

**SKRIPSI**

**MODEL MATEMATIKA PENGOBATAN KANKER DENGAN  
TERAPI RADIASI**



**YUDHA APRI SUSILA**

**12610016**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

**2016**

# **MODEL MATEMATIKA PENGOBATAN KANKER DENGAN TERAPI RADIASI**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan  
mencapai derajat Sarjana S-1  
Program Studi Matematika



diajukan oleh

**YUDHA APRI SUSILA**

**12610016**

Kepada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

2016



**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/2612/2016

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Model Matematika Pengobatan Kanker dengan Terapi Radiasi

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :

Nama : Yudha Apri Susila

NIM : 12610016

Telah dimunaqasyahkan pada : 22 Juli 2016

Nilai Munaqasyah : A / B

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang

Sugiyanto, M.Si  
NIP. 19800505 200801 1 028

Penguji I

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si  
NIP.19800402 200501 1 003

Penguji II

Noor Saif Muh. Mussafi, M.Sc  
NIP.19820617 200912 1 005

Yogyakarta, 3 Agustus 2016

UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Sains dan Teknologi  
Jember



Dr. Mustono, M.Si  
NIP. 19691212 200003 1 001



## SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Yudha Apri Susila

NIM : 12610016

Judul Skripsi : Model Matematika Pengobatan Kanker dengan Terapi Radiasi

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, 21 Juni 2016

Pembimbing I

Sugiyanto, M.Si

NIP. 19800505 200801 1 028



## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Yudha Apri Susila

NIM : 12610016

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri dan sepanjang pengetahuan penulis tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis orang lain, dan atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian Tugas Akhir di Perguruan Tinggi lain, kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 21 Juni 2016

Yang menyatakan



Yudha Apri Susila

NIM. 12610016



Karya sederhana ini penulis persembahkan  
teruntuk Bapak dan Mamak tercinta  
Simbok, Mbak Erni  
serta Sekar dan Jodha keponakan tersayang.



*”JANGAN TAKUT GAGAL*

*karena yang tidak pernah gagal hanyalah orang-orang yang tidak pernah melangkah”*

(Buya Yahya)

*”...Aku hanya selalu berusaha melakukan yang terbaik setiap saat dan setiap hari”*

(Abraham Lincoln)

*”Ilmu itu lebih baik daripada harta. Ilmu menjaga engkau dan engkau menjaga harta. Ilmu itu penghukum (hakim) dan harta terhukum. Harta itu kurang apabila dibelanjakan tapi ilmu bertambah bila dibelanjakan.”*

(Saidina Ali bin Abi Talib)

## PRAKATA

*Assalamu'alaikum Wr. Wb.*

Puji syukur kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir skripsi yang berjudul "*Model Matematika Pengobatan Kanker dengan Terapi Radiasi*" dengan baik dan benar.

Shalawat serta salam semoga tetap tercurah kehadiran Rasulullah Muhammad SAW, yang selalu menjadi suri tauladan yang mulia bagi semua umatnya, dan pembawa ajaran kepada kebenaran yang hakiki. Semoga kita termasuk umat yang mendapatkan syafaat beliau di akhir zaman kelak. Amin ya rabbal'alamin.

Skripsi ini disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Yogyakarta. Penulis skripsi ini tidak lepas dari dukungan, motivasi, kerjasama maupun bimbingan dari berbagai pihak secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bpk Prof. Drs. Yudian Wahyudi, MA, Ph.D., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ibu Dr. Hj. Maizer Said Nahdi M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika yang telah memberikan pelayanan dan kelancaran akademik.

4. Muchammad Abrori, M.Kom., selaku pembimbing akademik mahasiswa program studi matematika angkatan 2012 atas segala pengarahan dan semangat yang selalu bapak berikan selama penulis belajar di Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
5. Sugiyanto, M.Si., selaku pembimbing I yang telah memberikan arahan, saran serta solusi penyelesaian kepada penulis sehingga penulisan skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
6. Bapak ibu dosen yang dengan ikhlas telah memberikan ilmu pengetahuan dan pengalaman yang berharga kepada penulis, sehingga ilmu yang telah didapat memudahkan dalam penyusunan skripsi ini.
7. Kedua orang tua penulis (Bapak Sadiyono dan Ibu Siti Yuanah) yang telah memberikan kasih sayang, perhatian, semangat mendoakan dan dukungan tiada henti kepada penulis, yang selalu setia menjadi tempat curahan dan merestui setiap langkah penulis.
8. Kakak dan keponakan serta semua saudara yang selalu memberikan kasih sayang, perhatian dan semangat mendoakan serta memberikan arahan-arrahannya.
9. Sahabat-sahabat penulis (Cita, Farida, Astuti, Novi, Azizah, Qurota, Fadilah dan Zahro) yang telah banyak membantu, memberikan semangat, memberikan motivasi dan selalu setia mendengarkan curahan hati penulis. Terima kasih untuk persahabatan, doa, motivasi serta dukungan yang kalian berikan.
10. Sahabat-sahabat Walang Sangit (Amel, Dangga, Herlin, Mei dan Tangguh) yang tak pernah henti memberikan dukungan, semangat, setia mendengarkan keluhan penulis dan terima kasih telah meluangkan waktu untuk membantu penulis.

