

**REPRESENTASI GRUP PERMUTASI
PADA SISTEM KUANTUM BANYAK PARTIKEL**

SKRIPSI

**Untuk memenuhi sebagian persyaratan guna
memperoleh derajat Sarjana S-1**

Program Studi Matematika



Diajukan oleh

Istiyani

NIM. 04610040

**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UIN SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2008

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS TERAKIR

Hal :

Lamp :

Kepada

Yth.Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Di Yogyakarta

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : ISTIYANI

NIM : 04610040

**Judul Skripsi : Representasi Grup Permutasi pada Sistem Keadaan
Kuantum Banyak Partikel Identik**

sudah dapat diajukan kembali kepada Fakultas Sains dan Teknologi Jurusan/Program Studi Matematika.UIN Sunan Kalija Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Sains (Matematika).

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya kami ucapan terima kasih.

Yogyakarta, 11 Juli 2008

Pembimbing I

Pembimbing II

Dra. Khurul Wardati, M.Si

Romy Hanang, S.Si

NIP. 150299967



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

FM-UINSK-BM-05-07/R0

PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1//2008

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Representasi Grup Permutasi Pada Sistem Kuantum Banyak Partikel

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :
Nama : Istiyani
NIM : 04610040
Telah dimunaqasyahkan pada : 28 Juli 2008
Nilai Munaqasyah : A-
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Dra.Hj.Khurul Wardati , M.Si
NIP. 150299967

Pengaji I

Luluk Mauluah , M.Si
NIP.150327073

Pengaji II

Drs. Murtono, M.Si
NIP. 150299966

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



PERNYATAAN KEASLIAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 16 Juli 2008

Mahasiswa

Istiyan
NIM. 04610040

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KATA PENGANTAR

Segala Puji dan syukur bagi Allah SWT Tuhan semesta alam atas limpahan rahmat dan kasih sayang-Nya. Atas ridhlo Allah lah tulisan ini dapat terselesaikan. Sholawat serta salam senatiasa tercurah kepada uswatun khasanah seluruh umat, Nabi Muhammad SAW, yang telah menuntun manusia dari zaman jahiliyah menuju jalan keselamatan dengan cahaya Islam.

Skripsi ini dimaksudkan untuk memperoleh gelar sarjana Sains (Matematika). Skripsi ini berisi tentang pembahasan representasi grup permutasi pada sistem kuantum banyak partikel beserta contohnya, seperti yang disajikan dalam bab lima.

Ucapan terimakasih disampaikan sedalam-dalamnya dan semoga Allah memberikan ridho-Nya kepada:

1. Ibu Dra. Maizer Said Nahdi, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta atas pemberian kesempatan pada peneliti untuk melakukan studi ini.
2. Ibu Dra. Khurul Wardati, M.Si, selaku ketua Prodi Matematika dan sekaligus sebagai pembimbing pertama, atas bimbingan, arahan, motivasi, dan ilmu yang diberikan dalam penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Romy Hanang, S.Si, sebagai pembimbing kedua, atas bimbingan, arahan dan ilmu yang diberikan kepada peneliti dengan penuh kesabaran, meskipun peneliti sulit memahami bahasa-bahasa Fisika.

