

**Masalah *Matching* Maksimum pada Graf *Non-bipartite*
Menggunakan Algoritma Kardinalitas *Matching Edmonds* dan
Aplikasinya pada Kasus *The Battle of Britain***

SKRIPSI

Untuk memenuhi sebagian persyaratan guna
memperoleh derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



Diajukan oleh:

MOHAMMAD IMAM JAUHARI

12610006

Kepada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
2017**



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal :

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Mohammad Imam Jauhari

NIM : 12610006

Judul Skripsi : Masalah *Matching Maksimum* pada Graf *Non-bipartite* Menggunakan Algoritma Kardinalitas *Matching Edmonds* dan Aplikasinya pada Kasus *The Battle of Britain*

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 30 Januari 2017

Pembimbing

Muhammad Abrori, S.Si., M.Kom

NIP. 19720423 199903 1 003



PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : B- 520/Un.02/DST/PP.05.3/02 /2017

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul

: Masalah *Matching* Maksimum pada Graf *Non-bipartite* Menggunakan Algoritma Kardinalitas *Matching Edmonds* dan Aplikasinya pada Kasus *The Battle Of Britain*

Yang dipersiapkan dan disusun oleh

Nama : Mohammad Imam Jauhari

NIM : 12610006

Telah dimunaqasyahkan pada

: 7 Februari 2017

Nilai Munaqasyah

: A

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Much. Abrori, S.Si, M.Kom
NIP. 19720423 199903 1 003

Penguji I

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si
NIP.19800402 200501 1 003

Penguji II

Noor Saif Muh. Mussafi, M.Sc
NIP.19820617 200912 1 005

Yogyakarta, 16 Februari 2017

UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Sains dan Teknologi

Dekan



Dr. Murtono, M.Si

NIP. 19691212 200003 1 001

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Mohammad Imam Jauhari
NIM : 12610006
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Alamat : Dsn. Stoplas RT 001 RW 002 Blok H7 Kedungrejo
Muncar Banyuwangi
Telp/Hp : 085729584018
Judul Skripsi : Masalah *Matching* Maksimum pada Graf *Non-bipartite* Menggunakan Algoritma Kardinalitas *Matching Edmonds* dan Aplikasinya pada Kasus *The Battle of Britain*

Menerangkan dengan sungguh – sungguh bahwa :

1. Skripsi yang saya ajukan adalah benar, asli karya ilmiah yang saya tulis sendiri.
2. Bilamana skripsi ini telah dimunaqosyahkan dan diwajibkan revisi, maka saya bersedia merevisi dalam waktu 2 (dua) bulan terhitung dari tanggal munaqosyah, jika lebih dari 2 (dua) bulan maka saya bersedia dinyatakan gugur dan bersedia munaqosyah kembali.
3. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa pernyataan ini tidak benar, maka sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenar – benarnya.

Yogyakarta, 23 Januari 2017
Yang menyatakan



Mohammad Imam Jauhari
NIM. 12610006

HALAMAN PERSEMBAHAN

*Sebuah Persembahan kecil untuk-mu Kedua Pahlawanku Ibu Wuri
Astuti dan Bapak Solikhin.*

*Semoga karya kecil ini dapat memberikan kebanggaan tersendiri di
hati-mu Bu'e dan Pak'e.*

*Kedua sodaraku Mbak Dewi Permata Sari dan Adek Putri Indah Sari
atas segala dukungan yang telah diberikan.*

Serta kupersembahkan karya kecil ini kepada :

*Bapak Ibu Dosen Pembimbing, Penguji dan Pengajar. Jazakumullah
Khairan Katsiran Wa Jazakumullah Ahsanal Jaza*

Teman – teman Matematika 2012

Almamaterku Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta

MOTTO

“Man Jadda Wajada”

“Barang siapa yang bersungguh – sungguh, akan berhasil”

(Pepatah Arab)

“Fainnama ’al Usri Yusro...Innama ’al Usri Yusro”

“Maka Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan...Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan”

(QS. Al-Insyirah: ayat 5 dan 6)

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan segala rahmat serta hidayah-Nya, sehingga skripsi yang berjudul **Masalah Matching Maksimum pada Graf Non-bipartite Menggunakan Algoritma Kardinalitas Matching Edmonds dan Aplikasinya pada Kasus The Battle of Britain** dapat terselesaikan guna memenuhi syarat memperoleh gelar kesarjanaan di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

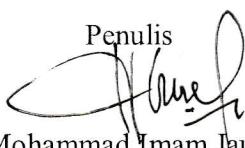
Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurah limpahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah membawa kita dari zaman jahiliah menuju ke zaman yang terang benderang seperti sekarang ini. Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan selesai tanpa adanya dukungan dari semua pihak, baik dukungan dalam bentuk moril maupun materil. Oleh karena itu, izinkanlah penulis mengucapkan rasa terimakasih yang sebesar – besarnya kepada:

1. Bapak Dr. Murtono, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Dr. M. Wakhid Musthofa, M.Si. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

