

**SKRIPSI**

**KONSEP ALJABAR MAX-PLUS DAN PENERAPANNYA  
DALAM PENENTUAN WAKTU MULAI PALING LAMBAT  
TIAP SUATU KEGIATAN *GROUNDHANDLING* SUATU  
PESAWAT**



STATE MOHAMAD YUFALDO UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA  
14610032

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

**2018**

**KONSEP ALJABAR MAX-PLUS DAN PENERAPANNYA  
DALAM PENENTUAN WAKTU MULAI PALING LAMBAT  
TIAP SUATU KEGIATAN *GROUNDHANDLING* SUATU  
PESAWAT**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan  
mencapai derajat Sarjana S-1  
Program Studi Matematika



diajukan oleh

**MOHAMAD YUFALDO**

**14610032**

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

Kepada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

2018



**SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Mohamad Yufaldo

NIM : 14610032

Judul Skripsi : Aljabar Max-Plus dalam Menentukan Waktu Mulai Paling Lambat Tiap Suatu Kegiatan *Groundhandling* Tiap Suatu Pesawat

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Pembimbing I

M. Zaki Riyanto, S.Si, M.Sc  
NIP.19840113 200903 001

Yogyakarta, 4 Mei 2018

Pembimbing II

Muchammad Abrori, S.Si, M.Kom  
NIP. 19720423 199903 1 003



**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : B-130/Un.02/DST/PP.05.3/05/2018

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Konsep Aljabar Max-Plus dan Penerapannya dalam Menentukan Waktu Mulai Paling Lambat Tiap Suatu Kegiatan *Groundhandling* Suatu Pesawat

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :  
Nama : Mohamad Yufaldo  
NIM : 14610032  
Telah dimunaqasyahkan pada : 15 Mei 2018  
Nilai Munaqasyah : A -  
Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang

M. Zaki Riyanto, M.Sc  
NIP. 19840113 201503 1 001

Penguji I

Much. Abrori, S.Si, M.Kom  
NIP.19720423 199903 1 003

Penguji II

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si  
NIP.19800402 200501 1 003

Yogyakarta, 23 Mei 2018  
UIN Sunan Kalijaga  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Dekan



Dr. Murtono, M.Si  
NIP. 19691212 200003 1 001

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Mohamad Yufaldo  
NIM : 14610032  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 4 Mei 2018

Yang Menyatakan



Mohamad Yufaldo

## HALAMAN PERSEMBAHAN



Karya sederhana ini penulis persembahkan

Negara Kesatuan Republik Indonesia

## HALAMAN MOTTO



Allah SWT yang akan menerangkan kebaikan yang engkau kerjakan dan keburukan yang engkau tinggalkan dengan penuh harapan agar kelak berjumpa dengan-Nya dalam kehangatan, wahai diri jangan risau tak ada yang lihat kau berbuat kebaikan karena Allah SWT tidak pernah tidur.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa, karena atas berkat dan rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulisan skripsi ini dilakukan untuk memenuhi salah satu syarat guna mencapai gelar Sarjana Matematika Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga. Penulis menyadari banyak kesulitan yang ditemui dalam menyelesaikan skripsi ini tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak sejak penyusunan proposal sampai dengan terselesaikannya laporan hasil skripsi ini. Untuk ini penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya kepada:

1. Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta, Bapak Prof. Drs. Yudian Wahyudi, M.A., Ph.D. yang telah memberi kesempatan kepada penulis untuk membina ilmu di Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
2. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga, bapak Dr. Murtono, M.Si. yang telah menyediakan sarana dan prasarana kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan tugas ini dengan lancar.
3. Bapak Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si. selaku ketua Prodi Matematika UIN Sunan Kalijaga yang telah memberi kesempatan kepada penulis untuk belajar di Prodi Matematika Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
4. Ibu Malahayati S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing Akademik penulis yang telah memberikan arahan terkait akademik kepada penulis selama menempuh pendidikan di Prodi Matematika Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
5. Bapak Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing satu



yang telah menyediakan waktu, tenaga dan pikiran untuk membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.

6. Bapak Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom. selaku Dosen Pembimbing dua yang telah menyediakan waktu, tenaga dan pikiran untuk membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.
7. Seluruh Dosen Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga
8. Seluruh staf pengajar Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga yang telah memberi bekal pengetahuan kepada penulis.
9. Kedua orangtua penulis dan keluarga yang senantiasa memberikan dukungan moral maupun materi.
10. Kepada semua sahabat penulis, element math yang tidak henti-hentinya men-doakan dan selalu memberikan semangat.
11. Serta semua pihak yang tidak mungkin penulis sebutkan satu-persatu atas bantu-annya secara langsung maupun tidak langsung sehingga skripsi ini dapat terse-lesaikan dengan baik.

Akhir kata, penulis berharap Tuhan Yang Maha Esa berkenan membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Yogyakarta, 14 Mei 2018

Mohamad Yufaldo

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	<b>i</b>
<b>SURAT PERSETUJUAN</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b>	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN MOTTO</b>	<b>vi</b>
<b>PRAKATA</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR LAMBANG</b>	<b>xiii</b>
<b>INTISARI</b>	<b>xiv</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>xv</b>
<b>I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Batasan Masalah	8
1.3. Rumusan Masalah	9
1.4. Tujuan Penelitian	9
1.5. Manfaat Penelitian	10
1.6. Tinjauan Pustaka	11
1.7. Metode Penelitian	12
1.8. Sistematika Penulisan	15
<b>II DASAR TEORI</b>	<b>16</b>
2.1. Bandara Internasional Adisutjipto	16
2.2. <i>Groundhandling</i>	20

2.3. Aljabar . . . . .	23
2.3.1. Matriks . . . . .	26
2.4. Aljabar max-Plus . . . . .	29
2.4.1. Matriks atas Aljabar Max-Plus . . . . .	33
2.5. Sistem Persamaan Linear (SPL) Max-Plus . . . . .	42
2.5.1. Sistem Persamaan Linear Input-Output (SPLIO) Max-Plus . . . . .	42
2.6. Eksistensi dan Ketunggalan SPLIO Max-Plus . . . . .	50
<b>III PEMBAHASAN . . . . .</b>	<b>74</b>
<b>IV PENUTUP . . . . .</b>	<b>114</b>
4.1. Kesimpulan . . . . .	114
4.2. Saran . . . . .	116
<b>DAFTAR PUSTAKA . . . . .</b>	<b>118</b>
<b>A Gambar <i>Groundhandling</i> . . . . .</b>	<b>121</b>
<b>B List <i>ramp activity</i> . . . . .</b>	<b>122</b>
<b>C Surat Permohonan Maaf dari PT Angkasa Pura I Bandara Internasional Adisutjipto . . . . .</b>	<b>123</b>
<b>D Standar Minimum <i>Groundtime</i> Untuk Pesawat <i>Narrow Body Aircraft</i> . . . . .</b>	<b>124</b>
<b>E Jam mendarat pesawat Garuda Indonesia dengan nomor penerbangan GA 204 . . . . .</b>	<b>125</b>
<b>F Jam <i>boarding</i> Garuda Indonesia dengan nomor penerbangan GA 205 . . . . .</b>	<b>126</b>
<b>G Jam mendarat pesawat Batik Air dengan nomor penerbangan ID 7531 . . . . .</b>	<b>127</b>
<b>H Jam <i>boarding</i> pesawat Batik Air dengan nomor penerbangan ID 7532 . . . . .</b>	<b>128</b>
<b>I Jam mendarat pesawat Citilink dengan nomor penerbangan QG 782 . . . . .</b>	<b>129</b>
<b>J Jam <i>boarding</i> pesawat Citilink dengan nomor penerbangan QG 783 . . . . .</b>	<b>130</b>
<b>K Jam mendarat pesawat Lion Air dengan nomor penerbangan JT 569 . . . . .</b>	<b>131</b>
<b>L Jam <i>boarding</i> pesawat Lion Air dengan nomor penerbangan JT 522 . . . . .</b>	<b>132</b>
<b>M Contoh dokumen pemesanan bahan bakar . . . . .</b>	<b>133</b>

