

ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE LINEAR

**(Studi Kasus: Data Indeks Pembangunan Manusia Berdasarkan
Provinsi di Indonesia Tahun 2017)**

**SKRIPSI
untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
2019**



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal :

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadukan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Fitriana Nurul Hidayah

NIM : 14610038

Judul Skripsi : ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE LINEAR (Studi Kasus: Data Indeks

Pembangunan Manusia Berdasarkan Provinsi di Indonesia Tahun 2017)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sanama Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 11 Februari 2019

Pembimbing

Dr. Ephra Diana Supandi, M.Sc

NIP. 19750912 200801 2 015

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : B-600/Un.02/DST/PP.00.9/02/2019

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE LINEAR
(Studi Kasus: Data Indeks Pembangunan Manusia Berdasarkan Provinsi di Indonesia Tahun 2017)

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :
Nama : Fitriana Nurul Hidayah
NIM : 14610038
Telah dimunaqasyahkan pada : 15 Februari 2019
Nilai Munaqasyah : A-

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Dr. Ephra Diana Supandi, M.Sc
NIP. 19750912 200801 2 015

Penguji I

Moh. Farhan Qudratullah, M.Si
NIP.19790922 200801 1 011

Penguji II

Malahayati, M.Sc
NIP.19840412 201101 2 010

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 15 Februari 2019
UIN Sunan KalijagaFAKULTAS Sains dan Teknologi
Dekan
Prof. Murtono, M.Si
NIP. 19691212 200003 1 001

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN TUGAS AKHIR

Yang bertanda tangan dibawah ini saya:

Nama : Fitriana Nurul Hidayah

NIM : 14610038

Prodi/Smt : Matematika/X

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini saya menyatakan bahwa tugas akhir ini tidak terdapat karya serupa yang diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu perguruan tinggi lain, dan sepanjang pengetahuan saya juga belum terdapat karya yang pernah dituliskan dan diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah tugas akhir ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 11 Februari 2019

Yang



Fitriana N

HALAMAN MOTTO

**Boleh jadi, kamu membenci sesuatu, padahal ia amat baik
bagimu.**

**Dan boleh jadi (pula) kamu menyukai sesuatu, padahal ia
amat buruk bagimu.**

Allah mengetahui sedang kamu tidak mengetahui.

(QS. Al-Baqarah: 216)



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini, penulis persembahkan teruntuk:

- Kedua orangtua, Bapak Sarni dan Ibu Kasri, yang telah merawat, mengasuh, membina penulis dari kecil. Terimakasih yang tak terhingga penulis haturkan, atas do'a, kasih sayang, nasehat, motivasi dan perhatian yang selalu mengalir setiap harinya. Semoga Bapak dan Ibu senantiasa diberi rahmat dan diberkahi selalu olehNya. Amiin.
- Kedua kakak tercinta, mba Fatkul Kirom dan mba Nanik Widarti.
- Keluarga besar penulis, Bapak dan Ibu dosen serta staf jurusan Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, serta sahabat-sahabat yang selalu ada di situasi suka maupun duka penulis. Terimakasih tak lupa penulis haturkan kepada kalian semua yang telah menemani perjuangan penulis dari awal perkuliahan hingga penulisan tugas akhir ini.
- Guru penulis, sekaligus kakak bagi penulis, mba Emma Latuconsina. Penulis haturkan terimakasih yang sebesar-besarnya untuk segala nasehat, ilmu serta inspirasi-inspirasi yang selalu beliau berikan kepada penulis.
- Serta untuk almamater tercinta, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

لَهُمَّ إِنَّا نُسَبِّحُ بِحَمْدِكَ اللَّهُمَّ إِنَّا نُسَبِّحُ بِحَمْدِكَ
لَهُمَا إِنَّا نُسَبِّحُ بِحَمْدِكَ اللَّهُمَّ إِنَّا نُسَبِّحُ بِحَمْدِكَ
مُحَمَّدٌ وَّالْمُنْصَرُ مُحَمَّدٌ وَّالْمُنْصَرُ

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT, yang telah memberikan rahmat dan hidayahNya. Hanya kepadaNya lah kita menyembah dan meminta pertolongan,serta atas pertolonganNya lah penulis dapat menyelesaikan penelitian tugas akhir ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, yang telah membawa manusia dari zaman jahiliyah menuju zaman islamiyah, dan semoga kita mendapatkan dan merasakan syafa'at beliau sampai yaumul qiyamah kelak.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY

Penulis penelitian dengan judul “Analisis Regresi Nonparametrik *Spline Linear*” disusun untuk memenuhi dan melengkapi salah satu syarat kelulusan mahasiswa Strata Satu Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Sunan Kalijaga Yogyakarta. Penulisan penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dan memahami mengenai penerapan analisis regresi *Spline* pada studi kasus indeks pembangunan manusia di 34 provinsi yang ada di Indonesia pada tahun 2017. Penulis

menyadari bahwa penyusunan penelitian ini tidak akan terwujud tanpa adanya motivasi, bantuan, bimbingan dan arahan dari berbagai pihak, baik moril maupun materil. Oleh karena itu dengan segala hormat dan kerendahan hati, izinkan penulis mengucapkan rasa terimakasih yang sebesar besarnya kepada:

1. Prof. Drs. KH. Yudian Wahyudi, M.A., Ph.D., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta beserta staffnya.
2. Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Dr. M. Wakhid Musthofa, M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Malahayati, M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik Program Studi Matematika 2014.
5. Dr. Ephra Diana Supandi, M.Sc., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah membimbing dan meluangkan waktunya dengan arahan, kritik dan saran yang telah diberikan dalam menjawab kegelisahan penulis untuk kesempurnaan penelitian ini.
6. Seluruh dosen Program Studi Matematika UIN Sunan Kalijaga yang telah memberikan pengetahuan, wawasan dan telah memperlancar selama menempuh pendidikan di kota Yogyakarta ini.
7. Seluruh pegawai dan staff TU Prodi Matematika dan Fakultas Sains dan Teknologi.

