

**PEMODELAN MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT  
LEPTOSPIROSIS ANTARA VEKTOR PENYEBAR DENGAN POPULASI  
MANUSIA**

**SKRIPSI**

Untuk memenuhi sebagian persyaratan guna

Memenuhi derajat Sarjana-S1

**Program Studi Matematika**



**Diajukan oleh:**

**FUJI LESTARI**

**11610030**

**Kepada**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

**2015**



**SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Hal : Persetujuan Skripsi

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Fuji Lestari

NIM : 11610030

Judul Skripsi : Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis  
antara Vektor Penyebar dengan Populasi Manusia

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang Matematika

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 20 Agustus 2015  
Pembimbing I

Sugiyanto., M. Si.  
NIP. 19800505 200801 1 028



**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/3114/2015

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis  
Antara Vektor Penyebar dengan Populasi Manusia

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :  
Nama : Fuji Lestari  
NIM : 11610030  
Telah dimunaqasyahkan pada : 9 September 2015  
Nilai Munaqasyah : A / B

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang

Sugiyanto, M.Si  
NIP. 19800505 200801 1 028

Penguji I

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si  
NIP.19800402 200501 1 003

Penguji II

Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc  
NIP.19861208 201503 2 006

Yogyakarta, 5 Oktober 2015  
UIN Sunan Kalijaga  
Fakultas Sains dan Teknologi



Dr. Maizer Said Nahdi, M.Si  
NIP. 19550427 198403 2 001

**SURAT PERNYATAAN KEASLIAN**

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Fuji Lestari  
NIM : 11610030  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri dan sepanjang pengetahuan penulis tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis orang lain, dan atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian Tugas Akhir di Perguruan Tinggi lain, kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 24 Agustus 2015

Yang menyatakan



Fuji Lestari

NIM. 11610030

## HALAMAN PERSEMBAHAN



*Karya sederhana ini penulis persembahkan  
Teruntuk Bapak dan Umi Tercinta.  
Mbah Putri, Mbak Awid  
dan Hikmah ponakan tersayang*

## HALAMAN MOTTO

Always believe to Allah and our Self

(Fuji)

Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya . . .

(Al-Baqoroh ayat 286)

Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan

(Ash-sharh ayat 5)



## KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

*Allhamdulillahirabbil'alamin*, segala puji bagi Allah SWT atas nikmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "***Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis antara Vektor Penyebar dengan Populasi Manusia***" tanpa halangan yang berarti.

Sholawat serta salam semoga tetap tercurah kehadiran nabi akhir zaman, Rasulullah Muhammad SAW, yang selalu menjadi suri tauladan yang mulia bagi semua umatnya, dan pembawa ajaran kepada kebenaran yang hakiki. Semoga kita kita termasuk umat yang mendapatkan syafaat beliau di akhir zaman kelak. Amin ya rabal'alamin.

Penelitian ini membahas tentang penyebaran penyakit leptospirosis yang dimodelkan dalam persamaan matematika sehingga diperoleh titik ekuilibrium dimana penyebaran penyakit stabil dengan menggunakan persamaan differensial. Selanjutnya dilakukan simulasi numerik untuk mengetahui gambaran dari model matematika penyebaran penyakit Leptospirosis tersebut. Harapan penulis semoga penelitian ini dapat menambah wawasan dan pengetahuan bagi pembaca pada umumnya dan bagi peneliti khususnya.

Suatu keberhasilan bagi penulis dengan menyelesaikan skripsi ini. Penulis mengucapkan banyak terimakasih kepada pihak-pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungan baik moral dan matriel dalam penyelesaian skripsi ini. Oleh karena itu penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Surasa dan Ibu Musiyem karena beliaulah ananda mampu melakukan segalanya, terimakasih atas cinta yang selalu dicurahkan kepada ananda.
2. Bpk. Prof. Dr. H. Akhmad Minhaji, M.A. Ph. D selaku Rektor UIN Sunan

Kalijaga Yogyakarta.

3. Ibu Dr. Hj. Maizer Said Nahdi M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
4. Dr. M. Wakhid Mustofa, M. Si selaku Ketua Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
5. Noor Saif Muhammadiyah Mussafi, M. Sc., selaku dosen pembimbing akademik mahasiswa program studi matematika angkatan 2011.
6. Sugiyanto, ST., M. Si., selaku pembimbing I yang telah memberikan arahan, saran, serta solusi penyelesaian kepada penulis sehingga penulisan skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
7. Bapak ibu Dosen yang dengan ikhlas telah memberikan ilmu pengetahuan dan pengalaman kepada penulis, sehingga ilmu yang telah didapat memudahkan dalam penyusunan skripsi ini.
8. Kakak, keponakan dan semua saudara yang memberikan dukungan dan arahnya
9. Sahabat-sahabatku tersayang Titin, Uthe, Teteh, anak-anak PAL Sulis, Fuad, Aldi, Sauqy, Wakhid. Partnerku Endah dan Nining yang setiap saat mau berbagi ilmunya dalam menyelesaikan skripsi ini.
10. Mas Ainul Fuad yang tak pernah henti memberikan dukungan, semangat dan waktunya dalam membantu penulis.
11. Teman-teman matematika 2011 yang selalu menemani dan memberikan semangat kepadaku hingga terselesaikan penulisan ini.

