pada potensial sumur tak berhingga.

Selanjutnya, penelitian ketiga yang memberikan inspirasi kepada penulis yaitu skripsi yang berjudul “*Aplikasi Persamaan Schrodinger Bebas Waktu Satu Dimensi pada Potensial Undak dan Potensial Sumur* ” (Ni’ matus Sa’adah, 2013). Skripsi ini menjelaskan pembentukan persamaan Schrodinger bebas waktu dan aplikasi pada potensial undak dan potensial sumur tak berhingga.

Perbedaan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah pembahasan mengenai pembentukan persamaan Schrodinger bergantung waktu dan persamaan Schrodinger bebas waktu yang lebih mendetail dengan sebuah alasan-alasan dan memenuhi syarat-syarat yang ada, dan penelitian ini lebih menekankan aplikasi potensial sumur tak berhingga pada kasus molekul gas yang terikat.

### **1.7. Sistematika Penulisan**

Penulisan skripsi ini dibagi menjadi lima bab dengan sistematika sebagai berikut:

#### **BAB I PENDAHULUAN**

Bab ini membahas mengenai latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, sistematika penulisan, dan metode penulisan.

#### **BAB II LANDASAN TEORI**

Bab ini membahas mengenai beberapa teorema dan definisi yang menjadi konsep dasar dalam pemahaman eksistensi solusi masalah syarat awal dan batas Schrodinger potensial sumur tak berhingga dan aplikasinya pada kasus molekul gas yang terikat.

**BAB III EKSISTENSI SOLUSI MSAB SCHRODINGER PADA POTENSIAL SUMUR TAK BERHINGGA**, menjelaskan tentang bagaimana pembentukan persamaan Schrodinger bergantung waktu dan pembuktian deret Fourier pada solusi awal merupakan konvergen seragam dalam memenuhi persamaan Schrodinger beserta masalah syarat awal dan batasnya.

**BAB IV APLIKASI POTENSIAL SUMUR TAK HINGGA PADA KASUS MOLEKUL GAS YANG TERIKAT**, menjelaskan bagaimana pembentukan persamaan Schrodinger bebas waktu dan aplikasi MSAB Schrodinger pada kasus molekul gas yang terikat.

**BAB V PENUTUP**

Bab ini berisi kesimpulan dan saran-saran yang diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

### **1.8. Metode Penelitian**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah “studi kepustakaan yaitu teknik pengumpulan data dengan mengadakan studi penelaahan terhadap buku-buku, literatur-literatur, catatan-catatan, dan laporan-laporan yang ada hubungannya dengan masalah yang dipecahkan.” (Nazir, 1998 : 111). Penelitian mengenai eksistensi solusi masalah syarat awal dan batas Schrodinger potensial sumur dan aplikasinya pada kasus molekul gas yang terikat ini diawali dengan mencari solusi formal dari MSAB Schrodinger kemudian dilanjutkan dengan verifikasi solusi awal dari persamaan Schrodinger, meliputi pembuktian deret

Fourier pada solusi awal memenuhi konvergen seragam, baik deret itu sendiri, deret turunan kedua terhadap  $x$ , dan deret turunan pertama terhadap  $t$ .

Pembuktian deret Fourier pada solusi awal yang merupakan konvergen seragam dapat ditemukan dengan menggunakan Weierstrass M-Test, Tes Abel, dan pertidaksamaan Bessel pada  $L^2([a, b])$ . Jika solusi awal konvergen seragam baik dalam hal memenuhi persamaan Schrodinger-nya maupun dalam hal memenuhi syarat awal dan syarat batas yang diberikan maka dapat dikatakan bahwa solusi awal benar-benar solusi atau solusi akhir MSAB Schrodinger pada potensial sumur tak hingga. Oleh karena itu keeksistensian solusi suatu MSAB Schrodinger pada potensial sumur tak hingga dapat dijamin. Potensial sumur tak berhingga akan diaplikasikan pada kasus molekul gas yang terikat sehingga eksistensi MSAB Schrodinger pada kasus molekul gas yang terikat dapat dijamin.