<b>N</b>	<b>Contoh dokumen <i>delivery receipt</i></b>	<b>134</b>
<b>O</b>	<b>List program matlab hal 1</b>	<b>135</b>
<b>P</b>	<b>List program matlab hal 2</b>	<b>136</b>
<b>Q</b>	<b>List program matlab hal 3</b>	<b>137</b>
<b>R</b>	<b>List program matlab halaman 4</b>	<b>138</b>



## DAFTAR TABEL

1.1	Tinjauan Pustaka . . . . .	12
-----	----------------------------	----



## DAFTAR LAMBANG

$x \in R$	: $x$ anggota $R$
$\mathbb{N}$	: himpunan semua asli
$\mathbb{Z}$	: himpunan semua bilangan bulat
$\mathbb{R}$	: himpunan semua bilangan real
■	: akhir suatu bukti
$\Leftrightarrow$	: jika dan hanya jika
$x \preceq n$	: $x$ relasi ke $n$
$(R, +, \times)$	: himpunan tak kosong $R$ yang dilengkapi dengan dua operasi biner $+$ dan $\times$
$D_{Y,b}$	: matriks <i>discrepancy</i>
$R_{Y,b}$	: hasil reduksi matriks $D_{Y,b}$
$\mathbb{R}_{max}$	: $(R_\varepsilon, \oplus, \otimes)$
$\oplus$	: operasi max
$\otimes$	: operasi plus (penjumlahan)
$\mathbb{R}_{max}^{m \times n}$	: $\{X = (X_{ij})   X_{ij} \in \mathbb{R}_{max}, i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, n\}$ .
$\mathbb{R}_{max}^n$	: $\{x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T   x_j \in \mathbb{R}_{max}, j = 1, 2, \dots, n\}$ .
$\mathbb{R}_\varepsilon$	: $\mathbb{R} \cup \varepsilon$
$\varepsilon$	: $-\infty$

## INTISARI

## ABSTRAK

### Konsep Aljabar Max-Plus dan Penerapannya dalam Penentuan Waktu Mulai Paling Lambat Tiap Suatu Kegiatan *Groundhandling* Suatu Pesawat

Oleh

MOHAMAD YUFALDO

14610032

Dewasa ini, transportasi pesawat kian diminati masyarakat luas, tak terkecuali masyarakat Indonesia. Meningkatnya jumlah pengguna transportasi pesawat membuat tugas baru bagi pihak penyelenggara penerbangan untuk mengevaluasi kegiatan penerbangan. Salah satu hal yang perlu untuk dilakukan evaluasi adalah kegiatan *groundhandling*. Karena kegiatan *groundhandling* akan berdampak kepada durasi pesawat berada di bandara. Semakin lama pesawat berada di bandara, akan merugikan pihak maskapai itu sendiri dan akan membuat jadwal penerbangan terganggu.

Salah satu permasalahan yang muncul pada kegiatan *groundhandling* adalah menentukan waktu mulai paling lambat tiap kegiatannya. Hal ini bertujuan mengantisipasi terlambatnya kegiatan *groundhandling* dari *groundtime*. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu metode untuk menyelesaikannya, agar kegiatan *groundhandling* ini selesai sebelum *groundtime*. Aljabar max-plus ialah himpunan semua bilangan real yang digabung dengan  $-\infty$  ( $R \cup \{-\infty\}$ ) dilengkapi operasi penjumlahan  $\oplus$  yang didefinisikan sebagai nilai maksimum dan operasi perkalian  $\otimes$  yang didefinisikan sebagai penjumlahan dasar. Aljabar max-plus tidak memiliki invers pada operasi  $\oplus$ , aljabar max-plus termasuk semifield idempotent komutatif. Himpunan bilangan real dikenal vektor dan matriks yang elemen-elemennya bilangan real beserta operasi-operasinya. Untuk menyelesaikan salah satu masalah *groundhandling* akan digunakan aljabar max-plus, karena aljabar max-plus mampu menentukan batas maksimal mulai suatu kegiatan dari batas yang sudah ditentukan untuk kegiatan tersebut.

Pada penelitian ini akan membahas suatu sistem persamaan linear  $Y \otimes x = b$ , dengan elemen-elemen pada matriks  $Y$  ialah durasi tiap kegiatan *groundhandling*, matriks  $b$  ialah *groundtime* untuk masing-masing pesawat, serta matriks  $x$  ialah waktu mulai paling lambat untuk tiap suatu kegiatan *groundhandling*, sehingga kegiatan *groundhandling* ini selesai sebelum *groundtime*, dan matriks  $x$  inilah yang akan dicari dalam skripsi ini.

**Kata kunci:** Aljabar max-plus, sistem persamaan linear aljabar max-plus, *groundhandling*, *groundtime*.

## ABSTRACT

### THE USE OF GENERAL LINEAR GROUP ON RSA CRYPTOSYSTEM

By

MOHAMAD YUFALDO

14610032

Nowadays, the transportation of the plane is increased by the wider community, no exception the Indonesian. The increasing number of airplane users makes a new task for airline operators to evaluate flight activities. One of the things that need to be evaluated is the activity of groundhandling. Because the activity of groundhandling will affect the duration of the plane at the airport. The longer the airplane is at the airport, it will hurt the airline itself and will make flight schedules disturbed.

One of the problems that arise in the activity of groundhandling is to determine the slowest start time of each activities. It aims to anticipate the delay of groundhandling activities from a groundtime. Therefore, need a method to solve it, so these groundhandling activities will finish before groundtime. The max-plus algebra is the set of all real numbers combined with  $-\infty (R \cup \{-\infty\})$  be equipped the sum operation  $\oplus$  which is defined as the maximum value and the multiplication operation  $\otimes$  which is defined as the base sum. Max-plus algebra does not have an inverse on  $\oplus$ , so max-plus algebra includes a commutative idempotent semifield. A set of real numbers is known as a vector and a matrix whose elements are real numbers and their operations. To solve one of the problems groundhandling will use max-plus algebra, because max-plus algebra is able to determine the slowest start times of an activity from a limit for that activity.

In this research will discuss a system of linear equations  $Y \text{ otimes } x = b$ , with elements in the  $Y$  matrix is the duration of each activities groundhandling, the matrix  $b$  is groundtime and the  $x$  matrix is the slowest start time for each activities of groundhandling, so the activities of groundhandling have finished before groundtime, and this  $x$  matrix is to be searched in essay this.