12. Semua pihak yang memberikan dukungan dan do'a kepada penulis, serta pihak yang membantu penulis menyelesaikan skripsi ini yang tidak bisa penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah SWT menerima amal kebaikan beliau sekalian dan memberikan balasan dan pahala yang berlipat-lipat atas kebaikan serta segala yang telah beliau semua berikan kepada penulis dan semoga bermanfaat. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masihlah jauh untuk dikatakan sempurna. Penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun supaya penulis dapat membuat karya dengan lebih baik. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat yang besar.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta, 5 Agustus 2015

**Penulis**

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN SKRIPSI</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	<b>iv</b>
<b>SURAT PERNYATAAN KEASLIAN</b>	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN MOTTO</b>	<b>vi</b>
<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR SIMBOL</b>	<b>xv</b>
<b>Intisari</b>	<b>xvi</b>
<b><i>Abstract</i></b>	<b>xvii</b>
<b>I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Batasan Masalah . . . . .	3
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	3

1.5	Manfaat Penelitian . . . . .	4
1.6	Tinjauan Pustaka . . . . .	4
1.7	Sistematika Penulisan . . . . .	5
<b>II METODE PENELITIAN</b>		<b>7</b>
<b>III LANDASAN TEORI</b>		<b>9</b>
3.1	Ruang Vektor . . . . .	9
3.2	Sistem Dinamik . . . . .	10
3.3	Titik Ekuilibrium . . . . .	14
3.4	Kestabilan Titik Ekuilibrium . . . . .	15
3.4.1	Nilai Eigen dan Vektor Eigen . . . . .	15
3.4.2	Persamaan Kuadrat . . . . .	16
3.4.3	Kestabilan Titik Ekuilibrium Sistem Persamaan Differensial Linear . . . . .	19
3.5	Matrik Jacobian . . . . .	19
3.6	Linearisasi . . . . .	20
3.7	Himpunan Invariant dan Fungsi Lyapunov . . . . .	21
<b>IV LEPTOSPIROSIS</b>		<b>26</b>
4.1	Definisi . . . . .	26
4.2	Sejarah Leptospirosis . . . . .	27
4.3	Etiologi . . . . .	28
4.4	Epidiomologi . . . . .	29
4.5	Tanda dan Gejala . . . . .	31
4.6	Teknik Diagnosis . . . . .	33
4.7	Pengendalian . . . . .	33
<b>V PEMBAHASAN</b>		<b>36</b>

5.1	Formulasi Model . . . . .	36
5.2	Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit . . . . .	49
5.3	Titik Ekuilibrium Endemik . . . . .	57
5.4	Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik . . . . .	58
5.5	Analisis Kestabilan Global . . . . .	61
<b>VI STUDI KASUS DAN SIMULASI</b>		<b>65</b>
<b>VII PENUTUP</b>		<b>70</b>
7.1	Kesimpulan . . . . .	70
7.2	Saran . . . . .	71
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>		<b>73</b>
<b>A M-FILE SOFTWARE MATLAB VERSI 6.1.0.450</b>		<b>75</b>
1.1	M-file Penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia . . .	75
1.2	M-file Penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi vektor penyebar	76

## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Gambaran Klinis Leptospirosis . . . . .	32
Tabel 4.2	Pengobatan dan kemoprofilaksis leptospirosis . . . . .	35
Tabel 6.1	Nilai Parameter . . . . .	65



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Diagram Alur Metode Penelitian . . . . .	8
Gambar 4.1	Bakteri Leptospirosis . . . . .	28
Gambar 4.2	Siklus penyebaran penyakit leptospirosis . . . . .	30
Gambar 5.1	Populasi individu yang rentan $S_h$ . . . . .	39
Gambar 5.2	Populasi Individu yang terinfeksi $I_h$ . . . . .	39
Gambar 5.3	Populasi Individu yang terinfeksi $R_h$ . . . . .	40
Gambar 5.4	Populasi vektor penyebar yang rentan $S_v$ . . . . .	41
Gambar 5.5	Populasi vektor penyebar yang terinfeksi $I_v$ . . . . .	41
Gambar 5.6	Diagram transfer matematika penyakit leptospirosis . . . . .	42
Gambar 6.1	Grafik Populasi Manusia saat $t \leq 10$ . . . . .	66
Gambar 6.2	Grafik Populasi Manusia saat $t \leq 50$ . . . . .	67
Gambar 6.3	Grafik Populasi Vektor Penyebar saat $t \leq 10$ . . . . .	68
Gambar 6.4	Grafik Populasi Vektor Penyebar saat $t \leq 50$ . . . . .	68