8. Semua Guru (Ustadz dan Ustadzah) penulis dari mulai SD, MTs sampai MA, juga guru mengaji di TPA yang telah memberikan bekal pengetahuan, arahan dan dorongan yang sangat bermanfaat guna mempersiapkan masa depan yang cerah di dunia maupundi akhirat kelak. Amiin.
9. Bapak Sarni dan Ibu Kasri yang telah memberikan kasih sayang, dukungan, do'a, semangat, pengorbanan dan perjuangan yang tiada henti dan tidak akan pernah bisa penulis untuk membalaunya, serta semua saudara dan keluarga di Desa Karanglo Kidul dan Kabupaten Ponorogo yang selalu memberikan dukungan dan motivasi untuk penulis.
10. Ibu Suparti selaku penulis buku "Regressi Nonparametrik" yang telah banyak membantu penulis dalam menyelesaikan dalam studi kasus penelitian ini.
11. Seluruh teman-teman seperjuangan Program Studi Matematika angkatan 2014 yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terimakasih atas dukungan dan motivasinya selama ini, seama penulis belajar di Yogyakarta.
12. Teman-teman KKN Dukuh Teganing 3 Kecamatan Kokap Kulonprogo (Ana, Fina, Lidya, Maghfur, Lukim, Idham, Hasan, Ilham dan Aga) yang telah memberikan motivasi dan dukungan. Semoga silaturrahim dan rasa

- kekeluargaan kita semua akan tetap terjalin sampai akhir kelak.
13. My Closer Friend (Sucik, Lala, Ulfa, Sri dan Mba Neng) yang senantiasa memberikan dukungan dan motivasinya kepada penulis.
 14. Teman-teman sekamar di Ponpes Nurul Ummah Putri (Mba Alfi, Mba Khotim, Mba Lutfi, Mba Fina, Mba Isna, Mba CB, Mba Ulfa, Mba Anik, Devita, Anha, Khuzai). Mereka semua teman berjuang pertama bagi penulis di kota Jogja ini.
 15. Teman-teman kos Melcy (Mba Umi, Nurul, Ipeh, Nova, Aminah A, Aminah B, Mba Ida, Mba Deny, Leny, Nura, Tri, Mba Rifa, Mba Diah) serta ibu kos Mba Niya yang senantiasa membantu penulis di kala suka maupun duka. Bimbingan dan dukungan mereka sangat berarti bagi penulis.
 16. Tak lupa, kepada Mba Emma, Mas Amin, Mas Umam, Mba Ijah, Mba Tiya, Mba Matul, Mba Qori, Eka, teman-teman komunitas RTD se-Nusantara yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu, yang senantiasa memberikan motivasi kepada penulis. Semoga silaturrahim dan rasa kekeluargaan kita semua akan tetap terjalin sampai akhir kelak. Amiin.
 17. Rekan-rekan kerja di Delima Juice, Warung Makan Preksu, Warung Makan Eskom dan Yamie Panda, yang

telah menemani perjuangan penulis dan selalu memberikan semangat kepada penulis.

18. Semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian penelitian tugas akhir ini.

Akhirnya, semoga segala bantuan dapat bermanfaat serta menjadi amal dan diterima oleh Allah SWT. Semoga tugas akhir skripsi ini dapat menginspirasi dan bermanfaat bagi pembaca maupun pihak yang membutuhkan.



DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN	i
SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI	ii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iii
HALAMAN MOTTO	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xviii
DAFTAR LAMBANG	xix
STATE ISLAMIC UNIVERSITY INTISARI	xx
ABSTRACT	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Batasan Masalah	5
1.3. Rumusan Masalah	7

1.4. Tujuan Penelitian	7
1.5. Manfaat Penelitian	8
1.6. Tinjauan Pustaka	8
1.7. Sistematika Penulisan	12
BAB II LANDASAN TEORI	15
2.1 Variabel Random	15
2.1.1 Variabel Random Diskrit	15
2.1.2 Variabel Random Kontinu	16
2.1.3 Ekspektasi dan Variansi	16
2.2 Matriks	17
2.2.1 Definisi Matriks	17
2.2.2 Operasi-Operasi Matriks	18
2.2.2.1 Penjumlahan Matriks	18
2.2.2.2 Pengurangan Matriks	18
2.2.2.3 Perkalian Skalar Matriks	18
2.2.2.4 Perkalian Matriks	18
2.2.2.5 Sifat-Sifat Operasi Matriks	19
2.2.3 Transpos Suatu Matriks	19

2.2.4 Trace Suatu Matriks Bujur Sangkar	20
2.2.5 Invers dari Sebuah Matriks	20
2.2.6 Pangkat dari Suatu Matriks	21
2.2.7 Determinan Matriks	21
2.2.8 Perluasan Faktor	23
2.3 Regresi Linear Sederhana	23
2.4 Regresi Linear Berganda	24
2.5 Estimasi	26
2.6 Metode Kuadrat Terkecil	26
2.7 Pengujian Signifikansi Kurva dan Parameter Regresi	36
2.8 Uji Asumsi Klasik Analisis Regresi	39
2.8.1 Uji Normalitas	40
2.8.2 Uji Autokorelasi	42
2.8.3 Uji Heteroskedastisitas	43
2.8.4 Uji Multikolinearitas	44
2.9 Regresi Nonparametrik	45
2.9.1 Model Regresi <i>Spline</i> Linear.....	47

