

TEOREMA KETUNG GALAN TITIK TETAP DI RUANG

METRIK-b LENGKAP

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

Mencapai derajat Sarjana S-1

Jurusan Matematika



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

SINTA LISTIAWATI

13610055

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2017



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Sinta Listiawati

NIM : 13610055

Judul Skripsi : Teorema Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik-b Lengkap.

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 12 Juni 2017

Pembimbing

Malahayati, M.Sc.

NIP. 19840412 201101 2 010

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

FM-UINSK-BM-05-07/R0

PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : B-734 /Un.02/DST/PP.05.3/07/2017

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Teorema Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik-b Lengkap

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :

Nama : Sinta Listiawati

NIM : 13610055

Telah dimunaqasyahkan pada : 15 Juni 2017

Nilai Munaqasyah : A

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Malahayati, M.Sc
NIP. 19840412 201101 2 010

Penguji I

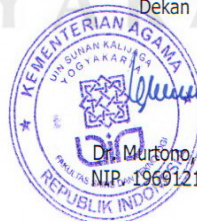
Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si
NIP.19800402 200501 1 003

Penguji II

Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc
NIP.19861208 201503 2 006

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 17 Juli 2017
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan



Dr. Murtono, M.Si
NIP. 19691212 200003 1 001

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Sinta Listiawati

NIM : 13610055

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 12 Juni 2017

Menyatakan



Sinta Listiawati

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Karya sederhana ini saya persembahkan untuk

Mama dan Ayah tercinta

Teh Susi, Erwin dan Ergi tersayang

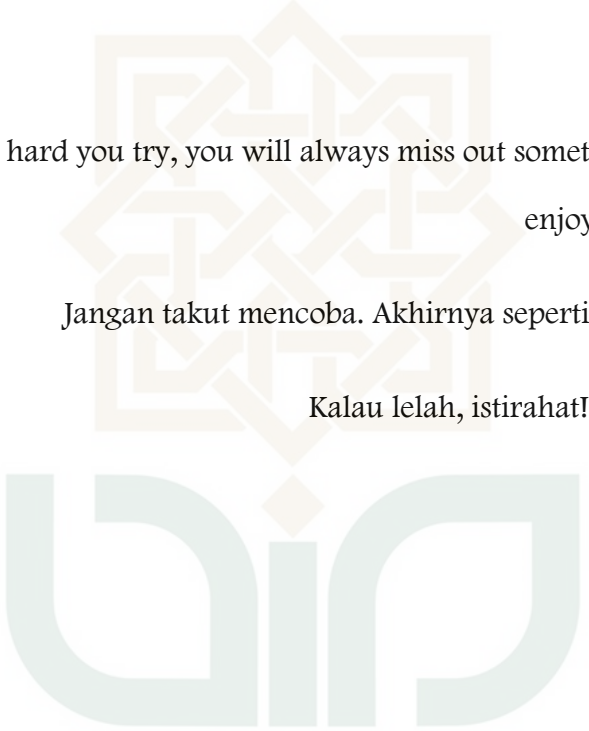
Sahabat-sahabat yang selalu mendukung

Teman-teman Matematika 2013

Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



How ever hard you try, you will always miss out something in life. Let's just
enjoy the moment. -YJHD

Jangan takut mencoba. Akhirnya seperti apa, lihat saja nanti.

Kalau lelah, istirahat! Bukan berhenti. -SC

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KATA PENGANTAR

Puji syukur alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, penyusunan skripsi yang berjudul *“Teorema Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik-b Lengkap”* dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat beserta salam terlimpah curahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang menjadi rahmat bagi seluruh alam.

Penulis menyadari bahwa dalam proses penulisan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan, dan kerjasama dari berbagai pihak. Untuk itu penulis menyampaikan ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:.

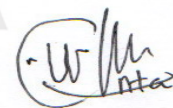
1. Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Muh. Wakhid Musthofa, M.Si., selaku Ketua Prodi Matematika Fakultas Sains dan teknologi.
3. M. Farhan Qudratullah, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik.
4. Malahayati, M.Sc selaku pembimbing yang telah dengan sabar, tulus dan ikhlas meluangkan waktu, tenaga dan pikiran memberikan bimbingan, motivasi, arahan, dan saran-saran yang sangat berharga kepada penulis selama menyusun skripsi.
5. Segenap Dosen dan Staff Program studi Matematika.
6. Kedua orang tua, kedua kakak dan keponakan, kedua adikku tercinta, yang tiada henti memberikan dukungan, doa, dan kasih sayang kepada penulis.
7. Keluarga Bapak M. Shodiq dan Ibu Nurliyani, yang banyak memberi bantuan kepada penulis selama tinggal di Jogja.