## DAFTAR SIMBOL

- $b_1$  = Laju perekrutan manusia populasi manusi
- $\mu_h$  = Laju kematian alami pada populasi manusia
- $\beta_1$  = Laju penularan langsung antara manusia yang rentan dan terinfeksi
- $\beta_2$  = Laju penularan antara populasi manusia yang rentan dan vektor penyebar yang terinfeksi
- $\beta_3$  = Laju penularan antara populasi vektor penyebar yang rentan dengan populasi manusia yang terinfeksi
- $\delta_h$  = Laju kematian alami pada manusia karena penyakit
- $\delta_v$  = Laju kematian pada vektor penyebar karena penyakit
- $b_2$  = Laju kelahiran pada populasi vektor penyebar penyakit
- $\gamma_h$  = Laju penyembuhan pada populasi manusia yang terinfeksi
- $\gamma_v$  = Laju kematian alami pada populasi vektor penyebar penyakit
- $\alpha_h$  = Laju penyembuhan alami pada populasi manusia yang terinfeksi
- $\lambda_h$  = Laju penyembuhan pada manusia yang kemudian masuk ke rentan
- $\|\cdot\|$  = operator norm, misal  $V = (x_1, x_2) \in R^2$ , maka  $\|v\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$

## Intisari

# PEMODELAN MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT LEPTOSPIROSIS ANTARA VEKTOR PENYEBAR DENGAN POPULASI MANUSIA

Oleh

FUJI LESTARI

11610030

Leptospirosis adalah penyakit akibat bakteri *leptospira sp* yang dapat ditularkan dari hewan ke manusia atau sebaliknya (*zoonosis*). Gejala yang terlihat dari penderita biasanya muncul demam, sakit kuning, kulit mengalami pendarahan, menggigil, nyeri otot, sakit perut dan beberapa tanda lainnya. Ruang lingkup yang digunakan untuk memodelkan penyebaran ini dengan model persamaan differensial non-linear dari populasi vektor penyebar dan populasi manusia.

Pada pembahasan ini akan dijelaskan tentang model interaksi penyebaran dari populasi manusia dan populasi dari vektor penyebar penyakit yang diselesaikan dalam bentuk pemodelan matematika. Penelitian dilakukan dengan mengidentifikasi masalah, menyusun asumsi untuk menyederhanakan model, mendefinisikan parameter dan membuat diagram penyebaran.

Selanjutnya menentukan titik ekuilibrium, menganalisis kestabilan lokal dan kestabilan global menggunakan teori Lyapunov dimana  $V(x) \leq 0$  untuk setiap  $x \in E$  maka titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik lokal. Selanjutnya jika  $E_k$  merupakan  $E$ , titik ekuilibrium tersebut stabil asimtotik global. Langkah terakhir adalah melakukan simulasi numerik dari model hasil model penyebaran penyakit tersebut.

**Kata kunci :** Pemodelan Matematika, *leptospirosis*, Titik Ekuilibrium

*Abstract*

**MATHEMATIC MODELING SPREAD OF DESEASE LEPTOSPIROSIS  
BETWEN LEPTOSPIROSIS INFECTED VECTORS AND HUMAN  
POPULATION**

By

FUJI LESTARI

11610030

Leptospirosis is a disease caused by bacteria. This disease can be transmitted from animals to humans or from human to animal (zoonosis). Visible symptoms of patients usually appear fever, jaundice, skin bleeding, chills, muscle aches, abdominal pain and some other sign. The scope is used to model the spread of this with a model of non-linear differential equations of population vector for transmission and human populations.

In this discussion will explain the interaction model of the spread of human populations and the populations of the vector for transmission of the disease which was completed in the form of mathematical modeling. The study was conducted by identifying problems, develop assumptions to simplify the model, define parameters and create grafic.

Furthermore, determining the equilibrium point, analyze the stability of the local and global stability using Lyapunov theory which  $V(x) \leq 0$  for each  $x \in E$ , the disease-free equilibrium point asymptotically stable locally. Furthermore, if  $E_k$  is  $E$ , the point is asymptotically stable global ekuilibriun. Based on the results obtained last step perform numerical simulations.