**Keywords:** Max-plus algebra, system linear of max-plus algebra, groundhandling, groundtime.



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Dewasa ini, moda transportasi udara pesawat terbang menjadi salah satu transportasi yang digemari oleh masyarakat, tak terkecuali masyarakat Indonesia. Hal ini terlihat dari meningkatnya data jumlah pengguna jasa moda transportasi udara pesawat terbang. Kepala Badan Pusat Statistik (BPS), Bapak Suhariyanto mengatakan bahwa pengguna pesawat terbang tujuan domestik tercatat mengalami kenaikan mencapai 27,89 persen. "Bulan sebelumnya dari 6,9 juta penumpang naik menjadi 8,9 juta penumpang," ujarnya di Jakarta, pada Senin 4 September 2017, (Hendartyo, 2017, September 4). Untuk pihak PT Angkasa Pura I Bandara Internasional Adisutjipto mencatat pada tahun 2012 jumlah penumpang hanya 4,9 juta orang, tahun 2013 naik menjadi 5,7 juta orang, tahun 2014 naik menjadi 6,2 juta orang, tahun 2015 naik menjadi 6,3 juta orang, dan tahun 2016 naik cukup signifikan, yaitu 7,2 juta orang, "Sekarang waktu itu menjadi pertimbangan utama ..." tutur General Manager PT Angkasa Pura I Bandara Internasional Adisutjipto (Linangkung, 2017, Januari 19). Kemudian tepat pukul 22.55 WIB, Minggu (31/12/2017) pesawat Lion Air dengan nomor penerbangan JT 567 dari Palembang mendarat di Bandara Internasional Adisutjipto sebagai penerbangan terakhir di tahun 2017. Penerbangan terakhir ini disambut oleh Manajemen Bandara Internasional Adisutjipto Yogyakarta, dengan memberikan cinderamata menarik kepada penumpang terakhir yang memasuki Bandara Internasional Adisutjipto. Penumpang terakhir tersebut mengenapkan jumlah penumpang di Bandara Adisutjipto pada

pencapaian 7.854.201 di tahun 2017.

Pesawat terbang memiliki kecepatan lebih tinggi dibanding moda transportasi lainnya. Menurut keterangan salah satu pilot pesawat Garuda Indonesia, rata-rata kecepatan pesawat komersial baik domestik maupun internasional sekitar 900 km/jam (Assegaf, 2015, Januari 02), dan kecepatan pesawat terbang jelang mendarat adalah 300 km/jam (Lie, 2017, Juni 10). Pesawat terbang dengan kecepatan rata-rata 900 km/jam ini mampu menempuh suatu perjalanan yang relatif jauh hanya dengan waktu yang relatif singkat. Jika dibandingkan moda transportasi lainnya, maka pesawat memiliki kecepatan lebih tinggi dari moda transportasi lainnya. Efisiennya waktu yang diperlukan untuk menempuh perjalanan jauh ini sering menjadi alasan masyarakat menggunakan jasa transportasi udara pesawat terbang. Masyarakat pun tidak perlu khawatir akan jarak yang jauh dari tempat tinggalnya ketika mereka memiliki suatu urusan di tempat yang jauh. Misalnya sering dijumpai di dunia pendidikan, dimana seorang dosen mengajar di luar daerahnya, bahkan hingga di luar pulau (dosen terbang). Para pelancong pun kini tidak perlu khawatir dengan destinasi wisatanya yang jauh di ujung dunia, namun tidak ada waktu libur yang panjang, karena adanya transportasi udara pesawat yang mampu bergerak menuju ke luar negaranya hanya dalam hitungan jam. Selain itu, menurut General Manager PT Angkasa Pura I Bandara Internasional Adisutjipto, Agus Pandu Purnama, banyaknya kursi penerbangan yang murah, rute penerbangan yang kian lengkap hingga alasan kecepatan sampai di tempat tujuan merupakan pertimbangan memilih angkutan udara ini (Linangkung, 2017, Januari 19).

Berdasarkan data yang ada, dimana pengguna jasa transportasi udara pesawat terus menerus meningkat dari tahun ke tahun, sehingga perlu adanya pengembangan oleh pihak terkait, seperti pengembangan terkait lalu lintas udara, bandara, maupun pesawat itu sendiri. Hal ini bertujuan agar kegiatan penerbangan

berjalan dengan baik, pun masalah-masalah yang muncul ketika penumpang terus meningkat bisa teratasi. Dengan mengembangkan hal-hal tersebut, diharapkan ketidakseimbangan antara jumlah penumpang dengan jumlah armada pesawat dapat teratasi. Pihak terkait juga dipandang perlu melakukan pendalaman suatu tindakan untuk penanganan pesawat dan juga perlu penertiban kembali suatu kegiatan untuk penanganan agar sesuai prosedur, karena tindakan yang profesional sesuai dengan prosedur tersebut akan ikut membantu berlangsungnya suatu kegiatan penerbangan dengan baik (Sirin, Solyasari, Maryanto Widipaminto 2015).

Salah satu kegiatan penanganan pesawat adalah penanganan saat pesawat berada di daratan (sering disebut daerah apron maupun hanggar), dalam bahasa penerbangannya kegiatan ini sering disebut dengan *groundhandling*. Dalam skripsi ini, penulis mencoba membahas kegiatan penanganan pesawat saat berada di daratan. *Groundhandling* adalah aktifitas perusahaan penerbangan yang berkaitan dengan penanganan atau pelayanan terhadap para penumpang serta bagasinya, kargo, pos, peralatan pembantu pergerakan pesawat di darat dan pesawat itu sendiri selama berada di bandara, baik untuk keberangkatan (*departure*) maupun untuk kedatangan atau (*arrival*). Sedangkan Tata Operasi Darat adalah pengetahuan dan keterampilan tentang penanganan pesawat di apron, penanganan penumpang berikut bagasinya saat di terminal bandara dan kargo serta pos di *cargo area*. Kegiatan-kegiatan tersebut memiliki waktu penanganan yang berbeda untuk setiap pesawat (Majid dan Warpani, 2009). Ada beberapa kegiatan *groundhandling* yang harus dikerjakan secara simultan dan semua kegiatannya harus selesai pada waktu yang sudah ditentukan. Karenanya, perlu ditentukan waktu mulai paling lambat untuk setiap kegiatan *groundhandling* sehingga semua kegiatan *groundhandling* tersebut sudah selesai sebelum waktu keberangkatan pesawat dari suatu bandara tiba, untuk menghindari keterlambatan penerbangan. Karena tidak bisa dipungkiri, jika

kegiatan *groundhandling* ini mengalami masalah, maka akan mengakibatkan pesawat mengalami gangguan, baik dari segi jadwalnya maupun kondisi pesawat itu sendiri. Ketentuan *groundhandling* diatur dalam pasal 232 undang-undang nomor 1 tahun 2009 tentang Penerbangan.

Ketika pesawat mendarat maupun hendak melakukan *take off*, para *groundhandler* (pekerja *groundhandling*) mulai melakukan pekerjaannya tersebut. Dalam skripsi ini akan dibahas tentang kegiatan *groundhandling* ketika pesawat hendak melakukan *take off (pre-flight)*.