8. Teman-teman tercinta Alpiyah, Saiful, Syanni, Nurul, Fatwa, dan Aam yang dengan sabar memberikan dukungan, semangat, dan masukan yang sangat berguna bagi penulis.
9. Wayan, Iim, Satrio, Zidni, Nafi, “gadis-gadis”, yang memberikan semangat, keceriaan, dan menjadi sahabat yang sangat berarti bagi penulis.
10. Teman-teman Matematika 2013, teman-teman KKN 20/90, teman-teman Wisma Toples, teman-teman Bidikmisi 2013, dan teman-teman Korp Frekuensi yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu, yang menemani penulis selama menempuh pendidikan di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
11. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Akhirnya, dengan segala kerendahan hati penulis menyadari masih banyak terdapat kekurangan dan kesalahan, sehingga penulis mengharapkan adanya kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Namun demikian, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, Mei 2017



Sinta Listiawati

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iv
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN.....	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vi
HALAMAN MOTTO	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR LAMBANG	xii
ABSTRAK	xiii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1.Latar Belakang Masalah	1
1.2.Batasan Masalah	3
1.3.Rumusan Masalah.....	3
1.4.Tujuan Penelitian	4
1.5.Manfaat Penelitian	4
1.6.Tinjauan Pustaka.....	4
1.7.Sistematika Penulisan	6

1.8. Metode Penelitian	7
BAB II DASAR TEORI.....	9
2.1. Dasar-Dasar Analisis Real.....	9
2.2. Ruang Metrik	28
2.3. Teorema Titik Tetap	38
BAB III TEOREMA KETUNGGALAN TITIK TETAP DI	
RUANG METRIK-b LENGKAP	42
BAB IV PENUTUP	66
4.1. Kesimpulan.....	66
4.2. Saran	67
DAFTAR PUSTAKA	68



DAFTAR LAMBANG

\mathbb{N}	: Himpunan bilangan asli
\mathbb{R}	: Himpunan bilangan real
$<$: Kurang dari
$>$: Lebih dari
\leq	: Kurang dari sama dengan
\geq	: Lebih dari sama dengan
\in	: Elemen atau anggota himpunan
\rightarrow	: Menuju
∞	: Tak terhingga
ε	: Epsilon
■	: Akhir dari suatu pembuktian
\neq	: Tidak sama dengan
\subset	: Subset
\Leftrightarrow	: Jika dan hanya jika
(X, d)	: Ruang metrik pada himpunan X dengan metrik d

ABSTRAK

Teori titik tetap memainkan peran yang sangat penting dalam bidang analisis fungsional dan banyak digunakan dalam pembahasan ruang metrik. Ruang metrik adalah himpunan tak kosong yang dilengkapi fungsi jarak dan memenuhi 4 aksioma. Ruang metrik kemudian dikembangkan dan menghasilkan konsep-konsep baru, diantaranya ruang metrik-b.

Ruang metrik-b adalah himpunan tak kosong X dan bilangan real $s \geq 1$ dengan dilengkapi fungsi d yang memetakan setiap 2 elemen dari pasangan himpunan X menuju bilangan real non-negatif dan memenuhi 3 aksioma. Konsep ruang metrik-b pertama kali diperkenalkan oleh Bakhtin (1989). Seiring perkembangannya, Czerwik (1993) memperkenalkan teori titik tetap Banach di ruang metrik-b.

Skripsi ini membahas konsep Ruang metrik-b dan Teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik-b lengkap. Salah satu pembuktian teorema ketunggalan titik tetap tersebut menggunakan prinsip kontraktif Banach. Pada skripsi ini diperoleh pula hubungan antara ruang metrik dengan ruang metrik-b.