11. Teman-teman prodi Matematika angkatan 2012 yang selalu menemani dan memberikan dukungan dan pelajaran berharga selama ini.
12. Semua pihak yang memberikan dukungan dan doa kepada penulis, serta pihak yang membantu penulis menyelesaikan skripsi ini yang tidak bisa penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah SWT menerima amal kebaikan beliau sekalian dan memberikan balasan dan pahala yang berlipat-lipat atas kebaikan serta segala yang telah beliau semua berikan kepada penulis dan semoga bermanfaat. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh untuk dikatakan sempurna. Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dan kesalahan dalam skripsi ini. Penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun supaya penulis dapat membuat karya dengan lebih baik. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat yang besar.

*Wassalamu'alaikum Wr. Wb*

Yogyakarta, 17 Juni 2016

Penulis



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> . . . . .	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> . . . . .	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> . . . . .	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> . . . . .	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> . . . . .	<b>v</b>
<b>HALAMAN MOTTO</b> . . . . .	<b>vi</b>
<b>PRAKATA</b> . . . . .	<b>vii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> . . . . .	<b>x</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> . . . . .	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR LAMBANG</b> . . . . .	<b>xiv</b>
<b>INTISARI</b> . . . . .	<b>xv</b>
<b>ABSTRACT</b> . . . . .	<b>xvi</b>
<b>I PENDAHULUAN</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2. Rumusan Masalah . . . . .	3
1.3. Batasan Masalah . . . . .	3
1.4. Tujuan Penelitian . . . . .	3
1.5. Manfaat Penelitian . . . . .	4
1.6. Tinjauan Pustaka . . . . .	4
1.7. Sistematika Penulisan . . . . .	7
<b>II DASAR TEORI</b> . . . . .	<b>9</b>
2.1. Tinjauan Medis . . . . .	9
2.1.1. Karakteristik Kanker . . . . .	9
2.1.2. Jaringan Kanker . . . . .	10

2.1.3.	Karakteristik Sel Normal/Sehat . . . . .	10
2.1.4.	Karakteristik Fisis dan Biologis Terapi Radiasi . . . . .	11
2.1.5.	Terapi Radiasi . . . . .	12
2.2.	Tinjauan Matematis . . . . .	13
2.2.1.	Operasi Matriks . . . . .	13
2.2.2.	Nilai Eigen dan Vektor Eigen . . . . .	16
2.2.3.	Solusi Persamaan Kuadrat . . . . .	18
2.2.4.	Persamaan Diferensial . . . . .	19
2.2.5.	Sistem Persamaan Diferensial . . . . .	21
2.2.6.	Model Kompetisi Lotka-Volterra . . . . .	22
2.2.7.	Titik Ekuilibrium . . . . .	22
2.2.8.	Linearisasi . . . . .	26
2.2.9.	Matriks Jacobian . . . . .	26
<b>III</b>	<b>METODE PENELITIAN . . . . .</b>	<b>28</b>
<b>IV</b>	<b>PEMBAHASAN . . . . .</b>	<b>32</b>
4.1.	Formulasi Model . . . . .	32
4.2.	Titik Ekuilibrium . . . . .	41
4.3.	Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium . . . . .	43
4.4.	Efek Radiasi Rendah dan Tinggi pada Sel yang Membelah . . . . .	49
<b>V</b>	<b>STUDI KASUS DAN SIMULASI . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>VI</b>	<b>PENUTUP . . . . .</b>	<b>62</b>
6.1.	Kesimpulan . . . . .	62
6.2.	Saran . . . . .	63
	<b>DAFTAR PUSTAKA . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>A</b>	<b>M-FILE SOFTWARE MATLAB VERSI 7.1 . . . . .</b>	<b>67</b>
1.1.	M-file kasus I dengan $\rho_2 < \alpha(x^+)^2$ . . . . .	67
1.2.	M-file kasus II dengan $\rho_2 < \alpha(x^+)^2$ . . . . .	68

1.3. M-file kasus III dengan $\rho_2 < \alpha(x^+)^2$ . . . . .	70
1.4. M-file kasus IV dengan $\rho_2 < \alpha(x^+)^2$ . . . . .	72
1.5. M-file kasus I dengan $\rho_2 > \alpha(x^+)^2$ . . . . .	74
1.6. M-file kasus II dengan $\rho_2 > \alpha(x^+)^2$ . . . . .	75
1.7. M-file kasus III dengan $\rho_2 > \alpha(x^+)^2$ . . . . .	77
1.8. M-file kasus IV dengan $\rho_2 > \alpha(x^+)^2$ . . . . .	79
<b>Daftar Riwayat Hidup</b> . . . . .	<b>81</b>



## DAFTAR TABEL

1.1	Kajian Pustaka . . . . .	6
5.1	Nilai parameter untuk setiap kasus . . . . .	54
5.2	Nilai-nilai $r_2$ untuk gambar 5.5 - 5.8 . . . . .	54



## DAFTAR LAMBANG

$A$	: jumlah sel induk kanker
$B$	: jumlah sel tumor
$H$	: jumlah sel sehat yang rentan radiasi
$k_1$	: tingkat sel A membagi
$k_2$	: tingkat sel H tumbuh
$S$	: jumlah yang diinginkan dari induk sel A dalam tumor
$AS$	: fraksi pembelahan sel A yang memproduksi sel B
$M_1$	: kapasitas yang membawa sel B
$M_2$	: kapasitas yang membawa sel H
$d$	: tingkat kematian sel B
$e$	: tingkat kematian sel A akibat interaksi
$f$	: tingkat kematian sel H akibat interaksi
$r_1$	: efek radiasi pada sel A
$r_2$	: efek radiasi pada sel B
$r_3$	: efek radiasi pada sel H

## INTISARI

### MODEL MATEMATIKA PENGOBATAN KANKER DENGAN TERAPI RADIASI

Oleh

YUDHA APRI SUSILA

12610016

Kanker adalah tumor ganas yang ditandai dengan pertumbuhan abnormal sel-sel jaringan tubuh yang berubah menjadi sel kanker. Pengobatan untuk kanker hanya dengan terapi radiasi. Ruang lingkup penelitian ini adalah memodelkan persamaan differensial non linear dari populasi sel kanker, populasi sel tumor serta populasi sel sehat dengan terapi radiasi. Penelitian ini mempelajari model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi berdasarkan asumsi-asumsi yang telah dibuat.