Sebuah perusahaan penerbangan komersial jelas tidak ingin rugi dengan semakin banyaknya biaya yang dikeluarkan untuk membayar biaya parkir di sebuah bandara, karena berdasarkan Peraturan Pemerintah (PP) No. 11 tahun 2015 tentang jenis dan tarif atas Penerimaan Negara Bukan Pajak (PNBP) yang berlaku pada Kementerian Perhubungan yang menjelaskan bahwa semakin lama sebuah pesawat itu terparkir di bandara, maka biayanya pun akan semakin meningkat (Kementerian Perhubungan Republik Indonesia, 2017). Ketika pesawat sudah selesai *landing*, maka secepat mungkin untuk melakukan kegiatan berikutnya, yaitu *groundhandling* untuk menghindari pembengkakan biaya parkir. Ada dua cara tentang penanganan pesawat di bandara, yaitu *turnaround arrangement* dan *transit arrangement*. *Turnaround arrangement* adalah penanganan bagi pesawat yang mendarat di destinasi terakhir, sedangkan *transit arrangement* adalah penanganan pesawat yang mendarat di bandara persinggahan (Suwarno, 2001). Penanganan pesawat ini dilakukan dalam waktu yang sudah ditentukan sesuai dengan *groundtime* agar sesuai dengan jadwal penerbangan. Kegiatan *turnaround arrangement* dan *transit arrangement* menganut sistem yang sama, namun durasi penanganannya yang berbeda (Suwarno, 2001). Secara umum, lama *groundtime* untuk keperluan *turnaround arrangement* adalah 40 menit sampai 1 jam, sedangkan untuk *transit*

*arrangement* adalah 25 menit untuk penerbangan domestik, dan sekitar 1 jam untuk penerbangan internasional. Ada juga yang berdasarkan *body* pesawat, untuk *narrow body* (pesawat dengan *body* sempit) sekitar 30-45 menit, sedangkan untuk *xtitweight body* (pesawat dengan *body* lebar) sekitar 1-2 jam (Oce, 2018). Prosedur penanganan pesawat di bandara berbeda-beda antara tiap pesawat, tergantung pada tipe pesawat, kondisi pesawat, jarak yang akan ditempuh pesawat, serta banyaknya penumpang (Bazargan, 2004). Sudah diketahui dari penjabaran sebelumnya, bahwa beberapa kegiatan *groundhandling* ini dilakukan secara simultan.

Berdasarkan penjabaran di atas, terlihat bahwa kegiatan *groundhandling* merupakan sinkronisasi dalam Sistem Kejadian Diskrit (SKD). Hal ini dikarenakan beberapa rangkaian kegiatan *groundhandling* dilakukan secara simultan dan semua kegiatannya harus selesai pada waktu yang sudah ditentukan. Dalam masalah sinkronisasi, kejadian-kejadian terjadi secara simultan dan harus selesai pada batas waktu yang ditentukan (Rudhito, 2016).

Diberikan durasi tiap kegiatan *groundhandling*  $J_{11}, J_{12}, \dots, J_{nm}$ , dengan  $n = 1, 2, 3, \dots$  dan  $m = 1, 2, 3, \dots$ . Kemudian diberikan *groundtime* pesawat berturut-turut  $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$  menit, dengan  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Kemudian dibentuk sebuah matriks  $Y$  dengan entri-entrinya merupakan durasi tiap kegiatan *groundhandling*, dengan kolom pertama adalah kegiatan *groundhandling* pertama, kolom kedua adalah kegiatan *groundhandling* kedua, kolom ketiga adalah kegiatan *groundhandling* ketiga dan begitu seterusnya. Kemudian dibentuk vektor  $b$  yang entri-entrinya adalah *groundtime* tiap pesawat, dengan baris pertama adalah *gate* 1 untuk pesawat 1, baris kedua adalah *gate* 2 untuk pesawat 2, baris ketiga adalah *gate* 3 untuk pesawat 3 dan begitu seterusnya. Kegiatan-kegiatan *groundhandling* pesawat tersebut harus sudah selesai sebelum waktu *groundtime* tiba untuk tiap pesawatnya, sehingga perlu ditentukan waktu mulai paling lambat untuk tiap kegiatan *ground-*

*handling* dari pesawat tersebut. Sehingga bisa dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & \cdots & J_{1n} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & \cdots & J_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ J_{m1} & J_{m2} & J_{m3} & \cdots & J_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_n \end{bmatrix}.$$

Terlihat diperlukan suatu matriks untuk dilakukan suatu operasi dengan matriks

$$\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & \cdots & J_{1n} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & \cdots & J_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ J_{m1} & J_{m2} & J_{m3} & \cdots & J_{mn} \end{bmatrix},$$

sehingga waktu kegiatan-kegiatan yang ada di

dalam entri-entri matriks  $Y$  tersebut bisa selesai sebelum waktu yang tertera di

dalam entri-entri matriks  $b$ . Diberikan matriks  $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  adalah matriks yang entri-

entrinya adalah waktu mulai paling lambat tiap kegiatan *groundhandling* dari masing-

masing pesawat, sehingga ketika matriks  $\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & \cdots & J_{1n} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & \cdots & J_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ J_{m1} & J_{m2} & J_{m3} & \cdots & J_{mn} \end{bmatrix}$  dilakukan

operasi dengan matriks  $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_n \end{bmatrix}$ . Hal inilah yang dimaksud menentukan

waktu mulai paling lambat. Selanjutnya matriks  $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  dinotasikan dengan  $x$ .

Salah satu ilmu matematika yang mampu memberikan solusi pada masalah terkait di atas adalah aljabar max-plus. Hal ini dikarenakan aljabar max-plus memiliki operasi max dan plus serta masalah tersebut adalah suatu masalah yang termasuk sinkronisasi dalam sistem kejadian diskrit (SKD) (Rudhito, 2016), selain itu aljabar max-plus dapat memberikan informasi waktu mulai paling lambat suatu kegiatan yang dibatasi oleh waktu. Masalah kegiatan ini berkaitan dengan masalah penyelesaian sistem persamaan linear, sehingga persamaannya menjadi  $Y \otimes x = b$ , dengan  $Y$  adalah durasi tiap kegiatan suatu *groundhandling* untuk tiap suatu pesawat,  $b$  adalah waktu *groundtime* dan  $x$  adalah waktu mulai paling lambat untuk tiap suatu kegiatan *groundhandling*.

Oleh karena itu, alat yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kegiatan *groundhandling* pada skripsi ini adalah dengan menggunakan aljabar max-plus, yaitu dengan menggunakan suatu sistem linear  $Y \otimes x = b$ . Aljabar max-plus merupakan salah satu contoh dari semiring yang terdiri dari himpunan  $R \cup \{-\infty\}$  dengan  $R$  adalah semua himpunan bilangan real, yang dilengkapi dengan operasi maksimum yang dinotasikan dengan  $\oplus$  dan operasi penjumlahan yang dinotasikan dengan  $\otimes$ . Apabila ditelusuri lebih dalam, aljabar max-plus juga merupakan *semiring* sekaligus *idempoten*, dan juga termasuk *semifield* yang akan dibahas pada bab selanjutnya, sehingga aljabar max-plus termasuk semifield idempoten komutatif (Subiono, 2013).