**Key Word :** Mathematic Modeling, *leptospirosis*, equilibrium point.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Leptospirosis adalah penyakit infeksi yang dapat menyerang manusia dan hewan. Penyakit menular ini adalah penyakit hewan yang dapat menjangkiti manusia atau sebaliknya, biasanya disebut dengan penyakit zoonosis yang sering ditemukan di dunia. Penyakit leptospirosis ini disebabkan bakteri pathogen yang berbentuk spiral dari genus *Leptospira*, famili *leptospiraceae* dan ordo *spirochaetales*. Manusia dapat tertular penyakit leptospira melalui dua cara yakni secara langsung dengan vector penyebarannya, dan tidak langsung yang mana melalui genangan air, tanah atau tanaman yang telah terkontaminasi oleh air seni hewan yang menderita leptospirosis. Bakteri masuk ke dalam tubuh manusia melalui selaput lendir (mukosa) mata, hidung, kulit yang lecet atau makanan yang terkontaminasi oleh urine hewan yang terinfeksi leptospira. Masa inkubasi penyakit ini selama 4 - 19 hari. Penyakit ini dapat menyerang semua individu baik dari anak-anak hingga orang tua. Gejala-gejala yang ditimbulkan biasanya timbul dalam waktu 2-20 hari setelah terinfeksi bakteri. Biasanya penyakit dimulai secara tiba-tiba dengan adanya demam, sakit kepala, nyeri otot hebat dan menggigil. Namun kadang kala bisa berkembang menjadi penyakit yang mengancam jiwa, jika mulai menginfeksi organ tubuh semacam ginjal, hati, otak, paru-paru dan jantung. Bila infeksi bakteri leptospira telah parah maka penyakit ini dapat menyebabkan kematian.

Sementara itu seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan khususnya di bidang matematika turut memberikan peranan dalam menganalisis dan memodelkan suatu peristiwa atau permasalahan. Model matematika yang dihasilkan, baik dalam bentuk persamaan, pertidaksamaan, sistem persamaan atau lainnya terdiri atas

sekumpulan lambang yang disebut variabel atau besaran yang kemudian di dalamnya digunakan operasi matematika seperti tambah, kali, kurang, dan sebagainya. Dengan prinsip-prinsip matematika tersebut dapat dilihat apakah model yang dihasilkan telah sesuai dengan rumusan sebagaimana formulasi masalah nyata yang dihadapi.<sup>2</sup> Salah satunya adalah model matematika penyebaran penyakit Leptospirosis.

Model untuk menganalisis penyebaran penyakit diantaranya ada model epidemi SIR (*Susceptible – Infected – Recovered*), SEIR (*Susceptible – Exposed – Infected – Recovered*), SEIV (*Susceptible – Exposed – Infected – Vaccination*) dan lainnya.

Dalam karya tulis ini akan dibahas pemodelan matematika penyebaran penyakit leptospirosis dengan model SIR. Pada model ini dibagi menjadi lima kelompok yaitu individu yang rentan (sehat tetapi dapat terinfeksi) penyakit (*susceptible*), kelompok individu yang terinfeksi (*infectious*), kelompok individu yang mengalami penyembuhan (*recovered*), vector penyebar penyakit yang rentan (sehat tetapi dapat terinfeksi) penyakit (*susceptible*), dan vector penyebar penyakit yang terinfeksi (*infectious*). Langkah selanjutnya akan dicari titik ekuilibrium, dan menganalisis kestabilan global dengan menggunakan teori fungsi Lyapunov.

## 1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan beberapa masalah yang akan dibahas. Masalah-masalah tersebut berada dalam ruang lingkup perpindahan panas pada pipa. Secara terperinci masalah-masalah yang dimaksud mencakup hal-hal sebagai berikut:

1. Bagaimana membuat model matematika penyebaran penyakit Leptospirosis antara populasi individu dengan populasi vector penyebar penyakit?
2. Bagaimana cara menganalisis titik keseimbangan dan melakukan analisis kestabilan titik keseimbangan?

3. Bagaimana menginterpretasikan model dari simulasi model?

### **1.3 Batasan Masalah**

Pembahasan Pemodelan penyebaran penyakit leptospirosis antara vektor penyebar leptospirosis dengan populasi manusia. Penyebaran penyakit leptospirosis antara vektor penyebar leptospirosis dengan populasi manusia ini memiliki banyak variabel yang dapat mempengaruhinya, oleh karena itu agar pembahasan tidak melenceng dari perumusan masalah maka perlu diberikan pembatasan terhadap pembahasan yang akan diberikan, batasan yang diberikan dalam pembahasan ini adalah pada pendefinisian model SIR penyebaran penyakit Leptospirosis antara populasi individu dan populasi vector penyebar penyakit. Penentuan titik ekuilibrium bebas penyakit, titik ekuilibrium endemik, analisis kestabilan lokal, serta analisis kesatabilan global

1. Populasi manusia tertutup yang mana kelahiran sama dengan kematian.
2. Populasi pada vektor penyebar penyakit tidak mengalami penyembuhan.

