

**MODEL REGRESI NONPARAMETRIK *SPLINE*  
KUADRATIK (Studi Kasus Pengaruh Tingkat Inflasi  
Indonesia Periode Juni 2016 sampai dengan November  
2018 terhadap Kurs Dolar dan BI *Rate*)**

**SKRIPSI**

Untuk memenuhi sebagian persyaratan  
mencapai derajat Sarjana S-1  
Program Studi Matematika



diajukan oleh

**A'AS ASED FAJAR BASKORO**  
15610037  
STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
**SUNAN KALIJAGA**  
YOGYAKARTA

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

**2019**

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir  
Lamp :

Kepada  
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta  
di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : A'as Ased Fajar Baskoro  
NIM : 15610037  
Judul Skripsi : Model Regresi Nonparametrik *Spline* Kuadratik (Studi Kasus Pengaruh Tingkat Inflasi di Indonesia Periode Juni 2016 sampai dengan November 2018 terhadap Kurs Dolar dan BI *Rate*)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, 11 Februari 2019

Pembimbing

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

M. Farhan Qudratullah, M.Si  
NIP: 19790922 200801 1 011



KEMENTERIAN AGAMA  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-594/Un.02/DST/PP.00.9/02/2019

Tugas Akhir dengan judul : MODEL REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE KUADRATIK  
(Studi Kasus Pengaruh Tingkat Inflasi Indonesia Periode Juni 2016 sampai dengan  
November 2018 terhadap Kurs Dolar dan BI Rate)

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : A'AS ASED FAJAR BASKORO  
Nomor Induk Mahasiswa : 15610037  
Telah ditujikan pada : Jumat, 15 Februari 2019  
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si  
NIP. 19790922 200801 1 011

Penguji I

Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 19750912 200801 2 015

Penguji II

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.  
NIP. 19861208 201503 2 006

Yogyakarta, 15 Februari 2019  
UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Sains dan Teknologi

DEK A N

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

Dr. Murtiono, M.Si.  
NIP. 19691212 200003 1 001

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : A'as Ased Fajar Baskoro  
NIM : 15610037  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya prang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 11 Februari 2019

Yang Menyatakan



A'as Ased Fajar Baskoro

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
**SUNAN KALIJAGA**  
YOGYAKARTA

## PERSEMBAHAN

Dengan iringan do'a dan mengucapkan syukur kepada Allah  
SWT.

Skripsi ini saya persembahkan untuk :

Kedua Orang Tuaku yang selalu memberikan doa dan  
memberi banyak nasehat dan pelajaran hidup yang tak  
ternilai harganya.

Adikku dan semua keluarga besarku yang selalu  
menyayangiku, memberikan kenyamanan dalam  
persaudaraan, dan inspirasi kehidupan.

Almamater tercinta Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga  
Yogyakarta.

Bapak Ibu dosen serta Teman-teman yang selalu memberi  
inspirasi, motivasi dan semangat dalam berkarya.

## MOTTO

What we know is a drop, what we don't know is an ocean.

"Apa yang kita tau hanyalah setetes air, yang kita tidak tau  
adalah lautan."

~Isaac Newton~

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
**SUNAN KALIJAGA**  
YOGYAKARTA

## KATA PENGANTAR

Puji syukur *alhamdulillah* ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya, sehingga skripsi dengan judul ~~Model Regresi Nonparametrik~~ *Spline* Kuadrat—ini dapat diselesaikan dengan baik. Sholawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, pembawa cahaya kesuksesan dalam menempuh hidup di dunia dan akhirat.

Keberhasilan penulisan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan, arahan, dan bantuan dari berbagai pihak, baik berupa pikiran, motivasi, tenaga, maupun doa.. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati izinkan penulis mengucapkan rasa terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada :

1. Bapak Prof. Drs. Yudian Wahyudi, M.A., Ph.D., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika sekaligus pembimbing akademik yang telah memberikan pelayanan dan kelancaran akademik.
4. Bapak Mohammad Farhan Qudratullah, M.Si., selaku pembimbing skripsi yang telah memberikan ilmu

pengetahuan dan pengalaman yang berharga kepada penulis, sehingga ilmu yang telah didapat memudahkan dalam penyusunan skripsi ini.

5. Bapak/ Ibu Dosen dan Staff Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta atas ilmu, bimbingan dan pelayanan selama perkuliahan sampai penyusunan skripsi ini selesai.
6. Kedua orang tua penulis (Bapak Mursidi dan Ibu Siti Mariyam) yang telah memberikan kasih sayang, perhatian, semangat mendoakan dan memberikan dukungan tiada henti kepada penulis, yang selalu setia menjadi tempat curahan dan merestui setiap langkah penulis.
7. Adik penulis (Aslam Qosim Farhan Taquiuddin) serta semua saudara yang telah memberikan kasih sayang, perhatian, semangat mendoakan dan memberikan dukungan tiada henti kepada penulis.
8. Sahabat-sahabat penulis (Risma, Wahyu, Riha, Fauzan, dan Wilda) yang telah banyak membantu, memberikan semangat, memberikan motivasi, dan selalu setia mendengarkan curahan hati penulis.
9. Teman-teman prodi Matematika angkatan 2015 yang selalu menemani dan memberikan dukungan dan pelajaran berharga selama ini.



