

**KETUNGGALAN TITIK TETAP DI RUANG METRIK – S  
LENGKAP DAN SIFAT KEKONTINUAN DI TITIK  
TETAPNYA**

**Skripsi**

Untuk memenuhi sebagian persyaratan  
mencapai derajat Sarjana S-1  
Program Studi Matematika



**STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

Diajukan oleh:

**NURUL HIDAYATUN NIKMAH**

**13610040**

Kepada:

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

**2017**



## SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Nurul Hidayatun Nikmah

NIM : 13610040

Judul Skripsi : Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik –  $S$  Lengkap dan Sifat kekontinuan di Titik Tetapnya

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, 9 Juni 2017

Pembimbing

Malahayati, M.Sc

NIP. 198404912 201101 2 010



**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : B-2001/Un.02/DST/PP.05.3/07/ 2017

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metriks - S Lengkap dan Sifat Kekontinuan di Titik Tetapnya

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :  
Nama : Nurul Hidayatun Nikmah  
NIM : 13610040  
Telah dimunaqasyahkan pada : 15 Juni 2017  
Nilai Munaqasyah : A  
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang

Malahayati, MSc  
NIP. 19840412 201101 2 010

Penguji I

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si  
NIP.19800402 200501 1 003

Penguji II

Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc  
NIP.19861208 201503 2 006

Yogyakarta, 13 Juli 2017  
UIN Sunan Kalijaga  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Dekan



Dr. Murtono, M.Si  
NIP. 19691212 200003 1 001

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Nurul Hidayatun Nikmah

NIM : 13610040

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 9 Juni 2017

Yang Menyatakan



Nurul Hidayatun Nikmah

## MOTTO

*Dan aku menyerahkan urusanku kepada Allah*

*(QS. Al-Mu'min: 44)*

*Bekerjalah bagaikan tak butuh uang*

*Mencintailah bagaikan tak pernah disakiti*

*Menarilah bagaikan tak seorangpun sedang menonton*

*(Mark Twain)*

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

PERSEMBAHAN

لربي عظيم فخري...

رسولي نجم ثاقبي...

كتابي نورفؤادي...

ابي و امي زكاء لنفسي...

إخوني فرحاني...

أساتذتي ابطالي...

زملائي مهديئي...

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

إن الحمد لله نحمده ونستعينه ونعوذ بالله من شرور أنفسنا ومن سيئات أعمالنا من يهdy الله فلا مضل له ومن يضلله فلا هادي له, أشهد أن لا إله إلا الله وحده لا شريك له وأشهد أن محمدا عبده ورسوله. اللهم صل على سيدنا محمد وعلى آله وصحبه اجمعين

Segala puji bagi Allah SWT, yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga skripsi yang berjudul **“Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik – S Lengkap dan Sifat Kekontinuan di Titik Tetapnya”** ini dapat terselesaikan. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai *uswatun hasanah*.

Penyusun menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk karena itu, dengan segala kerendahan hati penyusun banyak mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. KH. Yudian Wahyudi, M.A., Ph.D., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga
2. Bapak Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga.
3. Bapak Dr. Muh. Wakhid Mustofa, S.Si., M.Si selaku Ketua Prodi Matematika