3. Bapak Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom. selaku Dosen Penasehat Akademik dan Pembimbing Skripsi yang telah berkenan memberikan bimbingan serta arahan guna menyelesaikan skripsi ini.
4. Bapak/Ibu Dosen dan Staf Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta atas ilmu, bimbingan dan pelayanan selama perkuliahan dan penyusunan skripsi ini selesai.
5. Ibu dan Bapak tercinta yang selalu memberikan kepercayaan, semangat, motivasi serta doa yang tak pernah henti.
6. Kakak dan Adik saya yang selalu mendoakan dan memberi dukungan agar supaya cepat menyelesaikan skripsi.
7. Teman – teman Program Studi Matematika angkatan 2012 atas kebersamaan dan kelapangan hati telah menerima saya menjadi keluarga baru kalian.
8. Sahabat – sahabat kos Ibu Purwanto semoga silaturahmi dan persahabatan kita tetap terjaga.

Penulis menyadari masih banyak kesalahan dan kekurangan dalam penulisan skripsi ini, namun demikian penulis tetap berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan dapat membantu memberi suatu informasi yang baru.

Yogyakarta, 23 Januari 2017

Penulis

Mohammad Imam Jauhari
NIM. 12610006

DAFTAR ISI

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI.....	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN KEASLIAN	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iv
HALAMAN MOTTO	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR SIMBOL	xv
INTISARI.....	xvi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	4
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian.....	5
1.6 Tinjauan Pustaka	5
1.7 Sistematika Penulisan.....	8
1.8 Metode Penelitian.....	9
BAB II LANDASAN TEORI.....	12
2.1 Teori Graf	12
2.1.1 Graf.....	12
2.1.2 Derajat (<i>Degree</i>).....	14

2.2 Jenis – jenis Graf	18
2.2.1 Graf Berarah.....	18
2.2.2 Graf tidak Berarah.....	19
2.2.3 Graf Sederhana.....	19
2.2.4 Graf Bipartit	20
2.2.5 Graf Bipartit Lengkap.....	22
2.2.6 Graf bukan Bipartit.....	23
2.2.7 Graf Terhubung.....	24
2.2.8 Graf Berhingga dan tak Berhingga.....	25
2.2.9 Graf Berbobot dan Graf tidak Berbobot	25
2.3 Subgraf dan Subgraf Perentang.....	26
2.3.1 Subgraf.....	26
2.3.2 Subgraf Perentang	26
2.4 Jalan, Lintasan, dan <i>Cycle</i>	27
2.4.1 Jalan	27
2.4.2 Lintasan	28
2.4.3 <i>Cycle</i>	28
2.5 Operasi pada Graf.....	30
2.6 Pohon.....	32
2.6.1 Pohon.....	32
2.6.2 Pohon Merentang	32
2.7 Algoritma <i>Breadth – First Search</i> (BFS)	34
2.8 <i>Matching</i>	36
2.8.1 <i>Matching</i>	36
2.9 <i>Matching</i> Maksimum.....	39
2.9.1 <i>Matching</i> Maksimum.....	39
2.10 Algoritma Kardinalitas <i>Matching Edmonds</i>	40
2.11 <i>The Battle of Britain</i>	43

BAB III PEMBAHASAN	46
3.1 Teorema Subgraf Perentang dan Lintasan <i>Augmenting</i>	46
3.2 Inisialisasi <i>Matching</i>	51
3.3 <i>Blossom</i>	54
3.3.1 Batang, <i>Blossom</i> , Bunga pada Graf bermatching.....	54
3.3.2 Penyusutan <i>Blossom</i> (<i>Shrinking Blossom</i>).....	55
3.4 Pohon <i>Alternating</i>	62
BAB IV PENUTUP	86
4.1 Kesimpulan	86
4.2 Saran	87
DAFTAR PUSTAKA.....	88

DAFTAR TABEL

Tabel 1 : Perbedaan penelitian sekarang dan terdahulu	7
Tabel 3 : Tabel kecocokan antara masing – masing pilot	74

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	Skema penelitian	11
Gambar 2.1	Graf G_1	13
Gambar 2.2	<i>Order</i> dan <i>Size</i> graf G_2	14
Gambar 2.3	Derajat simpul pada graf G_3	15
Gambar 2.4	Graf berarah G_4	18
Gambar 2.5	Graf tak berarah G_5	19
Gambar 2.6	Graf sederhana G_6	20
Gambar 2.7	Graf G_7 yang dipartisi menjadi graf $G_7(V_1, V_2)$	21
Gambar 2.8	Graf bipartit lengkap G_8	23
Gambar 2.9	Graf bukan bipartit G_9	23
Gambar 2.10(a)	Graf terhubung G_{10}	24
Gambar 2.10(b)	Graf tidak terhubung G_{11}	24
Gambar 2.11(a)	Graf berhingga G_{12}	25
Gambar 2.11(b)	Graf tak berhingga G_{13}	25
Gambar 2.12(a)	Graf berbobot G_{14}	26
Gambar 2.12(b)	Graf tidak berbobot G_{15}	26
Gambar 2.13(a)	Graf G_{16}	27
Gambar 2.13(b)	H_1 subgraf dari G_{16}	27
Gambar 2.13(c)	H_2 subgraf perentang dari G_{16}	27
Gambar 2.14	Jalan terbuka, jalan tertutup, lintasan, <i>cycle</i> terbuka, dan <i>cycle</i> tertutup pada graf G_{17}	29
Gambar 2.15	Operasi pada graf G_{18} dan G_{19}	31
Gambar 2.16(a)	Graf pohon	32
Gambar 2.16(b)	Bukan graf pohon.....	32