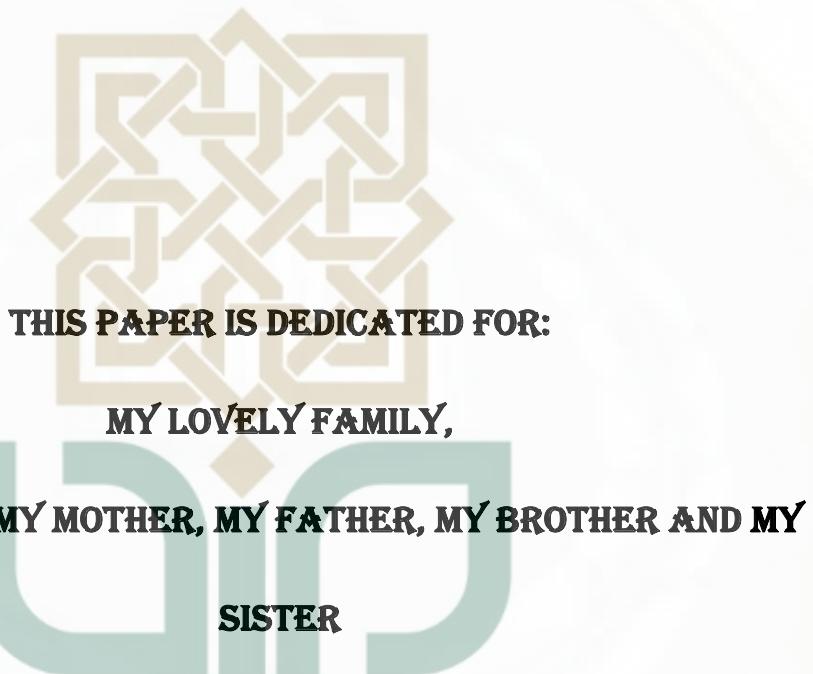
4. Ibu Dra. Endang Sulistyowati, selaku Pembimbing Akademik atas bimbingan dan arahannya selama perkuliahan.
5. Bapak/Ibu Dosen, dan Staff Karyawan Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi atas bimbingan dan bantuan selama perkuliahan.
6. Bapak, Ibu, kedua adekku Giyar dan Yushin, serta tante Sri, yang sangat peneliti cintai, atas motivasi, kasih sayang, dan bantuannya baik secara materi maupun non materi, sehingga cita-cita ini dapat terwujud.
7. Sahabat-sahabatku mbak Fia, mbak Dewi (your motorcycle), Tri (your boardinghouse and your bag) dan semua teman-teman Matematika angkatan pertama ST, atas bantuan, motivasi, dan kenangan yang tak terlupakan.
8. Anak-anak Prolin dan para pecinta Aljabar di Sainstek, atas sumbang sarannya demi kesempurnaan tulisan ini, terus kembangkan Matematika.
9. Sahabat-sahabatku alumni SMTI YO, atas motivasinya.

Peneliti menyadari masih banyak kesalahan dan kekurangan dalam penulisan skripsi ini, untuk itu sangat diharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Namun demikian, peneliti tetap berharap semoga skripsi ini bermanfaat dan dapat membantu terwujudnya bangsa yang cerdas.

Yogyakarta, 20 Juli 2007
Penulis

Istiyani

PERSEMBAHAN



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

MOTTO

“Jalan kebahagiaan di depan mata. Carilah ia dalam lautan ilmu, amal saleh

dan akhlak yang mulia. “

“Keindahan adalah keindahan budi pekerti. Kebaikan adalah kebaikan

tatakrama, dan keelokan adalah keelokan akal.”



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
KATA PENGANTAR	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
HALAMAN MOTTO	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR LAMPIRAN	xi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	xii
ABSTRAKSI	xiii

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang	1
1.2. Batasan Masalah	3
1.3. Rumusan Masalah	4
1.4. Tujuan Penelitian	4
1.5. Manfaat Penelitian	5
1.6. Tinjauan Pustaka	5

BAB II LANDASAN TEORI

2.1. Teori Grup	7
2.1.1. Pengertian Grup	7
2.1.2. Sifat Sederhana Grup	8
2.1.3. Tipe-Tipe Grup	11
2.1.4. Subgrup	12
2.2. Grup Permutasi	13
2.3. Ruang Vektor	23
2.4. Ruang Dual	25

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian	26
3.2 Sifat Penelitian	26
3.3 Subyek Penelitian	26
3.4 Sumber Data	26
3.5 Analisis dan penyimpulan Data	27
3.6 Bagan Alur Kerja Penelitian	27

BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

4.1 Representasi Grup	29
4.2 Ruang Hilbert	34
4.3.1 Pengertian Ruang Hilbert	34

4.3.2	Operator dalam Ruang Hilbert	38
4.4	Teori Mekanika Kuantum.....	40
4.5	Sifat Simetri Keadaan Kuantum Banyak Partikel	44
4.6	Tabel Young	50
4.7	Contoh-contoh Aksi Penyimetri Young pada Sistem Banyak Partikel	58
BAB V PENUTUP		
6.1.	Kesimpulan	75
6.2.	Saran-saran.....	75
DAFTAR PUSTAKA		76
LAMPIRAN-LAMPIRAN		78