Kata kunci: Titik tetap, Ruang metrik, Ruang metrik-b.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori titik tetap memainkan peran yang sangat penting dalam bidang analisis, hal ini karena teori titik tetap dapat menyelesaikan berbagai permasalahan yang bersifat matematis baik dalam bidang Sains, Teknik maupun kesehatan. Salah satu penerapannya yaitu pemecahan masalah pada persamaan differensial biasa/parsial, teori aproksimasi, dan persamaan non linier pada penyakit diabetes.

Sejarah teori titik tetap berawal saat munculnya teori kontraktif Banach pada tahun 1922, yaitu dengan membuktikan Teorema Titik Tetap pada Pemetaan Kontraktif di Ruang Metrik Lengkap. Teorema titik tetap inilah yang menjadi dasar dalam pengembangan teori titik tetap oleh beberapa ilmuwan, seperti Bonsall (1962) dalam penelitian berjudul "*Lectures on Some Fixed Point Theorems of Functional Analysis*", Singh & Russel (1969) dalam penelitian berjudul "*A Note on a Sequence of Contraction Mappings*", Kannan (1969) dalam penelitian yang berjudul "*Some Remarks on Fixed Point*", serta Nadler (1969) dalam penelitian berjudul "*Sequences of Contractions and Fixed Points*".

Pada tahun 1971, Simeon Reich dalam jurnal yang berjudul "*Some Remarks Concerning Contraction Mappings*" membahas tentang teori titik tetap pada pemetaan kontraktif di ruang metrik lengkap. Perkembangan selanjutnya,

pada tahun 1973 G.E. Hardy dan T.D. Rogers melakukan generalisasi dari penelitian Reich dalam jurnal yang berjudul "*A Generalization of Fixed point Theorem of Reich*", dengan menambahkan beberapa aksioma tertentu.

Teori titik tetap merupakan hal yang penting dalam pembahasan ruang metrik. Metrik adalah fungsi yang memetakan setiap elemen dari pasangan himpunan tak kosong ke suatu bilangan real non negatif yang memenuhi sifat-sifat tertentu. Selanjutnya himpunan tak kosong yang dilengkapi fungsi metrik tersebut dinamakan ruang metrik. Ruang metrik kemudian dikembangkan dan menghasilkan konsep-konsep baru, seperti ruang metrik – 2, ruang metrik – D, ruang metrik – G, ruang metrik – S, ruang metrik – b, dan sebagainya.

Ruang metrik-b pertama kali diperkenalkan oleh Bakhtin pada tahun 1989 dalam bukunya yang berjudul "*The Contraction Mapping principle in Quasimetric Spaces*". Seiring perkembangannya, muncul beberapa masalah khususnya masalah konvergensi pada fungsi terukur dengan hal-hal yang mengarah pada perumusan gagasan metrik, sehingga pada tahun 1993 Czerwik memperluas ruang metrik dalam jurnal yang berjudul "*Contraction Mappings in b-Metric Spaces*".

Penelitian tentang teori titik tetap di ruang metrik lengkap oleh Reich, Hardy dan Rogers dikembangkan di ruang metrik-b oleh Pankaj Kumar Mishra, Shweta Sachdeva, dan S.K. Banerjee pada tahun 2014, dengan jurnal yang berjudul "*Some Fixed Point Theorems in b-Metric Spaces*". Penelitian tersebut cukup menarik untuk dikaji dan dipelajari. Penelitian yang dilakukan oleh P.K.

Mishra, dkk tersebut membuktikan bahwa dengan pemetaan dan aksioma yang sama pada penelitian Reich dan Hardy di ruang metrik biasa, pemetaan tersebut juga mempunyai titik tetap yang tunggal di ruang metrik-b.

Menarik untuk dibahas mengenai teorema titik tetap di ruang metrik-b lengkap seperti yang ditulis oleh P.K. Mishra, dkk. Penelitian ini melengkapi lebih detail langkah-langkah yang belum dibahas di jurnal seperti pembuktian barisan konvergen di ruang metrik-b, barisan Cauchy di ruang metrik-b, sifat kelengkapan di ruang metrik-b, teorema dan lemma yang menjadi pendukung dalam pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik-b lengkap yang diambil dari referensi lain, serta beberapa contoh beserta pembuktiannya agar memudahkan dalam memahami konsep titik tetap di ruang metrik-b.