2.10 Indeks Pembangunan Manusia	51
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	60
3.1 Jenis Penelitian	60
3.2 Objek Penelitian	61
3.3 Metode Pengumpulan Data	62
3.4 Variabel Penelitian	61
3.5 Teknik Analisis Data	62
3.6 Langkah Analisis Data	62
3.7 Alur Penelitian	63
BAB IV PEMBAHASAN	66
4.1 Analisis Regresi Nonparametrik	66
4.2 Ide Dasar <i>Smoothing</i>	68
4.3 <i>Spline</i> dalam Regresi Nonparametrik.....	70
4.4 Estimasi Parameter Regresi <i>Spline</i>	74
4.5 Pemilihan Titik Knot Optimal	75
4.6 Pemilihan Model Spline	76
BAB V STUDI KASUS	80
5.1 Deskripsi Data	80

5.2 Analisis Regresi Linear	93
5.2.1 Uji Kelayakan Model Regresi	94
5.2.2 Uji Asumsi Klasik Regresi Linear	98
5.3 Analisis Regresi <i>Spline</i> Linear	103
5.4 Perbandingan Regresi Linear Berganda dan Regresi <i>Spline</i> Linear	110
BAB VI PENUTUP	112
6.1 Kesimpulan	112
6.2 Saran	113
DAFTAR PUSTAKA	115
LAMPIRAN	121
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	143

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Grafik IPM Indonesia Tahun 2010-2017	59
Gambar 3.1 Alur Penelitian	65
Gambar 5.1 Grafik Persentase Capaian IPM Menurut Provinsi Tahun 2017.....	82
Gambar 5.2 Grafik Umur Harapan Hidup Saat Lahir di Indonesia Tahun 2017	84
Gambar 5.3 Grafik Harapan Lama Sekolah di Indonesia Tahun 2017	86
Gambar 5.4 Grafik Rata-Rata Lama Sekolah di Indonesia Tahun 2017	88
Gambar 5.5 Grafik Pengeluaran Perkapita Provinsi di Indonesia Tahun 2017	90
Gambar 5.6 Grafik Pertumbuhan dan Struktur Perekonomian Pertahun 2017	92

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka	9
Tabel 1.2 Tinjauan Pustaka	10
Tabel 2.1 Perhitungan ANOVA	37
Tabel 4.1 Perbandingan Regresi Parametrik dan Nonparametrik	67
Tabel 5.1 Nilai Koefisien Determinasi (R^2)	94
Tabel 5.2 Hasil Signifikansi Uji F	95
Tabel 5.3 Tabel Signifikansi Variabel Predikor	96
Tabel 5.4 Nilai Durbin Watson	98
Tabel 5.5 Nilai Signifikansi Absolut Residual	100
Tabel 5.6 Kolmogorov Smirnov	101
Tabel 5.7 Nilai VIF dan TOL	102
Tabel 5.8 Nilai GCV untuk 1 Titik Knot	104
Tabel 5.9 Nilai GCV untuk 2 Titik Knot	106
Tabel 5.10 Nilai GCV dan MSE	107
Tabel 5.11 Perbandingan Regresi Linear Berganda dan <i>Spline</i> Linear	110

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Penelitian	121
Lampiran 2 Hasil Output dari Analisis Regresi Linear Berganda.....	122
Lampiran 3 Syntax Penentuan Titik Knot dengan Metode GCV	127
Lampiran 4 Syntax Estimasi Parameter dengan Model <i>Spline</i>	133
Lampiran 5 Output Penentuan Titik Knot 1 dengan Metode GCV	136
Lampiran 6 Output Penentuan Titik Knot 2 dengan Metode GCV	139
Lampiran 7 Output Estimasi Parameter dengan Model <i>Spline</i> Titik Knot 1	141
Lampiran 8 Output Estimasi Parameter dengan Model <i>Spline</i> Titik Knot 2	142

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMBANG

- x_i : variabel independen (prediktor) ke- i
 y_i : variabel dependen (respon) ke- i
 β_0 : intersep/titik potong garis regresi dengan sumbu y
 β_i : slope/kemiringan garis regresi, $i = 1, 2, \dots, k$
 ε_i : residual (error) ke- i
 $m(x_i)$: fungsi regresi nonparametrik
 K : titik *knot* yang digunakan
 m : orde dari *spline*
 r : banyaknya titik knot yang digunakan, $r = 1, 2, \dots, n$
 β_j : koefisien-koefisien fungsi *Spline* yang bernilai riil
 β_{m+r} : koefisien-koefisien fungsi *Spline* yang bernilai riil
 δ : delta
 ∂ : turunan / diferensial
 $h_{ii} \cdot K$: elemen diagonal ke- i dari matriks hat $H(K)$
 tr : trace dari suatu matriks persegi
 $m_K(x_i)$: Hasil estimasi subyek ke- i

INTISARI
ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE LINEAR
(Studi Kasus: Data Indeks Pembangunan Manusia Berdasarkan
Provinsi di Indonesia Tahun 2017)
Oleh:
Fitriana Nurul Hidayah
(14610038)

Terdapat dua pendekatan yang dapat digunakan untuk mengestimasi model regresi, yaitu pendekatan parametrik dan pendekatan nonparametrik. Pendekatan regresi parametrik harus memenuhi empat asumsi klasik, yakni normal, tidak autokorelasi, homoskedastisitas dan tidak multikolinearitas. Jika salah satu dari keempat asumsi tidak terpenuhi, maka dapat digunakan alternatif dengan menggunakan regresi nonparametrik. Regresi nonparametrik memiliki tingkat fleksibilitas yang tinggi karena tidak ketat terhadap asumsi dalam analisis regresi. Salah satu model regresi yang sering digunakan pada pendekatan nonparametrik adalah regresi *Spline*. Dalam penelitian ini digunakan metode regresi *spline* linear yang menggunakan orde 2.