### **1.4 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan masalah-masalah di atas maka cakupan tujuan penelitian ini secara rinci dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Membentuk model matematika penyebaran penyakit leptospirosis antara populasi individu dengan populasi vector penyebar penyakit.
2. Menentukan titik-titik ekuilibrium bebas penyakit, titik ekuilibrium endemik, melakukan analisis kestabilan lokal dan global.
3. Menginterpretasikan model dari simulasi model.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Mengacu pada tujuan penelitian di atas, maka manfaat penelitian meliputi hal-hal sebagai berikut:

1. Memberikan pengetahuan tentang model penyebaran penyakit leptospirosis, baik pada manusia maupun pada hewan penyebarannya dan keterkaitan antara keduanya,
2. Mengetahui kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik model matematika penyebaran penyakit leptosporosis antara vektor penyebar dengan populasi manusia
3. Mengetahui simulasi dari model matematika penyebaran penyakit leptosporosis antara vektor penyebar dengan populasi manusia

## 1.6 Tinjauan Pustaka

Penulisan tugas akhir ini mengacu pada literatur-literatur yang tersebut dalam daftar pustaka. Acuan penulisan tugas akhir ini digunakan beberapa sumber pustaka. Untuk beberapa pengertian dasar aljabar linear tentang nilai eigen, ruang vektor, dan transformasi linear mengacu pada Anton (2000). Beberapa pengertian dasar persamaan diferensial mengacu pada Ross (1984). Selanjutnya mengenai beberapa materi dasar teori sistem, yaitu mengenai sistem nonlinear, pengertian matriks Jacobian, titik ekuilibrium, dan linearisasi, serta teorema penting tentang 5 kestabilan sistem nonlinear mengacu pada Bender (1978), perko (1991), Olsder (1994), Murray (1993), dan sebagainya. Penulisan tugas akhir Pemodelan penyebaran penyakit Leptospirosis ini merujuk pada jurnal yang ditulis oleh Gul Zaman dkk ( Applied Mathematical Sciences, Vol. 6, 2012, no. 26, 1287 – 1302) “*Modeling Dynamical Interactions between Leptospirosis Infected Vector and Human Population*”. Pada jurnal tersebut

dijelaskan model penyebaran penyakit Leptospirosis antara populasi individu dengan populasi vector penyebar leptospirosis. Model yang dikembangkan pada jurnal tersebut adalah menambahkan asumsi dan parameter bahwa individu yang telah terinfeksi dapat mengalami penyembuhan secara alami dengan adanya imun pada tubuhnya.

## **1.7 Sistematika Penulisan**

### **BAB I : PENDAHULUAN**

Pada bab ini dijelaskan latar belakang, rumusan masalah, batasan, tujuan, manfaat, keaslian penelitian, dan sistematika penulisan.

### **BAB II : LANDASAN TEORI**

Pada bab ini dijelaskan teori-teori dan penelitian terdahulu yang digunakan sebagai acuan dan dasar dalam penelitian.

### **BAB III : METODE PENELITIAN**

Pada bab ini dijelaskan metode yang digunakan dalam penelitian meliputi langkah kerja, pertanyaan penelitian, serta tahapan dan alur penelitian.

### **BAB IV : LEPTOSPIROSIS**

Pada bab ini dijelaskan mengenai penyakit leptospirosis mencakup definisi, sejarah penyakit ditemukan, etiologi, epidemiologi, tanda-tanda penyakit tersebut menyerang manusia, teknik diagnosa dan cara pengendaliannya.

### **BAB V : PEMBAHASAN**

Pada bab ini dijelaskan hasil penelitian dan pembahasannya.

### **BAB VI : SIMULASI NUMERIK**

Pada bab ini berisikan simulasi numerik dari pemodelan yang dibahas, sehingga diperoleh gambaran dari hasil penelitian yang dilakukan.

## **BAB VI : KESIMPULAN DAN SARAN**

Pada bab ini ditulis kesimpulan akhir dari penelitian dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.



## BAB VII

### PENUTUP

Berdasarkan hasil analisis dan simulasi model matematika pada penyebaran penyakit Leptospirosis, diperoleh kesimpulan dan saran sebagai berikut:

#### 7.1 Kesimpulan

1. Model matematika Penyakit Leptospirosis antara vektor penyebar dengan populasi manusia yaitu:

$$\frac{dS_h}{dt} = b_1 - \mu_h S_h - \beta_1 S_h I_v - \beta_2 S_h I_h + \alpha_h I_h + \lambda_h R_h$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \beta_2 S_h I_v + \beta_1 S_h I_h - \mu_h I_h + \delta_h I_h \alpha_h I_h - \gamma_h I_h$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \gamma_h I_h - \mu_h R_h - \lambda_h R_h$$

$$\frac{dS_v}{dt} = b_2 - \gamma_v S_v - \beta_3 S_v I_h$$

$$\frac{dI_v}{dt} = \beta_3 S_v I_h + \mu_v I_v - \gamma_v I_v - \delta_v I_v$$

asumsi bahwa kematian alami dapat terjadi pada setiap individu yang rentan, terinfeksi, maupun yang mengalami penyembuhan. Terjadi penyembuhan alami dari individu yang terinfeksi, yang kemudian kembali lagi ke kelas rentan dengan adanya imun.