1.2 Batasan Masalah

Pembatasan masalah dalam suatu penelitian sangat penting guna menghindari pembahasan objek yang terlalu meluas dan kesimpangsiuran terhadap objek dari suatu penelitian, agar lebih fokus dan terarah sesuai dengan tema penelitian. Sesuai dengan latar belakang masalah maka skripsi ini dibatasi pada teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik-b, bukan di ruang metrik yang lain.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah di atas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah bagaimana pembuktian teorema ketunggalan

titik tetap di ruang metrik- b lengkap serta sifat-sifat apa saja yang mendukung pembuktian tersebut.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengkaji dan menjelaskan langkah-langkah pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik- b lengkap dan sifat-sifat yang mendukung pembuktian tersebut.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat, antara lain sebagai berikut:

- a. Memberikan pengetahuan tentang ruang metrik- b beserta sifat-sifat yang berlaku di ruang metrik- b .
- b. Memberikan salah satu gambaran tentang pengembangan analisis abstrak khususnya mengenai teorema ketunggalan titik tetap pada pemetaan kontraktif yang tidak hanya pada ruang metrik lengkap tetapi dapat dikembangkan lagi di ruang metrik- b lengkap.

1.6 Tinjauan Pustaka

Konsep ruang metrik- b pertama kali diperkenalkan oleh Bakhtin pada tahun 1989, yang menjadi awal dari penulisan skripsi ini. Pada tahun 1993, Czerwik dalam jurnal yang berjudul "*Contraction Mapping in b -Metrik Spaces*", menjelaskan tentang ruang metrik- b beserta sifat-sifat yang berlaku pada ruang metrik- b . Sebelumnya pada tahun 1971, Simeon Reich dalam jurnalnya yang

berjudul “*Some Remarks Concerning Contraction Mappings*” menjelaskan tentang ruang metrik lengkap dan ketunggalan titik tetap di ruang metrik. Pada tahun 1973, G.E. Hardy dan T.D. Rogers mengembangkan teorema ketunggalan titik tetap Reich di ruang metrik dengan beberapa kondisi, yaitu kompak, kontinu, dan lengkap dalam jurnalnya yang berjudul “*A Generalization of Fixed Point Theorem of Reich*”. Selanjutnya pada tahun 2008 Shyam Lal Singh, dkk. melakukan penelitian tentang pemetaan kontraktif dan sifat titik tetap di ruang metrik- b .

Tahun 2014, Pankaj Kumar Mishra, dkk. melakukan penelitian lebih lanjut tentang teorema titik tetap di ruang metrik- b dengan menggabungkan beberapa penelitian diatas yaitu mengambil definisi ruang metrik- b dan sifat yang berlaku di ruang metrik- b dari buku Czerwik dengan mengkombinasikan dari pengembangan teorema titik tetap Shyam Lal Singh, dkk., Hardy & Rogers serta Reich, sehingga didapatkan hasil yaitu teorema titik tetap di ruang metrik- b lengkap, yang digunakan penulis sebagai acuan utama dalam penulisan skripsi dengan judul “*Teorema Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik- b Lengkap*”.

Selain penelitian P.K. Mishra, dkk., pada tahun 2016 Swati Agarwal, dkk., melakukan penelitian tentang teorema titik tetap di ruang metrik- b lengkap dalam jurnalnya yang berjudul “*A Fixed Point Theorem for b -Metric Space*”. Jurnal ini kemudian dijadikan acuan kedua dalam penulisan skripsi ini.

Referensi lain yang digunakan sebagai materi pendukung dalam mempelajari jurnal-jurnal tersebut antara lain: buku “*Introduction to real*

Analysis” edisi ketiga tahun 2000 dan edisi keempat pada tahun 2010 karya Bartle dan Sherbert, buku “*An Introduction to Metric Spaces and Fixed Point Theory*” pada tahun 2001 karya Mohamed A. Khamsi dan William A. Kirk, buku “*Fixed Point Theory in Distance Spaces*” tahun 2000 karya William A. Kirk dan Naseer Shahzad, buku “*Fixed Point Theory and Application*” tahun 2004 karya Ravi P. Agarwal, Maria Meehan dan Donal O’Regan, serta buku “*Metric Spaces*” tahun 2000 karya Satish Shirali dan Harkrishan L. Vasudeva.