Studi kasus pada penelitian ini diterapkan pada data indeks pembangunan manusia di 34 provinsi di Indonesia. Model terbaik *Spline* sangat bergantung pada penentuan titik *knot* optimal. Model *Spline* dengan titik *knot* optimal adalah yang memiliki nilai GCV minimum. Model regresi *Spline* terbaik ditentukan dengan menggunakan metode *Mean Square Error* (MSE) dan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).

Hasil studi kasus menghasilkan model terbaik dengan menggunakan orde dua dengan satu titik knot lebih baik daripada dengan dua titik knot. Hal ini dapat dilihat dari nilai GCV yang paling minimum yaitu 5.6712 dan nilai MSE yang minimum yaitu 0.0081. Hasil studi kasus juga menunjukkan bahwa model regresi *spline* linear lebih baik daripada model regresi linear, yang dapat dilihat dari koefisien determinasi dari regresi *spline* linear yang lebih besar yaitu 0.9995 dan nilai MSE yang minimum yaitu 0.0081.

Kata kunci: regresi nonparametrik, *Spline*, *knot*, nilai GCV, nilai MSE.

ABSTRACT

LINEAR SPLINE NONPARAMETRIC REGRESSION ANALYSIS
(Case Study: Human Development Index Based on Provinces in
Indonesia in 2017)

By:
Fitriana Nurul Hidayah
(14610038)

There are two approaches that can be used to estimate regression models, namely parametric and nonparametric regression. Parametric regression approaches must fulfill four classic assumptions, namely normal, not autocorrelation, homocedasticity and not multicollinearity. If one of the four assumptions is not fulfilled, an alternative is used using nonparametric regression. Nonparametric regression has a high degree of flexibility because it is not strict on the assumptions in the regression analysis. One model that is often used in nonparametric approaches is spline regression. In this study used a linear spline regression method that uses order 2.

The case study of this study was applied to the human development index data in 34 provinces in Indonesia are used. The best spline model is very dependent on determining the optimal knot point. The spline model with optimal knot point is the one with minimum GCV value. The best spline regression model is determined using the Mean Square Error (MSE) and Generalized Cross Validation (GCV) method.

The results of the case study produced the best model using second order with one point knots better than with two point knots. This can be seen from the minimum GCV value which is 5.6712 and the minimum MSE value is 0.0081. The result of case study also show the the linear spline regression model is better than the linear regression model, which can be seen from the coefficient of determination from the larger linear regression that is 0.9995 and the minimum MSE value is 0.0081.

Keywords: nonparametric regression, spline, knot, GCV value, MSE value.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan salah satu teknik analisis statistika yang seringkali digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam statistika. Analisis regresi digunakan untuk memodelkan hubungan satu atau lebih variabel bebas (*independent*) terhadap satu atau lebih variabel tidak bebas/terikat (*dependent*). Terdapat dua fungsi dalam analisis regresi, yaitu regresi sebagai alat untuk prediksi atau untuk meramalkan nilai dari variabel terikat (Fauzy, 2012). Analisis regresi yang mengandung satu variabel *dependent* disebut sebagai regresi persamaan tunggal, tetapi bila variabel *dependent* lebih dari satu disebut persamaan simultan (Utomo, 2007).

Secara umum, analisis regresi dikelompokkan menjadi 3, yaitu analisis regresi parametrik, analisis regresi nonparametrik dan analisis regresi semiparametrik yang merupakan perpaduan antara regresi parametrik dan regresi nonparametrik (Qudratullah, 2013). Analisis regresi yang paling umum dan paling sering digunakan adalah pendekatan model regresi parametrik. Analisis regresi parametrik digunakan bila bentuk fungsi $f(x_i)$ diketahui dari informasi sebelumnya berdasarkan teori maupun pengalaman masa lalu. Untuk menjelaskan hubungan kedua jenis peubah (variabel) dalam regresi digunakan sebuah kurva yang disebut kurva regresi (Sasmitoadi,

2005). Apabila kurva regresi diasumsikan telah membentuk pola hubungan tertentu, misalnya bentuk linear, kuadratik, kubik dan lainnya, maka dapat digunakan analisis regresi dengan pendekatan parametrik. Sedangkan analisis regresi nonparametrik dilakukan berdasarkan pendekatan yang tidak terikat dengan asumsi bentuk kurva regresi, sehingga memberikan fleksibilitas yang lebih besar dalam bentuk dari kurva regresi atau fungsi regresi $f(x_i)$. Keadaan data yang tidak diketahui fungsi regresinya seringkali membuat para peneliti memutuskan untuk menyelesaikan penelitiannya atau menganalisis datanya ke dalam analisis regresi nonparametrik (Qudratullah, 2013). Dalam regresi nonparametrik tidak ada asumsi tentang bentuk $f(x_i)$. Umumnya fungsi regresi hanya diasumsikan termuat dalam suatu ruang fungsi yang berdimensi tak hingga. Pemilihan ruang fungsi pada regresi nonparametrik biasanya dimotivasi oleh sifat *smooth* atau kemulusan yang diasumsikan dimiliki oleh fungsi regresi. (Eubank, 1999)