## BAB V

### PENUTUP

#### 2.1. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian dan literatur yang dilakukan oleh penulis mengenai eksistensi solusi masalah syarat awal dan batas Schrodinger potensial sumur dan aplikasinya pada kasus molekul gas yang terikat dapat ditarik kesimpulan :

1. Pembentukan persamaan Schrodinger diawali dari hukum kekekalan energi

yaitu  $\frac{p^2}{2m} + E_p(x) = E$  dan menghasilkan suatu persamaan Schrodinger

yang bergantung waktu satu dimensi dengan suatu masalah syarat awal dan

batas (MSAB) sehingga diperoleh solusi awal MSAB Schrodinger yaitu :

$$\psi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sqrt{\frac{2}{L}} \left( \sin \left( \left( \frac{n\pi}{L} \right) x \right) \right) e^{-i \frac{\hbar n^2 \pi^2}{2mL^2} t},$$

dengan  $b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cdot \left( \sin \left( \left( \frac{n\pi}{L} \right) x \right) \right) dx.$

2. Berdasarkan Teorema (3.6), Teorema (3.8), dan Akibat (3.9), telah

dibuktikan bahwa deret  $\sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x, t)$ , deret  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \psi_n(x, t)$  dan deret

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial t} \psi_n(x, t)$  konvergen seragam masing-masing ke  $\psi(x, t)$ ,  $\psi_{xx}(x, t)$ ,

$\psi_t(x, t)$ .

3. Solusi awal MSAB dapat dinyatakan dengan :

$$\psi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sqrt{\frac{2}{L}} \left( \sin \left( \left( \frac{n\pi}{L} \right) x \right) \right) e^{-i \frac{\hbar n^2 \pi^2}{2mL^2} t},$$

dengan :

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \left( \sin \left( \left( \frac{n\pi}{L} \right) x \right) \right),$$

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cdot \left( \sin \left( \left( \frac{n\pi}{L} \right) x \right) \right) dx.$$

Selanjutnya, aplikasi pada kasus molekul gas yang terikat menghasilkan dua solusi  $\varphi_n(x)$  yaitu :

❖ Solusi  $\varphi_n(x) \equiv \varphi_{2n}(x)$  periode ganjil

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\ell}} \left( \cos \left( \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \right) + \sin \left( \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \right) \right),$$

❖ Solusi  $\varphi_n(x) \equiv \varphi_{2n-1}(x)$  periode genap

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\ell}} \left( \cos \left( \frac{(2n)\pi}{2\ell} x \right) + \sin \left( \frac{(2n)\pi}{2\ell} x \right) \right),$$

dengan masing-masing solusi  $\varphi_n(x)$  menghasilkan energi total yang sama yaitu :

$$E_n = E_{(2n-1)} = E_{(2n)} = E_k$$

## 2.2. Saran

Berdasarkan proses penelitian dan studi literatur yang dilakukan penulis, maka saran-saran yang ingin disampaikan adalah :

1. Skripsi ini hanya membahas mengenai eksistensi solusi masalah syarat awal dan batas Schrodinger potensial sumur satu dimensi dan aplikasi potensial sumur pada kasus molekul gas yang terikat.
2. Mengenai persamaan Schrodinger, bisa diteliti lebih lanjut untuk kasus persamaan Schrodinger tiga dimensi dan membahas aplikasi dari potensial undak dan potensial tanggul.

## DAFTAR PUSTAKA

- Churchill, R.V., and Brown, J.W., 1978, *Fourier Series and Boundary Value Problems*, 3<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill, Kogakusha, Japan.
- Darmawijaya, S., 2006, *Pengantar Analisis Real*, Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- Darmawijaya, S., 2007, *Pengantar Analisis Abstrak*, Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- Gordon, R.A., 1994, *The Integral of Lebesgue, Denjoy, Peron, and Henstock*, American Mathematical Society, United States of America.
- Hanna, J.R., 1982, *Fourier Series and Integrals of Boundary Value Problems*, John Wiley & Sons, Inc., United States of America.
- Humi, M., and Miller, W.B., 1992, *Boundary Value Problems and Partial Differential Equations*, PWS KENT Publishing Company, United States of America.
- Kreyszig Erwin., 2011, *Advanced Engineering Mathematicschaum*, John Wiley & Sons, Inc, New York.
- Nazir, M., 1988, *Metode Penelitian*, Ghalia Indonesia, Jakarta.
- Nugroho, D.B., 2009, *Persamaan Diferensial Biasa*, Universitas Kristen Satya Wacana.
- Parzynski, W.R., and Zipse, P.W., 1982, *Introduction to Mathematical Analysis*, McGraw-Hill, United States of America.
- Sudirham, S., dan S, Ning. Utari., 2012, *Mengenal Sifat Material*, Bandung.
- Sutopo, 2005, *Pengantar Fisika Kuantum*, Universitas Negeri Malang.
- Spiegel, M.R., 1986, *Schaum Kalkulus Lanjutan (Versi SI/Metrik)*, (Diterjemahkan oleh : Pantur Silaban Ph.D), Penerbit Erlangga, Jakarta.