4. Bapak Muhammad Farhan Qudrotullah, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan banyak pengarahan, masukan dan saran-saran kepada penyusun selama perkuliahan
5. Ibu Malahayati, M.Sc., selaku dosen pembimbing yang telah memberikan ilmu dan pengarahan dalam menyusun karya kecil ini. *Jazakumullah khairan.*
6. Segenap dosen dan karyawan Fakultas Sains dan Teknologi, yang telah membantu penyusun dalam menyelesaikan studi.
7. Ayahanda Mansuri dan Ibunda Siti Mukhayaroh yang tak hentinya memberikan cinta, kasih sayang, pengorbanan, motivasi, serta do'a kepada penyusun. Terima kasih juga penyusun sampaikan kepada kakak-kakak tercinta, Siti Luayanah, M. Yani, Ainun Muzayanah, M. Umar (Alm), dan Nur Fadhilah yang berkenan menyelimuti kebahagiaan keluarga. Terima kasih A'im, yang telah menemani saya di Jogja *Syukran Katsiron.*
8. Almaghfurlah K.H. Asyhari Marzuqi, serta Ibunda Nyai Hj. Barokah Nawawi dan Abah K.H. Munir Syafa'at, selaku Pengasuh PonPes Nurul Ummah Putri Kotagede Yogyakarta yang tanpa mengenal lelah membimbing dan mendidik para santri
9. Teman-teman Matematika'13 UIN Sunan Kalijaga, mb fatwa, Shinta, mb Aam, mb fajri, dan lain-lain semoga kesuksesan selalu menghampiri kita semua dan persahabatan akan terus berlanjut sampai akhir hayat.
10. Sahabat KKN Jurug (Budi, Anggit, Andri, Jeje, Andi, Cacak, Erika, Resni, dan Qoni) yang telah mewarnai hidup penyusun.



11. Keluargaku PP Nurma Putri, khususnya warga AISYAH (A8 Mb Shod, Mb Luluk, Mb Naila, Susi, Kunti, Della, Nia, Dessi, Novia, Rahma) dan sahabat terkasih Mb Qura, Mb Azka, Mb Ita, Mita, Mb Ana yang tak pernah lelah menemani selama ini, serta Yani, Nia, Chila, Pipit, Tipong, Mifta, Vega yang tak henti memberikan motivasi kepada penyusun.
12. Semua pihak yang telah membantu penyusun dalam penyusunan skripsi ini, baik secara langsung maupun tidak langsung, yang tidak dapat penyusun sebutkan satu per satu.

Penyusun menyadari bahwa karya ini merupakan karya yang jauh dari kesempurnaan, namun penyusun berharap bahwa ketidaksempurnaan ini menjadi bermanfaat bagi penyusun dan orang lain.

Penyusun berharap karya ini dapat memberikan sumbangsih khazanah keilmuan. *Wallahu a'lam bis showab*

Yogyakarta, 21 Mei 2017 M

Penyusun,



**Nurul Hidayatun Nikmah**  
**NIM. 13610040**

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERSETUJUAN .....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN .....	iv
HALAMAN MOTTO .....	v
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	vi
KATA PENGANTAR .....	vii
DAFTAR ISI .....	x
DAFTAR LAMBANG .....	xii
ABSTRAK .....	xiii
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang Masalah .....	1
1.2 Batasan Masalah .....	3
1.3 Rumusan Masalah .....	4
1.4 Tujuan Penelitian .....	4
1.5 Manfaat Penelitian .....	4
1.6 Tinjauan Pustaka .....	4
1.7 Sistematika Penulisan .....	6
1.8 Metode Penelitian .....	6

BAB II DASAR TEORI .....	8
2.1 Dasar – Dasar Analisis Real .....	8
2.2 Ruang Metrik .....	27
2.3 Titik Tetap .....	37
BAB III KETUNGGALAN TITIK TETAP DI RUANG METRIK – S LENGKAP DAN SIFAT KEKONTINUAN DI TITIK TETAPNYA .....	40
3.1 Dasar – Dasar Ruang Metrik – S .....	40
3.2 Teorema Titik Tetap di Ruang Metrik – S .....	53
BAB IV PENUTUP .....	72
4.1 Kesimpulan .....	72
4.2 Saran .....	73
DAFTAR PUSTAKA .....	74