10. Semua pihak yang memberikan dukungan dan doa kepada penulis, serta pihak yang membantu penulis menyelesaikan skripsi ini yang tidak bisa penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah SWT menerima amal kebaikan beliau sekalian dan memberikan balasan dan pahala yang berlipat-lipat atas kebaikan serta segala yang telah beliau berikan kepada penulis semoga bermanfaat. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masihlah jauh untuk dikatakan sempurna. Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dan kesalahan dalam skripsi ini. Penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun supaya penulis dapat membuat karya dengan lebih baik. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat yang besar.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Klaten, 5 Februari 2019

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERSETUJUAN .....	ii
HALAMAN PENGESAHAN .....	iii
HALAMAN KEASLIAN.....	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	iii
MOTTO.....	vi
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI .....	x
DAFTAR TABEL .....	xv
DAFTAR GAMBAR.....	xvii
DAFTAR SIMBOL.....	xviii
DAFTAR LAMPIRAN .....	xviii
INTISARI.....	xvix
ABSTRACT.....	xxii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Rumusan Masalah.....	6
1.3. Batasan Masalah .....	7
1.4. Tujuan Penelitian .....	8
1.5. Manfaat .....	8
1.6. Tinjauan Pustaka.....	9
1.7. Sistematika Penulisan .....	13
1.8. Metode Penelitian .....	15

## BAB II LANDASAN TEORI

2.1. Matriks .....	16
2.1.1. Jenis Matriks .....	17
2.1.2. Operasi Matriks.....	20
2.1.3. Transpose Matriks.....	22
2.1.4. Matriks Simetris.....	23
2.1.5. Determinan Matriks .....	23
2.1.6. Matriks Singular .....	24
2.1.7. Aturan Cramer .....	24
2.1.8. Invers Matriks .....	26
2.1.9. <i>Trace</i> Matriks.....	27
2.1.10. Matriks Definit Positif .....	28
2.2. Turunan .....	28
2.2.1. Aturan Pencarian Turunan .....	29
2.3. Permutasi dan Kombinasi .....	34
2.4. Variabel Random .....	35
2.5. Fungsi Distribusi Peluang.....	35
2.6. Karakteristik Distribusi Peluang.....	37
2.6.1. Ekspektasi .....	37
2.6.2. Variansi .....	37
2.6.3. Sifat-sifat Mean dan Variansi .....	38
2.7. Distribusi Normal .....	38
2.8. Variabel Bebas dan Variabel Terikat.....	39
2.9. Analisis Korelasi.....	40
2.9.1. Korelasi Product Moment Pearson .....	41

2.9.2.	Korelasi Spearman .....	42
2.9.3.	Korelasi Kendall Tau .....	44
2.10.	Model Analisis Regresi.....	44
2.10.1.	Asumsi Model Regresi Linear .....	48
2.10.2.	Estimasi Regresi Linear Sederhana dengan MKT.....	49
2.10.3.	Sifat-sifat Estimator Regresi Linear Sederhana.....	53
2.10.4.	Pengujian Parameter Model.....	59
2.10.5.	Penyimpangan dalam Analisis Regresi.....	62
2.13.	<i>Mean Square Error</i> (MSE).....	70
2.14.	<i>Generalized Cross Validation</i> (GCV).....	71
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b>		
3.1.	Jenis Penelitian .....	72
3.2.	Metode Pengumpulan Data.....	72
3.3.	Populasi dan Sampel.....	73
3.4.	Variabel Penelitian.....	73
3.5.	Pengolahan Data .....	74
3.6.	<i>Flowchart</i> .....	78
<b>BAB IV PEMBAHASAN</b>		
4.1.	Model Regresi Nonparametrik.....	80
4.2.	Fungsi <i>Spline</i> .....	81
4.2.1.	Fungsi <i>Spline</i> Linear .....	82

4.2.2	Fungsi <i>Spline</i> Kuadratik.....	84
4.3.	Model Regresi <i>Spline</i> .....	86
4.3.1.	Model Regresi <i>Spline</i> Linear .....	87
4.3.2.	Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik.....	88
4.4.	Model Regresi <i>Spline</i> dalam Matriks.....	89
4.5.	Estimasi Model Regresi <i>Spline</i> dengan Metode Kuadrat Terkecil .....	90
4.5.1.	Sifat-sifat Estimator Model Regresi <i>Spline</i> dengan MKT .....	93
4.6.	Pemilihan Titik Knot Optimal .....	98
4.7.	Pemilihan Model.....	101
4.8.	Pengujian Parameter Model.....	101
4.8.1.	Pengujian Kelayakan Model.....	102
4.8.2.	Pengujian Individu.....	103
4.9.	Pengujian Asumsi <i>Error</i> .....	104
4.9.1.	Uji Heterokedastisitas .....	104
4.9.2.	Uji Autokorelasi .....	105
4.9.3.	Uji Asumsi Distribusi Normal .....	106
<b>BAB V STUDI KASUS</b>		
5.1.	Deskripsi data .....	109
5.2.	Memilih Knot Optimal.....	111
5.2.1.	Memilih satu titik knot optimal .....	113
5.2.2.	Memilih dua titik knot optimal .....	116
5.3.	Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik.....	121

5.3.1. Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik Satu Titik Knot.....	121
5.3.2. Pendekatan Regresi <i>Spline</i> Kuadratik Dua Titik Knot.....	122
5.4. Pemilihan Model.....	124
5.5. Pengujian Parameter Model Regresi <i>Spline</i> .....	125
5.5.1. Pengujian Kelayakan Model.....	125
5.5.2. Pengujian Individu.....	127
5.6. Pengujian Asumsi <i>Error</i> Model Regresi <i>Spline</i> .....	128
5.6.1. Pengujian Heterokedastisitas.....	128
5.6.2. Pengujian Autokorelasi.....	132
5.6.3. Pengujian <i>Error</i> Berdistribusi Normal.....	132
5.7. Implementasi Tingkat Inflasi dengan Regresi <i>Spline</i> Kuadratik.....	134

## BAB VI PENUTUP

6.1. Kesimpulan.....	137
6.2. Saran.....	140

## DAFTAR PUSTAKA

## LAMPIRAN

## CURRICULUM VITAE

## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Analisis Ragam (ANOVA) .....	103
Tabel 5.1	Mengurutkan nilai $X_1$ dan $X_2$ .....	113
Tabel 5.2	Pendekatan satu titik knot terhadap $X_1$ .....	114
Tabel 5.3	Pendekatan satu titik knot terhadap $X_2$ .....	115
Tabel 5.4	Pendekatan dua titik knot terhadap $X_1$ .....	117
Tabel 5.5	Lanjutan Pendekatan dua titik knot terhadap $X_1$ .....	117
Tabel 5.6	Pendekatan dua titik knot terhadap $X_2$ .....	118
Tabel 5.7	Lanjutan Pendekatan dua titik knot terhadap $X_2$ .....	119
Tabel 5.8	Parameter Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik Satu Titik Knot .....	122
Tabel 5.9	Parameter Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik Dua Titik Knot.....	123
Tabel 5.10	Nilai AIC dan BIC .....	124
Tabel 5.11	ANOVA Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik ...	126
Tabel 5.12	Uji Individu Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik .....	128
Tabel 5.13	Pengujian Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik..	133