Penelitian ini diselesaikan secara matematis dengan menggunakan teori kestabilan. Tahap menganalisis model melalui tiga tahap yaitu mencari titik ekuilibrium, menganalisis sifat kestabilan disekitar titik ekuilibrium dan melakukan simulasi.

Berdasarkan hasil analisis model, dapat disimpulkan bahwa terapi radiasi mampu mengurangi dan memusnahkan sel kanker dan sel tumor. Model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi mempunyai empat titik ekuilibrium yang mana hanya satu yang stabil yaitu  $E_4$ . Langkah terakhir ialah melakukan simulasi numerik terhadap model penyakit tersebut.

**Kata kunci:** Model Terapi Radiasi, Sel Kanker, Sel Tumor, Sel Sehat, Titik Ekuilibrium



## ABSTRACT

### MATHEMATICAL MODEL OF CANCER TREATMENT WITH RADIATION THERAPY

By

YUDHA APRI SUSILA

12610016

Cancer is a malignant tumor that is characterized by the abnormal growth of tissue cells of the body that turn into cancer cells. The treatment for cancer is only with radiation therapy. The scope of this study is to model of non-linear differential equations of the population of cancer cells, the population of tumor cells and the population of healthy cells with radiation therapy. This research studies mathematical model of cancer treatment with radiation therapy based on the assumptions that have been made.

This study was completed mathematically using stability theory. The analysis models were done within three stages: looking for an equilibrium point, analyzing stability properties around the equilibrium point and doing simulation.

Based on the result of the model, it can be concluded that radiation therapy can reduce and destroy cancer cells and tumor cells. Mathematical models of cancer treatment with radiation therapy has four points of equilibrium in which only one is stable at  $E_4$ . The final step is to conduct numerical simulations on the model of the disease.

**Keywords:** Models of Radiation Therapy, Cancer Cells, Tumor Cells, Healthy Cells, Equilibrium Point

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Kanker adalah tumor ganas yang ditandai dengan pertumbuhan abnormal sel-sel jaringan tubuh yang berubah menjadi sel kanker. Selain itu kanker juga ditandai dengan kelainan sel yang memiliki kemampuan untuk menyerang jaringan biologis di dekatnya dan bermigrasi ke jaringan tubuh yang lainnya atau disebut sebagai metastatis. Kanker muncul saat pertumbuhan dari sel tidak lagi normal. Dalam jaringan normal, tingkat pertumbuhan sel baru dan kematian sel tua seimbang. Pada kanker keseimbangan ini terganggu. Gangguan ini akibat dari pertumbuhan sel yang tidak terkendali atau hilangnya kemampuan sel untuk mati. Berdasarkan hasil yang diperoleh *American Cancer Society* kanker menyebabkan kematian lebih banyak dibandingkan keseluruhan jumlah kematian yang disebabkan oleh AIDS, tuberculosis dan malaria.

Pada tahun 2012, *International Agency for Research on Cancer (IARC)* menyatakan terdapat 14,1 juta penderita baru diseluruh dunia, 8 juta diantaranya berada di negara berkembang dengan 5,3 juta penderita berujung pada kematian. Pada tahun 2030, diperkirakan akan ada 21,7 juta kasus kanker baru di seluruh dunia. Di Asia Tenggara, jumlah penderita kanker sebanyak 4,1 juta jiwa dengan 2,7 juta jiwa diantaranya mengalami kematian. Di Indonesia, prevalensi penyakit kanker pada penduduk tahun 2013 sebesar 1,4 permille atau diperkirakan sebesar 347.792 orang. Provinsi D.I. Yogyakarta memiliki prevalensi tertinggi, yaitu sebesar 4,1 permille (Depkes, 2015).

Ada beberapa cara untuk mengobati kanker. Beberapa diantaranya ialah:

1. Operasi atau pembedahan, yaitu dengan mengangkat sel-sel kanker sehingga tidak terjadi perluasan daerah yang terangsang kanker.
2. Radiasi atau penyinaran, yaitu dengan melakukan penyinaran pada daerah yang terdapat sel-sel kanker dengan menggunakan sinar radio aktif.
3. Kemoterapi, yaitu pengobatan dengan menggunakan obat-obatan yang dapat menghambat atau membunuh sel-sel kanker.
4. Terapi hormon, yaitu dengan menggunakan fungsi hormon dan antihormon tertentu yang digunakan pada penanganan kanker yang pertumbuhannya tergantung pada hormon, terutama zat-zat anti-estrogen (*tamoksifen*) pada kanker mamma dan endometrium, serta zat anti-androgen (*flutamide*, *nilutamide*) pada kanker prostat.
5. Imunoterapi adalah pengobatan dengan zat-zat stimulator sistem-imun, antara lain *interferon*, *interleukine-2* atau *LAK-cells*.