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## DAFTAR LAMBANG

$\mathbb{N}$  : Himpunan bilangan asli

$\mathbb{R}$  : Himpunan bilangan real

$\forall$  : Untuk setiap

$\exists$  : Terdapat

$\ni$  : Sedemikian hingga

$<$  : Kurang dari

$>$  : Lebih dari

$\leq$  : Kurang dari sama dengan

$\geq$  : Lebih dari sama dengan

$\neq$  : Tidak sama dengan

$(X, d)$  : Ruang metrik pada himpunan  $X$  dengan metrik  $d$

$(X, S)$  : Ruang metrik –  $S$  pada himpunan  $X$  dengan metrik  $S$

$(X, G)$  : Ruang metrik –  $G$  pada himpunan  $X$  dengan metrik  $G$

$A \subseteq X$  : Himpunan  $A$  subset himpunan  $B$

$\infty$  : Tak terhingga

$\rightarrow$  : Menuju

## ABSTRAK

Ruang metrik  $-S$  merupakan himpunan tak kosong  $X$  yang dilengkapi dengan fungsi yang memetakan setiap tiga pasang elemen berurutan ke suatu bilangan real tak negatif dan memenuhi dua kondisi. Ruang metrik  $-S$  adalah hasil modifikasi antara ruang metrik  $-G$  dan ruang metrik  $-D^*$ . Ruang metrik  $-G$  pertama kali diperkenalkan oleh Mustafa dan Sims (2006). Selanjutnya, Sedghi (2007) mengubah beberapa kondisi pada ruang metrik  $-G$  dan memperkenalkan konsep ruang metrik  $-D^*$ .

Skripsi ini membahas konsep ruang metrik  $-S$  dan beberapa sifat yang berlaku di dalamnya, serta membuktikan beberapa teorema ketunggalan titik tetap pada pemetaan terhadap dirinya sendiri di ruang metrik  $-S$  lengkap dan sifat kekontinuan di titik tetapnya.

**Kata kunci:** Titik tetap, Ruang metrik, Ruang metrik  $-S$ .

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Teori titik tetap merupakan salah satu objek penelitian dalam matematika analisis yang terus mengalami perkembangan dan berperan penting baik di bidang matematika itu sendiri maupun dalam bidang-bidang lain, seperti bidang ekonomi dan kesehatan. Salah satu kegunaan teori titik tetap dalam bidang matematika adalah untuk menyelesaikan persamaan linear dan persamaan integral. Penelitian mengenai teori titik tetap berawal dari munculnya Prinsip Kontraksi Banach (*Banach Contraction Principle*) pada tahun 1922, yang menjamin eksistensi dan ketunggalan titik tetap untuk pemetaan kontraksi (*Contraction*) yang terdefinisi pada ruang metrik lengkap. Selanjutnya, para ahli mengembangkan penelitian tentang teori titik tetap pada umumnya terfokus pada dua hal, yaitu jenis fungsinya dan ruang yang merupakan domain dari fungsi tersebut.

Ruang merupakan salah satu konsep penting yang dipelajari dalam ilmu matematika, khususnya dalam bidang analisis. Dikenal berbagai macam ruang, di antaranya adalah ruang metrik. Ruang metrik merupakan himpunan tak kosong  $X$ , yang dilengkapi dengan fungsi yang memetakan setiap anggota  $X \times X$  ke suatu bilangan real tak negatif dan memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Fungsi inilah yang kemudian dinamakan metrik pada  $X$ .

Banyak ahli yang mencoba untuk mengembangkan konsep ruang metrik. Misalnya saja, Gähler yang pada tahun 1963 mengenalkan tentang ruang metrik  $-2$ , Gähler mengklaim bahwa ruang metrik  $-2$  merupakan perumuman dari ruang metrik biasa. Akan tetapi tahun 1984, Dhage dalam tesisnya mengidentifikasi kelemahan teori Gähler tentang ruang metrik  $-2$ . Sebagai solusi masalah tersebut, Dhage kemudian mengenalkan konsep ruang metrik  $-D$ .

Tahun 2003, Mustafa dan Sims dalam jurnalnya yang berjudul "*Some result concerning  $D$  – metric spaces*" menjelaskan kelemahan ruang metrik  $-D$ . Selanjutnya tahun 2006, Mustafa dan Sims mempublikasikan jurnalnya yang berjudul "*A New Approach to Generalized Metric Spaces*" tentang ruang metrik  $-G$  yang merupakan generalisasi dari ruang metrik dan mengenalkan teorema titik tetap pada pemetaan kontraksi dalam ruang metrik  $-G$ .