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Fungsi <i>Spline</i> Linear dengan satu titik knot.....	82
Gambar 4.2 Fungsi <i>Spline</i> Linear dengan dua titik knot.....	83
Gambar 4.3 Fungsi <i>Spline</i> Linear dengan tiga titik knot.....	84
Gambar 4.4 Fungsi <i>Spline</i> Kuadratik dengan satu titik knot.....	85
Gambar 4.5 Fungsi <i>Spline</i> Kuadratik dengan dua titik knot.....	86
Gambar 5.1 <i>Scatter plot</i> data tingkat inflasi di Indonesia terhadap kurs Dolar .....	110
Gambar 5.2 <i>Scatter plot</i> data tingkat inflasi di Indonesia terhadap BI Rate .....	110
Gambar 5.3 Grafik Data Asli dan Data Ramalan Tingkat Inflasi di Indonesia terhadap Kurs Dolar ...	135
Gambar 5.4 Grafik Data Asli dan Data Ramalan Tingkat Inflasi di Indonesia terhadap BI Rate .....	135



## DAFTAR SIMBOL

$f(X)$	: fungsi regresi
$X$	: variabel independen
$Y$	: variabel dependen
$\varepsilon$	: <i>error</i>
$\sigma^2$	: variansi
$\beta$	: koefisien variabel independen
$k$	: titik knot
$m$	: orde
$n$	: banyaknya data
$s$	: jumlah knot
$\mathbf{X}_k$	: matriks variabel independen dengan $k$ knot
$\hat{\beta}$	: parameter
$\hat{y}$	: estimator variabel dependen
$r$	: korelasi
$\mu$	: mean
$\mathbf{I}$	: matriks identitas
$\alpha$	: taraf signifikansi
$db$	: derajat bebas
$SE$	: standar <i>error</i>
$tr(\mathbf{A})$	: <i>trace</i> dari matriks $\mathbf{A}$

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Tingkat Inflasi, Kurs Dolar, dan BI <i>Rate</i> di Indonesia Periode Januari 2014 - November 2018 .....	145
Lampiran 2 Program Pemilihan Titik Knot Optimal.....	147
Lampiran 3 Program Pengujian Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik .....	154
Lampiran 4 Perhitungan Asumsi <i>Error</i> Model Regresi <i>Spline</i> Kuadratik .....	160
Lampiran 5 Data Asli Tingkat Inflasi dan Data Prediksi dengan Model <i>Spline</i> Kuadratik Terbaik .....	162



**Model Regresi Nonparametrik *Spline* Kuadratik  
(Studi Kasus Pengaruh Tingkat Inflasi di Indonesia  
Periode Juni 2016 sampai dengan November 2018  
terhadap Kurs Dolar dan BI Rate)**

Oleh : A'as Ased Fajar Baskoro

**INTISARI**

Analisis regresi merupakan salah satu bidang statistika yang memiliki peran yang sangat penting untuk menyelidiki pola hubungan fungsional antara variabel dependen dengan satu atau beberapa variabel independen. Pendekatan yang digunakan dalam kurva regresi yaitu parametrik dan nonparametrik. Perbedaan antara parametrik dengan nonparametrik adalah pendekatan parametrik data cenderung dipaksa untuk mengikuti pola tertentu, sedangkan pendekatan nonparametrik data diberi keleluasaan untuk mencari pola kurva regresinya sendiri sehingga sangat fleksibel dan obyektif. Salah satu model pendekatan regresi nonparametrik adalah regresi *spline*. Regresi *spline* memiliki keunggulan dalam mengatasi pola data yang menunjukkan naik/ turun tajam dengan bantuan titik-titik knot. Regresi *spline* memungkinkan berbagai macam orde sehingga dapat dibentuk regresi *spline* linear, kuadrat, kubik maupun orde  $m$ . Regresi *spline* kuadratik adalah regresi *spline* dengan orde dua dan diaplikasikan pada pola data yang kompleks.

Pada penelitian ini, penulis akan meneliti mengenai model regresi *spline* kuadratik yang diestimasi dengan metode kuadrat terkecil. Bentuk estimator regresi *spline* sangat dipengaruhi oleh pemilihan lokasi dan banyaknya titik knot. Penentuan titik knot yang optimal menggunakan metode *Mean Square Error* (MSE) dan *Generalized Cross Validation* (GCV). Di dalam penelitian ini, pemilihan model regresi *spline* kuadratik menggunakan kriteria *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Bayesian Information*

*Criterion* (BIC) yang minimum dimana kedua kriteria tersebut memberikan penalti terhadap penambahan jumlah parameter. Model regresi *spline* kuadrat di dalam penelitian ini digunakan untuk mengetahui pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap kurs dolar dan BI *rate*.

Adapun model regresi *spline* kuadrat untuk pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap kurs Dolar dan BI *rate* adalah  $\hat{Y} = -10682,5197 + 38,6125X_1 - 4,2418X_1^2 + 5,3831(X_1 - 4,75)_+^2 + 2170,2860X_2 - 111,1021X_2^2 + 111,4649(X_2 - 9,77)_+^2$  Dimana nilai *Mean Square Error* (MSE) model regresi *spline* kuadrat adalah 0.0822.

**Kata kunci:** GCV, MSE, Regresi *spline*, *Spline* kuadrat, Titik knot.



**Model Nonparametric Regression Quadratic *Spline* (Case Study Inflation Rate in Indonesia period June 2016 Until November 2018 toward Dollar rate and BI rate)**

By: A'as Ased Fajar Baskoro

**ABSTRACT**

Regression analysis is one of the a topic of statistics which has a very important role to investigate the patterns of functional relationship between the dependent variable with one or several independent variables. The approaches used in the curve of regression namely parametric and nonparametric. The difference of parametric and nonparametric is parametric data tend to be forced to follow a certain pattern while nonparametric data given the freedom to find a pattern of the curve of regression own so it is very flexible and objective. One model approach to nonparametric regression is a regression spline. Regression spline has advantages in overcoming the pattern of data that shows increase or decrease sharply with the help of a knots point. Regression spline allow a wide variety of orde that can be formed linear regression spline, quadratic, cubic, and orde m. Quadratic regression spline is a regression spline with two orde and applied on the pattern of complex data.