Jenis pengobatan kanker yang akan dibahas pada tugas akhir ini adalah radiasi yang menggunakan sinar radio aktif untuk melakukan penyinaran pada daerah yang terdapat sel-sel kanker. Pada bidang matematika biologi, fenomena kanker dan radiasi kanker dapat dikonstruksikan menjadi suatu model matematika.

Penelitian ini akan membahas untuk model matematis jaringan kanker linear seperti yang dijelaskan oleh (Warner, 2011). Setelah model jaringan didirikan, efek pengobatan radiasi yang berinteraksi dengan jaringan akan dieksplorasi, dan model matematika yang menunjukkan efek pengobatan pada sel induk kanker, sel-sel tumor dan sel-sel sehat.

## **1.2. Rumusan Masalah**

Dari uraian singkat mengenai latar belakang di atas, maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana merumuskan model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi ?
2. Bagaimana menganalisa titik keseimbangan dan melakukan analisis kestabilan titik keseimbangan ?
3. Bagaimana grafik model matematika dari efek terapi radiasi pada pengobatan kanker ?

## **1.3. Batasan Masalah**

Batasan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Dalam penelitian ini akan dibahas model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi.
2. Model dasar sistem dan parameter yang digunakan adalah model yang dikembangkan oleh Olivia Manley (2014).

## **1.4. Tujuan Penelitian**

Tujuan dari skripsi ini adalah:

1. Mengetahui model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi.
2. Mengetahui titik ekuilibrium atau titik keseimbangan.
3. Mengetahui grafik model matematika dari efek radiasi pada pengobatan kanker.

### 1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dalam penulisan skripsi ini:

1. Memberikan pengetahuan tentang jaringan kanker linear, terapi radiasi kanker dan model matematikanya.
2. Mengetahui titik ekuilibrium pada model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi.
3. Memberikan informasi tentang grafik model matematika dari efek radiasi pada pengobatan kanker.

### 1.6. Tinjauan Pustaka

Dalam penelitian digunakan metode studi literatur yaitu studi yang dilakukan dengan mempelajari beberapa buku, jurnal, karya ilmiah dan hasil penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan penelitian ini.

Penulisan skripsi ini terinspirasi pada jurnal yang ditulis oleh Olivia Manley (2014) dengan judul *A Mathematical Model of Cancer Network with Radiation Therapy*. Dalam jurnal tersebut hanya terdapat pemodelannya saja, sehingga dalam penelitian ini akan dibahas tentang titik ekuilibrium, kestabilan model dan solusi grafik dengan aplikasi matlab.

Berdasarkan karya Olivia Manley yang berjudul *A Mathematical Model of Cancer Network with Radiation Therapy*, pemodelan yang dibahas ialah pemodelan dalam tingkat sel. Tingkat sel yang digunakan dalam karya nya Olivia Manley yaitu sel kanker, sel tumor dan sel sehat. Dalam karyanya ini Olivia Manley memasukkan sel sehat dikarenakan perlunya pemantauan akibat terapi radiasi yang diberikan. Interaksi antara sel kanker dengan sel sehat dalam karya Olivia Manley dihiraukan.

Berdasarkan karya Raul Isea dan Karl E. L. yang berjudul *A Mathematical Model of Cancer Under Radiotherapi*, pemodelan yang dibahas ialah pemodelan dalam tingkat sel. Tingkat sel yang digunakan yaitu sel kanker, sel sehat beserta sel efektor (imun). Dalam karyanya, Raul Isea dan Karl E. L. memasukkan interaksi antara sel efektor dengan sel kanker.

Berdasarkan karya Zijian Liu dan Chenxue Yang yang berjudul *Mathematical Model of Cancer Treatment by Radiotherapy*, pemodelan yang dibahas ialah pemodelan dalam tingkat sel. Tingkat sel yang digunakan yaitu sel sehat dan sel kanker. Dalam penyelesaian model karya Zijian Liu dan Chenxue Yang menggunakan teori kontrol.

Berikut tabel tinjauan pustaka yang berkaitan dengan penelitian.



Tabel 1.1 Kajian Pustaka

No	Nama Peneliti	Judul Penelitian	Perbedaan dengan Penulis
1.	Olivia Manley (2014)	A Mathematical Model of Cancer Networks with Radiation Therapy	Hubungan atau interaksi antara sel kanker dan sel sehat dihiraukan.
2.	Raul Isea dan Karl E. Lonngren (2015)	A Mathematical Model of Cancer Under Radiotherapy	Adanya interaksi antara sel-sel kekebalan tubuh dan sel-sel tumor menggunakan antigen spesifik.
3.	Zijian Liu dan Chenxue Yang (2014)	A Mathematical Model of Cancer Treatment by Radiotherapy	Model tanpa tumor dan menggunakan teori kontrol.
4.	Latifah Pertamawati (2013)	Aplikasi Kendali Optimum pada Kemoterapi Kanker	Kemoterapi untuk pengobatan kanker serta menggunakan kendali optimum.
5.	Ratnasari Dwi A. (2014)	Analisis Model Matematika tentang Pengaruh Terapi Gen terhadap Dinamika Pertumbuhan Sel Efektor dan Sel Tumor dalam Pengobatan Kanker	Terapi Gen sebagai pengobatan kanker, model menggunakan sel efektor dan sel tumor saja.
6.	Dayinta Gupitasari (2015)	Model Pengobatan Kanker Serviks dengan Immunoterapi	Kanker Serviks sebagai bahan kajian dan immunoterapi sebagai pengobatan kanker serviks.
7.	Yudha Apri Susila (2016)	Model Matematika Pengobatan Kanker dengan Terapi Radiasi	Hubungan atau interaksi antara sel sehat atau sel normal dengan sel kanker dianggap dan terapi radiasi untuk pengobatan kanker.