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Sedghi, dkk tahun 2007 tentang ruang metrik  $-D^*$ , yang merupakan hasil modifikasi dari definisi ruang metrik  $-D$ . Lebih lanjut, pada tahun 2012 Sedghi, dkk menemukan kelemahan dari ruang metrik  $-G$  dan ruang metrik  $-D^*$ , kemudian mengenalkan perumuman baru dari ruang metrik yang dikenal sebagai ruang metrik  $-S$  dalam jurnalnya yang berjudul "*A Generalization of Fixed Point Theorems in  $S$  –Metric Spaces*". Jurnal tersebut juga menjelaskan

mengenai teorema titik tetap untuk pemetaan terhadap dirinya sendiri (*self-mapping*) pada ruang metrik  $-S$  lengkap.

Selanjutnya, pada tahun 2014 Sedghi, dkk mengembangkan penelitiannya tentang teorema titik tetap yaitu tentang ketunggalan dan sifat kekontinuan di titik tetap pada ruang metrik  $-S$  lengkap. Hasilnya, banyak didapatkan kesamaan mengenai teorema titik tetap dari ruang metrik untuk ruang metrik  $-S$ . Pada tahun 2016 K. Prudhvi dalam jurnalnya yang berjudul "*Some Fixed Point Result in  $S - Metric Spaces$* " membuktikan beberapa teorema titik tetap pada ruang metrik  $-S$  lengkap yang merupakan pengembangan dari jurnal sebelumnya.

Berdasarkan perkembangan penelitian ruang metrik dan teori titik tetap, menarik untuk dipelajari lebih lanjut tentang ruang metrik  $-S$ , yang merupakan hasil modifikasi antara ruang metrik  $-D^*$  dan ruang metrik  $-G$ . Penelitian ini merupakan penjabaran dari jurnal yang ditulis oleh K. Prudhvi, serta melengkapi langkah-langkah pembuktian beberapa teorema titik tetap pada ruang metrik  $-S$  lengkap yang belum disajikan.

## 1.2 Batasan Masalah

Pembatasan masalah dalam penelitian sangatlah penting agar lebih fokus dan terarah sesuai dengan tujuan yang dimaksud. Penulisan skripsi ini dibatasi pada teorema titik tetap di ruang metrik  $-S$  lengkap, yaitu lebih dikhususkan untuk menyelidiki ketunggalan dan sifat kekontinuan fungsi di titik tetap tersebut.



### 1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan di atas, maka permasalahan yang dibahas dalam skripsi ini adalah bagaimana pembuktian teorema titik tetap di ruang metrik  $-S$  lengkap dan sifat-sifat apa saja yang mendukung pembuktian tersebut.

### 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengkaji dan menjelaskan langkah-langkah pembuktian teorema titik tetap di ruang metrik  $-S$  lengkap dan sifat-sifat yang mendukung pembuktian tersebut.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Memberikan pengetahuan tentang teorema titik tetap di ruang metrik  $-S$  lengkap beserta langkah-langkah pembuktiannya.
2. Memberikan motivasi kepada pembaca untuk mempelajari perkembangan ruang metrik.

### 1.6 Tinjauan Pustaka

Penelitian ini berawal dari jurnal yang ditulis oleh Sedghi, dkk tahun 2012 yang berjudul "*A Generalization of Fixed Point Theorems in  $S - Metric Spaces$* ". Jurnal tersebut menjelaskan konsep ruang metrik  $-S$  dan

teorema titik tetap pada ruang metrik  $-S$ . Selanjutnya, pada tahun 2014 Sedghi, dkk mencoba mengembangkan penelitian mereka sebelumnya yang ditulis dalam jurnal "*Fixed Point Theorems on  $S$  – Metric Spaces*". Dalam jurnal yang kedua ini mereka membuktikan teorema titik tetap pada ruang metrik  $-S$ , yaitu tentang ketunggalan dan sifat kekontinuan di titik tetapnya.. Selain itu, penelitian mereka juga membuktikan bahwa banyak persamaan tentang teorema titik tetap dari ruang metrik untuk ruang metrik  $-S$ .