In this study, The writer will be scrutinizing about a model of quadratic regression spline in the estimated with ordinary least square. The form of regression spline estimator is strongly influenced by the selection of the location and number of knots point. The determination of the optimal knots point using the methods Mean Square Error (MSE) and Generalized Cross Validation (GCV). In this study, election model quadratic regression spline using the criteria Akaike Information Criterion (AIC) dan Bayesian Information Criterion (BIC) minimum where are both of these criteria provide penalties toward the addition of the number parameter. Quadratic regression spline in this study used to

determine the effect of inflation in Indonesia toward Dollar rate and BI rate.

As for model quadratic regression spline for inflation in Indonesia toward the time is  $\hat{Y} = -10682,5197 + 38,6125X_1 - 4,2418X_1^2 + 5,3831(X_1 - 4,75)_+^2 + 2170,2860X_2 - 111,1021X_2^2 + 111,4649(X_2 - 9,77)_+^2$ . Where value Mean Square Error (MSE) quadratic regression spline is 0.0822.

**Keywords :** GCV, MSE, Quadratic spline, Regression spline, knots point.



# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1. Latar Belakang**

Statistika adalah suatu disiplin ilmu yang mempelajari sekumpulan konsep dan metode pengumpulan, penyajian, analisis, dan interpretasi data sampai pada pengambilan keputusan (Quadratullah, dkk, 2012). Statistika dibagi menjadi dua yaitu statistika deskriptif dan statistika inferensia. Statistika deskriptif adalah statistika yang mengumpulkan, menyajikan, dan mengolah data, seperti membuat tabel, grafik, dan perhitungan yang menentukan nilai statistika sedangkan statistika inferensia adalah statistika yang berhubungan pada pengambilan keputusan.

Statistika inferensia berhubungan pada penaksiran tentang karakteristik populasi, penentuan ada tidaknya hubungan karakteristik dalam populasi, hingga pembuatan prediksi. Salah satu bagian dari statistika inferensia adalah analisis regresi. Gujarati (2006) mendefinisikan analisis regresi adalah sebuah kajian terhadap hubungan satu variabel yang disebut sebagai variabel yang diterangkan (variabel dependen) dengan satu atau lebih variabel yang menerangkan (variabel independen). Analisis regresi umumnya digunakan untuk memodelkan pola hubungan antara satu variabel atau lebih.

Misalkan  $Y$  adalah variabel dependen dan  $X$  adalah variabel independen, maka hubungan variabel  $X$  dan  $Y$  dapat dinyatakan sebagai:

$$Y = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

dengan  $f(x_i)$  adalah kurva regresi,  $\varepsilon_i$  adalah *error* random yang diasumsikan independen dengan mean nol dan variansi  $\sigma^2$ . Terdapat dua estimasi yang digunakan untuk mengestimasi  $f(x_i)$  yaitu estimasi regresi parametrik dan estimasi regresi nonparametrik (Hardle, 1990).

Model regresi parametrik mempunyai asumsi yang sangat kaku yaitu bentuk kurva regresi diketahui, misalnya linear, kuadratik, kubik, eksponensial dan lain-lain. Untuk memodelkan data menggunakan regresi parametrik linear, kuadratik, kubik atau yang lain, yang dimulai dengan membuat *scatterplot*. Apabila *scatterplot* ini terdapat pola linear maka digunakan model regresi parametrik linear, jika *scatterplot* ini terdapat pola kuadratik maka digunakan model regresi parametrik kuadratik, dan seterusnya (Budiantara I. N., 2011).

Pendekatan model regresi parametrik sering dilakukan, dikarenakan kemudahan dalam estimasinya akan tetapi, pendekatan parametrik sangat terikat dengan asumsi–asumsi antara lain *error* berdistribusi normal, *homokedastisitas*, non-autokorelasi serta antara variabel



independen tidak terjadi multikolinearitas. Sehingga jika suatu permasalahan dimodelkan menggunakan pendekatan parametrik, akan tetapi model yang didapatkan asumsi-asumsinya tidak terpenuhi, tentunya model tersebut akan menjadi bias untuk digunakan.

Pada penerapannya asumsi-asumsi model regresi parametrik tidak selamanya terpenuhi maka untuk mengatasi hal tersebut digunakan pendekatan regresi nonparametrik. Model regresi nonparametrik tidak bergantung pada asumsi-asumsi yang ada pada model regresi parametrik seperti data pada regresi nonparametrik tidak harus berdistribusi normal. Perbedaan antara parametrik dengan nonparametrik adalah dalam pendekatan parametrik data cenderung dipaksa untuk mengikuti pola tertentu, sedangkan pendekatan nonparametrik data diberi keleluasaan untuk mencari pola kurva regresinya sendiri sehingga sangat fleksibel dan obyektif (Hidayat dan Sam). Beberapa model pendekatan dalam regresi nonparametrik yang banyak digunakan antara lain adalah regresi *spline* (Craven dan Wahba, 1979), kernel (Rosenblatt, 1971), deret Fourier, dan lain-lain.

Model regresi nonparametrik yang disebutkan di atas, *spline* mempunyai keunggulan dalam mengatasi pola data yang menunjukkan naik/turun yang tajam dengan bantuan titik-titik knot, serta kurva yang dihasilkan relatif mulus. Regresi *spline* memungkinkan berbagai macam orde

sehingga dapat dibentuk regresi *spline* linear, kuadrat, kubik maupun orde  $m$  (Hardle, 1990). Regresi *spline* linear biasanya diaplikasikan pada data dengan pola yang masih sederhana sedangkan *spline* kuadratik dan kubik biasanya diaplikasikan pada data dengan pola data yang lebih kompleks (Tripena, 2011a). Secara umum fungsi *spline* berorde  $m$  adalah sebarang fungsi yang dapat ditulis dalam bentuk (Eubank, 1988)

$$f(x_i) = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i x^i + \sum_{j=1}^s \beta_{i+j} (x - k_j)_+^m, i = 1, 2, \dots, n \quad (1.1)$$

dengan

$$(x - k_j)_+^m = \begin{cases} (x - k_j)^m, & x \geq k_j \\ 0, & x < k_j \end{cases}$$

dimana  $\beta_0$  konstanta,  $\beta_i$  koefisien variabel independen,  $k$  adalah titik knot dan  $s$  adalah jumlah knot.