2. Model Matematika Penyakit Leptospirosis mempunyai dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit  $E_0 = (\hat{S}_h, \hat{I}_h, \hat{R}_h, \hat{S}_v, \hat{I}_v)$ , dimana  $\hat{S}_h = \frac{b_1}{\mu_h}, \hat{I}_h = 0, \hat{R}_h = 0, \hat{S}_v = \frac{b_2}{\gamma_v}, \hat{I}_v = 0$  dan titik ekuilibrium endemik  $\hat{S}_h^* = \frac{Q_1 Q_2 (\gamma_v + \beta_3 \hat{I}_h^*)}{\beta_2 \beta_3 b_2 + \beta_1 Q_1 (\gamma_v + \beta_3 \hat{I}_h^*)}, \hat{S}_v^* = \frac{b_2}{\gamma_v + \beta_3 \hat{I}_h^*}, \hat{I}_v^* = \frac{\beta_3 b_2 \hat{I}_h^*}{Q_1 (\gamma_v + \beta_3 \hat{I}_h^*)}, \text{ dan } \hat{R}_v^* = \frac{\gamma_h \hat{I}_h^*}{Q_3}$ .

3. Titik ekuilibrium bebas penyakit  $E_0 = (\hat{S}_h, \hat{I}_h, \hat{R}_h, \hat{S}_v, \hat{I}_v)$  adalah stabil lokal dengan syarat  $R < 1$  serta stabil asimtotik global jika  $Q_3 Q_2 > \lambda_h \gamma_h$ , sementara titik ekuilibrium endemik  $\hat{E}^* = (\hat{S}_h^*, \hat{I}_h^*, \hat{R}_h^*, \hat{S}_v^*, \hat{I}_v^*)$  stabil asimtotik lokal dan juga stabil asimtotik global jika memenuhi  $Q_2 > \frac{\lambda_h \gamma_h \beta_3 \hat{S}_v}{Q_3 \beta_1 \hat{S}_h}$  dengan  $\frac{S_h}{\hat{S}_h} \geq 1$  dan  $\frac{S_v}{\hat{S}_v} \geq 1$ .
4. Dari simulasi model matematika penyebaran penyakit leptospirosis antara vektor penyebar dengan populasi manusia diperoleh:
  - a. seiring dengan peningkatan populasi manusia yang terinfeksi, meningkat pula populasi manusia yang mengalami kesembuhan dari infeksi. Sementara itu populasi manusia yang rentan semakin berkurang dan akhirnya jumlah populasi manusia akan sama dengan nol.
  - b. Populasi  $S_v$  mengalami penurunan jumlah populasi dan akan menuju 0 saat  $t > 50$ , sehingga populasi vektor yang rentan 0. Sementara populasi vektor penyebar penyakit yang terinfeksi terus meningkat seiring waktu, dan pada akhirnya jumlah populasi vektor penyebar juga akan mengalami penurunan saat  $t > 15$  dikarenakan kematian alami maupun karena infeksi. Hingga akhirnya populasi total vektor akan habis.

## 7.2 Saran

Berdasarkan hasil penulisan skripsi ini, penulis memberikan saran yaitu

1. Dalam skripsi ini digunakan menggunakan model matematika SIR. Model ini mengabaikan kelas exposed (kelas populasi laten), sehingga masih terdapat kemungkinan untuk peneliti selanjutnya menggunakan model yang lebih kompleks yakni model matematika SEIR.
2. Dalam skripsi ini diasumsikan belum memakai vaksinasi pada vektor penyebar

penyakit. Oleh karena itu, penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik pada masalah ini untuk mengembangkan model matematika penyakit leptospirosis disertai dengan vaksinasi pada vektor penyebarannya.