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Tabel Grup Permutasi S_n	78
Lampiran 2. Tabel Aksi Penyimetri Young S_2 dan S_3	79
Lampiran 3. Tabel Aksi Penyimetri Young S_4	80



ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

S_n	Grup Permutasi dari S	I	permutasi identitas
◦	operasi komposisi	A_n	Grup alternating
R^n	Ruang terorder n		
$\ \cdot\ $	Norma		
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Hasil kali dalam		
$(X, \ \cdot\)$	Ruang bernorma		
$(X, \langle \cdot, \cdot \rangle)$	Ruang hasil kali dalam		
\mathcal{H}	Ruang Hilbert		
$\{x_n\}$	Barisan x_n		
\hat{Q}	Nilai harap		
\hat{O}	Operator hermitian		
\hat{H}	Operator Hamiltonian		
\hat{P}_i	Operator permutasi		
\hat{P}_{ik}	Operator permutasi transposisi		
Ψ	Fungsi gelombang		
$\mathcal{E}^{(N)}$	Ruang Konfigurasi		
$\mathcal{H}(\mathcal{E}^{(N)})$	Ruang Hilbert atas		
Θ_λ	Tabel Young yang berasosiasi dengan partisi λ		

**REPRESENTASI GRUP PERMUTASI
PADA SISTEM KUANTUM BANYAK PARTIKEL
Oleh : Istiyani (04610040)**

ABSTRAKSI

Telah dilakukan penelitian dengan maksud untuk mengetahui tentang representasi grup permutasi pada sistem keadaan kuantum banyak partikel dan untuk mengetahui sifat simetri keadaan kuantum tersebut.

Penelitian ini dilakukan dengan cara menentukan partisi-partisi dari suatu sistem banyak partikel, kemudian dapat dibentuk tabel-tabel young yang bersesuaian dengan partisi-partisi tersebut. Selanjutnya dari tabel-tabel young tersebut dapat ditentukan operator penyimetri dan anti penyimetrinya, dimana hasil operasi komposisi dari keduanya akan membentuk sebuah operator penyimetri young.

Hasil dari penelitian ini yaitu, dapat diketahui bahwa operator penyimetri young yang bekerja pada suatu sistem keadaan kuantum banyak partikel akan menghasilkan keadaan-keadaan kuantum yang memiliki tipe simetri tertentu. Keadaan kuantum inilah yang disebut sebagai representasi tak tereduksi dari grup permutasi S_n .

Kata Kunci : Grup, Representasi



**REPRESENTATION OF GROUP PERMUTATIONS
ON MANY PARTICLE QUANTUM SYSTEMS**
By : Istiyani (04610040)

ABSTRACT

The research have been done with the purposes to know about representations of permutation groups in state of many particle quantum systems.

The first step of this research is looking for partitions of many particle quantum systems, and then young tableau can be formed of the partitions which associated with them. After that symmetrizer and antisymmetrizer operator can be obtained of the young tableau, whereas the multiplication product a both of them will form young symmetrizer operator.

The result of this research can be obtained that young symmetrizer operator which work in state of many particle quantum systems will generate the other quantum state which has a symmetry property. These quantum states called as irreducible representations of permutation groups S_n .

Keyword : Group, representation



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Aljabar adalah salah satu cabang ilmu matematika yang memberikan pengaruh besar bagi perkembangan ilmu matematika dan ilmu lain di luar matematika itu sendiri. Ilmu matematika dalam hal ini Aljabar telah menjadi penunjang dalam perkembangan ilmu-ilmu yang lain.

Matematika erat sekali hubungannya dengan fisika teori yang berusaha menelusuri hukum-hukum fisika secara matematis. Matematika sendiri berupaya untuk menelaah permasalahan mengenai bilangan, kaitan, bentuk serta manipulasi hal-hal tersebut secara terpadu yang diharapkan dapat mengungkap lebih banyak rahasia alam, memahaminya serta memanfaatkannya bagi pengembangan fisika selanjutnya atau penerapannya di bidang keilmuan yang lain dan juga dalam teknologi.

