

**PERAN TEOREMA COHEN DALAM TEOREMA BASIS HILBERT  
PADA RING DERET PANGKAT**

**SKRIPSI**

Untuk memenuhi sebagai persyaratan

Mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



Diajukan Oleh :

Moch. Widiono

09610030

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UIN SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

**2015**



## **SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas Akhir  
Lamp : 3 Eksemplar Skripsi

Kepada  
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta  
di Yogyakarta

*Assalamu 'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Moch. Widiono  
NIM : 09610030  
Judul Skripsi : Peran Teorema Cohen's dalam Teorema Basis Hilbert pada Ring Powerseries

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu 'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, 19 Januari 2015

Pembimbing

**Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.**

NIP. 19660731 200003 2 001



**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/662/2015

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Peran Teorema Cohen dalam Teorema Basis Hilbert pada Ring Deret Pangkat

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :

Nama : Moch Widiono

NIM : 09610030

Telah dimunaqasyahkan pada : 6 Februari 2015

Nilai Munaqasyah : A -

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang

Dra. Khurul Wardati, M.Si  
NIP. 19660731 200003 2 001

Penguji I

Zaki Riyanto, M.Sc

Penguji II

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si  
NIP.19800402 200501 1 003

Yogyakarta, 6 Maret 2015

UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Sains dan Teknologi

Dekan



Dr. Maizer Said Nahdi, M.Si

NIP. 19550427 198403 2 001

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertandatangan di bawah ini :

Nama : Moch. Widiono  
NIM : 09610030  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri dan sepanjang pengetahuan penulis tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis orang lain, dan atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian Tugas Akhir di Perguruan Tinggi lain, kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 19 Januari 2015



Yang menyatakan

**Moch. Widiono**

NIM: 09610030

## KATA PENGANTAR

Segala puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT Tuhan semesta alam atas limpahan rahmat serta hidayah-Nya. Atas ridho-Nya sehingga tulisan ini dapat terselesaikan. Sholawat serta salam tak lupa tucurahkan kepada nabi akhir zaman, Nabi Muhammad SAW, yang telah menuntun umatnya menuju jalan yang terang.

Skripsi ini disusun guna memperoleh gelar sarjana sains (matematika). Isi dari skripsi ini membahas tentang peran teorema Cohen's pada pembuktian teorema Basis Hilbert pada ring powerseries.

Atas terselesaikannya skripsi ini penulis tidak bisa terlepas dari bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, maka pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih setinggi-tingginya kepada:

1. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ibu Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si selaku pembimbing, atas bimbingan, arahan, motivasi dan ilmu yang diberikan kepada penulis.
3. Bapak/Ibu Dosen dan seluruh Staf karyawan Fakultas Sains dan Teknologi, khususnya Bapak M. Farhan Qudratullah, M. Si. selaku PA penulis, atas ilmu yang telah diberikan serta bantuan selama perkuliahan.
4. Ibu, Bapak, dan kedua kakakku yang penulis sayangi atas motivasi, bantuan baik yang material maupun non material sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Segala apa yang telah kalian curahkan untuk



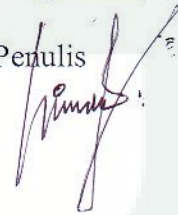
penulis, tiadalah cukup dan mampu penulis gambarkan itu semua dengan kata-kata.

5. Teman-teman di prodi matematika angkatan 2009 yang selalu membuat penulis merasa bersyukur dapat bertemu kalian.
6. Teman-teman di kost Wisma Darussalam.

Semoga segala bantuan dan motivasi yang penulis terima dapat bermanfaat untuk melanjutkan ke jenjang selanjutnya. Semoga budi baik dari semua pihak yang telah diberikan kepada penulis mendapatkan balasan yang setimpal dari Allah SWT. Amin. Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih jauh dari sempurna, untuk itu penulis sangat mengharapkan kritik serta saran dari para pembaca demi sempurnanya skripsi ini. Walaupun masih banyaknya kekurangan yang ada, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca terutama teman-teman di bidang matematika.