Pada regresi *spline*, koefisien regresi  $\beta_0$  dan  $\beta_i$  pada persamaan (1.1) merupakan parameter dan nilainya tidak diketahui, tetapi parameter tersebut dapat diestimasi dari data sampel. Metode estimasi yang biasa digunakan untuk mengestimasiya adalah metode kuadrat terkecil (MKT). Metode ini meminimumkan jumlah kuadrat *error* yang sebenarnya merupakan selisih antara nilai prediksi dengan nilai observasi. Persoalan utama dalam estimator *spline* yang

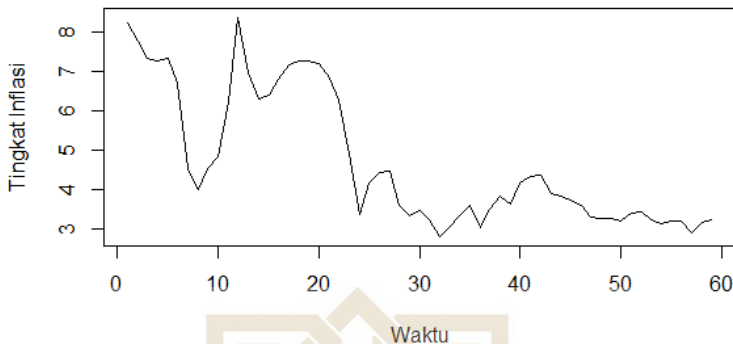
diperoleh dengan metode kuadrat terkecil adalah pemilihan titik-titik knot yang optimal (Wibowo, dkk, 2009).

Bentuk estimator *spline* sangat dipengaruhi oleh pemilihan lokasi dan banyaknya titik-titik knot  $k$  (Tripena, 2011b). Oleh karena itu, pemilihan titik knot  $k$  optimal mutlak diperlukan untuk memperoleh estimator *spline* yang sesuai dengan data. Penentuan titik knot optimal menggunakan metode *Mean Square Error* (MSE) dan *Generalized Cross Validation* (GCV) yang minimum.

Bentuk model estimator *spline* yang mempunyai  $k$  yang optimal merupakan estimator  $f(x)$  yang terbaik diantara estimator yang lain dan dilambangkan  $f_k(x)$ . Fungsi estimasi regresi *spline* dari  $f_k(x)$  adalah:

$$f_k(x) = \mathbf{X}_k \boldsymbol{\beta}_k + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Model regresi *spline* mempunyai keunggulan dalam mengatasi pola data yang menunjukkan naik/turun tajam dengan bantuan titik-titik knot yang optimal. Salah satu contoh kasus yang memiliki pola data yang naik/turun dengan tajam adalah inflasi. Inflasi merupakan keadaan meningkatnya harga-harga secara umum dan terus menerus. Terjadinya inflasi akan menyebabkan penurunan pertumbuhan perekonomian suatu Negara (Prahutama, dkk, 2014).



**Gambar 1.1.** Grafik Tingkat Inflasi di Indonesia

Berdasarkan grafik di atas terlihat bahwa tingkat inflasi di Indonesia cenderung memiliki pola data naik dan turun secara tajam dan tidak linear sehingga kasus tingkat inflasi di Indonesia dapat didekati dengan regresi nonparametrik dengan *spline*. Pendekatan regresi nonparametrik *spline* linear tidak cocok untuk mengatasi kasus tingkat inflasi di Indonesia karena pola data yang tidak linear. Untuk mendekati kasus pola data yang tidak linear dapat didekati dengan regresi nonparametrik *spline* kuadratik. Pada penelitian ini akan dibahas model regresi nonparametrik pada kasus tingkat inflasi di Indonesia.

## 1.2. Rumusan Masalah

- a. Bagaimana langkah-langkah menentukan model regresi nonparametrik *spline* kuadratik?
- b. Bagaimana model regresi nonparametrik *spline* kuadratik terbaik untuk pengaruh tingkat inflasi di

Indonesia terhadap kurs Dolar dan *BI rate* pada periode Juni 2016 sampai November 2018?

- c. Berapa nilai *Mean Square Error* (MSE) model regresi *spline* kuadratik terbaik untuk pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap kurs Dolar dan *BI rate* pada periode Juni 2016 sampai November 2018?

### 1.3. Batasan Masalah

Pada penelitian ini, pembahasan teori dan analisis data dibatasi mengenai model regresi *spline* kuadratik dengan menggunakan *estimasi ordinary least square* (OLS), pemilihan titik knot dengan menggunakan nilai *Mean Square Error* (MSE) dan *Generalized Cross Validation* (GCV) yang minimum serta pemilihan model dengan menggunakan kriteria informasi yaitu *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Bayesian Information Criterion* (BIC).

Penerapan pada penelitian ini difokuskan pada regresi nonparametrik *spline* kuadratik dalam memodelkan pengaruh inflasi di Indonesia terhadap waktu pada periode Januari 2014 sampai November 2018. *Software* yang digunakan dalam penelitian ini adalah software Microsoft Excel, R.3.5.0, dan R Studio 1.1.453.

#### 1.4. Tujuan Penelitian

- a. Untuk mengetahui langkah-langkah menentukan model regresi nonparametrik *spline* kuadratik.
- b. Untuk menentukan model regresi nonparametrik *spline* kuadratik terbaik untuk pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap kurs Dolar dan BI *rate* pada periode Juni 2016 sampai November 2018.
- c. Untuk mengetahui nilai *Mean Square Error* (MSE) model regresi *spline* kuadratik terbaik untuk pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap kurs Dolar dan BI *rate* pada periode Juni 2016 sampai November 2018.