Powered by L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X



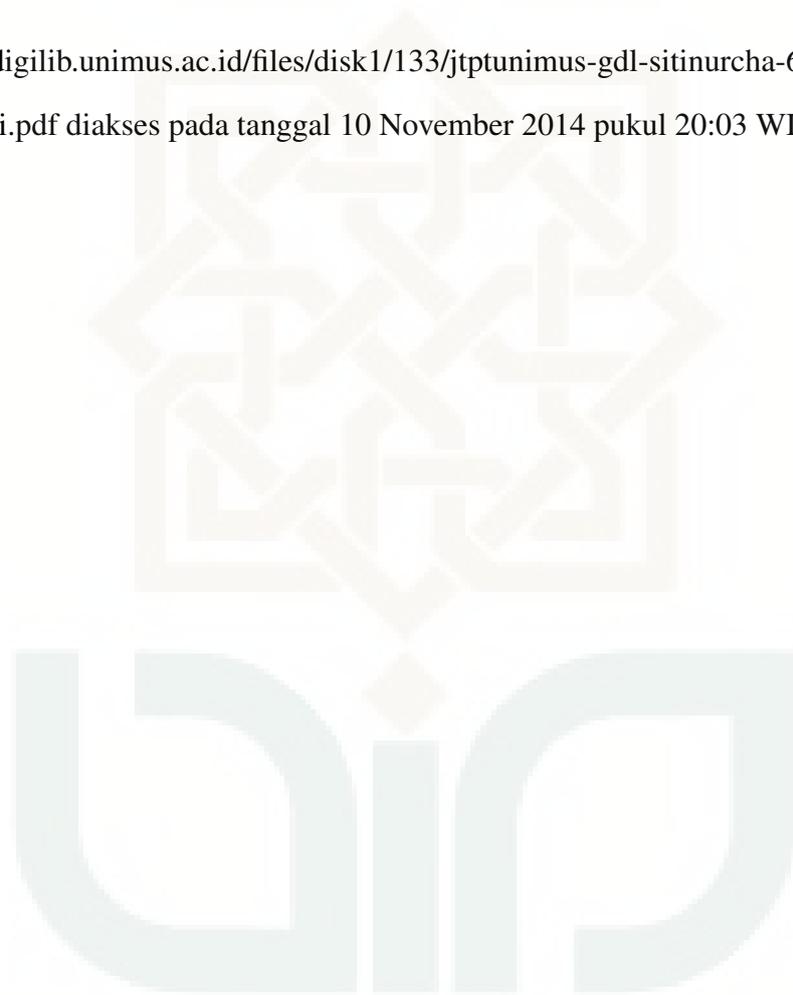
## DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. 1995. *Aljabar Linear Elementer*. Erlangga: Jakarta.
- Bartle, R. G. 2011. *Introduction to Real Analysis*. John Wiley and Sons: New York.
- Kusmiaty,dkk. 2005. Jurnal:Leptospirosis Pada Hawan dan Manusia di Indonesia. Wartazoa: Bogor.
- Murray, J.D. 1993. *Mathematical Biology 2nd Edition*. Springer-Verlag. Berlin.
- Olsder, G. J dan J. W. van der Woude. 2004. *Mathematical System Theory*. Delft University of Technology: Belanda.
- Perko, Lawrence. 2001. *Differential Equations and Dynamical Systems*. Springer-Verlag: New York.
- Ross, Shepley. L. 1984. *Introduction to Ordinary Differential Equations*. John Wiley and Sons: USA.
- Suprpto, Bambang. 2011. Jurnal : Interaksi 13 Faktor Leptospirosis. Berita Kedokteran masyarakat: Kalimantan Barat.
- Yulida, Yuli. 2011. Jurnal Matematika Murni dan Terapan Vol.5 No.2 Analisis Kestabilan Global Model Epidemik SIRS menggunakan Fungsi Lyapunov. Banjarbaru.
- <http://sanirachman.blogspot.com/2009/08/all-about-leptospirosis-9366.html> diakses tanggal 14 Mei 2015 pukul 20:19 WIB
- <http://Penyakit%20Leptospirosis%20-%20info-kes.com.html> diankses tanggal 12 Desember 2014 pukul 24:59 WIB
- <http://www.indonesian-publichealth.com/2015/03/epidemiologi-leptospirosis.html> diakses tanggal 12 februari 2015 pukul 23:10 WIB

<http://Leptospirosis%20%20%20Medicinesia.html> diakses pada 12 Desember 2014  
pukul 24:49 WIB

[http://humas.patikab.go.id/indek.php/kliping/54\\_leptospirosis\\_bahaya\\_yang\\_membayangi\\_saat\\_dan\\_setelah\\_banjir](http://humas.patikab.go.id/indek.php/kliping/54_leptospirosis_bahaya_yang_membayangi_saat_dan_setelah_banjir) diakses tanggal 12 Februari 2015 pukul 23:22  
WIB

<http://digilib.unimus.ac.id/files/disk1/133/jtptunimus-gdl-sitinurcha-6633-3-babii.pdf> diakses pada tanggal 10 November 2014 pukul 20:03 WIB