1.7 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini terdiri atas empat bab dengan sistematika sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas mengenai latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, sistematika penulisan, dan metode penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini menjelaskan tentang teori-teori yang menjadi dasar atau landasan dalam penulisan ini untuk dipahami agar mudah mengikuti pembahasan yang akan dipaparkan pada bab-bab selanjutnya, seperti dasar-dasar analisis real, definisi ruang metrik dan sifat-sifat yang berlaku pada ruang metrik, dan teorema titik tetap di ruang metrik.

BAB III PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan tentang definisi ruang metrik-b, sifat-sifat yang berlaku pada ruang metrik-b, teorema titik tetap pada ruang metrik-b lengkap, dan langkah-langkah pembuktiannya.

BAB IV PENUTUP

Bab ini merupakan penutup yang berisi kesimpulan dan saran-saran yang diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

1.8 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah metode studi literatur, yaitu dengan mempelajari beberapa sumber tertulis tentang ruang metrik-b beserta sifat yang berlaku didalamnya dan teorema titik tetap di ruang metrik-b. Penelitian dengan menggunakan metode studi literatur bersifat kualitatif.

Pada penelitian ini dilakukan klarifikasi dan pembuktian teorema-teorema yang terdapat dalam buku acuan, dan jurnal. Selain itu, ditambahkan beberapa contoh secara mandiri maupun seperti dalam buku acuan atau jurnal.

Pembahasan teorema titik tetap di ruang metrik-b, diawali dengan mempelajari tentang dasar-dasar analisis real, seperti barisan konvergen dan barisan Cauchy. Selanjutnya mempelajari tentang definisi ruang metrik, sifat-sifat yang berlaku di ruang metrik, beberapa teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik lengkap. Selanjutnya mempelajari tentang definisi ruang metrik-b beserta sifat-sifat yang berlaku di ruang metrik-b, yang meliputi: definisi barisan

konvergen, definisi barisan Cauchy, dan sifat kelengkapan di ruang metrik-b. Kemudian dilanjutkan dengan mempelajari definisi titik tetap dan pemetaan kontraktif serta beberapa teorema yang menjadi pendukung dalam pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik-b lengkap.

Pembahasan inti dari penelitian ini adalah tentang teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik-b lengkap. Selain itu, dijelaskan langkah-langkah pembuktian yang belum dituliskan oleh Pankaj Kumar Mishra, dkk (2014) dalam jurnalnya serta Sweta Agrawal, dkk (2016) dengan menggunakan bantuan referensi lain, sehingga diharapkan tidak ada kebingungan bagi pembaca.

BAB IV

PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa ruang metrik-b merupakan himpunan tak kosong dengan fungsi jarak yang memenuhi 3 aksioma. Salah satu yang menarik dari pembahasan ruang metrik-b adalah tentang hubungan antara ruang metrik dengan ruang metrik-b, yaitu ruang metrik merupakan ruang metrik-b tetapi ruang metrik-b tidak harus ruang metrik.

Pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik-b diawali dengan membahas dasar-dasar analisis real seperti barisan konvergen, barisan Cauchy, barisan terbatas, lengkap dan lain-lain, serta dasar-dasar ruang metrik seperti barisan konvergen, barisan Cauchy dan definisi lengkap yang menjadi ide dasar dari pembahasan ruang metrik-b. Selain itu, dibahas pula tentang teori titik tetap dan pemetaan kontraktif.

Pada proses pembuktian teorema ketunggalan titik tetap, apabila fungsi yang memetakan setiap elemen dari pasangan himpunan tak kosong ke suatu bilangan real non-negatif yang memenuhi sifat-sifat tertentu di ruang metrik-b merupakan pemetaan kontraktif, dan barisan di himpunan tak kosong tersebut adalah barisan Cauchy yang konvergen, maka fungsi tersebut mempunyai titik tetap dan titik tetapnya tunggal.