#### 1.5. Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain:

- a. Bagi penulis sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan tentang *spline* kuadratik dan estimasi regresi nonparametrik serta dapat menerapkan teori-teori ilmu pengetahuan yang telah diperoleh selama menjalani pendidikan hingga dapat melakukan penelitian ini, khususnya dalam materi mata kuliah statistika matematika.
- b. Bagi perpustakaan Universitas Islam Negeri (UIN) Yogyakarta, mampu memberikan tulisan atau referensi yang bermanfaat tentang *spline* kuadratik serta dapat dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan.

- c. Bagi pembaca mampu menambah wacana ilmu pengetahuan yang bermanfaat dan dapat dikembangkan ke tingkat yang lebih lanjut serta memberikan gambaran mengenai pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap waktu.

### 1.6. Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka pada penelitian ini didiskripsikan dan telaah melalui buku, makalah, skripsi, jurnal matematika, maupun sumber lainnya yang terdapat relevansinya dengan objek pembahasan. Diantara penelitian yang berkaitan dalam penelitian ini adalah penelitian Nur Septiana Sasmita (2012) membahas tentang *Estimasi Kurva Regresi Dengan Pendekatan Spline Kuadratik*, dalam penelitian ini dijelaskan mengenai estimasi kurva regresi nonparametrik dengan pendekatan *spline* kuadratik dengan *Generalized Cross Validation* (GCV) sebagai metode untuk menentukan titik knot optimal, dan *Mean Square Error* (MSE), *R-Square*, *Adj R-Square* sebagai metode untuk memilih model terbaik, serta penerapannya pada kayu dan kekuatan *tensile* kertas *kruff* dengan menggunakan batuan *software* STATA 11.2.

Penelitian Tri Efendi (2013) membahas tentang *Pemodelan Persamaan Regresi Spline Kuadratik Dengan Menentukan Titik-Titik Knot Yang Optimal (Studi Kasus Pertambahan Persentase Penduduk dengan Persentase*

*Penerimaan Tenaga Kerja Baru*) dengan *Generalized Cross Validation* (GCV) sebagai metode untuk menentukan titik knot yang optimal dan *Mean Square Error* (MSE),  $R^2$  metode yang digunakan untuk memilih model terbaik, serta penelitian ini dijelaskan mengenai regresi *spline* kuadratik, dan melakukan perbandingan antara regresi *spline* kuadratik dengan regresi parametrik kuadratik dengan bantuan program R.

Penelitian Ulivia Isnawati Kusuma membahas tentang *Regresi Nonparametrik Spline Kuadratik dan Theil dalam Memodelkan Hubungan IHSK Terhadap Inflasi di Indonesia*, dalam penelitian ini dijelaskan mengenai regresi *spline* kuadratik dan Theil dengan *Generalized Cross Validation* (GCV) sebagai metode untuk menentukan titik knot yang optimal dan  $R^2$ , *Mean Absolute Deviation* (MAD), *Mean Square Error* (MSE), *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) metode yang digunakan untuk memilih model terbaik, serta penerapannya dalam memodelkan hubungan IHSK dengan Inflasi di Indonesia pada tahun 2010-2015 dengan bantuan program R.

Adapun detail dari ketiga penelitian di atas dapat dilihat pada tabel 1.1 berikut ini:



Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No	Nama Peneliti	Metode	Studi Kasus
1.	Nur Septiana Sasmita (2012)	<i>Generalized Cross Validation (GCV), Mean Square Error (MSE), R-Square, dan Adj R-Square</i>	Konsentrasi kayu dan kekuatan <i>tensile</i> kertas kraft
2.	Tri Efendi (2013)	<i>Generalized Cross Validation (GCV), Mean Square Error (MSE), R<sup>2</sup></i>	Pertambahan Persentase Penduduk dengan Persentase Penerimaan Tenaga Kerja Baru
3.	Ulivia Isnawati Kusuma (2015)	<i>Generalized Cross Validation (GCV), R<sup>2</sup>, Mean Absolute Deviation (MAD), Mean Square Error (MSE), Mean Absolute</i>	IHSG terhadap Inflasi di Indonesia

		<i>Percentage Error (MAPE)</i>	
4.	A'as Ased Fajar Baskoro (2019)	<i>Mean Square Error (MSE), Generalized Cross Validation (GCV), Akaike Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC)</i>	Tingkat Inflasi di Indonesia terhadap kurs Dolar dan BI rate

Adapun persamaan penelitian ini dengan penelitian-penelitian sebelumnya adalah metode yang digunakan model *spline* kuadratik dan pemilihan titik knot yang optimal dengan menggunakan *Generalized Cross Validation (GCV)* yang minimum. Sedangkan perbedaan penelitian ini dengan penelitian-penelitian sebelumnya yaitu pemilihan model yang digunakan pada penelitian ini adalah kriteria informasi yaitu *Akaike Information Criterion (AIC)* dan *Bayesian Information Criterion (BIC)* dan penelitian ini dikembangkan model pemrograman menggunakan software R dengan studi

kasus pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap waktu pada periode Januari 2014 sampai dengan November 2018.

### 1.7. Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah memahami penulisan penelitian ini secara keseluruhan, penulis menggambarkan sistematika penulisan sebagai berikut:

#### BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini membahas tentang latar belakang, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, manfaat, tinjauan pustaka, sistematika penulisan.

#### BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini menyajikan teori mengenai Matriks, Derivatif, Variabel Random, Ekspektasi dan Varian, Distribusi Normal, Variabel bebas dan Variabel terikat, Analisis Korelasi, Model Analisis Regresi, *Mean Square Error* (MSE), dan *Generalized Cross Validation* (GCV).

#### BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tentang Jenis Penelitian, Metode Pengumpulan Data, Populasi dan Sampel, Variabel Penelitian, Pengolahan Data, dan *Flowchart*.

## BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang model Regresi Nonparametrik, Fungsi *Spline*, Model Regresi *Spline*, Estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil (MKT), Estimasi dengan *Weighted Least Square* (WLS), Pemilihan Titik Knot Optimal, Pemilihan Model, Pengujian Parameter Model, Pengujian Asumsi *Error*.