### **1.7. Sistematika Penulisan**

Untuk memberikan gambaran menyeluruh dan memudahkan dalam penelitian mengenai pemodelan matematika pada jaringan kanker, secara garis besar sistematikanya yaitu:

#### **BAB I : PENDAHULUAN**

Berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan.

#### **BAB II : DASAR TEORI**

Berisi tentang sistematika medis dan sistematika matematik yang berisi definisi dan teorema yang digunakan untuk mendukung pembahasan selanjutnya.

#### **BAB III : METODE PENELITIAN**

Berisi tentang metode yang digunakan dalam penelitian meliputi langkah kerja, pernyataan penelitian, serta tahapan dan alur penelitian.

#### **BAB IV : PEMBAHASAN**

Berisi tentang skema pemodelan, pencarian titik ekuilibrium sehingga dapat menganalisis kestabilan sistem serta efek radiasi.

#### **BAB V : STUDI KASUS DAN SIMULASI**

Berisi simulasi numerik dari pemodelan yang dibahas, sehingga diperoleh gambaran dari hasil penelitian yang dilakukan.

## BAB VI : PENUTUP

Berisi tentang kesimpulan serta saran, kesimpulan diambil dari pembahasan permasalahan yang ada dan pemecahan masalah serta saran-saran yang berkaitan dengan penelitian sejenis untuk penelitian berikutnya.



## BAB VI

### PENUTUP

Berdasarkan hasil analisis dan simulasi model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi, diperoleh kesimpulan dan saran sebagai berikut:

#### 6.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil penulis setelah menyelesaikan pembuatan skripsi ini adalah :

1. Model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi yaitu:

$$\frac{dA}{dt} = k_1 A \left(1 - \frac{A}{S}\right) - eAH - r_1$$

$$\frac{dB}{dt} = k_1 A \left(\frac{A}{S}\right) \left(1 - \frac{B}{M_1}\right) - dB - r_2$$

$$\frac{dH}{dt} = k_2 H \left(1 - \frac{H}{M_2}\right) - fAH - r_3$$

asumsi adanya interaksi antara sel induk kanker dengan sel normal/sehat.

2. Model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi memiliki empat titik ekuilibrium yaitu

$$E_1 = (x_1, y, z_1)$$

$$E_2 = (x_1, y, z_2)$$

$$E_3 = (x_2, y, z_1)$$

$$E_4 = (x_2, y, z_2)$$

dengan

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \left( (1 - e\mu) \pm \sqrt{(1 - e\mu)^2 - 4\rho_1} \right)$$

$$y = \frac{\alpha \hat{x}^2 - \rho_2}{\alpha \hat{x}^2 + \delta}$$

$$z_{1,2} = \frac{(\beta - f\omega) \pm \sqrt{(\beta - f\omega)^2 - 4\beta\rho_3}}{2\beta}$$

dari keempat titik ekuilibrium yang ada, hanya satu titik ekuilibrium yang memenuhi kestabilan yaitu titik ekuilibrium

$$E_4 = (x_2, y, z_2).$$

3. Dari simulasi model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi diberikan empat kasus dan semuanya diuji dengan dua *treatment*. Dari keempat kasus yang diberikan tersebut hanya kasus ketiga yang layak di gunakan, karena dalam kasus tiga ini dengan  $\rho_2$  yang berbeda masih menunjukkan bahwa dosis radiasi yang diberikan mampu menurunkan populasi sel A dan sel B tanpa membuat kematian yang drastis pada sel H.

## 6.2. Saran

Setelah membahas dan mengimplementasikan model matematika pengobatan kanker dengan terapi radiasi, penulis ingin menyampaikan beberapa saran.

1. Dalam skripsi ini dalam pengobatan kanker menggunakan terapi radiasi dilakukan satu kali radiasi. Sehingga masih terdapat kemungkinan untuk peneliti selanjutnya melakukan radiasi secara berkala dan ini akan menjadi hal yang menarik untuk peneliti selanjutnya.
2. Dalam skripsi ini pengobatan kanker satu-satunya hanyalah terapi radiasi dan difokuskan pada terapi radiasi. Oleh karena itu, penulis memberikan saran

kepada pembaca yang tertarik pada masalah ini untuk mengembangkan pengobatan kanker dengan mengkombinasikan pengobatan kanker antara terapi radiasi dan kemoterapi.





## DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H., 2004, Dasar-dasar Aljabar Linear : jilid 1, Erlangga: Jakarta.
- Baigent, S., 2012, *Lotka-Volterra Dynamics-An introduction*.
- Belostotski, G., dan Freedman, H., I., 2005, *A control theory model fo cancer treatment by radiotherapy*, International Journal of Pure and Applied Mathematics, 25(4), 447-480.
- Farid, A. M., Andrijono, dan Bari, S. A., 2006, Onkologi Ginekologi, Yayasan Bina Pustaka Sarwono Prawirohardjo : Jakarta.
- Hanahan, D., dan Weinberg. R. A., 2011, *Hallmarks of Cancer: The Next Generation*, Elsevier Inc.
- International Agency for Research on Cancer, 2012, *Cervical Center Screening, International Agency for Research on Cancer Handbook of Cancer Prevention*, France.
- Isea, R., dan Lonngren, K., E, 2015, *A Mathematical Model of Cancer Under Radiotherapy*, International Journal of Public Health Research 3(6); 340-344.
- Isselbacher, K. J., Asdie, dan Ahmad, H., 2000, Harrison Prinsip-Prinsip Ilmu Penyakit Dalam 4, 13, Jakarta: EGC.
- Liu, Z., dan Yang, C., 2014, *A Mathematical Model of Cancer Treatment by Radiotherapy*, Hindawi Publishing Corporation Computational and Mathematical Methods in Medicine 2014, 12 pages.
- Manley, O., 2014, *A Mathematical Model of Cancer Networks with Radiation Therapy*, Journal of Young Investigator 27(6).
- Murtiyasa, B., dan Khotimah, R. P., 2013, Persamaan Diferensial Elementer, Surakarta: Muhammadiyah University Press.
- Olsder, G. J dan Van der Woude, J. W., 1998, *Mathematical System Theory*, Belanda: Delft University Press.
- Perko, L., 2001, *Differential Equations and Dynamical Systems*, New York: Springer-Verlag.
- Lukito, P., 2010, Penuntun Diagnostik dan Tindakan Terapi Tumor Ganas, Jakarta: Sagung Seto.