Pentingnya peranan matematika dalam fisika semakin disadari ketika Newton memperkenalkan perumusan mekanik klasik pada akhir abad ke-17, selanjutnya pada akhir abad ke-18 Lagrange mengemukakan formalisme Hamilton-Lagrange, dan kemudian pada abad ke-19 Lie menyelidiki sifat-sifat transformasi geometris dalam suatu sistem koordinat (Jansen,1967:7). Hasil penyelidikan itu kemudian menghasilkan suatu disiplin ilmu matematika yang dikenal sebagai teori grup (*group theory*).

Materi dalam Grup antara lain: Grup Siklik, Grup Komutatif (*Abelian Group*), dan Grup Permutasi (Grup Simetri). Jenis-jenis Grup tersebut telah banyak diaplikasikan dan dikembangkan pada bidang dan teori-teori yang lain.

Teori grup banyak direpresentasikan dalam berbagai bidang, antara lain: dalam Kimia, Fisika, dan Statistik. Teori representasi grup adalah cabang dari matematika yang mempelajari sifat-sifat dari grup abstrak melalui representasinya sebagai transformasi linear dalam ruang vektor. Teori representasi sangat penting karena memungkinkan banyak permasalahan dari teori grup dapat direduksi ke dalam permasalahan aljabar linear yang lebih dimengerti.

Struktur baru dan sifat-sifat interaksi di antara partikel-partikel elementer di dalam teori partikel juga dapat diketahui dengan penggunaan teori grup. Sifat-sifat degenerasi yang dimiliki oleh suatu sistem juga dapat dipelajari dengan teori grup.

Teori representasi juga sangat penting dalam fisika karena, sebagai contoh dapat digunakan untuk menggambarkan bagaimana grup simetri dari sebuah sistem fisika mempengaruhi penyelesaian dari persamaan yang digambarkan oleh sistem tersebut. Teori grup dalam fisika akan lebih memudahkan dalam mempelajari sifat-sifat simetri yang dikaitkan dengan sesuatu sistem fisis. Pengetahuan sifat-sifat simetri penting untuk pengembangan suatu teori fisika selanjutnya.

Teori representasi tergantung pada perannya pada jenis ruang vektor dimana grup itu berada, yang membedakan yaitu antara dimensi representasi

yang berhingga dan dimensi representasi yang tak berhingga. Struktur-struktur tambahan sangat penting dalam dimensi yang tak berhingga, salah satunya adalah struktur ruangnya, yaitu ruang Hilbert atau ruang Banach. Representasi teori grup dalam Fisika Kuantum struktur ruangnya adalah ruang Hilbert, sehingga diperlukan pemahaman lebih lanjut tentang Ruang Hilbert dan operatornya.

Melihat latar belakang di atas, penulis bermaksud melakukan penelitian yaitu studi literatur tentang representasi dari Grup Simetri dalam Fisika. Judul yang diambil dalam studi literatur ini adalah: **“REPRESENTASI GRUP PERMUTASI PADA SISTEM KUANTUM BANYAK PARTIKEL”**. Studi literatur ini diharapkan dapat memberikan sumbangan khusus bagi perkembangan ilmu Matematika secara umum serta perkembangan Aljabar Abstrak dan analisis secara khusus pada bidang Fisika.

1.2 Batasan Masalah

Permasalahan pada penelitian ini adalah Representasi Grup Permutasi dalam Sistem Mekanika Kuantum. Ruang vektor pada permasalahan ini akan dibatasi pada ruang Hilbert sebagai ruang dalam mekanika kuantum. representasi grup Permutasi akan lebih difokuskan pada representasi Grup Permutasi pada sistem keadaan kuantum banyak partikel dengan *Diagram Young*.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimanakah representasi grup Permutasi.
2. Bagaimanakah keadaan kuantum banyak partikel.
3. Bagaimanakah representasi grup Permutasi dengan keadaan kuantum banyak partikel.
4. Bagaimanakah bentuk *Diagram Young* untuk representasi grup Permutasi dengan keadaan kuantum banyak partikel dalam mekanika kuantum.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan Penelitian ini adalah:

1. Mengetahui tentang representasi grup Permutasi.
2. Mengetahui keadaan kuantum banyak partikel.
3. Mengetahui dan menelaah representasi grup Permutasi dengan keadaan kuantum banyak partikel.
4. Mengetahui bentuk *Diagram Young* untuk representasi grup Permutasi dengan keadaan kuantum banyak partikel dalam mekanika kuantum.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Memberikan pengetahuan tentang gambaran representasi dari Teori Grup.
2. Memberikan gambaran bahwa dengan teori representasi grup dapat mengubah permasalahan ke dalam aljabar linear yang mudah dimengerti.
3. Memberikan pengetahuan tentang gambaran representasi dari Teori Grup dalam Mekanika Kuantum, khususnya pada sistem keadaan kuantum banyak partikel.
4. Memberikan gambaran tentang manfaat teori grup dalam bidang fisika.
5. Memberikan motivasi kepada para peneliti untuk lebih banyak mengembangkan tentang aplikasi dari teori Grup pada bidang-bidang yang lain, demi kemajuan ilmu pengetahuan dan juga kemajuan bangsa.

1.6 Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka dalam penulisan tugas akhir ini adalah jurnal penelitian yang ditulis oleh Yaw O.Chang dan John K.Karlof pada tahun 1994 yang berjudul “Large Scale Geometric Programming: An Application in Coding Theory”. Jurnal penelitian ini merupakan aplikasi dari grup permutasi dalam pemrograman geometri.

Penelitian ini menjelaskan masalah pemrograman geometri semua pembatasnya praktis fungsi objektif adalah polinomial. Chanel Gaussian adalah sebuah model komunikasi dimana pesan direpresentasikan oleh vektor-

vektor di R^n . Himpunan dari pesan yang disebut sebuah kode dibangun oleh sebuah matriks grup permutasi dan permasalahan dalam penemuan kode dengan jarak minimal terluas di antara kata-kode untuk sebuah grup permutasi khusus yang disebut masalah vektor awal.

Jurnal penelitian di atas menjelaskan bahwa grup permutasi membangun suatu himpunan pesan dan selanjutnya direpresentasikan oleh vektor-vektor di R^n . Hal ini yang memotivasi peneliti untuk melakukan studi literatur tentang representasi teori grup pada bidang-bidang yang lain, yaitu tentang representasi grup simetri(grup permutasi) dalam mekanika kuantum.

Penelitian lain yang menjadi tinjauan pustaka adalah skripsi yang berjudul “Teori Grup dan beberapa penerapannya dalam Mekanika Kuantum”. Skripsi ini ditulis oleh La Hamimu mahasiswa Fakultas MIPA UGM, Prodi Fisika tahun 1997. Penelitian La Hamimu ini menuliskan tentang penerapan beberapa tipe grup dalam mekanika kuantum, antara lain: Grup Lie, Grup Lorentz, Grup Simetri, Grup Rotasi dan Grup Uniter. Teori grup diterapkan untuk menelaah gejala-gejala fisis teori kuantum tak relativistik. Selanjutnya teori grup untuk memahami sifat-sifat simetri yang terkait dengan sistem.

Pembahasan tentang penerapan teori grup untuk memahami sifat-sifat simetri dalam penelitian ini, semakin mendorong peneliti untuk melakukan studi literatur tentang representasi grup permutasi dalam mekanika kuantum yang lebih khusus untuk sistem keadaan kuantum banyak partikel dengan diagram young.

BAB V

PENUTUP

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil studi literatur yang dilakukan peneliti tentang representasi grup permutasi pada sistem keadaan kuantum banyak partikel identik, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Sifat simetri yang berkenaan dengan keadaan kuantum n buah partikel identik dapat diketahui dengan menggunakan grup permutasi S_n yang dapat direduksi menjadi representasi-representasi tak tereduksi yang terkait dengan sub ruang yang invarian.
2. Representasi uniter tak tereduksi dapat dicari dari diagram young yang bersesuaian dengan partisi dari sistem n partikel dengan aksi operator penyimetri young.
3. Operator penyimetri young yang bekerja pada suatu keadaan kuantum akan membentuk keadaan-keadaan kuantum yang memiliki tipe simetri tertentu sebagai representasi tak tereduksi.