## BAB V STUDI KASUS

Bab ini membahas tentang deskripsi data tingkat inflasi di Indonesia periode Januari 2014 sampai November 2018 terhadap waktu, *Scatterplot*, Pemilihan titik knot yang optimal, Estimasi model regresi *spline* kuadratik dengan Metode Kuadrat Terkecil (MKT), Pengujian parameter (serentak dan individu), Pengujian Asumsi (Uji heterokedastisitas, Autokorelasi, *Error* berdistribusi normal), Estimasi model regresi *spline* kuadratik dengan *Weighted Least Square* (WLS).

## BAB VI KESIMPULAN

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan pada bab sebelumnya dan saran aras kekurangan dari hasil penelitian yang telah dilakukan.

### **1.8. Metode Penelitian**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu studi pustaka atau studi literatur, karena bahan tulisan ini bersumber dari skripsi, jurnal-jurnal, buku-buku dipergustakaan dan referensi lain yang diperoleh dari situs-situs penunjang internet. Adapun penyelesaian studi kasus dalam penelitian ini menggunakan software Microsoft Excel 2010, R.3.5.0 dan R Studio 1.1.453.



Dari grafik diatas terlihat bahwa data prediksi tidak sepenuhnya dapat memprediksi data tingkat inflasi di Indonesia dengan akurat. *Error* pada data prediksi dapat dilihat pada nilai *Mean Square Error* (MSE) model tersebut adalah 0,0822.



## BAB VI

### PENUTUP

Regresi nonparametrik *spline* kuadratik telah dijelaskan dalam pembahasan dan dilakukan studi kasus dengan menggunakan data mengenai pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap waktu, sehingga diperoleh kesimpulan dan saran sebagai berikut:

#### 6.1. Kesimpulan

1. Berikut langkah-langkah menentukan model regresi nonparametrik *spline* kuadratik:
  - a. Membuat *Scatter plot*  
*Scatter plot* digunakan untuk mengidentifikasi model regresi yang akan digunakan.
  - b. Mengestimasi parameter regresi *spline* kuadratik  
Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil diperoleh estimator parameter regresi *spline* kuadratik sebagai berikut:  
$$\hat{\beta} = (X_k' X_k)^{-1} X_k' Y$$
  - c. Memilih titik knot optimal
    - a. Menempatkan titik-titik knot antara titik-titik maksimum dan titik-titik minimum yang mengalami perubahan data pada data tingkat inflasi terhadap waktu.
    - b. Tentukan berapa jumlah knot yang akan dicari titik knot optimalnya.

- c. Titik-titik knot yang terpilih pada langkah a dihitung nilai *Mean Square Error* (MSE) dan *Generalized Cross Validation* (GCV). Nilai *Mean Square Error* (MSE) dan *Generalized Cross Validation* (GCV) yang minimum adalah titik knot yang optimal.
- d. Membuat model regresi *spline* kuadratik  
Setelah mendapatkan titik knot yang optimal dilakukan estimasi dengan rumus pada nomor 2.
- e. Memilih model terbaik  
Model pada nomor 4 dihitung nilai AIC dan BIC. Model yang memiliki nilai AIC dan BIC yang terkecil adalah model yang akan dipilih karena memberikan penalti terhadap penambahan parameter.
- f. Menguji kelayakan model  
Pengujian dilakukan untuk mengetahui pengaruh sekelompok variabel independen terhadap variabel dependen atau untuk mengetahui model dapat dipakai atau tidak. Pengujian kelayakan model dilakukan dengan uji  $F$ .
- g. Menguji parameter  
Pengujian dilakukan untuk mengetahui parameter signifikan terhadap model atau tidak. Pengujian parameter dilakukan dengan uji  $t$ .



h. Menguji heterokedastisitas

Pengujian heterokedastisitas untuk menguji variansi konstann atau tidak. Pengujian dilakukan dengan korelasi rank Spearman.

i. Menguji autokorelasi

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui hubungan yang terjadi antara serangkaian pengamatan yang tersusun menurut waktu untuk data *time series* dan ruang untuk data *cross section*. Pengujian dilakukan dengan Durbin Watson (DW)

j. Menguji *Error* berdistribusi normal

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui *error* berdistribusi normal atau tidak. Pengujian dilakukan dengan uji Kolmogorov-Smirnov

2. Model *spline* kuadratik terbaik untuk pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap waktu pada periode Januari 2014 sampai November 2018 adalah

$$\hat{Y} = \begin{cases} -10682,5197 + 38,6125X_1 - 4,2418X_1^2 + 2170,2860X_2 - 111,1021X_2^2 & , X_1 < 4,75, X_2 < 9,77 \\ 78,5844 + 13,0428X_1 + 1,1413X_1^2 + 13,0428X_1 + 0,3628X_2^2 & , X_1 \geq 4,75, X_2 \geq 9,77 \end{cases}$$

Model di atas telah memenuhi semua asumsi-asumsi regresi *spline* kuadratik sehingga model di atas adalah model terbaik.

3. Nilai *Mean Square Error* (MSE) model regresi *spline* kuadratik terbaik untuk pengaruh tingkat inflasi di Indonesia terhadap kurs Dolar dan BI *rate* pada periode Juni 2016 sampai November 2018 adalah 0,0822.

## 6.2. Saran

Demi memperluas ilmu pengetahuan tentang regresi nonparametrik ada beberapa saran yang penulis sampaikan sebagai berikut:

1. Masih banyak pilihan metode dalam regresi nonparametrik yang dapat dilakukan dalam mengestimasi kurva regresi seperti histogram, estimator kernel, deret fourier, dan lain-lain.
2. Kelemahan dari metode *spline* adalah pada saat orde *spline* tinggi, dibutuhkan titik knot yang banyak dan knot yang berdekatan akan membentuk matriks yang hamper singular sehingga persamaan regresi tidak dapat terselesaikan. Oleh karena itu, sebaiknya menggunakan *spline* yang berbeda yaitu B-*Spline*

## DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H., dan Rorres, C. (2000). *Elementary Linear Algebra, 8th Edition*. Canada: John Wiley and Sons.
- Awat, N. J. (1995). *Metode Statistik dan Ekonometri*. Liberty, Yogyakarta.
- Bain, L. J., dan Enggelhardt, M. (1992). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Belmont California, second edition published by Duxbury Press An Imprint of Wadsworth Publishing Company.
- Bartel, R. G., dan Sherbert, D. R. (2011). *Introduction to Real Analysis, 4th Edition*. Urbana: John Wiley Sons.
- Basri, H. (2008). Estimasi Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan *Spline*: Studi Kasus Pada Murid Madrasah Ibtidaiyah dan Keluarga Prasejahtera Setiap Kecamatan di Kabupaten Bone . *Dialektika Jurnal Kependidikan*, Vol 3 No. 2 : 217-230.
- Budiantara, I. N. (2005). Pemilihan Parameter Penghalus dalam Regresi *Spline* Terbobot. *Jurnal Jurusan Statistika FMIPA ITS, Surabaya*.
- Budiantara, I. N. (2009). *Spline* Dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik: Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Mendatang. Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.
- Budiantara, I. N. (2011). Penelitian Bidang Regresi *Spline* Menuju Terwujudnya Penelitian Statistika Yang Mandiri Dan Berkarakter. *Seminar Nasional FMIPA Undiksha*, 9-28.
- Budiantara, I. N. (2011). Penelitian Bidang Regresi *Spline* Menuju Terwujudnya Penelitian Statistika Yang Mandiri Dan Berkarakter. *Seminar Nasional FMIPA Undiksha*, 9-288.
- Djarwanto. (2001). *Statistik Nonparametrik Edisi Ketiga*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta.
- Efendi, T. (2013). Pemodelan Persamaan Regresi *Spline* Kuadratik dengan Menentukan Titiktitik Knot Optimal. *Sripsi*.

- Eubank, R. L. (1988). *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. New York: Marcel Deker.
- Fan, J., dan Yao, Q. (2005). *Nonlinear Time Series Nonparametric and Parametric Method*. Canada: Springer Science.
- Gujarati, dan Damodar. (1995). *Basic Econometrics. Third Edition*. Singapore: McGraw-Hill.
- Hardle, W. (1990). *Applied Nonparametric Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Harini, S., dan Turmudi. (2008). *Metode Statistika*. Malang: UIN Malang Press.
- Hasan, I. (2001). *Pokok-pokok Materi Statistika 1 (Statistika Deskriptif)*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Hasan, M. I. (2002). *Pokok-Pokok Materi Metodologi Penelitian dan Aplikasinya*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Hidayat, R., dan Sam, M. Model Regresi Nonparametrik Dengan Pendekatan *Spline Truncated*. *Prosiding Seminar Nasional*, (pp. 203-210 Volume 03, Nomor 1).
- [Http://www.go.id](http://www.go.id) diakses pada 10 Desember 2018.
- Imrona, M. (2009). *Aljabar Linear Dasar*. Jakarta: Erlangga.
- Johannes, dan Budiono. (1994). *Pengantar Matematika untuk Ekonomi*. Jakarta: LP3ES.
- Maziyya, P. A., dkk. (Januari 2015). Mengatasi Heterokedastisitas Pada Regresi Dengan Menggunakan Weighted Least Square. *E-Jurnal Matematika*, pp. 20-25.
- Montgomery, D. C., dan Peck. (2006). *Introduction to Linear Regression Analysis, Fourth Edition*. New York: John Willey.
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit Edisi 3*. Bandung: Informatika.
- Prahutama, A., dkk. (2014). Pemodelan Inflasi Berdasarkan Harga-Harga Pangan Menggunakan *Spline Multivariabel*. *Media Statistika*, Vol. 7, No. 2.
- Prayudi. (2006). *Kalkulus Fungsi Satu Variabel*. Jakarta: Graha Ilmu.

- Purcell, E. J., dan Varberg, D. (1987). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jakarta: Erlangga.
- Quadratullah, M. (2013). *Analisis Regresi Terapan*. Yogyakarta.
- Quadratullah, M. F. (2014). *Statistika Terapan Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi SPSS*. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Quadratullah, M. F. (2017). *Statistik Nonparametrik Terapan*. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Quadratullah, M. F., dkk. (2012). *Statistika*. Yogyakarta: Suka Press.
- Sembiring, R. K. (1995). *Analisis Regresi*. Bandung: ITB.
- Suparti. (2013). Analisis Data Inflasi di Indonesia Menggunakan Model Regresi Spline. *Media Statistika*, Vol.6, No.1.
- Tripena, A. (2005). Pendekatan Model Regresi Spline Linear. *Jurusan MIPA, UNSOED*.
- Tripena, A. (2011a). Analisis Regresi Spline Kuadratik. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. Yogyakarta.
- Tripena, A. (2011b). Penentuan Model Regresi Spline Terbaik. *Seminar Nasional Statistika* (pp. 92-102). Semarang: FMIPA UNDIP 2011.
- Walpole, R. E., dan Myers, R. H. (1995). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwa Edisi ke-4*. Bandung: Penerbit ITB.
- Wibowo, W., Haryatmi, S., dan Budiantara, I. N. (2009). Metode Kuadrat Terkecil Untuk Estimasi Kurva Regresi Semiparametrik Spline. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika* (pp. 633-645). Yogyakarta: FMIPA UNY.
- Widarjono, A. (2010). *Analisis Statistika Multivariat Terapan*. Yogyakarta: UPP STIM YKPN.
- Yani, N. W., Srinadi, I. G., & Sumarjaya, I. W. (2017). *Aplikasi Model Regresi Semiparametrik Spline Truncated*. Bali: FMIPA Universitas Udayana.
- Yanthi, N. P., & Budiantara, I. N. (2016). Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan

Manusia Menggunakan Regresi Nonparametrik *Spline* di Jawa Tengah. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 5 No.2.

Yuyun, Y., Dadan, K., & Muhlashah, N. M. (2013). Penentuan General Cross Validation (GCV) sebagai Kriteria dalam Pemilihan Model Refresi B-*Spline* Terbaik. *Buletin Ilmiah Mat. Sat. dan Terapannya (Bimaster)*.