Lebih lanjut pada tahun 2016, K. Prudhvi menulis jurnal yang berjudul "*Some Fixed Point Result in  $S$  – Metric Spaces*" yang berisi tentang pembuktian beberapa teorema titik tetap pada ruang metrik  $-S$  lengkap yang merupakan hasil perluasan dan pengembangan penelitian yang dilakukan Sedghi, dkk tahun 2014. Jurnal inilah yang digunakan sebagai acuan utama dalam penulisan skripsi.

Selain jurnal tersebut, digunakan juga beberapa referensi pendukung yang lain untuk memudahkan penelitian ini. Di antaranya adalah buku "*Introduction to Real Analysis*" edisi ketiga pada tahun 2000 karya Bartle dan Sherbert yang membahas tentang dasar-dasar analisis real. Pembahasan tentang ruang metrik dijelaskan oleh Shirali dan Vasudeva dalam bukunya "*Metric Spaces*" pada tahun 2006. Selanjutnya, untuk memahami tentang teori titik tetap, digunakan buku "*Fixed Point Theory and Applications*" yang ditulis oleh Ravi Agarwal, Maria Meehan, dan Donal O'rgan pada tahun 2004.

## 1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan skripsi ini terdiri dari empat bab sebagai berikut:

### BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas mengenai latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, sistematika penulisan, dan metode penulisan.

### BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini membahas tentang teori-teori yang akan menjadi dasar dalam memahami bab-bab selanjutnya, yaitu dasar-dasar analisis real, definisi ruang metrik, teorema-teorema yang berlaku di dalamnya, dan teori titik tetap pada ruang metrik beserta contohnya.

### BAB III PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan secara rinci mengenai dasar ruang metrik  $-S$  dan teorema titik tetap pada ruang metrik  $-S$  lengkap beserta langkah-langkah pembuktiannya.

### BAB IV PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan umum dan saran-saran yang membangun dari hasil penelitian studi literatur yang dilakukan.

## 1.8 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penyusunan skripsi ini adalah studi literatur, yaitu mempelajari beberapa sumber tertulis tentang ruang metrik

–  $S$  sesuai dengan tema penelitian. Adapun sifat penelitian dalam skripsi ini adalah kualitatif.

Sebelumnya, dijelaskan dasar-dasar analisis real dan konsep ruang metrik sebagai landasan teori. Konsep kekonvergenan, barisan *Cauchy* pada ruang metrik, dan pemetaan kontraktif juga dijelaskan untuk memudahkan dalam memahami teori titik tetap pada ruang metrik. Selanjutnya diberikan definisi ruang metrik –  $G$  dan ruang metrik –  $D^*$  sebagai landasan dalam mempelajari ruang metrik –  $S$ .

Pembahasan inti dalam penelitian ini adalah tentang teorema titik tetap pada ruang metrik –  $S$ . Dijelaskan langkah-langkah pembuktian teorema titik tetap pada ruang metrik –  $S$  yang mengacu pada jurnal yang ditulis oleh K. Prudhvi tahun 2016 yang berjudul “*Some Fixed Point Result in  $S - Metric Spaces$* ”. Beberapa langkah pembuktian teorema tidak dijelaskan dalam jurnal tersebut sehingga digunakan jurnal-jurnal lain yang berkaitan sebagai rujukan.

## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, dapat disimpulkan bahwa fungsi yang terdefinisi di ruang metrik  $-S$  lengkap dan dipetakan ke dirinya sendiri serta memenuhi pertidaksamaan (3.10), memiliki titik tetap apabila fungsi tersebut memenuhi pertidaksamaan (3.11) dan kondisi (C1). Selanjutnya, titik tetap pada fungsi tersebut dijamin ketunggalannya oleh kondisi (C2) dan kekontinuan fungsi di titik tetapnya dijamin pula pada fungsi tersebut yang memenuhi kondisi (C3).