6.2 Saran-Saran

Berdasarkan pengalaman dan pertimbangan dalam studi literatur tentang representasi grup permutasi pada sistem keadaan kuantum banyak partikel identik, saran-saran yang dapat dituliskan oleh peneliti adalah:

1. Representasi grup permutasi sistem kuantum banyak partikel tidak hanya sebatas pada mencari representasi tak tereduksi dari sistem n

partikel saja. Permasalahan ini dapat pula dikembangkan oleh peneliti lain untuk mencari fungsi basis bagi sistem n partikel tersebut.

2. Representasi grup permutasi dan tabel young dapat dipelajari lebih lanjut untuk pembahasan dekomposisi dari hasil kali tensor.
3. Tabel young dapat dibedakan menjadi tabel young normal, standar dan tidak standar. Oleh karena itu, peneliti lain dapat mempelajari lebih lanjut tentang tabel young tidak standar yang belum dibahas dalam skripsi ini.

Demikian saran dari peneliti semoga dapat menjadi inspirasi para peneliti dalam bidang terapan aljabar abstrak untuk melanjutkan dan mengembangkan penelitian ini.



DAFTAR PUSTAKA

- Anton, Howard. *Aljabar Linear Elementer*. Ed. 3. Jakarta: Erlangga, 1984.
- Burnside W. *Theory of Groups of Finite Order*. 2nd ed. USA: Dover Publications, Inc, 1955.
- Baumslag, Benjamin dan Chandles, Bruce. *Theory and Problems of Group theory*. New York. Schaum's Outline Series: Mc Graw Hill Book Company. 1986.
- Cattani, M. *Quantum Statistics: The Indistinguishability Principle and The Permutation Group Theory*. Brazil: the Sociedade Brasileira de Fisica, 2007.
- Debnath, Lakenath dan Mikunsinski, Pitr. *Introduction to Hilbert Spaces with Applications*. California: Academic Press, 1990.
- Dhani, Anwar. *Diktat Kuliah Mekanika Kuantum*. Yogyakarta: Fak MIPA UGM, 1981.
- Fraleigh, J.B. *A First Course in Abstract Algebra*. 6th ed. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1999.
- Grainer, W., L. Neise, dan H. Stocker. *Thermodynamics and Statistical Mechanics*. New York: Springer-Verlag New York, Inc, 1955.
- Greiner, Walter. *Quantum Mechanics-Symmetries*. vol.2. Germany: Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1989
- Griffiths J. David. *Introduction to Quantum Mechanics*. New Jersey: Prentice Hall, 1994.
- Hamimu, La. Teori Grup dan Beberapa Penerapannya dalam Mekanika Kuantum. Skripsi. F.MIPA UGM. Yogyakarta, 1997
- Jansen, Laurens dan B. Michael. *Theory of Finite Groups. Applications in Physics*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1967.
- Mc Shane, E.J. *Real Analysis*. New Jersey: D.Van Nostrand Company, 1959.
- Moeleong, L.J. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. cet.14. Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2001.
- Naimark, A.M. *Normed Ring*. Groningen-Netherlands: P. Noordhoff, Ltd, 1964.

Pramono, Didik. Hubungan Aljabar Trilinier Umum Operator Kreasi dan anhiliasi dengan Tipe Simetri Keadaan Kuantum Multi Partikel Identik Tak Tereduksi. Skripsi. F.MIPA UGM. Yogyakarta, 2006

Rosyid, M.F. *Mekanika Kuantum*. Yogyakarta: Departemen Fisika UGM, 2005.

Setiadji. *Aljabar Linear II*. Yogyakarta: Fak MIPA UGM, TT.

Sukirman. *Pengantar Aljabar Abstrak (Pengantar Teori Group)*. Yogyakarta: Fak MIPA UGM, 2003.

Suwilo, S., Tulus, dan L. Rosli. *Aljabar Abstrak Suatu Pengantar*. Medan: USU Press, 1997.

Tung, Wu-Ki. *Group theory in Physics*. Singapore: World scientific Publishing Co, 1985

Young Nicholas. *An Introduction to Hilbert Space*. New York: Cambridge University Press, 1988.