## LAMPIRAN A

### M-FILE SOFTWARE MATLAB VERSI 6.1.0.450

#### 1.1 M-file Penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia

```
clc;
clear;
%inisial parameter
bsatu=1.2;
bdua=1.3;
beta=0.004;
mu=0.000046;
lamda=0.00285;
deltah=0.0004;
deltav=0.0067;
gammah=0.0027;
gammav=0.0018;
alpha=0.0004;
%Nilai Awal
S(1)=456;
I(1)=46;
R(1)=0;
Y(1)=496;
Z(1)=122;
i=1;
t=1;
deltaT=0.1;
t(1)=0;
m = 1:10:(10/deltaT+1);
while(t<=500)
    S(i+1) = S(i)+(bsatu*deltaT)-(mu*S(i)*deltaT)-(beta*S(i)*Z(i)*deltaT)-(beta*S(i)*I(i)*deltaT)+(alpha*I(i)*deltaT)+(lamda*R(i)*deltaT);
    I(i+1) = I(i)+(beta*S(i)*Z(i)*deltaT)+(beta*S(i)*I(i)*deltaT)-(mu*I(i)*deltaT)-(deltah*I(i)*deltaT)-(gammah*I(i)*deltaT)-(alpha*I(i)*deltaT);
    R(i+1) = R(i)+(gammah*I(i)*deltaT)-(mu*R(i)*deltaT)-(lamda*R(i)*deltaT);
    Y(i+1) = Y(i)+(bdua*deltaT)-(gammav*Y(i)*deltaT)-(beta*Y(i)*I(i)*deltaT);
    Z(i+1) = Z(i)+(beta*Y(i)*I(i)*deltaT)-(gammav*Z(i)*deltaT)-(deltav*Z(i)*deltaT);
    t(i+1) = t(i)+deltaT;
    i = i+1;
end;
%numerisasi model;
disp('*****');
disp('Model Penyebaran penyakit Leptospirosis');
disp('*****');
disp(' Waktu(t)      S(t)      I(t)      R(t)      ');
disp(['(t(m))' (S(m))' (I(m))' (R(m))']);
%plot grafik
plot(t,S,'g','lineWidth',2);
hold on; plot(t,I,'r','lineWidth',2);
hold on; plot(t,R,'b','lineWidth',2);
title('Model SIR Penyebaran Penyakit Leptospirosis Pada Manusia ');
xlabel('waktu (t) dalam tahun ');
ylabel('populasi S, I, dan R ');
legend('S = Susceptibles', 'I = Infected', 'R = Recovery ');
grid on;
```

## 1.2 M-file Penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi vektor penyebar

```

format short
clc;
clear;
%inisial parameter
bsatu = 1.2;
bdua = 1.3;
beta = 0.004;
mu = 0.000046;
lamda=0.00285;
deltah=0.0004;
deltav=0.0067;
gammah=0.0027;
gammav=0.0018;
alpha=0.0004;
%Nilai Awal
S=[];
I=[];
R=[];
Y=[];
Z=[];
t=[];

S(1)=456;
I(1)=46;
R(1)=0;
Y(1)=496;
Z(1)=122;
i=1;
t=1;
deltaT= 0.1;
t(1)=0;
m = 1:10:(10/deltaT)+1;
while (t <= 50)
    Y(i+1) = Y(i)+(bdua*deltaT)-(gammav*Y(i)*deltaT)-(beta*Y(i)*I(1)*deltaT);
    Z(i+1) = Z(i)+(beta*Y(i)*I(1)*deltaT)-(gammav*Z(i)*deltaT)-(deltav*Z(i)*deltaT);
    t(i+1) = t(i)+deltaT;

    i = i+1;
end
%numerisasi model;
disp('*****');
disp('Model Penyebaran penyakit Leptospirosis');
disp('*****');
disp(' Waktu(t)      Y(t)      Z(t) ');
disp(['(t(m))' (Y(m))' (Z(m))']);
%plot grafik
plot(t,Y, 'g' , 'lineWidth' ,2);
hold on; plot(t,Z, 'r' , 'lineWidth' ,2);
title('Model SIR Penyebaran Penyakit Leptospirosis Pada Vektor ');
xlabel('waktu (t) dalam tahun ');
ylabel('populasi Y dan Z ');
legend('Y = Susceptibles' , 'Z = Infected' );
grid on;

```

**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/3114/2015

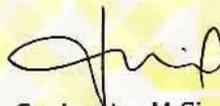
Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis  
Antara Vektor Penyebar dengan Populasi Manusia

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :  
Nama : Fuji Lestari  
NIM : 11610030  
Telah dimunaqasyahkan pada : 9 September 2015  
Nilai Munaqasyah : A / B

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang



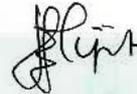
Sugiyanto, M.Si  
NIP. 19800505 200801 1 028

Penguji I



Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si  
NIP.19800402 200501 1 003

Penguji II



Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc  
NIP.19861208 201503 2 006

Yogyakarta, 5 Oktober 2015  
UIN Sunan Kalijaga  
Fakultas Sains dan Teknologi



Dr. Maizer Said Nahdi, M.Si  
NIP. 19550427 198403 2 001