Sachs, R. K., Hlatky, L. R., dan Hahnfeldt, P., 2001, *Simple ODE Models of Tumor Growth and Anti-Angiogenic or Radiation Treatment*, *Mathematical and Computer Modelling* 33(12); 1297-1305.

Santini, M. T., Rainaldi, G., dan Indovina, P. L., 2000, *Apoptosis Cell Adhesion and The Extracellular Matrix in The Three Dimensional Growth of Multicellular Tumor Spheroid*, *Critical Reviews in Oncology/Hematology*, 36(2); 75-87.

Toaha, S., 2012, *Kebijakan Pemanenan Optimal pada Model Kompetisi Dua Populasi*, KNM XVI.

Warner, E., 2011, *Cancer Network for Understanding Cancer*, arXiv e-prints.

<http://www.depkes.go.id/resources/download/pusdatin/infodatin/infodatin-kanker.pdf> diakses tanggal 2 Mei 2016.



## LAMPIRAN A

### M-FILE SOFTWARE MATLAB VERSI 7.1

#### 1.1. M-file kasus I dengan $\rho_2 < \alpha(x^+)^2$

```
%nilai awal
```

```
A(1)=15;
```

```
B(1)=47;
```

```
H(1)=110;
```

```
%nilai parameter
```

```
ksatu=0.6;
```

```
kdua=0.4;
```

```
S=15;
```

```
Msatu=100;
```

```
Mdua=110;
```

```
d=0.1;
```

```
rsatu=0.2;
```

```
rdua=0.2;
```

```
rtiga=1;
```

```
e=0.01;
```

```
f=0.02;
```

```
i=1;
```

```
t=1;
```

```
t(1)=0;
```

```
deltaT=0.01;
```

```

while (t<=150)
    A(i+1)=A(i)+(ksatu*A(i)*deltaT)-(ksatu*A(i)*A(i)
        /S*deltaT)-(e*A(i)/S*H(i)*deltaT)
        -(rsatu*deltaT);
    B(i+1)=B(i)+(ksatu*A(i)*A(i)/S*deltaT)-(ksatu*A(i)
        *A(i)/S*B(i)/Msatu*deltaT)-(d*B(i)*deltaT)
        -(rdua*deltaT);
    H(i+1)=H(i)+(kdua*H(i)*deltaT)-(kdua*H(i)*H(i)
        /Mdua*deltaT)-(f*A(i)*H(i)/Mdua*deltaT)
        -(rtiga*deltaT);
    t(i+1)=t(i)+deltaT;
    i=i+1;
end;
plot(t,A,'r','lineWidth',2);
hold on;plot(t,B,'g','lineWidth',2);
hold on;plot(t,H,'b','lineWidth',2);
title('KASUS I');
xlabel('Waktu');
ylabel('Sel-sel');
legend('A = Sel Induk Kanker','B = Sel Tumor','H =
        Sel Sehat');
grid on

```

## 1.2. M-file kasus II dengan $\rho_2 < \alpha(x^+)^2$

```

%nilai awal
A(1)=15;

```

```

B(1)=47;
H(1)=110;
%nilai parameter
ksatu=0.6;
kdua=0.06;
S=15;
Msatu=100;
Mdua=110;
d=0.1;
rsatu=0.2;
rdua=0.2;
rtiga=1.92;
e=0.01;
f=0.02;
i=1;
t=1;
t(1)=0;
deltaT=0.01;

while (t<=150)
    A(i+1)=A(i)+(ksatu*A(i)*deltaT)-(ksatu*A(i)*A(i)
        /S*deltaT)-(e*A(i)/S*H(i)*deltaT)
        -(rsatu*deltaT);

    B(i+1)=B(i)+(ksatu*A(i)*A(i)/S*deltaT)-(ksatu*A(i)
        *A(i)/S*B(i)/Msatu*deltaT)-(d*B(i)*deltaT)
        -(rdua*deltaT);

```

```

H(i+1)=H(i)+(kdua*H(i)*deltaT)-(kdua*H(i)*H(i)
        /Mdua*deltaT)-(f*A(i)*H(i)/Mdua*deltaT)
        -(rtiga*deltaT);
t(i+1)=t(i)+deltaT;
i=i+1;
end;
plot(t,A,'r','lineWidth',2);
hold on;plot(t,B,'g','lineWidth',2);
hold on;plot(t,H,'b','lineWidth',2);
title('KASUS II');
xlabel('Waktu');
ylabel('Sel-sel');
legend('A = Sel Induk Kanker','B = Sel Tumor','H =
        Sel Sehat');
grid on