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk pendugaan parameter regresi dari model parametrik adalah metode kuadrat terkecil atau *Ordinary Least Square* (OLS). Penggunaan metode ini harus memenuhi empat asumsi klasik, yaitu: normalitas, nonautokorelasi, nonmultikolinearitas dan homoskedastisitas. Jika asumsi-asumsi ini terpenuhi, maka parameter yang diperoleh bersifat *Best Linear Unbiased Estimation* (BLUE) (Qudratullah, 2013). Dalam menerapkan analisis regresi parametrik, penyimpangan terhadap asumsi

sering terjadi, misalnya adalah sisaan (*error*) tidak berdistribusi normal atau varian dari residual satu pengamatan dan residual pengamatan lain terjadi kesamaan. Oleh karena itu, untuk menghindari penggunaan asumsi-asumsi yang ketat dan kaku maka dibutuhkan teknik statistika yang tidak terikat pada asumsi yang ketat dari regresi tertentu. Alternatif yang dapat digunakan adalah menggunakan regresi nonparametrik. Regresi nonparametrik digunakan ketika informasi awal tentang bentuk kurva regresi terbatas atau tidak ada (Eubank, 1999).

Estimasi fungsi regresi dengan pendekatan nonparametrik dilakukan berdasarkan data pengamatan dengan menggunakan teknik *smoothing*. Ada beberapa teknik *smoothing* dalam regresi nonparametrik antara lain histogram, estimator *spline*, regresi *spline* terpenalti (*penalized spline regression*), estimator kernel, deret fourier dan estimator wavelet. Pendekatan dengan teknik *spline* merupakan pendekatan yang paling sering digunakan untuk melakukan estimasi terhadap kurva regresi, karena metode *spline* dapat menyesuaikan diri secara efektif terhadap data.

Regresi *spline* merupakan salah satu model yang memiliki interpretasi statistik dan interpretasi visual yang baik. Regresi *spline* menggunakan pendekatan kearah kecocokan data dengan tetap memperhitungkan kemulusan kurva. Regresi *spline* mampu menangani karakter data dan fungsi yang bersifat mulus dan memiliki kemampuan yang sangat kecil untuk menangani data yang perilakunya berubah pada sub interval

tertentu. Regresi *splinelinear* biasanya diaplikasikan pada data dengan pola yang masih sederhana, sedangkan *spline* kuadrat dan kubik biasanya diaplikasikan pada data dengan pola data yang lebih kompleks.

Penerapan analisis regresi nonparametrik *splinelinear* pada penelitian ini menggunakan studi kasus data indeks pembangunan manusia di seluruh provinsi yang terdapat di Indonesia. Karena variabel penyusun IPM yang tidak menentu, maka hal ini menjadi krusial untuk diteliti. Variabel-variabel yang digunakan pada penelitian ini meliputi variabel respon (Y) yaitu percapaian indeks pembangunan provinsi di Indonesia dan variabel prediktor (X) meliputi: X_1 adalah umur harapan hidup saat lahir setiap provinsi di Indonesia, X_2 adalah harapan lama sekolah setiap provinsi di Indonesia, X_3 adalah rata-rata lama sekolah setiap provinsi di Indonesia, X_4 adalah pengeluaran perkapita provinsi di Indonesia, X_5 adalah pertumbuhan dan struktur perekonomian setiap provinsi pertahun. (Badan Pusat Statistik, 2015)

Oleh karena itu, berdasarkan pemaparan di atas penulis tertarik untuk meneliti mengenai pemodelan dari indikator-indikator yang memengaruhi indeks pembangunan manusia pada 34 provinsi di Indonesia pada tahun 2017. Analisis yang digunakan adalah analisis regresi nonparametrik *splinelinear* dengan orde 2. Sebelumnya model regresi diestimasi terlebih dahulu dengan menggunakan metode klasik (parametrik), yaitu metode kuadrat terkecil (OLS). Kemudian akan dicari model

regresi *spline* terbaik dengan menggunakan metode *Mean Square Error* (MSE) dan metode *Generalized Cross Validation* (GCV) yang minimum setelah memperoleh titik knot optimal yang dicari menggunakan metode GCV dengan menggunakan software Rdan SPSS 16.0.

1.2 Batasan Masalah

Dalam penulisan tugas akhir ini, pembatasan masalah sangat diperlukan supaya tidak terjadi penyimpangan dari tujuan semula, sehingga pemecahan masalah dapat lebih terfokus. Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka pembatasan masalah pada tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Analisis yang digunakan adalah analisis regresi nonparametrik, model regresi nonparametrik yang digunakan adalah model regresi nonparametrik *splinelinear*.
2. Data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Indonesia tahun 2017 tentang Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia.
3. Data yang digunakan memiliki masalah pada uji asumsi-asumsi klasik.
4. Digunakan 5 variabel prediktor (X) yaitu X_1 adalah umur harapan hidup saat lahir setiap provinsi di Indonesia, X_2 adalah harapan lama sekolah setiap provinsi di Indonesia, X_3 adalah rata-rata lama sekolah

setiap provinsi di Indonesia, X_4 adalah pengeluaran perkapita provinsi di Indonesia, X_5 adalah angka pertumbuhan dan struktur perekonomian setiap provinsi pertahun.

5. Pemilihan model regresi *spline* terbaik menggunakan nilai MSE(*Mean Square Error*) dan metode GCV (*Generalized Cross Validation*).
6. Pengolahan data dengan menggunakan software SPSS 16.0 dan R versi 3.5.1.