Selain itu, ketunggalan titik tetap dan kekontinuan fungsi di titik tetapnya masih berlaku dengan mengubah fungsi kontinu lima variabel pada pertidaksamaan (3.10) menjadi beberapa kondisi pada pertidaksamaan (3.17), (3.18), atau (3.19). Lebih lanjut, fungsi yang memenuhi kondisi (C3) pasti memenuhi kondisi (C1) dan (C2). Akan tetapi kebalikannya dari sifat tersebut tidak berlaku.

Sifat – sifat yang berlaku pada ruang metrik juga berlaku untuk ruang metrik  $-S$  akan tetapi berbeda dalam pendefinisian, seperti ketunggalan limit barisan, hubungan barisan konvergen dan barisan Cauchy, kelengkapan, dan kriteria barisan untuk kekontinuan fungsi pada ruang metrik  $-S$ . Sifat – sifat tersebut digunakan sebagai pendukung dalam pembuktian beberapa teorema titik tetap di ruang metrik  $-S$  lengkap.

## 4.2 Saran

Berdasarkan proses penelitian yang telah dilakukan, maka saran-saran yang dapat disampaikan penulis adalah:

1. Penelitian ini hanya membahas tentang konsep dasar ruang metrik –  $S$  dan beberapa teorema titik tetapnya. Oleh karena itu penelitian ini dapat dikembangkan lagi, misalnya dengan mengkaji hubungan ruang metrik dengan ruang metrik –  $S$ .
2. Selain itu, dalam penelitian ini belum ada contoh – contoh penerapan titik tetap di ruang metrik –  $S$  sehingga perlu adanya penelitian lebih lanjut mengenai hal ini.

Demikian saran-saran yang dapat disampaikan penulis, semoga tugas akhir ini dapat menjadi inspirasi bagi pembaca untuk mengembangkan lagi penerapan titik tetap di ruang metrik –  $S$  khususnya dan di ruang – ruang lain pada analisis fungsional pada umumnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Agarwal, Ravi P., Donald O'Regan, and D. R. Sahu. 2009. *Fixed Point Theory for Lipschitzian Type Mappings with Applications*. USA. Springer.
- Agarwal, Ravi P., Maria Meehan, and Donal O'Regan. 2004. *Fixed Point Theory and Applications*. UK. Cambridge University Press.
- Bartle, R. G., and Sherbert, D.R. 2000. *Introduction to Real Analysis*. Third Edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Khamsi, Mohammad A., and Krik, William A. 2001. *An Introduction to Metric Spaces and Fixed Point Theory*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Malahayati. *Analisa Ketunggalan Titik Tetap pada Pemetaan Kontraktif di Ruang Metrik Lengkap dengan Memanfaatkan Jarak – W. 2* (2017), 8-16.
- Malahayati. *Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Dislocated Quasi  $b$  – Metrik pada Pemetaan Siklik*. JURNAL MATEMATIKA “MANTIK”. 3 (2017), 41-45.
- Prudhvi, K. *Some Fixed Point Result in  $S$  – Metric Spaces*. Journal of Mathematical Sciences and Applications. 4 (2016), 1 – 3.
- S. Sedghi., N. V. Dung. *Fixed Point Theorems on  $S$  – Metric Spaces*. Mat. Vesnik 66, 1 (2014), 113 – 124.
- S. Sedghi., N. Shobe., A. Aliouche. *A Generalization of Fixed Point Theorem in  $S$  – Metric Spaces*. Mat. Vesnik 64 (2012), 258 – 266.
- S. Sedghi., N. Shobe., and Haiyun Zhou. 2007. *A Common Fixed Point Theorem in  $D^*$  – Metric Spaces*. Hindawi Publishing Corporation. Fixed Point Theory and Applications. Article ID 27906, 13 pages.
- Shirali, Satish and Vasudeva, Harkrishan L. 2006. *Metric Spaces*. London: Springer – Verlag.
- Z. Mustafa, H. Obiedat, and F. Awawdeh. 2008. *Some Fixed Point Theorems for Mapping on Complete  $G$  – Metric Spaces*. Hindawi Publishing Corporation. Fixed Point Theory and Applications. Article ID 189870, 12 pages.