```

### 1.3. M-file kasus III dengan $\rho_2 < \alpha(x^+)^2$

```

%nilai awal
A(1)=15;
B(1)=43;
H(1)=110;
%nilai parameter
ksatu=0.5;
kdua=0.4;
S=15;
Msatu=100;
Mdua=110;

```

```

d=0.1;
rsatu=1.3896;
rdua=0.5;
rtiga=1;
e=0.01;
f=0.02;
i=1;
t=1;
t(1)=0;
deltaT=0.01;

while (t<=150)
    A(i+1)=A(i)+(ksatu*A(i)*deltaT)-(ksatu*A(i)*A(i)
        /S*deltaT)-(e*A(i)/S*H(i)*deltaT)
        -(rsatu*deltaT);
    B(i+1)=B(i)+(ksatu*A(i)*A(i)/S*deltaT)-(ksatu*A(i)
        *A(i)/S*B(i)/Msatu*deltaT)-(d*B(i)*deltaT)
        -(rdua*deltaT);
    H(i+1)=H(i)+(kdua*H(i)*deltaT)-(kdua*H(i)*H(i)
        /Mdua*deltaT)-(f*A(i)*H(i)/Mdua*deltaT)
        -(rtiga*deltaT);
    t(i+1)=t(i)+deltaT;
    i=i+1;
end;
plot(t,A,'r','lineWidth',2);
hold on;plot(t,B,'g','lineWidth',2);

```

```

hold on;plot(t,H,'b','lineWidth',2);
title('KASUS III');
xlabel('Waktu');
ylabel('Sel-sel');
legend('A = Sel Induk Kanker','B = Sel Tumor','H =
        Sel Sehat');
grid on

```

#### 1.4. M-file kasus IV dengan $\varrho_2 < \alpha(x^+)^2$

```

%nilai awal
A(1)=15;
B(1)=43;
H(1)=110;
%nilai parameter
ksatu=0.5;
kdua=0.06;
S=15;
Msatu=100;
Mdua=110;
d=0.1;
rsatu=0.5;
rdua=0.5;
rtiga=1.5;
e=0.01;
f=0.02;
i=1;
t=1;

```



```

t(1)=0;
deltaT=0.01;

while (t<=150)
    A(i+1)=A(i)+(ksatu*A(i)*deltaT)-(ksatu*A(i)*A(i)
        /S*deltaT)-(e*A(i)/S*H(i)*deltaT)
        -(rsatu*deltaT);
    B(i+1)=B(i)+(ksatu*A(i)*A(i)/S*deltaT)-(ksatu*A(i)
        *A(i)/S*B(i)/Msatu*deltaT)-(d*B(i)*deltaT)
        -(rdua*deltaT);
    H(i+1)=H(i)+(kdua*H(i)*deltaT)-(kdua*H(i)*H(i)
        /Mdua*deltaT)-(f*A(i)*H(i)/Mdua*deltaT)
        -(rtiga*deltaT);
    t(i+1)=t(i)+deltaT;
    i=i+1;
end;
plot(t,A,'r','lineWidth',2);
hold on;plot(t,B,'g','lineWidth',2);
hold on;plot(t,H,'b','lineWidth',2);
title('KASUS IV');
xlabel('Waktu');
ylabel('Sel-sel');
legend('A = Sel Induk Kanker','B = Sel Tumor','H =
        Sel Sehat');
grid on

```

### 1.5. M-file kasus I dengan $\rho_2 > \alpha(x^+)^2$

```

%nilai awal
A(1)=15;
B(1)=47;
H(1)=110;

%nilai parameter
ksatu=0.6;
kdua=0.4;
S=15;
Msatu=100;
Mdua=110;
d=0.1;
rsatu=0.2;
rdua=6.5;
rtiga=1;
e=0.01;
f=0.02;
i=1;
t=1;
t(1)=0;
deltaT=0.01;

while (t<=150)
    A(i+1)=A(i)+(ksatu*A(i)*deltaT)-(ksatu*A(i)*A(i)
        /S*deltaT)-(e*A(i)/S*H(i)*deltaT
        -(rsatu*deltaT);

```

```

B(i+1)=B(i)+(ksatu*A(i)*A(i)/S*deltaT)-(ksatu*A(i)
      *A(i)/S*B(i)/Msatu*deltaT)-(d*B(i)*deltaT)
      -(rdua*deltaT);
H(i+1)=H(i)+(kdua*H(i)*deltaT)-(kdua*H(i)*H(i)
      /Mdua*deltaT)-(f*A(i)*H(i)/Mdua*deltaT)
      -(rtiga*deltaT);
t(i+1)=t(i)+deltaT;
i=i+1;
end;
plot(t,A,'r','lineWidth',2);
hold on;plot(t,B,'g','lineWidth',2);
hold on;plot(t,H,'b','lineWidth',2);
title('KASUS I');
xlabel('Waktu');
ylabel('Sel-sel');
legend('A = Sel Induk Kanker','B = Sel Tumor','H =
      Sel Sehat');
grid on

```

### 1.6. M-file kasus II dengan $\rho_2 > \alpha(x^+)^2$

```

%nilai awal
A(1)=15;
B(1)=47;
H(1)=110;
%nilai parameter
ksatu=0.6;
kdua=0.06;