Berdasarkan pemaparan di atas, penulis tertarik untuk mengetahui lebih dalam tentang salah satu permasalahan kegiatan *groundhandling*, yaitu penentuan

waktu mulai paling lambat untuk setiap kegiatan *groundhandling* suatu pesawat di bandara sehingga pesawat sudah siap untuk melakukan perjalanan sebelum waktu keberangkatan pesawat dari suatu bandara tiba dengan menggunakan aljabar max-plus, dan jika waktu mulai paling lambat untuk tiap suatu kegiatan *groundhandling* suatu pesawat diketahui, maka pihak terkait bisa mendeteksi durasi untuk masing-masing kegiatan secara ideal, sehingga hal ini bisa meminimalisir waktu terbuang sia-sia atau bahkan terlambat dalam menyelesaikan kegiatan *groundhandling* ini.

## 1.2. Batasan Masalah

Pembatasan masalah dalam skripsi ini sebagai berikut:

1. Pengambilan data hanya dilakukan di Bandara Internasional Adisucipto pada hari senin, 23 April 2018.
2. Tidak ada masalah apapun selama berlangsungnya kegiatan *groundhandling* untuk tiap pesawat, sehingga semua kegiatan penanganan pesawat di daratan ini untuk setiap pesawat berjalan lancar.
3. Hanya membahas kegiatan penumpang di terminal bandara hingga sampai di *boarding gate*, kegiatan *cleaning cockpit* dan *cabin* pesawat (*interior* pesawat), kegiatan *loading*, kegiatan pengisian bahan bakar pesawat, dan kegiatan *aircraft maintenance*.
4. Pesawat yang dijadikan bahan pada skripsi ini adalah pesawat Garuda Indonesia dengan nomor penerbangan GA 205 tujuan Bandara Internasional Soekarno-Hatta, Batik Air dengan nomor penerbangan ID 7532 tujuan Bandara Internasional Halim Perdana Kusuma, Citilink dengan nomor penerbangan QG 783 tujuan Bandara Internasional Sultan Syarif Kasim II, dan Lion Air dengan nomor penerbangan JT 522 tujuan Bandara Internasional Syamsudin Noor.



5. Pada kegiatan pengisian bahan bakar pesawat, dari banyaknya hal yang mempengaruhi keperluan bahan bakar pesawat, hanya lamanya perjalanan yang akan ditempuh oleh suatu pesawat yang dijadikan pertimbangan pada skripsi ini.
6. Data yang digunakan pada bab pembahasan merupakan hasil pendekatan penulis kepada data yang diperoleh dari salah satu pesawat Garuda Indonesia.

### 1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, disusun permasalahan penelitian sebagai berikut:

1. Bagaimana cara kerja aljabar max-plus menentukan waktu mulai paling lambat tiap suatu kegiatan *groundhandling* tiap suatu pesawat ?
2. Berapa waktu mulai paling lambat kegiatan penumpang di terminal bandara hingga sampai di *boarding gate*, kegiatan *cleaning cockpit* dan *cabin* pesawat (*interior* pesawat), kegiatan *loading*, kegiatan pengisian bahan bakar pesawat, serta kegiatan *aircraft maintenance* untuk pesawat Garuda Indonesia dengan nomor penerbangan GA 205 tujuan Bandara Internasional Soekarno-Hatta, Batik Air dengan nomor penerbangan ID 7532 tujuan Bandara Internasional Halim Perdana Kusuma, Citilink dengan nomor penerbangan QG 783 tujuan Bandara Internasional Sultan Syarif Kasim II, serta Lion Air dengan nomor penerbangan JT 522 tujuan Bandara Internasional Syamsudin Noor di Bandara Internasional Adisutjipto pada tanggal 23 April 2018 ?

### 1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk menganalisis cara kerja aljabar max-plus dalam menentukan waktu mulai paling lambat untuk tiap kegiatan *groundhandling* tiap suatu pesawat dan juga bertujuan untuk mencari waktu mulai

paling lambat kegiatan penumpang di terminal bandara hingga sampai di *boarding gate*, kegiatan *cleaning cockpit* dan *cabin* pesawat (*interior* pesawat), kegiatan *loading*, kegiatan pengisian bahan bakar pesawat, dan kegiatan *aircraft maintenance* untuk pesawat Garuda Indonesia dengan nomor penerbangan GA 205 tujuan Bandara Internasional Soekarno-Hatta, Batik Air dengan nomor penerbangan ID 7532 tujuan Bandara Internasional Halim Perdana Kusuma, Citilink dengan nomor penerbangan QG 783 tujuan Bandara Internasional Sultan Syarif Kasim II, dan Lion Air dengan nomor penerbangan JT 522 tujuan Bandara Internasional Syamsudin Noor di Bandara Internasional Adisutjipto pada tanggal 23 April 2018.

### 1.5. Manfaat Penelitian

1. Mengetahui cara kerja aljabar max-plus untuk menentukan waktu mulai tindakan paling lambat tiap kegiatan *groundhandling* tiap suatu pesawat.
2. Sebagai alternatif acuan bagi pengelola kegiatan *groundhandling* dalam penentuan waktu mulai paling lambat tiap kegiatan *groundhandling* tiap pesawat.
3. Memberikan informasi kepada pembaca mengenai *groundhandling*, aljabar max-plus dan aljabar max-plus dalam menentukan waktu mulai paling lambat suatu kegiatan *groundhandling* suatu pesawat.
4. Sebagai alternatif acuan bagi pihak maskapai penerbangan untuk menentukan *groundtime* dan juga waktu mulai paling lambat tiap kegiatan *groundhandling* secara akurat sehingga bisa menekan biaya pengeluaran pesawat selama di bandara namun tidak melupakan aspek keselamatan.
5. Sebagai alternatif acuan bagi pengelola bandara untuk menentukan jadwal penerbangan secara akurat sehingga kegiatan penerbangan yang ada berjalan secara efektif (ideal).

6. Sebagai alternatif acuan bagi pengelola bandara untuk melakukan evaluasi terhadap kegiatan *groundhandling* di bandaranya.

## 1.6. Tinjauan Pustaka

Sebagai acuan yang digunakan penulis untuk landasan teori dalam penulisan skripsi ini bersumber dari buku, makalah, jurnal, skripsi, dan thesis.

Buku karya Subiono (2013) yang berjudul "*Aljabar Max-Plus dan Terapannya*" serta buku karya M. Andy Rudhito (2016) yang berjudul "*Aljabar Max-Plus dan Penerapannya*" membahas tentang teori dasar aljabar max-plus dan penerapan aljabar max-plus dalam kehidupan sehari-hari. Salah satunya pada masalah suatu sistem persamaan linear.

Paper D.A. Anggraeni, Subchan, Subiono (2013) dengan judul "*Pemodelan Jadwal Keberangkatan Pesawat Transit di bandara dengan Mnenggunakan Aljabar Max-Plus*" membahas tentang jam keberangkatan paling lambat dari bandara asal dengan aljabar max-plus, dengan tujuan agar saat penumpang di bandara transit dan ingin melanjutkan ke destinasi berikutnya, penumpang tidak terlalu lama menunggu dan juga tidak tertinggal oleh pesawat yang akan membawanya ke destinasi berikutnya.