Yogyakarta, 19 Januari 2015

Penulis



Moch. Widiono

# HALAMAN PERSEMBAHAN

*Skripsi ini khusus Widi persembahkan  
pada*

*Almamater penulis  
(UIN Sunan Kalijaga)*

*Sepasang tubuh tak kenal renta  
di penghujung jalan*

*(Ibu & Bapak)*

# MOTO

*“Sinar matahari tidak akan mampu  
membakar jika tidak difokuskan”*

*(Moch. Widiono)*



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI.....</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>SURAT PERNYATAAN KEASLIAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN .....</b>	<b>vii</b>
<b>HALAMAN MOTTO .....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>ix</b>
<b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN .....</b>	<b>xi</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>xii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Batasan Masalah.....	4
1.3 Rumusan Masalah.....	4
1.4 Tujuan Penelitian.....	5
1.5 Manfaat Penelitian .....	5
1.6 Tinjauan Pustaka .....	6
<b>BAB II LANDASAN TEORI.....</b>	<b>8</b>
2.1 Ring .....	8
2.2 Ring Polinomial.....	17
2.3 Ideal .....	28
2.4 Ring Faktor.....	39
2.5 Homomorfisma Ring .....	41
2.6 Lemma Zorn.....	49

<b>BAB III METODE PENELITIAN .....</b>	<b>54</b>
<b>BAB IV PEMBAHASAN.....</b>	<b>57</b>
4.1 Kondisi Rantai Naik .....	57
4.2 Ring Noether .....	63
4.3 Ring Deret Pangkat.....	69
4.4 Teorema Cohen .....	77
4.5 Teorema Basis Hilbert .....	82
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>89</b>
5.1 Kesimpulan .....	89
5.2 Saran-saran.....	90
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>91</b>



## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$\mathbb{Z}$	: himpunan bilangan bulat
$\mathbb{Q}$	: himpunan bilangan rasional
$\mathbb{R}$	: himpunan bilangan real
$\mathbb{N}$	: himpunan bilangan asli
$x \in A$	: $x$ elemen himpunan $A$
$y \notin B$	: $y$ bukan elemen himpunan $B$
$A \subset B$	: $A$ subset sejati dari $B$
$A \subseteq B$	: $A$ subset dari $B$
$\emptyset$	: himpunan kosong
$\cap$	: irisan himpunan
$\cup$	: gabungan himpunan
$\Leftrightarrow$	: biimplikasi
$(\Rightarrow)$	: pembuktian syarat perlu
$(\Leftarrow)$	: pembuktian syarat cukup
$\cong$	: isomorfis
$a b$	: $a$ membagi habis $b$
$\forall$	: kuantor universal
$\exists$	: kuantor eksistensial
$-a$	: invers terhadap penjumlahan

- $a^{-1}$  : invers terhadap perkalian
- $\ker(f)$  : kernel homomorfisma  $f$
- $\text{im}(f)$  : bayangan dari homomorfisma  $f$
- $R[x]$  : ring polinomial dengan indeterminate  $x$
- $R[[x]]$  : ring deret pangkat dengan indeterminate  $x$
- $\bigcup_{n \geq 1} I_n$  : gabungan ideal-ideal rantai naik
- $\langle P: a \rangle$  : ideal utama yang dibangun oleh  $a$  dalam  $P$

## ABSTRAK

Ring komutatif  $R$  dengan elemen satuan dikatakan ring Noether jika setiap ideal dalam  $R$  dibangun secara berhingga. Definisi ring Noether ekuivalen dengan ring  $R$  memenuhi kondisi rantai naik, juga ekuivalen dengan ring  $R$  memenuhi kondisi maksimal. Ring  $R$  dikatakan memenuhi kondisi rantai naik jika setiap rantai naik ideal-idealnya adalah stasioner. Ring  $R$  dikatakan memenuhi kondisi maksimal jika setiap keluarga ideal  $\mathcal{F}$  dalam  $R$  mempunyai elemen maksimal misal  $M \in \mathcal{F}$ , yaitu untuk setiap  $I \in \mathcal{F}$  maka  $I \subseteq M$ . Sifat ring Noether antara lain setiap bayangan homomorfisma dari ring Noether merupakan ring Noether. Selain itu, ring faktor dari ring Noether merupakan ring Noether.