Gambar 2.17(a)	Graf terhubung G_{20}	33
Gambar 2.17(b)	Pohon T atas graf G_{20}	33
Gambar 2.18	Graf G_{21}	35
Gambar 2.19	Pohon merentang T atas graf G_{21}	36
Gambar 2.20(a)	Graf G_{22}	37
Gambar 2.20(b)	Graf (G_{22}, M)	37
Gambar 2.21	Lintasan <i>alternating</i> pada graf (G_{22}, M)	39
Gambar 2.22	Lintasan <i>augmenting</i> pada graf (G_{22}, M)	39
Gambar 2.23(a)	Graf dengan <i>matching</i> yang sudah maksimum	40
Gambar 2.23(b)	Graf dengan <i>matching</i> yang belum maksimum	40
Gambar 3.1	H_1 dan H_2 merupakan subgraf perentang dari G_{23}	48
Gambar 3.2	<i>Augmenting-M</i> sepanjang P	50
Gambar 3.3	Graf G_{24} dengan 6 simpul dan 7 sisi	52
Gambar 3.4	Graf G_{24} dengan <i>matching</i> $M = \{e_1\}$	52
Gambar 3.5	Graf G_{24} dengan <i>matching</i> $M = \{e_1, e_4\}$	53
Gambar 3.6	Batang (<i>Stem</i>).....	54
Gambar 3.7	<i>Blossom</i>	54
Gambar 3.8	Bunga (<i>Flower</i>)	55
Gambar 3.9	Proses penyusutan <i>Blossom</i> (<i>Shrinking Blossom</i>).....	56
Gambar 3.10	Proses perentangan <i>pseudovertex b</i> (<i>Unshrink b</i>)	56
Gambar 3.11	Ilustrasi kondisi a	58
Gambar 3.12	Ilustrasi kondisi b	59
Gambar 3.13	Ilustrasi kondisi c	60
Gambar 3.14	Ilustrasi kondisi d	61
Gambar 3.15	Pohon <i>Alternating T</i> dengan akar r	62
Gambar 3.16	Ilustrasi Kasus 1	64
Gambar 3.17	Ilustrasi Kasus 2	64

Gambar 3.18	Ilustrasi Kasus 3	65
Gambar 3.19	Ilustrasi Kasus 4	65
Gambar 3.20	Graf (G_{25}, M) dengan <i>matching</i> $M = \{v_2v_3, v_4v_5, v_8v_7\}$	66
Gambar 3.21	Pohon <i>alternating T</i> atas graf (G_{25}, M)	67
Gambar 3.22(a)	Ilustrasi graf <i>non-bipartite</i>	68
Gambar 3.22(b)	Ilustrasi graf <i>bipartite</i>	68
Gambar 3.23	Ilustrasi lintasan <i>augmenting</i>	68
Gambar 3.24	Graf bipartit G_{26}	69
Gambar 3.25	Graf (G_{26}, M)	70
Gambar 3.26	Pohon T_1 atas graf (G_{26}, M)	71
Gambar 3.27	Graf (G_{26}, M')	72
Gambar 3.28	Graf G_{27}	75
Gambar 3.29	Graf (G_{27}, M)	78
Gambar 3.30	Pohon <i>alternating T₁</i> atas (G_{27}, M)	79
Gambar 3.31	Graf (G_{27}', M_1)	80
Gambar 3.32	Pohon <i>alternating T₂</i> atas graf (G_{27}', M_1)	81
Gambar 3.33	Graf (G_{27}'', M_2)	82
Gambar 3.34	Pohon <i>alternating T₃</i> atas graf (G_{27}'', M_2)	82
Gambar 3.35	Graf (G_{27}, M')	84