1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah terpapar di atas, maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana penerapan analisis regresi nonparametrik *splinelinear* untuk memodelkan indikator-indikator yang berpengaruh pada indeks pembangunan manusia di Indonesia?
2. Bagaimana cara menentukan titik-titik *knot* yang optimal pada regresi *splinelinear* dengan metode *Generalized Cross Validation* (GCV)?
3. Bagaimana cara menentukan model terbaik regresi *splinelinear* dengan menggunakan nilai *Mean Square Error* (MSE) dan *Generalized Cross Validation* (GCV)?

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian tugas akhir ini adalah:

1. Mengkaji dan memahami tentang penerapan analisis regresi *splinelinear* untuk memodelkan indikator-indikator yang berpengaruh pada indeks pembangunan manusia di Indonesia.
2. Menentukan banyaknya titik-titik *knot* yang optimal pada regresi *splinelinear* dengan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).
3. Memahami cara menentukan model terbaik regresi *spline* dengan menggunakan nilai *Mean Square Error* (MSE) dan *Generalized Cross Validation* (GCV).

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat untuk:

1. Bagi penulis sendiri, dapat memperdalam ilmu tentang regresi nonparametrik *spline* linear dan pemodelannya.
2. Bagi para pembaca, dapat menambah pengetahuan tentang aplikasi pada ilmu statistik yaitu bidang peramalan suatu variabel dan pemodelan, khususnya menggunakan analisis regresi.
3. Bagi pihak dinas pemerintahan Indonesia, dapat membantu melihat tingkat kesejahteraan seluruh provinsi di Indonesia dengan melihat indikator IPM yang diantaranya mewakili umur harapan hidup waktu lahir, harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah, pengeluaran perkapita provinsi di Indonesia serta pertumbuhan dan struktur perekonomian setiap provinsi di Indonesia pertahun.

1.6 Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini adalah:

1. Skripsi yang berjudul “Regresi *Spline/SplineRegression*” yang ditulis oleh Wempy Eka Saputra, mahasiswa jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga. Metode yang digunakan adalah Regresi *Spline* dengan menggunakan estimator *spline* linear, *spline* kuadrat dan *spline* kubik pada data yang tidak memenuhi

asumsi normalitas. Studi kasus data yang digunakan dalam penelitian ini adalah rata-rata berat badan bayi usia 0,5 bulan sampai 58,8 bulan.

2. Skripsi yang berjudul “Perbandingan Model Regresi Nonparametrik *Spline* dan Regresi Nonparametrik Kernel”, yang ditulis oleh Yuni Kurnia Purnamasari mahasiswa jurusan Statistika di Universitas Gadjah Mada Yogyakarta. Penelitian ini memfokuskan tentang perbandingan antara regresi nonparametrik *spline* dan regresi nonparametrik kernel. Data yang digunakan adalah data pertumbuhan balita.
3. Skripsi yang berjudul “Estimator M Robust untuk Regresi *Spline* Terpinalti” yang ditulis oleh Jusriaty M. Purba mahasiswa jurusan Statistika Universitas Gadjah Mada Yogyakarta. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah regresi nonparametrik *spline* dengan menggunakan estiamtor klasik (OLS) dan juga menggunakan estimator M Robust, karena terdapat *outlier* pada data. Data yang digunakan adalah data lalu lintas internet dengan label dec-pkt-1.tcp.

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No	Peneliti	Judul Penelitian	Objek Penelitian	Metode
1	Wempy Eka Saputra (UIN)	Regresi <i>Spline/Spline Regression</i>	Rata-rata berat badan bayi usia 0,5 bulan sampai 58,8 bulan.	Regresi <i>Spline</i> dengan estimator <i>spline linear</i> , <i>spline kuadrat</i> dan <i>spline kubik</i> pada data yang tidak memenuhi asumsi normalitas.
2	Yuni Kurnia Purnamasari (UGM)	Perbandingan Model Regresi Nonparametrik <i>Spline</i> dan Regresi Nonparametrik Kernel.	Data yang digunakan adalah data pertumbuhan balita	regresi nonparametrik <i>spline</i> dan regresi nonparametrik kernel.

Tabel 1.2 Tinjauan Pustaka

N o.	Peneliti	Judul Penelitian	Objek Penelitian	Metode
3	Jusriaty M. Purba (UGM)	Estimator M Robust untuk Regresi <i>Spline</i> Terpinalti	Data lalu lintas internet dengan label dec-pkt- 1.tcp.	Regresi nonparametrik <i>spline</i> dengan menggunakan estimator M Robust.
4	Fitriana Nurul Hidayah	Analisis Regresi Nonparametri k <i>Spline</i> Linear	Data indeks pembanguna n manusia di Indonesia pada tahun 2017	Regresi nonparametrik <i>spline linear</i> pada data yang memenuhi asumsi normalitas. Pe milihan model terbaik dengan menggunakan nilai MSE dan metode GCV yang minimum.

Penelitian ini akan membahas mengenai regresi *spline* linear dengan menggunakan *knot* orde 2. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah metode dalam menentukan model *spline* terbaik dengan menggunakan nilai MSE dan metode GCV (*Generalized Cross Validation*) yang paling minimum.

1.7 Sistematika Penulisan

Penelitian ini terdiri dari beberapa bab untuk mempermudah pemahaman dan pembahasan terhadap permasalahan yang diangkat dan diteliti. Secara garis besar, sistematika penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan.