Misalkan  $\mathcal{M}$  adalah himpunan keluarga ideal dari  $R$  yang tidak dibangun secara berhingga. Teorema Cohen dalam ring komutatif  $R$  dengan elemen satuan terdiri dari dua pernyataan. Pertama, jika  $\mathcal{M}$  tidak kosong sedemikian sehingga  $R$  bukan ring Noether maka  $\mathcal{M}$  memiliki elemen maksimal dan setiap elemen maksimal tersebut adalah ideal prima dari  $R$ . Kedua, ring  $R$  adalah ring Noether jika dan hanya jika setiap ideal prima dari  $R$  dibangun secara berhingga.

Ring deret pangkat  $R[[x]]$  atas  $R$  adalah perluasan ring polinomial  $R[x]$  atas  $R$ . Ring deret pangkat  $R[[x]]$  adalah ring Noether jika  $R$  adalah ring Noether. Pernyataan tersebut dikenal sebagai teorema Basis Hilbert. Bukti Teorema Basis Hilbert ini memanfaatkan peran Teorema Cohen yang kedua. Misalkan  $P$  ideal prima di  $R[[x]]$  dan diberikan  $P_0$  adalah ideal di ring  $R$ . Jika  $P_0$  ideal yang dibangun secara berhingga maka  $P$  juga dibangun secara berhingga. Ideal prima dari  $R[[x]]$  yang dibangun secara berhingga mengakibatkan  $R[[x]]$  Noether.

**Kata kunci** : ring Noether, ring deret pangkat, Teorema Cohen, Teorema Basis Hilbert.

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Sebagian orang pada umumnya berasumsi bahwa matematika hanya berhubungan dengan perhitungan-perhitungan yang berputar pada bilangan yang dilakukan berdasarkan rumus atau aturan-aturan tertentu. Asumsi tersebut tidak sepenuhnya benar. Salah satu cabang matematika yang pembahasannya tidak berfokus pada perhitungan adalah aljabar. Pembahasan pada aljabar lebih berfokus pada pengembangan konsep dengan menggunakan penalaran deduktif. Penalaran deduktif adalah pengembangan konsep dasar untuk memperoleh prinsip-prinsip yang berupa teorema<sup>1</sup>.

Aljabar dapat dipilah menjadi beberapa kategori seperti berikut ini: aljabar dasar, aljabar linear, aljabar abstrak, aljabar universal, dan aljabar komputer. Salah satu yang telah dipelajari oleh penulis dalam perkuliahan adalah aljabar abstrak. Bidang subjek yang dipelajari dalam aljabar abstrak adalah struktur aljabar, seperti grup, ring, lapangan, modul, ruang vektor, dan aljabar lapangan.

Salah satu yang dipelajari dalam aljabar abstrak adalah teori ring. Ring merupakan suatu himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan dua operasi biner yakni penjumlahan dan perkalian dan memenuhi aksioma-aksioma ring. Ring yang memenuhi sifat komutatif terhadap perkalian dinamakan ring komutatif. Selain itu, materi teori ring yang telah didapatkan penulis selama menempuh

---

<sup>1</sup> Sukirman, *Pengantar Aljabar Abstrak*, (Malang : penerbit Universitas Negeri Malang, 2005, Edisi I) hal ii



perkuliahan adalah mengenai konsep ring, tipe ring dan karakteristik ring, elemen pembagi nol, daerah integral, subring, ideal, ring faktor dan homomorfisma, serta teorema fundamental homomorfisma ring.

Konsep ring dan ideal adalah teori yang sangat penting dalam penulisan ini. Sebagaimana yang telah dipelajari penulis, sebarang ring setidaknya mempunyai dua ideal yaitu ideal  $\{0\}$  dan  $R$ . Ideal  $\{0\}$  dinamakan ideal trivial dan ideal  $R$  dinamakan ideal tak sejati. Selain ideal  $\{0\}$  dan  $R$  dinamakan ideal sejati. Oleh karena itu, sebarang ring dapat dibentuk rantai dari ideal-idealnya.

Lebih lanjut, rantai ideal yang terbentuk dari ring akan berkaitan dengan kondisi rantai idealnya. Kondisi rantai ideal ada dua yaitu kondisi rantai naik dan kondisi rantai turun. Kondisi rantai naik sangat penting dalam teori ideal, yaitu suatu ring memenuhi kondisi rantai naik jika rantai idealnya berhingga.