```

```

S=15;
Msatu=100;
Mdua=110;
d=0.1;
rsatu=0.2;
rdua=7.2;
rtiga=1.92;
e=0.01;
f=0.02;
i=1;
t=1;
t(1)=0;
deltaT=0.01;

while (t<=150)
    A(i+1)=A(i)+(ksatu*A(i)*deltaT)-(ksatu*A(i)*A(i)
        /S*deltaT)-(e*A(i)/S*H(i)*deltaT
        -(rsatu*deltaT);
    B(i+1)=B(i)+(ksatu*A(i)*A(i)/S*deltaT)-(ksatu*A(i)
        *A(i)/S*B(i)/Msatu*deltaT)-(d*B(i)*deltaT)
        -(rdua*deltaT);
    H(i+1)=H(i)+(kdua*H(i)*deltaT)-(kdua*H(i)*H(i)
        /Mdua*deltaT)-(f*A(i)*H(i)/Mdua*deltaT)
        -(rtiga*deltaT);
    t(i+1)=t(i)+deltaT;
    i=i+1;

```

```

end;
plot(t,A,'r','lineWidth',2);
hold on;plot(t,B,'g','lineWidth',2);
hold on;plot(t,H,'b','lineWidth',2);
title('KASUS II');
xlabel('Waktu');
ylabel('Sel-sel');
legend('A = Sel Induk Kanker','B = Sel Tumor','H =
      Sel Sehat');
grid on

```

### 1.7. M-file kasus III dengan $\rho_2 > \alpha(x^+)^2$

```

%nilai awal
A(1)=15;
B(1)=43;
H(1)=110;
%nilai parameter
ksatu=0.5;
kdua=0.4;
S=15;
Msatu=100;
Mdua=110;
d=0.1;
rsatu=1.3896;
rdua=1;
rtiga=1;
e=0.01;

```

```

f=0.02;
i=1;
t=1;
t(1)=0;
deltaT=0.01;

while (t<=150)
    A(i+1)=A(i)+(ksatu*A(i)*deltaT)-(ksatu*A(i)*A(i)
        /S*deltaT)-(e*A(i)/S*H(i)*deltaT)
        -(rsatu*deltaT);
    B(i+1)=B(i)+(ksatu*A(i)*A(i)/S*deltaT)-(ksatu*A(i)
        *A(i)/S*B(i)/Msatu*deltaT)-(d*B(i)*deltaT)
        -(rdua*deltaT);
    H(i+1)=H(i)+(kdua*H(i)*deltaT)-(kdua*H(i)*H(i)
        /Mdua*deltaT)-(f*A(i)*H(i)/Mdua*deltaT)
        -(rtiga*deltaT);
    t(i+1)=t(i)+deltaT;
    i=i+1;
end;
plot(t,A,'r','lineWidth',2);
hold on;plot(t,B,'g','lineWidth',2);
hold on;plot(t,H,'b','lineWidth',2);
title('KASUS III');
xlabel('Waktu');
ylabel('Sel-sel');
legend('A = Sel Induk Kanker','B = Sel Tumor','H =

```

```
Sel Sehat');
```

```
grid on
```

### 1.8. M-file kasus IV dengan $Q_2 > \alpha(x^+)^2$

```
%nilai awal
```

```
A(1)=15;
```

```
B(1)=43;
```

```
H(1)=110;
```

```
%nilai parameter
```

```
ksatu=0.5;
```

```
kdua=0.06;
```

```
S=15;
```

```
Msatu=100;
```

```
Mdua=110;
```

```
d=0.1;
```

```
rsatu=0.5;
```

```
rdua=5.2;
```

```
rtiga=1.5;
```

```
e=0.01;
```

```
f=0.02;
```

```
i=1;
```

```
t=1;
```

```
t(1)=0;
```

```
deltaT=0.01;
```

```
while (t<=150)
```

```
    A(i+1)=A(i)+(ksatu*A(i)*deltaT)-(ksatu*A(i)*A(i)
```

```

/S*deltaT)-(e*A(i)/S*H(i)*deltaT)
-(rsatu*deltaT);
B(i+1)=B(i)+(ksatu*A(i)*A(i)/S*deltaT)-(ksatu*A(i)
*A(i)/S*B(i)/Msatu*deltaT)-(d*B(i)*deltaT)
-(rdua*deltaT);
H(i+1)=H(i)+(kdua*H(i)*deltaT)-(kdua*H(i)*H(i)
/Mdua*deltaT)-(f*A(i)*H(i)/Mdua*deltaT)
-(rtiga*deltaT);
t(i+1)=t(i)+deltaT;
i=i+1;
end;
plot(t,A,'r','lineWidth',2);
hold on;plot(t,B,'g','lineWidth',2);
hold on;plot(t,H,'b','lineWidth',2);
title('KASUS IV');
xlabel('Waktu');
ylabel('Sel-sel');
legend('A = Sel Induk Kanker','B = Sel Tumor','H =
Sel Sehat');
grid on

```



## DAFTAR RIWAYAT HIDUP

### A. Data Pribadi

Nama : Yudha Apri Susila  
Umur : 22 Tahun  
Tempat, Tanggal Lahir : Bantul, 23 April 1994  
Agama : Islam  
Status : Belum Nikah  
Jenis Kelamin : Laki-laki  
Alamat : Glondong RT.02 Tirtonirmolo Kasihan  
Bantul Yogyakarta  
No. Hp : 081239719780  
E-mail : yudhaaprisusila@gmail.com

### B. Latar Belakang Pendidikan

1. SD Negeri Winongo (2000-2006)
2. SMP Negeri 2 Bantul (2006-2009)
3. SMA Negeri 1 Sewon (2009-2012)
4. UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta masuk Tahun 2012