BAB II DASAR TEORI

Bab ini membahas tentang teori-teori yang akan dipakai sebagai dasar dalam pemecahan masalah. Teori-teori tersebut adalah: variabel random diskrit dan kontinu, matriks, regresi linear sederhana, regresi linear berganda, metode kuadrat terkecil, pengujian signifikansi kurva dan parameter regresi, uji asumsi klasik analisis regresi, regresi nonparametrik, model regresi *spline* linear dan indeks pembangunan manusia.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini membahas tentang metode penelitian yang digunakan penulis. Diantaranya tentang jenis penelitian, objek penelitian, metode pengumpulan data, variabel penelitian, teknik analisis data, langkah analisis data dan alur penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang analisis regresi nonparametrik, ide dasar penghalusan (*smoothing*), *spline* dalam regresi nonparametrik, estimasi parameter regresi *spline* linear, pemilihan titik *knot* optimal dan pemilihan model *spline* linear terbaik.

BAB V STUDI KASUS

Pada bab ini akan dibahas mengenai deskripsi data yang digunakan, serta analisis data dengan regresi linear menggunakan estimasi klasik metode kuadrat terkecil dan analisis data dengan menggunakan regresi *spline* linear.

BAB VI PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan-kesimpulan yang diperoleh dari beberapa pembahasan sebelumnya dan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian skripsi ini

sebagai akibat dari kekurangan atau kelebihan dari hasil analisis yang dilakukan.

DAFTAR PUSTAKA

Bagian ini memuat keterangan dari beberapa buku dan literatur lain yang menjadi acuan dalam penyusunan tugas akhir ini.



BAB VI

PENUTUP

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah diuraikan, maka hasil penelitian dalam skripsi ini dapat penulis simpulkan sebagai berikut:

- a. Persamaan regresi *spline* linear yang diperoleh dari penerapan analisis regresi nonparametrik *spline* linear untuk memodelkan indikator-indikator yang berpengaruh pada Indeks Pembangunan Manusia pada tahun 2017 di Indonesia adalah sebagai berikut:

1. Dengan menggunakan satu titik knot:

$$\begin{aligned}\hat{y} = & -67.5967 + 1.1933 x_1 + 53.6851 (x_1 - 1.08)_+^1 \\& + 0.0276 x_2 + 0.6732 (x_2 - 1.08)_+^1 \\& - 0.0002 x_3 + 0.0000002 (x_3 - 1)_+^1 \\& + 24.2925 x_4 + 1.1722 e \\& - 11 (x_4 - 1)_+^1 - 0.0992 x_5 \\& - 0.0866 (x_5 - 1)_+^1\end{aligned}$$

2. Dengan menggunakan dua titik knot:

$$\begin{aligned}
\hat{y} = & -0.4489 - 0.0044 x_1 + 0.0096 x_2 \\
& - 0.0001 x_3 - 1.0463 x_4 \\
& - 0.0131 x_5 + 3.3163 (x_1 - 2.08)_+^1 \\
& + 0.1163(x_2 - 2)_+^1 \\
& + 0.0000001(x_3 - 2)_+^1 - 5.662e \\
& - 12(x_4 - 2)_+^1 - 0.0041(x_5 - 2)_+^1
\end{aligned}$$

- b. Titik-titik knot optimal yang diperoleh dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV) adalah 1.08; 1.08; 1; 1; 1.
- c. Diperoleh model regresi *spline* linear terbaik setelah dipilih titikknot optimal, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\hat{y} = & -67.5967 + 1.1933 x_1 + 53.6851 (x_1 - 1.08)_+^1 \\
& + 0.0276 x_2 + 0.6732 (x_2 - 1.08)_+^1 \\
& - 0.0002 x_3 + 0.0000002 (x_3 - 1)_+^1 \\
& - 24.2925 x_4 - 1.1722e \\
& - 11 (x_4 - 1)_+^1 - 0.0992 x_5 \\
& - 0.0866(x_5 - 1)_+^1
\end{aligned}$$

Adapun kesimpulan yang didapatkan setelah melakukan uji parametrik klasik OLS dan metode regresi nonparametrik *spline* adalah bahwa metode regresi nonparametrik *spline* linear lebih baik dalam menjelaskan model regresi dan kurva regresi dibandingkan dengan regresi parametrik.

6.2 Saran

Pada skripsi ini penulis hanya mengkaji tentang regresi *spline* linear dengan 2 titik knot, pada penelitian selanjutnya

dapat dilakukan penambahan orde pada regresi *spline* dengan berbagai kombinasi titik knot. Selain, masih terdapat banyak pilihan metode dalam analisis regresi nonparametrik yang dapat digunakan maupun dikembangkan dalam penelitian untuk mengestimasi kurva regresi. Pada penelitian selanjutnya, dapat dicari model peramalan melalui pendekatan metode nonparametrik yang lainnya yang dapat mempertimbangkan berbagai kejadian, seperti misalnya Regresi Deret Fourier atau dengan menggunakan metode regresi spline birespons untuk menangani masalah data yang memiliki nilai respon dua.



DAFTAR PUSTAKA

- Algifari. 1997. *Analisis Statistik untuk Bisnis dengan Regresi, Korelasi dan Nonparametrik.* Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.
- Algifari. 2000. *Analisis Regresi: Teori, Kasus dan Solusi Edisi 2.* Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.
- Anton, H. 1991. *Aljabar Linier Elementer edisi kelima.* Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Asmoro, Y. W. (2013). Pendekstasian dan Perbaikan Heterokedastisitas dalam Regresi Linear Menggunakan Metode Weighted Least Squares (WLS) dan Transformasi Variabel. *Skripsi.* USD.
- Badan Pusat Statistika (BPS). 2015. *Indeks Pembangunan Manusia 2014 Metode Baru.* Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- Badan Pusat Statistika (BPS). 2017. *Statistik Daerah Kota Yogyakarta 2017.* Yogyakarta: Badan Pusat Statistik Kota Yogyakarta.
- Badan Pusat Statistika (BPS). 2018. *Berita Resmi Statistik Badan Pusat Statistik: Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Tahun 2017.* Jakarta: Badan Pusat Statistik.