DAFTAR SIMBOL

$G(V, E)$	=	graf G
$V(G)$	=	himpunan simpul (<i>vertices</i>) di G
$E(G)$	=	himpunan sisi (<i>edges</i>) di G
$ V(G) $	=	jumlah simpul graf G
$ E(G) $	=	jumlah sisi graf G
$\deg(v)$	=	derajat dari simpul v
$\Delta(G)$	=	derajat maksimum di G
$\delta(G)$	=	derajat minimum di G
$G(V_1, V_2)$	=	graf bipartit
P	=	lintasan
H	=	subgraf
\cup	=	<i>union</i>
\cap	=	<i>intersection</i>
\setminus	=	<i>difference</i>
$/$	=	<i>contraction</i>
\oplus	=	<i>symmetric difference</i>
T	=	pohon <i>alternating</i>
M	=	<i>matching</i>
$ M $	=	kardinalitas <i>matching</i> M
(G, M)	=	graf G dengan <i>matching</i> M
r	=	akar dari sebuah pohon
B	=	<i>blossom</i>
b	=	<i>pseudovertex</i>
G_i	=	urutan gambar graf ke- i

**Masalah *Matching Maksimum* pada Graf *Non-bipartite* Menggunakan
Algoritma Kardinalitas *Matching Edmonds* dan Aplikasinya pada
Kasus *The Battle of Britain***

Oleh:
Mohammad Imam Jauhari
12610006

Intisari

Teori graf merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika yang banyak penggunaannya. *Matching* merupakan bagian dari teori graf yang membahas tentang masalah pemasangan. *Matching maksimum* merupakan *matching* dengan jumlah elemen terbanyak. Pencarian *matching* maksimum lebih sukar dilakukan pada graf *non-bipartite* dikarenakan terdapat minimal satu buah *cycle ganjil* yang menyebabkan munculnya sebuah *blossom*. Sebuah *blossom* dapat menyebabkan gagalnya proses pencarian *matching* maksimum pada suatu graf *non-bipartite*. Dalam penelitian ini akan dilakukan pencarian *matching* maksimum pada suatu graf *non-bipartite* menggunakan algoritma kardinalitas *matching Edmonds*.

Algoritma kardinalitas *matching Edmonds* merupakan algoritma yang mampu digunakan dalam melakukan pencarian *matching* maksimum pada graf *non-bipartite*. Penyusutan dilakukan terhadap setiap *blossom* B_i yang ditemui menjadi sebuah *pseudovertex* b_i . Guna mempercepat pencarian *matching* maksimum digunakan metode *greedy* sederhana untuk melakukan inisialisasi *matching* terhadap graf G . Penyusunan pohon *alternating* dilakukan apabila masih terdapat lebih dari 2 simpul *exposed* di (G, M) .

Dengan menggunakan algoritma kardinalitas *matching Edmonds* diperoleh sebuah *matching* maksimum pada sebuah graf *non-bipartite* dengan kardinalitas terbesar. *Matching* maksimum yang dihasilkan merupakan solusi dari permasalahan pemasangan pilot pada kasus *The Battle of Britain* yakni setiap dua pilot dapat dipasangkan ke dalam satu pesawat tempur serta hasil pemasangan masing-masing pilot merupakan pemasangan dengan jumlah pasangan terbanyak.

Kata kunci : kardinalitas *matching edmonds*, *matching*, *matching* maksimum

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Teori graf (*graph theory*) merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika yang dapat digunakan dalam memodelkan suatu permasalahan sehari – hari. Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh seorang matematikawan berkebangsaan Swiss bernama Leonhard Euler. Ketertarikannya dalam menyelesaikan permasalahan jembatan Konigsberg (*Konigsberg bridge problem*) melatarbelakangi Leonhard Euler untuk mengembangkan teori graf melalui tulisannya yang dipublikasikan oleh *The Academy of Science di St. Petersburg* pada tahun 1736 (R. Evans dan E. Minieka, 1992: 1). Seiring perkembangan ilmu pengetahuan aplikasi dari teori graf juga semakin meluas di antaranya dalam bidang psikologi, kimia, industri dan teknik elektro, perencanaan transportasi, manajemen, marketing, serta pendidikan. Contoh aplikasi teori graf misalnya dalam penentuan rute atau jarak terpendek pada *Global Positioning System (GPS)*, pengaturan sistem lalu lintas pada suatu kota, penjadwalan matakuliah pada suatu universitas, permasalahan pemasangan laki – laki dan perempuan, serta masih banyak lagi yang lainnya.

Matching merupakan salah satu bahasan dalam teori graf dimana banyak digunakan untuk memodelkan suatu permasalahan sehari – hari khususnya

pada masalah pemasangan. *Matching M* merupakan subset dari himpunan sisi $E(G)$ dimana tidak terdapat dua buah sisi dalam M yang saling *adjacent* sisi. Dalam bahasan mengenai *matching* terdapat dua istilah yang dikenal sebagai *matching maksimal* dan *matching maksimum*. Suatu *matching M* dikatakan maksimal apabila tidak memungkinkan lagi untuk menambahkan sisi *matching* kedalam M . Sedangkan suatu *matching M* dikatakan maksimum apabila memiliki kardinalitas terbesar. Permasalahan *matching maksimum* merupakan suatu masalah dalam melakukan pemasangan sedemikian sehingga menghasilkan pasangan dengan jumlah maksimum (C. Berge, 1973:122).