4.2. Saran

Berdasarkan kesimpulan diatas, penulis menyarankan:

1. Mengembangkan penelitian tentang ruang metrik-b dan aplikasinya.
2. Menyelidiki tentang ketunggalan titik tetap di ruang metrik-b dengan pendekatan graf.
3. Contoh-contoh yang disajikan dalam skripsi ini dirasa masih sangat minim sehingga perlu adanya penelitian lebih lanjut untuk mengembangkannya agar diperoleh contoh-contoh yang lebih jelas.

Semoga tugas akhir ini dapat menjadi inspirasi bagi pembaca untuk mengembangkan lebih lanjut tentang ketunggalan titik tetap di ruang metrik-b khususnya, dan konsep analisis abstrak pada umumnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Agarwal, Ravi P., Meehan, M., dan O'Regan, D. 2004. *Fixed Point Theory and Applications*. London: Cambridge University Press.
- Agrawal, S., Qureshi, K., dan Nema, J., *A Fixed Point Theorem for b-Metric Spaces*. International Journal of Pure and Applied Mathematical Sciences., Vol. 9 (2016), No.1, 45-50.
- Bakhtin, I.A., *The Contractions Mappings Principle in Quasi-metric Spaces*. Funct. Anal. Unianowsk Gus. Ped. Inst. 30 (1989), 26-37.
- Banach, S., *Sur Les Operations Dans Les ensembles Abstraits et Leur Application Aux Equations Integrales*. Fundam. Math., Vol. 3 (1922), 133-181.
- Bartle, R.G., dan Sherbert, D.R. 2010. *Introduction to Real Analysis*. Fourth Edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Bonsall, F.F. 1962. *Lectures on Some Fixed Point Theorems of Functional Analysis*. Bombay: Tata Institute of Fundamental Research.
- Boriceanu, M., *Fixed Point Theory for Multivalued Generalization Contraction on a Set with Two b-Metrics*. Studia Univ Babes-Bolyai, Mathematica., Vol. 54 (2009), No.3.
- Czerwik, S., *Contraction Mappings in b-Metric Spaces*. Acta Mathematica et Informatica Universitatis Ostraviensis., Vol. 1 (1993), No.1, 5-11.
- Dubey, A.K., Shukla, R., dan Dubey, R.P., *Some Fixed Point Result in b-Metric Spaces*. Asian Journal of Mathematics and Applications., (2014), 1-6.
- Hardy, G.E., dan Rogers, T.D. *A Generalization of Fixed Point Theorem of Reich*. Canadian Mathematical Bulletin., Vol.16 (1973), 201-206.
- Hasyim, A.M., *Stability of Iterative Procedures for Hybrid Maps in b-Metric Space*. Basrah Journal of science (A), Vol. 29 (1) (2011), 74-84.

- Kannan, R., *Some Remarks on Fixed Point*. Bull. Calcutta Math. Soc. 60 (1960), 71-76.
- Khamsi, Mohamed A., dan Kirk, William A. 2001. *An Introduction to Metric Spaces and Fixed Point Theory*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Kirk, William A., dan Shahzad, Naseer. 2000. *Fixed Point Theory in Distance Spaces*. New York: Springer.
- Lipschutz, S. 1965. *General Topology*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Mishra, Pankaj K., Sachdeva, S., Banerjee, S.K. *Some Fixed Point Theorems in b-Metric Spaces*. Turkish Journal of Analysis and Number Theory., Vol. 2 (2014), No. 1, 19-22.
- Nadler, S.B., *Sequences of Contractions and Fixed Points*. Pacific J. Math. 27 (1968), 579-585.
- Reich, S., *Some Remarks Concerning Contraction Mappings*. Canadian Mathematical Bulletin., Vol.14 (1971), No.1, 121-124.
- Shirali, Satish., dan Vasudeva, Harkrishan L. 2006. *Metric Spaces*. London: Springer-Verlag.
- Siddiqi, Abu H. 2004. *Applied Functional Analysis: Numerical Methods, Wavelet Method, and Image Processing*. New York: Marcel Dekker, Inc.
- Singh, S.L., Czerwik, S., dan Krol, K., *Coincidences and Fixed Point of Hybrid contractions*. Tamsui Oxford Journal of Mathematical Sciences., Vol. 24 (2008), No.4. 401-416.
- Singh, S.P., dan W. Russel, *A note on a Sequence of Contraction Mappings*. Canad. Math. Bull. 12 (1969), 513-516.