Ring himpunan bilangan bulat  $\mathbb{Z}$  adalah contoh ring yang sangat menarik. Ring  $\mathbb{Z}$  adalah ring komutatif yang idealnya pasti ideal utama, yaitu dibangun oleh satu elemen. Dengan kata lain, ideal dari  $\mathbb{Z}$  dapat dibangun secara berhingga.

Lebih lanjut, dari contoh ring  $\mathbb{Z}$  kemudian dibentuk ring dengan struktur baru (ring polinomial) atas himpunan bilangan bulat. Ring ini dinotasikan dengan  $\mathbb{Z}[x]$ . Meskipun dibentuk dari ring  $\mathbb{Z}$  yang setiap idealnya pasti ideal utama, ideal dari ring  $\mathbb{Z}[x]$  memungkinkan tidak berupa ideal utama.

Jika diberikan contoh, misalkan diambil suatu ideal dalam  $\mathbb{Z}[x]$  yaitu ideal  $J = \langle 1, x^2 \rangle = \{1a + bx^2 \mid a, b \in \mathbb{Z}[x]\}$ . Berdasarkan contoh dapat dilihat bahwa  $J$  adalah ideal yang dibangun oleh elemen 1 dan  $x^2$ . Ideal  $J$  bukan ideal utama karena mempunyai dua elemen pembangun. Namun, ring  $\mathbb{Z}[x]$  sangat menarik

karena idealnya dapat dibangun secara berhingga. Jadi terdapat sifat dari  $\mathbb{Z}$  yang tetap dibawa dalam  $\mathbb{Z}[x]$ , yaitu idealnya dibangun secara berhingga.

Berdasarkan dua hal tersebut, penulis tertarik mempelajari struktur ring yang rantai idealnya memenuhi kondisi rantai urutan naik juga ring yang setiap idealnya dibangun secara hingga yang selanjutnya dinamakan ring Noether.

Ideal dalam ring dapat berupa ideal maksimal maupun ideal prima. Jika ideal maksimal maka ideal prima. Oleh karena setiap ideal dalam ring dibangun secara berhingga, memungkinkan ideal dalam ring berupa ideal prima yang dibangun secara berhingga.

Ring polinomial atas  $R$  dinotasikan dengan  $R[x]$  adalah himpunan yang anggotanya jumlahan berhingga  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  dengan  $a_i$  dalam ring  $R$  dan  $x$  sebagai *indeterminate*. Sedangkan ring deret pangkat atas  $R$  dinotasikan  $R[[x]]$  merupakan himpunan semua jumlahan tak berhingga  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$  dengan  $a_i$  dalam ring  $R$  dan  $x$  sebagai *indeterminate*. Dengan kata lain ring deret pangkat adalah ring polinomial yang meluas jumlahan anggotanya

Berdasarkan contoh  $J = \langle 1, x^2 \rangle = \{1a + bx^2 \mid a, b \in \mathbb{Z}[x]\}$ , suatu ring  $R$  yang dibentuk struktur baru (ring polinomial) atas ring tersebut maka ada sifat-sifat dari ring  $R$  yang dibawa ke struktur yang baru. Oleh karena ring deret pangkat adalah ring polinomial yang meluas jumlahan anggotanya, muncul pertanyaan apakah suatu ring  $R$  yang dibentuk struktur baru (ring deret pangkat) atas ring tersebut maka ada sifat-sifat dari ring  $R$  yang dibawa ke struktur yang baru? Dan pertanyaan apakah sifat ideal prima dalam ring Noether dapat dibawa

ke ring deret pangkatnya. Karenanya penulisan ini akan membahas lebih dalam tentang teorema yang menyatakan hubungan antara ring Noether dengan ring deret pangkatnya. Teorema tersebut dinyatakan dalam teorema Basis Hilbert. Pembuktian teorema Basis Hilbert akan banyak memanfaatkan peran ideal prima yang dibangun secara berhingga pada ring deret pangkatnya (Teorema Cohen).

## 1.2 Batasan Masalah

Pembatasan masalah sangatlah penting untuk membantu penulis lebih fokus dan terarah sesuai dengan tema penulisan. Berdasarkan latar belakang maka penulisan ini difokuskan pada pembuktian teorema yang berkaitan dengan hubungan ring Noether dengan ring deret pangkatnya yang dinyatakan dalam teorema Basis Hilbert pada ring deret pangkat dengan memanfaatkan ideal prima yang dibangun secara berhingga pada ring deret pangkatnya (Teorema Cohen).