Skripsi R.W. Sonata Ayu (2015) yang berjudul "*Sistem Persamaan Linear Aljabar Max-Plus dan Aplikasinya dalam Masalah Ramp Handling Pesawat*" membahas tentang sistem persamaan linear aljabar max-plus serta penerapannya pada masalah penentuan waktu mulai paling lambat untuk tiap kegiatan *ramphandling* tiap suatu pesawat. *Ramp Handling* merupakan satuan unit yang bertugas sebagai koordinator dalam pelaksanaan *handling* pesawat (*ramp dispatcher*) di apron mulai dari pesawat *block on* sampai pesawat *block off*. Secara sederhana, beda antara *groundhandling* dengan *ramp handling* adalah kegiatannya dan juga tem-

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No	Penulis	Judul	Tahun	Persamaan	Perbedaan
1.	Subiono	Aljabar Max-Plus dan Terapannya	2013	Membahas salah satu contoh penerapan aljabar max-plus pada kehidupan	Pada buku ini membahas teori dasar serta sifat-sifat aljabar max-plus secara detail, dan juga membahas berbagai contoh penerapan aljabar max-plus
2.	M. Andy Rudhito	Aljabar Max-Plus dan Penerapannya	2016	Membahas salah satu contoh penerapan aljabar max-plus pada kehidupan	Pada buku ini membahas teori dasar serta sifat-sifat aljabar max-plus secara detail, dan juga membahas berbagai contoh penerapan aljabar max-plus
3.	Anggraeni, D.A., Subchan, Subiono	Pemodelan Jadwal Keberangkatan Pesawat Transit di Bandara dengan Menggunakan Aljabar Max-Plus	2013	Membahas tentang salah satu dari banyak penerapan aljabar max-plus dalam kehidupan	Membahas pemodelan aljabar max-plus pada jadwal keberangkatan pesawat transit di bandara
4.	Ayu Regina, W.S.	Sistem Persamaan Linear Aljabar Max-Plus dan Aplikasinya dalam Masalah Ramphandling Pesawat	2015	Membahas tentang salah satu dari banyak penerapan aljabar max-plus dalam kehidupan	Dalam skripsi ini membahas tentang ramphandling, dan juga data yang digunakan data asumsi

patnya, *ramp handling* hanya kegiatan yang dilakukan di *ramp area*, sedangkan *groundhandling* lebih luas ruang lingkungannya, yaitu *ramp area*, hanggar dan terminal bandara (Djaenudin, 2018).

Kemudian pada skripsi ini akan membahas aljabar max-plus untuk menentukan waktu mulai paling lambat tiap suatu kegiatan *groundhandling* suatu pesawat pada hari tertentu di Bandara Internasional Adisutjipto.

### 1.7. Metode Penelitian

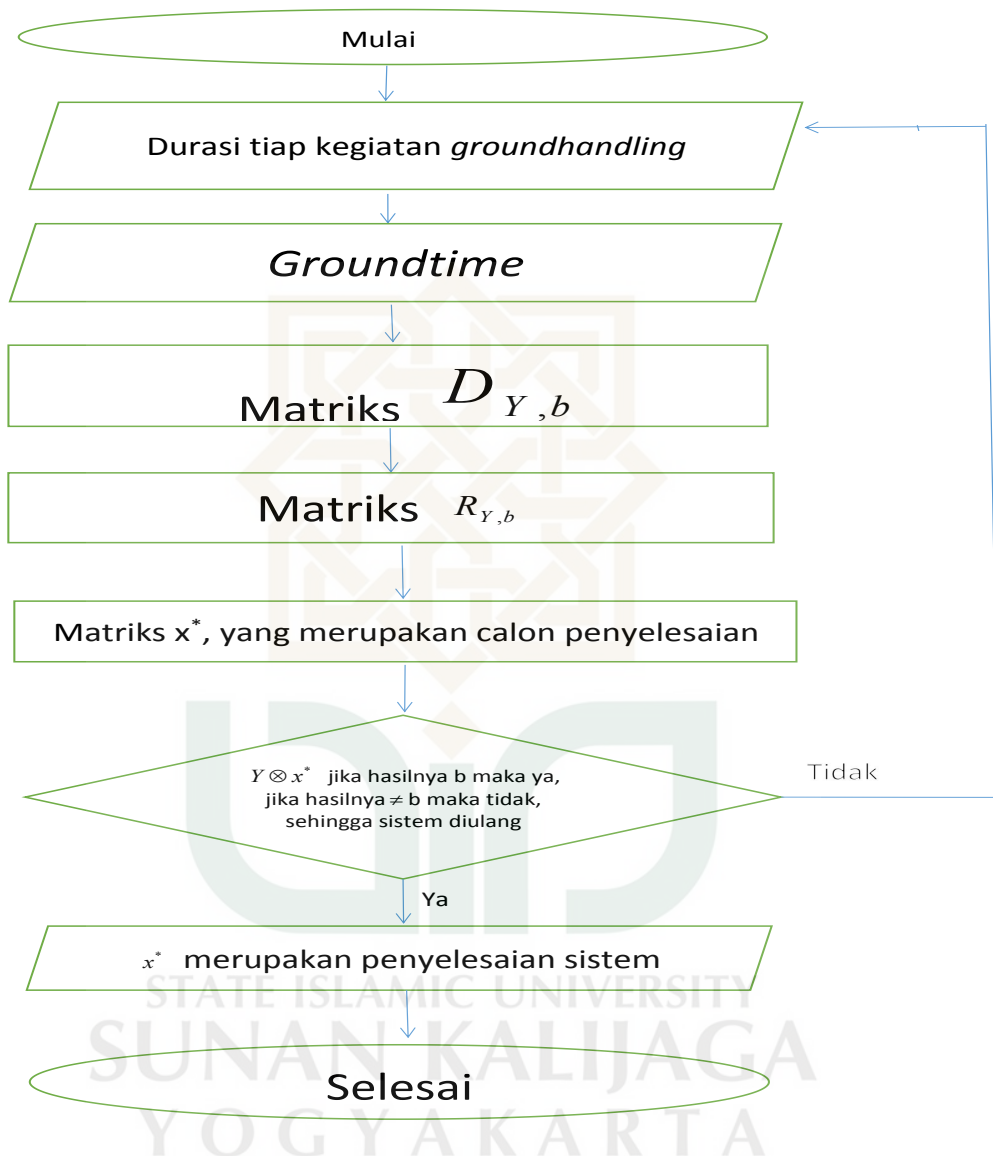
Proses yang dilakukan untuk menyelesaikan skripsi ini menggunakan dua metode penulisan, yaitu studi literatur dan penelitian di lapangan, khususnya di Bandara Internasional Adisutjipto Yogyakarta. Studi literatur digunakan untuk membicarakan hal-hal yang dibahas pada bab dua, yaitu landasan teori. Sedangkan studi lapangan digunakan untuk mengumpulkan data yang digunakan untuk menyusun

penyelesaian di bab tiga. Selain itu, studi lapangan juga dilakukan untuk mengamati kegiatan *groundhandling*.

Pengamatan kegiatan *groundhandling* dimulai sejak bulan Oktober 2017. Penulis mencoba untuk meminta izin kepada PT GMF Aeroasia di Bandara Internasional Soekarno Tangerang, PT Garuda Angkasa pusat di Jakarta, PT Angkasa Pura I pusat di Jakarta, PT Angkasa Pura I Bandara Internasional Adisutjipto Yogyakarta, dan PT Jasa Angkasa Semesta di Jakarta dengan membawa surat keterangan dari Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta untuk melakukan observasi sekaligus pengambilan data dari perusahaan tersebut. Namun, semua perusahaan tersebut belum bisa menerima perijinan penulis untuk melakukan observasi ataupun pengambilan data.