Badan Pusat Statistika (BPS). 2018. *Laporan Bulanan Data Sosial Ekonomi Bulan Juli 2018*. Jakarta: Badan Pusat Statistik.

Bain, L., dan Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics (2nded.)*. Duxbury Press.

Budiantara, I. N. 2006. *Regresi Nonparametrik Dalam Statistika, Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Matematika*, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar.

Eubank, R. L. 1988. *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. New York: Marcel Dekker Inc.

Eubank, R. L. 1999. *Nonparametric Regression and Spline Smoothing Second Edition*. New York: Marcel Dekker Inc.

Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics 4th Edition*. New York: The McGraw-Hill.

Gujarati, D.N, dan Porter, D. C. (2010). *Dasar-Dasar Ekonometrika Edisi 5*. Jakarta: Salemba Empat.

Hanke, John W, & Winchem, Dean W. (2005), *Business Forecasting*, New Jersey.Pearson

Härdle, W. 1994. *Applied Nonparametric Regression*. Berlin: Spandauer Str. 1 Humboldt-Universität zu Berlin.

Henni Pratika, “*Estimasi S-Robust untuk Regresi Spline Terpenalti*”, skripsi diterbitkan, Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada, 2014.

Litawati, E. K., *Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline untuk Pemodelan Laju Pertumbuhan Ekonomi (LPE) di Jawa Timur*, Jurnal Sains dan Seni Pomits, Vol. 2 No. 2, 2013.

Mirza, A. P.2015. “*Metode Estimasi-MM Robust pada Analisis Regresi Linear*”, skripsi diterbitkan, Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.

Montgomery, D., Peacock, E. dan Vining, G. 2012. *Introduction to Linear Regression Analysis (5th edition ed.)*. New York: John Wiley and Sons Inc.

Putri, N. W. 2018. “*Pemodelan Regresi Spline Truncated untuk Data Longitudinal (Studi Kasus: Harga Saham Bulanan pada Kelompok Saham Perusahaan Penyedia Jasa Telekomunikasi Periode Januari 2009-Desember 2016)*”, skripsi diterbitkan, Yogyakarta: Universitas Islam Indonesia.

Qudratullah, M. F. 2013. *Analisis Regresi Terapan Teori, Contoh Kasus dan Aplikasi dengan SPSS*. Yogyakarta: Andi Offset.

Qudratullah, M. Farhan, Sri Utami Yuliana dan Ephra Diana Supandi. 2012. *Statistika*. Cetakan Pertama, Yogyakarta: SUKA-Press UIN Sunan Kalijaga.

Rawlings, J. O., Sastri G. Pantula., dan David A. Dickey. 1998. *Applied Regression Analysis: A Research Tool, Second Edition*. New York: Springer-Verlag New York, Inc.

Riduwan. 2012. *Pengantar Statistika Sosial*. Bandung: Penerbit Alfabeta.

Rosadi, D. 2011. *Analisis Ekonometrika dan Runtun Waktu Terapan dengan R*. Yogyakarta: ANDI Offset.

Ross, S. M. 2010. *Introduction to Probability Models: 10th Edition*. United States of America: Academic Press.

Saefudin, A. A. 2014. *Aljabar Matriks*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Saputra, W. E. 2011. “*Regresi Spline/Spline Regression*”, skripsi diterbitkan, Yogyakarta: Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.

- Sasmitoadi, D. 2005. "Kajian Penggunaan Knot dan Orde Pada Regresi Spline". Skripsi diterbitkan, Malang: Universitas Brawijaya.
- Schumaker, L. L. 1939. *Spline Function: Basic Theory*. United States: Wiley-Interscience Publication.
- Suharjo, B. 2013. *Statistika Terapan Disertai Contoh Aplikasi dengan SPSS*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Suhartono. 2008. *Analisis Data Statistik dengan R*. Surabaya: Lab. Statistik Komputasi ITS.
- Suparti, dkk. 2018. *Regresi Nonparametrik*. Ponorogo: WADE Group.
- Tripena, A. 2005. *Pendekatan Model Regresi Spline Linier*. Jurusan MIPA, Fakultas Sains dan Teknik, UNSOED. Skripsi diterbitkan.
- Utomo, Y. P. 2007. *Eksplorasi Data dan Analisis Regresi dengan SPSS*. Surakarta: Muhammadiyah University Press.
- Wibowo, W., dkk. 2009. *Metode Kuadrat Terkecil untuk Estimasi Kurva Regresi Semiparametrik Spline*, *Jurnal Matematika*. Yogyakarta: FMIPA UNY.

Widarjono, A. 2015. *Analisis Multivariat Terapan dengan Program SPSS, AMOS dan SMARTPLS*. Yogyakarta:UPP STIM YKPN.

Widarjono, A. 2015. *Statistika Terapan dengan Excel dan SPSS*. Yogyakarta:UPP STIM YKPN.

Yamin, S. Rachmach, L. A., Kurniawan, H. 2011. *Regresi dan Korelasi dalam Genggaman Anda, Aplikasi dengan Software SPSS, EViews, Minitab dan Statgrapichs*. Jakarta: Salemba Empat.

<https://www.spssindonesia.com/2014/02/uji-heteroskedastisitas-glejser-spss.html?m=1>.

Diakses pada tanggal 17 November 2018.