## 1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan di atas, maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana bayangan homomorfisma ring Noether?
2. Bagaimana ring Noether terhadap ring faktornya?
3. Bagaimana konsep tentang ring deret pangkat?
4. Bagaimana peran Teorema Cohen dalam Teorema Basis Hilbert pada ring deret pangkat?

#### 1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan ini adalah:

1. Mengkaji tentang bayangan homomorfisma ring Noether.
2. Mengkaji hubungan ring Noether dengan ring faktornya.
3. Mengkaji tentang konsep ring deret pangkat.
4. Mengkaji peran Teorema Cohen dalam teorema Basis Hilbert pada deret pangkat.

#### 1.5 Manfaat Penulisan

Hasil penulisan ini diharapkan dapat memberikan manfaat, antara lain sebagai berikut:

1. Mengetahui konsep ring Noether terutama pada sifat bayangan homomorfisma dan juga hubungan ring Noether dengan ring faktornya.
2. Mengetahui konsep ring deret pangkat.
3. Mengetahui Teorema Cohen dan perannya terhadap teorema Basis Hilbert.
4. Mengetahui konsep teorema Basis Hilbert pada ring deret pangkat.

#### 1.6 Tinjauan Pustaka

Konsep ring Noether telah dikaji secara mendalam oleh Joseph J. Rotman (2002). Pertama, Rotman (2002) menjelaskan tentang konsep ring  $R$  dan kemudian muncul konsep ring  $R$  adalah ring komutatif dengan elemen satuan. Selanjutnya Rotman (2002) menjelaskan tentang kondisi rantai naik dari idealnya dan kemudian muncul definisi ring Noether. Rotman (2002) di dalam bukunya

mendefinisikan ring Noether adalah ring yang setiap idealnya dibangun secara berhingga. Selain itu, Rotman (2002) juga mendefinisikan tentang ring  $R$  yang memenuhi kondisi maksimal yaitu apabila setiap keluarga ideal ring  $R$  mempunyai elemen maksimal.

Pada tahun 1994 Kartheinz Spindler menjelaskan tentang kriteria ekuivalensi suatu ring Noether. Selanjutnya, Spindler (1994) juga menjelaskan tentang adanya suatu ideal di  $R$  yang dibangun secara berhingga yang kemudian mengakibatkan ideal prima dalam ring deret pangkatnya juga dibangun secara berhingga.

Spindler (1994) juga menjelaskan satu teorema penting yaitu Teorema Cohen. Selain itu, Spindler (1994) juga secara mendalam mengkaji hubungan ring Noether dengan ring deret pangkatnya yang selanjutnya dinamakan teorema Basis Hilbert. Spindler (1994) memberikan dua metode pembuktian untuk teorema Basis Hilbert. Pertama, dengan mengasumsikan deret pangkatnya bukan ring Noether. Kedua, dengan memanfaatkan peran Teorema Cohen.

Estri Yunita Sari (2013), pada skripsinya membahas hubungan ring Noether dengan ring polinomialnya, yang selanjutnya dinamakan teorema Basis Hilbert. Skripsi tersebut memberikan inspirasi pada penulis bahwa sifat ring Noether juga masih tetap dibawa atau diawetkan dalam ring deret pangkatnya. Perbedaan antara skripsi tersebut dengan penulisan ini adalah penulisan ini menspesialisasikan pada teorema Basis Hilbert pada ring deret pangkat dengan memanfaatkan peran Teorema Cohen. Selain itu, sifat ring Noether dengan ring

faktor yang dalam penulisan ini dibuktikan dengan memanfaatkan sifat bayangan dan invers bayangan (prapeta) ring homomorfisma.

Selain itu, Dominicus Ponco Wibowo (2001), pada skripsinya turut andil memberikan inspirasi yang didapat penulis. Skripsi tersebut membahas sifat-sifat ring Noether dan ring Artin. Wibowo dalam skripsinya juga membahas hubungan ring polinomial dengan ring Noethernya, namun ring Noether yang dibahas belum tentu komutatif.





## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil studi literatur yang telah penulis lakukan mengenai ring Noether, ring deret pangkat, Teorema Cohen dan Teorema Basis Hilbert pada ring deret pangkat, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Ring Noether adalah ring yang setiap idealnya dibangun secara berhingga.
2. Kriteria ekuivalen ring Noether:
  - $R$  memenuhi kondisi rantai naik
  - Setiap ideal di  $R$  dibangun secara hingga
  - $R$  memenuhi kondisi maksimal
3. Setiap bayangan homomorfisma ring Noether adalah ring Noether.
4. Misalkan  $R$  Noether. Jika  $I$  ideal ring Noether maka ring faktor  $R/I$  adalah ring Noether.
5. Ring deret pangkat adalah suatu himpunan yang anggotanya jumlahan tak berhingga  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$  dengan  $a_i$  dalam ring  $R$ ,  $x$  sebagai *inderterminate*.
6. Teorema Cohen:  
  
Misalkan  $R$  ring komutatif dengan elemen satuan dan misalkan  $\mathcal{M}$  adalah himpunan keluarga ideal  $R$  yang tidak dibangun secara hingga.

- Misalkan  $\mathcal{M}$  tidak kosong sedemikian sehingga  $R$  bukan ring Noether. Maka  $\mathcal{M}$  memiliki elemen maksimal, dan setiap elemen maksimal tersebut adalah ideal prima dari  $R$ .
  - $R$  adalah ring Noether jika dan hanya jika setiap ideal prima dari  $R$  dibangun secara hingga.
7. Teorema Basis Hilbert pada ring deret pangkat menyatakan bahwa sifat ring Noether  $R$  tetap dibawa pada ring deret pangkat  $R[[x]]$ .

## 5.2. Saran-saran

Berdasarkan pada proses penulisan, dapat disampaikan beberapa saran berikut:

1. Penulisan ini hanya dibatasi pada pembahasan mengenai sifat-sifat ring Noether, ring deret pangkat, Teorema Cohen dan Teorema Basis Hilbert pada ring deret pangkat, diharapkan ada penulisan lebih lanjut untuk mengaplikasikan sifat-sifat ring Noether, ring deret pangkat, Teorema Cohen dan Teorema Basis Hilbert yang telah ada.
2. Penulisan ini difokuskan terhadap peranan Teorema Cohen dalam Teorema Basis Hilbert pada ring deret pangkat, sehingga dimungkinkan dilakukan kajian lebih mendalam peran-peran Teorema Cohen lainnya.

Demikian saran-saran yang dapat disampaikan penulis. Semoga penulisan ini dapat menjadi inspirasi bagi pembaca.

## DAFTAR PUSTAKA

- Adkins, William dan Weintrub, Steven H. 1992. *Algebra : An Approach Via Module Theory*. New York : Springer.
- Bhattacharya, P. B., S. K. Jain, dan S. R. Nagpaul. 1994. *Basic Abstract Algebra*. Second Edition. Cambridge : Cambridge University Press.
- Dummit, David S. dan Foote, Richard M. 2004. *Abstract Algebra*. Third Edition. USA : John Wiley & Sons, Inc.
- Gallian, Joseph A. 1990. *Contemporary Abstract Algebra*. Second Edition. Toronto : D. C. Heath Company.
- Gilbert, Jimmie dan Linda Gilbert. 2000. *Elements of Modern Algebra*. Fifth Edition. USA : Brook/Cole.
- Grillet, Antoine P. 2000. *Abstract Algebra*. Second Edition. New Orleans: Springer Science + Business Media, LLC
- Herstein, I.N. 1996. *Abstract Algebra*. Third Edition. USA : Prentice – Hall, Inc.
- Hungerford, Thomas W. 1974. *Algebra*. USA : Springer Science + Business Media, LLC.
- Hungerford, Thomas W. 1990. *Abstract Algebra An Introduction*. USA : Springer Science + Business Media, LLC.
- Musili, C. 1994. *Introduction to Rings and Modules*. Second Revised Edition. India : Narosa Publishing House.
- Rotman, Joseph J. 2002. *Advanced Modern Algebra. First Edition*. USA : Prentice Hall.
- Spindler, Karlheinz. 1994. *Abstract Algebra with Applications*. USA : Marcel Dekker, inc.
- Sukirman. 2005. *Pengantar Aljabar Abstrak*. Cetakan Pertama. Malang : Universitas Negeri Malang.