Sampai pada pertengahan bulan April 2018, penulis belum dapat melakukan observasi ataupun pengambilan data secara langsung di perusahaan terkait, hingga akhirnya penulis mencoba mencari *groundtime* dari web resmi PT Angkasa Pura I Bandara Internasional Adisutjipto. Kemudian, penulis mengasumsikan data durasi suatu kegiatan *groundhandling* beberapa pesawat yang beroperasi di Bandara Internasional Adisutjipto pada hari Senin, 23 April 2018. Setelah mendapatkan data yang dibutuhkan, penulis melakukan pembahasan untuk mencari waktu mulai paling lambat tiap suatu kegiatan *groundhandling* suatu pesawat di Bandara Internasional Adisutjipto. Diawali dengan mencari matriks *discrepancy*, yang akan dinotasikan dengan matriks  $D$ . Setelah mendapatkan matriks *discrepancy*, dicari matriks  $R$  yang merupakan hasil reduksi dari matriks  $D$ . Jika setiap baris pada matriks  $R$  memiliki satu nilai maksimum, maka sistem persamaan linearnya memiliki penyelesaian tunggal, dan jika ada minimal satu baris pada matriks  $R$  yang tidak memiliki nilai maksimum, maka sistem persamaan linearnya tidak memiliki penyelesaian. Jika minimal ada satu baris pada matriks  $R$  yang memiliki lebih dari satu

nilai maksimum, maka sistem persamaan linearnya memiliki tak hingga banyak penyelesaian.



Gambar 1.1 Alur Penelitian

## 1.8. Sistematika Penulisan

Sistematika penyusunan skripsi ini adalah :

### **Bab I : Pendahuluan**

Pada bab pertama membahas tentang latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian dan sistematika penulisan.

### **Bab II : Landasan Teori**

Pada bab kedua membahas konsep serta teori-teori untuk menjadi alat pada bab pembahasan, seperti tentang: Bandara Internasional Adisutjipto, *groundhandling*, aljabar, matriks, aljabar max-plus, matriks atas aljabar max-plus, sistem persamaan linear max-plus, sistem persamaan linear input-output (SPLIO) max-plus serta ek-sistensi dan ketunggalan sistem persamaan linear input-output max-plus.

### **Bab III : Pembahasan**

Pada bab ketiga berisi pembahasan tentang penentuan waktu mulai paling lambat tiap suatu kegiatan *groundhandling* suatu pesawat yang telah dirumuskan dalam rumusan masalah.

### **Bab IV : Penutup**

Pada bab keempat berisi kesimpulan dan saran dari hasil pembahasan permasalahan tentang penentuan waktu mulai paling lambat untuk tiap suatu kegiatan *groundhandling* suatu pesawat.

## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian di Bandara Internasional Adisutjipto Yogyakarta mengenai penentuan waktu mulai paling lambat untuk suatu kegiatan *ground-handling* pesawat Garuda Indonesia dengan nomor penerbangan GA 205 tujuan Bandara Internasional Soekarno-Hatta, pesawat Batik Air dengan nomor penerbangan ID 7532 tujuan Bandara Internasional Halim Perdana Kusuma Jakarta, pesawat Citilink dengan nomor penerbangan QZ 783 tujuan Bandara Sultan Syarif Kasim II Pekanbaru, dan pesawat Lion Air dengan nomor penerbangan JT 522 tujuan Bandara Internasional Syamsudin Noor Banjarmasin, dapat disimpulkan:

1. Permasalahan *groundhandling* yang menggunakan matematika berupa nonlinear, dengan menggunakan aljabar max-plus ini mampu menjadi model linear dalam operasinya.
2. Aljabar max-plus memiliki vektor terbesar yang memenuhi sistem  $Y \otimes x \leq_{max} b$  yaitu subpenyelesaian terbesarnya yang disimbolkan dengan  $x^* \in \mathbb{R}_{max}^n$ , dimana  $Y \in \mathbb{R}_{max}^{m \times n}$  dengan elemen-elemen pada setiap kolomnya tidak semuanya sama dengan  $\varepsilon$  dan  $b \in \mathbb{R}^m$ . Subpenyelesaian terbesar juga merupakan calon dari penyelesaian sistem  $Y \otimes x = b$ , dengan

$$-x_j^* = \max_i(-b_i + y_{ij}),$$

untuk setiap  $i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$  dan  $j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ .



3. Sama halnya pada aljabar, aljabar max-plus dengan persamaan  $Y \otimes x = b$  juga dapat memiliki penyelesaian dan dapat juga tidak memiliki penyelesaian. Aljabar max-plus dikatakan tidak memiliki penyelesaian, ketika diberikan suatu sistem persamaan  $Y \otimes x = b$  dimana  $Y \in \mathbb{R}_{max}^{m \times n}$  dengan elemen-elemen pada setiap kolomnya tidak semuanya sama dengan  $\varepsilon$  dan  $b \in \mathbb{R}^m$  ada baris yang tidak memiliki nilai maksimum pada matriks  $R_{Y,b}$ , atau dengan kata lain terdapat baris yang semua elemennya bernilai nol pada matriks  $R_{Y,b}$ .
4. Aljabar max-plus dikatakan memiliki penyelesaian, ketika diberikan suatu sistem persamaan  $Y \otimes x = b$  dimana  $Y \in \mathbb{R}_{max}^{m \times n}$  dengan elemen-elemen pada setiap kolomnya tidak semuanya sama dengan  $\varepsilon$  dan  $b \in \mathbb{R}^m$  memiliki minimal satu elemen nilai maksimum pada tiap baris matriks  $R_{Y,b}$ , atau dengan kata lain minimal ada satu elemen bernilai 1 pada tiap baris matriks  $R_{Y,b}$ , dan penyelesaiannya adalah  $x^*$ .
5. Diberikan suatu sistem persamaan  $Y \otimes x = b$  dimana  $Y \in \mathbb{R}_{max}^{m \times n}$  dengan elemen-elemen pada setiap kolomnya tidak semuanya sama dengan  $\varepsilon$  dan  $b \in \mathbb{R}^m$ , dikatakan mempunyai satu penyelesaian jika setiap baris pada matriks  $R_{Y,b}$  memiliki minimal satu nilai maksimum (elemen bernilai 1) dan dikatakan mempunyai tak hingga banyak penyelesaian apabila terdapat minimal satu baris pada matriks  $R_{Y,b}$  yang memiliki nilai maksimum (elemen bernilai 1) lebih dari satu elemen, meskipun baris lainnya hanya memiliki satu nilai maksimum.
6. Suatu sistem  $Y \otimes x = b$  dalam aljabar max-plus dapat digunakan untuk menentukan waktu mulai paling lambat suatu kegiatan *groundhandling* suatu pesawat di bandara, sehingga kegiatan *groundhandling* tersebut dikerjakan pada waktu yang ideal dan selesai sebelum waktu keberangkatan pesawat.
7. Pada hari sabtu, 21 April 2018 pesawat Garuda Indonesia, Batik Air, Citilink,

dan Lion Air mengalami delay yang berakibat juga terhadap waktu kegiatan *groundhandling* pesawat tersebut. Pesawat Batik Air, Citilink, dan Lion Air bahkan berada pada waktu kegiatan *groundhandling* yang tidak ideal, karena pesawat Batik Air membutuhkan waktu penanganan yang lebih panjang, sedangkan pesawat Citilink dan Lion Air justru selesai lebih cepat sehingga memiliki waktu senggang terlalu lama dengan *groundtime* masing-masing pesawat.