Umumnya pencarian *matching maksimum* lebih mudah dilakukan pada graf *bipartite* karena dalam graf *bipartite* tidak memungkinkan memuat *cycle ganjil* (B. Korte dan J. Vygen, 2001:206). Berbeda dengan kasus graf *bipartite*, dimana pada kasus graf *non-bipartite* setidaknya paling sedikit termuat satu buah *cycle ganjil* (L. Lovasz dan M. D. Plummer, 1986: 357). Hal inilah yang menyebabkan beberapa algoritma pencarian *matching maksimum* gagal atau tidak dapat digunakan dalam melakukan pencarian *matching maksimum* pada graf *non-bipartite*. Lantas bagaimana melakukan pencarian *matching maksimum* pada kasus graf *non-bipartite* ?.

Jack Edmonds (1965) melalui sebuah paper yang ditulisnya dengan judul “*Path, Tree, and Flower*” menggagas sebuah algoritma yang diberi nama sebagai algoritma kardinalitas *matching Edmonds*. Algoritma kardinalitas *matching Edmonds* adalah algoritma yang dapat digunakan untuk melakukan

pencarian *matching* maksimum pada graf *non-bipartite* dimana algoritma tersebut mampu mengatasi permasalahan *cycle* ganjil yang termuat dalam suatu graf *non-bipartite* dengan cara melakukan penyusutan terhadap *cycle* ganjil sedemikian sehingga dihasilkan sebuah graf baru G / B dan M / B . Algoritma kardinalitas *matching Edmonds* juga merupakan algoritma yang mendasarkan pada pencarian lintasan *M-augmenting* dimana digunakan sebuah pohon *alternating T* dengan akar r untuk melakukan pencarian terhadap lintasan *augmenting* pada graf (G, M) .

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai langkah – langkah algoritma yang digagas oleh Jack Edmonds (1965) yakni algoritma “kardinalitas *matching Edmonds*” serta melakukan pencarian *matching* maksimum pada suatu graf *non-bipartite* menggunakan algoritma kardinalitas *matching Edmonds*.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, dapat dirumuskan beberapa masalah yang akan menjadi bahasan pada penelitian ini yakni meliputi hal – hal sebagai berikut :

1. Bagaimana konsep *matching* pada suatu graf G ?
2. Bagaimana langkah – langkah algoritma kardinalitas *matching Edmonds*?

3. Bagaimana mengaplikasikan algoritma kardinalitas *matching Edmonds* dalam pencarian *matching* maksimum pada suatu graf *non-bipartite*?

1.3. Batasan Masalah

Pembatasan masalah diperlukan agar pokok permasalahan yang diteliti tidak melebar jauh dari yang sudah ditentukan. Pada penelitian ini penulis membatasi masalah sebagai berikut :

1. Graf yang digunakan adalah graf *non-bipartite* sederhana tak berarah, tak berbobot, terhubung dan berhingga.
2. Menggunakan algoritma *Breadth – First Search* (BFS) dalam mengkontruksi pohon *alternating T*.
3. Menggunakan inisial *matching* dengan metode *greedy* sederhana.

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Untuk mengetahui tentang bagaimana konsep *matching* pada suatu graf G .
2. Untuk mengetahui langkah – langkah algoritma kardinalitas *matching Edmonds*.

3. Untuk mengetahui bagaimana mengaplikasikan algoritma kardinalitas *matching Edmonds* dalam pencarian *matching* maksimum pada suatu graf *non-bipartite*.

1.5. Manfaat Penelitian

Dalam penulisan penelitian ini, diharapkan nantinya dapat memberikan manfaat sebagai berikut :

1. Menambah wawasan tentang konsep *matching* pada suatu graf G .
2. Memberikan pengetahuan tentang algoritma kardinalitas *matching Edmonds*.
3. Memberikan keterampilan tambahan dalam melakukan pencarian *matching* maksimum menggunakan algoritma kardinalitas *matching Edmonds*.

1.6. Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka yang menjadi acuan peneliti untuk melakukan penelitian lebih lanjut tentang pencarian *matching* maksimum pada graf menggunakan algoritma kardinalitas *matching edmonds* antara lain adalah :

1. Skripsi yang berjudul “*Penentuan Matching Maksimum pada Graf Bipartit Berbobot Menggunakan Metode Hungarian*” yang ditulis oleh Rina Wahyuningsih (2007), mahasiswi Jurusan Matematika Universitas

Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta. Penelitian ini membahas tentang penentuan *matching* maksimum pada graf bipartit berbobot menggunakan metode hungarian. Sebuah matriks berukuran 5×5 digunakan untuk menggambarkan permasalahan pada contoh kasus dalam penelitian ini, kemudian matriks tersebut direpresentasikan ke dalam bentuk graf bipartit berbobot.

2. Skripsi yang berjudul “*Penentuan Matching Maksimum pada Graf Tidak Berbobot Menggunakan Algoritma Hopcroft-Karp*” yang ditulis oleh Baharudin Kristian Parinata (2012), mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Negeri Malang. Penelitian ini membahas tentang penentuan *matching* maksimum pada graf bipartit tidak berbobot menggunakan algoritma hopcroft-karp serta membandingkan kompleksitas waktu algoritma hopcroft-karp dengan kompleksitas waktu algoritma kardinalitas *matching Edmonds*.
3. Jurnal yang berjudul “*Greedy Matching Algorithms, an Experimental Study*” yang ditulis oleh Jacob Magun (1998). Penelitian ini membahas tentang penggunaan algoritma *greedy* untuk menentukan *matching* maksimum pada graf *general* serta menghitung kompleksitas waktu algoritma *greedy* dalam menentukan *matching* maksimum pada graf *general*.

Penelitian – penelitian di atas memberikan pandangan dan informasi tambahan kepada peneliti untuk melakukan penelitian lebih lanjut mengenai konsep *matching* dan algoritma kardinalitas *matching Edmonds*. Selanjutnya

peneliti melakukan penelitian mengenai pencarian *matching* maksimum menggunakan algoritma kardinalitas *matching Edmonds*. Perbedaan penelitian yang akan dilakukan peneliti dengan penelitian sebelumnya dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1.1 Perbandingan penelitian terdahulu dengan penelitian sekarang

No.	Nama Peneliti	Judul	Objek
1.	Rina Wahyuningsih (2007)	Penentuan Matching Maksimum Pada Graf Bipartit Berbobot Menggunakan Metode Hungarian	Peneliti menggunakan metode Hungarian dan graf yang digunakan merupakan graf bipartit berbobot
2.	Baharudin Kristian Parinata (2012)	Penentuan Matching Maksimum pada Graf Tidak Berbobot Menggunakan Algoritma Hopcroft-Karp	Peneliti menggunakan algoritma Hopcroft-Karp dan graf yang digunakan merupakan graf bipartit tidak berbobot

3.	Jacob Magun (1998)	<i>Greedy Matching Algorithms, an Experimental Study</i>	Peneliti menggunakan algoritma <i>greedy</i> serta menghitung kompleksitas waktu algoritma <i>greedy</i> . Graf yang digunakan merupakan graf <i>general</i> .
4.	Mohammad Imam Jauhari (2017)	Masalah <i>Matching Maksimum</i> pada Graf <i>Non-bipartite</i> Menggunakan Algoritma Kardinalitas <i>Matching Edmonds</i> dan Aplikasinya pada Kasus <i>The Battle of Britain</i>	Peneliti menggunakan algoritma kardinalitas <i>matching Edmonds</i> dan graf yang digunakan merupakan graf <i>non-bipartite</i> sederhana, tak berarah, tak berbobot, terhubung, dan berhingga

1.7. Sistematika Penulisan

Untuk memberikan gambaran serta mempermudah dalam penulisan penelitian ini, secara garis besar sistematika penulisannya adalah sebagai berikut :

BAB I : PENDAHULUAN

Berisi tentang latar belakang penelitian, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan.

BAB II : LANDASAN TEORI

Berisi tentang teori penunjang yang digunakan dalam pembahasan penelitian ini yakni masalah *matching* maksimum pada graf *non-bipartite* menggunakan algoritma kardinalitas *matching Edmonds* dan aplikasinya pada kasus *the battle of britain*.

BAB III : PEMBAHASAN

Berisi tentang pembahasan mengenai algoritma kardinalitas *matching Edmonds* serta bagaimana pengaplikasiannya dalam pencarian *matching* maksimum pada suatu graf *non-bipartite*.

BAB IV : PENUTUP

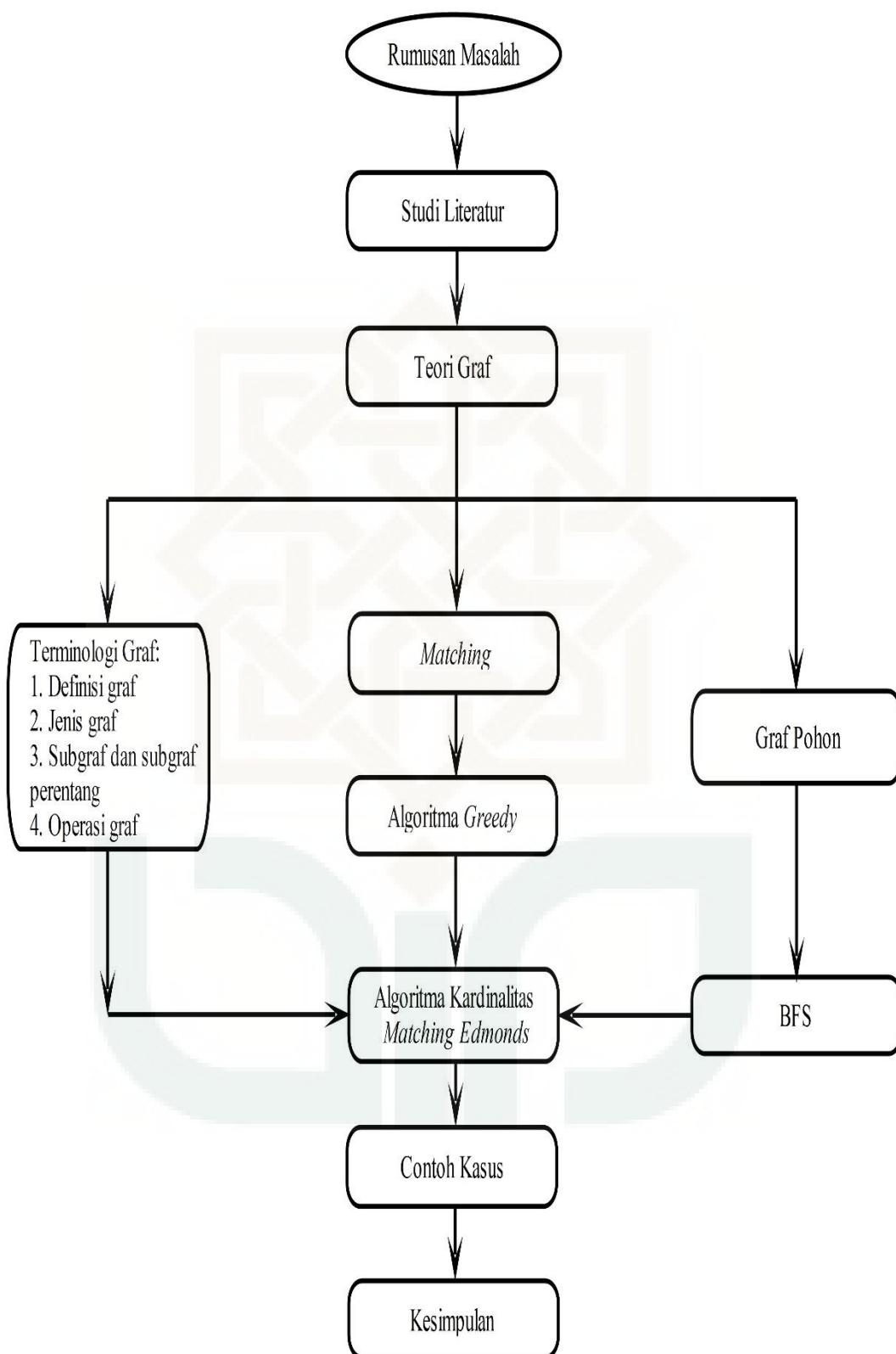
Pada bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran dari hasil pembahasan pada bab sebelumnya.

1.8 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penyusunan skripsi ini adalah studi literatur, yaitu dengan mempelajari beberapa karya ilmiah baik dalam

bentuk buku, jurnal, maupun hasil penelitian – penelitian sebelumnya yang menunjang penelitian ini. Buku yang menjadi rujukan utama dalam penelitian ini adalah buku yang ditulis oleh Dieter Jungnickel yang berjudul “*Graphs, Networks, and Algorithms*” (edisi ke 3 ,2008).

Penelitian ini dimulai dengan mempelajari konsep – konsep dasar tentang teori graf meliputi definisi dasar graf, jenis – jenis graf, subgraf dan subgraf perentang, operasi pada graf serta konsep dasar tentang graf pohon dan konsep *matching* pada graf G . Disamping itu dipelajari juga tentang algoritma *Breadth – First Search* (BFS) untuk melakukan konstruksi pohon *alternating T*. Kemudian dilanjutkan dengan mempelajari algoritma kardinalitas *matching Edmonds* serta penerapannya dalam pencarian *matching* maksimum pada suatu graf, dan diakhir pembahasan diberikan contoh kasus tentang permasalahan pemasangan pilot pesawat tempur pada pertempuran di Britain tahun 1940 yang diambil dari buku yang ditulis oleh M. Gondran dan M. Minoux (1984) yang berjudul “*Graphs and Algorithms*”. Berikut diberikan skema dari metode penelitian ini.



Gambar 1.1 Skema Penelitian

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian pada bab – bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. *Matching M* pada suatu graf G merupakan subset dari himpunan sisi $E(G)$ dimana tidak terdapat dua buah sisi *matching* dalam M yang saling *adjacent* sisi satu sama lain.
2. Secara garis besar langkah – langkah algoritma kardinalitas *matching Edmonds* dibagi menjadi tiga bagian dimana bagian pertama merupakan proses inisialisasi *matching*. Bagian kedua yakni penyusutan serta perentangan terhadap *blossom* B_i yang ditemui. Bagian ketiga yakni melakukan *augmenting-M*.
3. Algoritma kardinalitas *matching Edmonds* mampu diaplikasikan pada suatu graf G khususnya pada graf *non-bipartite* sederhana tak berarah, tak berbobot, terhubung dan berhingga. Proses inisialisasi *matching* terhadap graf G dengan menggunakan metode *greedy* sederhana dilakukan guna mendapatkan *matching* awal di G . Lintasan *augmenting P* diperoleh dari penyusunan pohon *alternating T* serta menerapkan proses penyusutan dan perentangan terhadap setiap *blossom* B_i yang ditemui. *Matching M* di G

dikatakan maksimum apabila sudah tidak didapati lagi lintasan *augmenting* pada graf (G, M) .

4.2 Saran

Berdasarkan pada penulisan skripsi ini, maka saran – saran yang dapat disampaikan adalah:

1. Penelitian ini dibatasi pada graf tidak berbobot, untuk penelitian selanjutnya disarankan agar menggunakan graf berbobot.
2. Selain menggunakan algoritma *Breadth – First Search* (BFS) pada penyusunan pohon *alternating*, untuk penelitian selanjutnya juga dapat digunakan algoritma lain misalnya menggunakan algoritma *Depth – First Search* (DFS)
3. Penelitian ini juga dapat dilengkapi dengan program simulasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Aldous, Joan M., and Robin J. Wilson, 2000, *Graphs and Applications (An Introductory Approach)*, Britain: Springer.
- Berge, C., 1970, *Graph and Hypergraph*, Netherlands:Dunod.
- Bondy, J. A., And Murty, U. S. R., 1976, *Graph Theory with Applications*, New York: Mac Millan Press.
- Chartrand, G., And Lesniak, L., 1996, *graph dan digraphs (third edition)*, London: Chapman dan Hill.
- Diestel, Reinhard, 1990, *Graph Decompositions (A Study in Infinite Graph Theory)*, New York: Oxford University Press.
- Edmonds, Jack, 1965, *paths, trees, and flowers*, canadian j.math., 17, 449-467.
- Evans, James R., and Edward Minieka, 1992, *Optimization Algorithms for Networks and Graphs*, New York: Marcel Dekker, Inc.
- Fournier, J. C., 2009, *Graph Theory and Applications*, Britain: ISTE Ltd & John Wiley.
- Gondran, M., and M. Minoux, 1984, *Graphs and Algorithms*, New York: Jhon Wiley & Sons.
- Gross, Jonathan L., and Jay Yellen (Editors), 1999, *Handbook of Graph Theory*, USA: CRC Press.
- Harris, John M., Jeffry L. Hirst and Michael J. Mossinghoff, 2008, *Combinatorics and Graph Theory (Second Edition)*, New York: Springer.
- Ibrahim, dan Noor Saif Muhammad Mussafi, 2013, *Pengantar Kombinatorika dan Teori Graf*, Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Jungnickel, Dieter, 2008, *Graphs, Networks, and Algorithms (Third Edition)*, Berlin: Springer – Verlag.
- Lovasz, L., and M. D. Plummer, 1986, *Matching Theory*, USA: North – Holland.
- Ojong, P. K., 2003, *Perang Eropa Jilid I*, Jakarta: Kompas Media Nusantara.
- Vasudev, C., 2006, *Graph Theory with Applications*, New Delhi: New Age International Publishers.

Winter, 2005, *Maximum Matching*, CS105,

www.cs.dartmouth.edu/~ac/Teach/CS105.../kavathekar-scribe.pdf

Zwick, U., 2009, *Maximum Matching in Bipartite and Non-bipartite Graphs*,
<http://www.cs.tau.ac.il/~zwick/grad-algo-0910/match.pdf>

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

DATA DIRI

Nama : Mohammad Imam Jauhari
Tempat / tanggal lahir : Banyuwangi / 19 Oktober 1993
Jenis kelamin : Laki – laki
Agama : Islam
Alamat asal : Dsn. Stoplas Rt. 001 Rw. 002 Blok H-7
Kec. Muncar Desa Kedungrejo Kab. Banyuwangi
Telepon / Hp : 085729584018
Email : jonycrish@gmail.com

PENDIDIKAN FORMAL

1. 2000 s.d. 2006 SDN 5 Kedungrejo Muncar Banyuwangi
2. 2006 s.d. 2009 Mts Miftahul Ulum Muncar Banyuwangi
3. 2009 s.d. 2012 MAN 1 Jember
4. 2012 s.d. 2017 S1 Jurusan Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

PENGALAMAN ORGANISASI

1. Wakil Ketua Ekskul Pecinta Alam MAYAPADA MAN 1 Jember tahun 2009 s.d. 2010.
2. Ketua I Majelis Perwakilan Kelas (MPK) MAN 1 Jember tahun 2010 s.d. 2011.
3. Ketua Umum Ikatan Alumni MAN 1 Jember di Yogyakarta tahun 2012 s.d. 2014.
4. Ketua Divisi Minat dan Bakat HMPS – MATEMATIKA UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta tahun 2012 s.d. 2015.
5. Ketua I Kelompok Belajar Astronomi Islam (ASTRONIC) UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta tahun 2015 s.d. 2016.