#### 4.2. Saran

1. Penelitian ini hanya terbatas pada sistem persamaan linear semiring aljabar max-plus untuk masalah *groundhandling*. Penelitian selanjutnya dapat memperluasnya ke aljabar max-min untuk memodelkan dan menganalisis masalah lintasan kapasitas maksimum yang ada di bandara.
2. Penelitian ini hanya terbatas pada masalah *groundhandling* pesawat di bandara. Penelitian selanjutnya bisa memperluas ke masalah lain di bandara, seperti *ramp handling*, penjadwalan maupun yang lainnya dengan menggunakan aljabar max-plus ini.
3. Program *MATLAB* yang ditampilkan sebatas menampilkan eksistensi penyelesaian. Penelitian selanjutnya dapat menambahkan program *MATLAB* untuk ketunggalan penyelesaian sistem untuk mengetahui apakah sistem persamaannya memiliki satu penyelesaian atau tak hingga banyak penyelesaian.
4. Bagian *Departure Control* di Bandara Internasional Adisutjipto Yogyakarta perlu melakukan penataan ulang terkait *groundtime* maupun waktu penanganan kegiatan *groundhandling*, karena untuk pesawat Batik Air pada pembahasan di atas membutuhkan penanganan yang lebih lama, sedangkan untuk pesawat Citilink dan Lion Air justru selesai lebih awal.

5. Penelitian ini mengabaikan beberapa hal yang sebenarnya berpengaruh, seperti saat pengisian bahan bakar pesawat yang dipengaruhi oleh berat muatan pesawat, panjangnya lapangan pacu yang akan dilalui, keadaan angin dan awan di daerah yang akan dilalui. Penelitian selanjutnya bisa menambahkan beberapa hal yang diabaikan pada penelitian ini.
6. Penelitian ini hanya membahas sistem persamaan yang berbentuk  $Y \otimes x = b$  atas aljabar max-plus. Penelitian selanjutnya dapat membahas sistem persamaan dalam bentuk lain, seperti  $Y \otimes x \oplus c = B \otimes x \oplus d$  untuk memasukkan hal-hal lainnya yang mempengaruhi kegiatan *groundhandling*, baik dari sisi *groundhandling* itu sendiri maupun sisi bandara, seperti kapasitas *parking stand* bandara, kesibukan bandara, dan lain sebagainya.

## DAFTAR PUSTAKA

Air Traffic Control. (2015). ATC. Jakarta

Akhmad, H.T. (2017). *Kecepatan Pesawat Lion Air saat Tabrak Burung Diperkirakan 300 km/jam*. Surat Kabar. Jakarta Pusat: Okezone.

Anggraeni, D.A., Subchan, dan Subiono. (2013). *Pemodelan Jadwal Keberangkatan Pesawat Transit di Bandara dengan Menggunakan Aljabar Max-Plus*. Paper Institut Teknologi Sepuluh November. Surabaya.

Assegaf, Faisal. (2015). *Tidak ada pilot mau mati*. Surat Kabar. Jakarta Pusat: Merdeka.

Ayu, Regina W.S. (2015). *Sistem Persamaan Linear Max-Plus dan Aplikasinya dalam Masalah Ramp-Handling Pesawat*. Skripsi. Program Studi Pendidikan Universitas Sanata Dharma. Yogyakarta.

Bacelli, F., G. Cohen, G.J. Olsder, dan J.P. Quadrat. (2001). *Synchronization and Linearity*. John Wiley and Sons: New York.

Bazargan, Massoud. (2004). *Airline Operations and Scheduling*. Asghate Publishing Company: Burlington.

Butkovic, Peter. (2010). *Max Linear System : Theory and Algorithm*. Springer: New York.

Detiknews. (2007). *Lebih Dekat dengan B 737-900ER*. Surat Kabar. Jakarta Pusat: Detiknews.

- Desfika, T.S. (2017). *Batik Air Akan Tambah 11 Pesawat di 2018*.  
<http://www.beritasatu.com/bisnis/461216-batik-air-akan-tambah-11-pesawat-di-2018.html>
- Fikri, A.S. (2017). *Sistem Pengisian Bahan Bakar Pesawat Terbang*. Artikel.  
Gloopic.net.
- Hendartyo. (2017). *BPS:2017, Jumlah Penumpang Pesawat Tujuan Domestik Melonjak*. Surat Kabar. Jakarta: Tempo.co.
- IATA. (2006). *Airport Handling Manual Montreal Geneva*.
- Kementerian Perhubungan Republik Indonesia. (2015). *Tarif Parkir Pesawat di Bandara Dihitung per 12 Jam*. Jakarta
- Kontan. (2017). *Citilink Tambah 50 Unit Airbus Baru*. Surat Kabar. Jakarta Pusat: Kompas.
- Linangkung, Erfanto. (2017). *Penumpang Naik Signifikan, Bandara Adisutjipto Alami Keterbatasan Lahan*. Surat Kabar. Jakarta Pusat: Sindonews.
- Majid, Suharto Abdul, dan Warpani, Eko Probo D. (2009). *Ground Handling: Manajemen Pelayanan Darat Perusahaan Penerbangan*. Rajawali Pers: Depok.
- Newcomb, Harry. (2014). *Modelling Bus Bunching with Petri Nets and Max-Plus Algebra*. Thesis. Department of Mathematics University Honors. College Park.
- Prasetya, Oce. *Ground Operations*. Materi kuliah STMT Tisakti. Jakarta.
- Prime News. (2017). *10 Bandara tersibuk di Indonesia*. Surat Kabar. Atlanta: Prime News.
- Putera, A.D. (2018). *Adisutjipto, Bandara Paling "Crowded" dengan Kapasitas Terbatas*. Surat Kabar. Jakarta: Kompas.com

- Putri, Tiara. (2017). *Mempersingkat Waktu Pemuatan Bagasi, Bandara Changi Singapura Segera Terapkan Penggunaan Kacamata AR*. Surat Kabar. Jakarta Pusat: Okezone.
- Rahmatullah. (2012). *Pengisian Bahan Bakar Avtur*. Surat Kabar. Solo: Solopos.
- Rudhito, M. Andy. (2016). *Aljabar Max-Plus dan Penerapannya*. Yogyakarta: Sanata Dharma University Press
- Subiono. (2013). *Aljabar Max-Plus dan Terapannya*. Surabaya: ITS Press.
- Sudrajat, Wahyudin. (2003). *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*. Tangerang: CV. Tarity Samudra Berlian.
- STMT TRISAKTI. (2012). *Kamus Populer Transportasi dan Logistik*. Jakarta: Erlangga.

## Biodata

Nama : Mohamad Yufaldo

Tempat, Tanggal Lahir : Batang, 16 Agustus 1996

Jenis Kelamin : Laki-laki

Status : Pelajar

Email : [mohamadyufaldo@gmail.com](mailto:mohamadyufaldo@gmail.com)

Nomor Telepon : 085870275367

Riwayat Pendidikan :

1. TK ABA Pasekran Indah Batang
2. SDN 1 Pasekaran Batang
3. SMPN 1 Batang
4. SMA Pondok Modern Selamat Kendal
5. UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA