PENYELESAIAN PERMAINAN *NON*-KOOPERATIF DAN PERMAINAN KOOPERATIF *N*-PEMAIN

SKRIPSI

Untuk memenuhi sebagian persyaratan mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika

diajukan oleh

NIKE YUNIANTI

15610033

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2019

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas akhir
Lamp : -

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Nike Yunianti
NIM : 15610033
Judul Skripsi : Penyelesaian Permainan *Non*-Kooperatif dan Permainan Koopertaif *N*-Pemain

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 18 April 2019
Pembimbing

Dr. M. Wakhid Musthofa, M. Si.
NIP. 19770922 200801 1 011

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1572/Un.02/DST/PP.00.9/05/2019

Tugas Akhir dengan judul : PENYELESAIAN PERMAINAN NON-KOOPERATF DAN PERMAINAN KOOPERATIF N-PEMAIN

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : NIKE YUNIANTI
Nomor Induk Mahasiswa : 15610033
Telah diujikan pada : Kamis, 02 Mei 2019
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.
NIP. 19800402 200501 1 003

Penguji I

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom
NIP. 19720423 199903 1 003

Penguji II

Malahayati, S.Si., M.Sc
NIP. 19840412 201101 2 010

Yogyakarta, 02 Mei 2019
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
DEKAN

Dr. Murtono, M.Si.
NIP. 19691212 200003 1 001

1/1 13/05/2019

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Nike Yunianti

NIM : 15610033

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah diterbitkan oleh orang lain, kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 17 April 2019

METERAI TEMPEL

6000 ENAM RIBU RUPIAH

NIKE YUNIANTI

NIM: 15610033

Sebuah karya sederhana ini penulis persembahkan untuk

Bapak (Alm.), Ibu, dan Kakakku;

Untuk Program Studi Matematika

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

"Banyak kegagalan dalam hidup dikarenakan orang-orang tidak menyadari *betapa dekatnya keberhasilan ketika mereka memutuskan untuk menyerah"*

"Allah tidak akan merubah nasib suatu kaum hingga mereka mengubah diri mereka sendiri (QS.Ar-Ra'd:11)"

PRAKATA

Bismillahirrahmanirrahiim

Alhamdulillah, puji syukur atas kehadirat Allah SWT karena berkat segala Rahmat dan Hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir/Skripsi yang berjudul Penyelesaian Permainan Non-Kooperatif dan Permainan Kooperatif *N*-Pemain ini dengan baik, guna memenuhi sebagian persyaratan untuk memperoleh gelar sarjana Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad saw yang telah membawa umat manusia dari zaman *jahiliyah* (kebodohan) ke zaman yang terang benderang.

Tugas Akhir ini tidak dapat terselesaikan dengan baik apabila tidak ada bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu dengan segala kerendahan hati, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika, Dosen Penasihat Akademik serta Dosen Pembimbing Skripsi yang telah memberikan pengarahan, masukan, dan waktunya untuk membimbing penulis sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan.
3. Dosen dan Staff Tata Usaha Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah memberikan ilmu bermanfaat dan pelayanan terbaik untuk penulis.
4. Bapak Sugiyono (Alm.) dan Ibu Welas Asih, terima kasih atas segala bentuk kasih sayang, perhatian, doa dan dukungan yang tak terhingga. Karya ini penulis persembahkan khusus untuk kedua orang tuaku tercinta.
5. Kakak dan segenap keluarga besarku yang telah memberikan kasih sayang, bantuan serta dukungan.

6. Keluarga Besar Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Teman seperjuangan angkatan 2015 dan kakak tingkat (asisten dosen), terima kasih atas segala ilmu dan kebersamaannya.
7. Teman-temanku. Terkhusus, Cusna, Mail, Shelly, Alya, Hana, Luluq, Iir, Syakila, Fitri jkt, Riha, Wilda, Wahyu, Risma, Aas, Fauzan, Ulfa, terima kasih atas bantuannya selama ini.
8. Bapak Arif Budiman, M.A dan teman-teman KKN kelompok 274. Terima kasih atas pengalaman hidup berharga yang tak pernah terlupakan.
9. Teman-teman seperjuangan dalam penyusunan Tugas Akhir: Anis, Aqil, Lita. Terima kasih karena telah berjuang bersamaku dan menjadi tempat mengeluhku.
10. Sahabat-sahabatku: Irsalina, Lia, Jati, Ayuning, Armel, Eka, Ana, Luluk. Terima kasih atas kasih sayang dan telah menjadi teman terbaik hingga saat ini. Semoga persahabatan ini akan terjalin selamanya.
11. Satrio Widodo yang telah memberikan semangat, memberi nasehat dan menjadi tempat curahan hati bagi penulis.
12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu. Terima kasih atas ilmu dan pelajaran hidup yang kalian berikan.

Semoga segala bantuan yang telah diberikan oleh semua pihak di atas menjadi amalan yang dapat menolong di akhirat kelak dan mendapat balasan dari Allah SWT. Penulis menyadari bahwa karya ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis akan sangat menghargai atas segala kritik dan saran yang bersifat membangun. Semoga Tugas Akhir ini bisa bermanfaat untuk pembaca dan orang lain yang membutuhkan.

Yogyakarta, 17 April 2019

Nike Yunianti

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMBANG

x	: Strategi murni pemain *I* (pemain baris).
y	: Strategi murni pemain *II* (pemain kolom).
x^*	: Strategi campuran pemain *I* (pemain baris).
y^*	: Strategi campuran pemain *II* (pemain kolom).
N	: Himpunan Pemain.
S, T	: Himpunan koalisi subset dari N.
$A(x,y)$	: A adalah fungsi bernilai *real*, untuk setiap $x \in X$ dan $y \in Y$.
a_{ij}	: *Payoff* yang bersesuaian dengan baris ke i dan kolom ke j dari suatu matriks.
$\sum_{i=1}^{m} x_i$	: Jumlah fungsi probabilitas strategi Pemain *I*.
$\sum_{i=1}^{n} y_i$	: Jumlah fungsi probabilitas strategi Pemain *II*.
$Val(A)$	: Nilai permainan pada matriks *payoff* A.
$v(N)$	: Nilai fungsi karakterisik dari koalisi N.
$v(S)$	: Nilai fungsi karakterisik dari koalisi S.
$v(\{i\})$	: Nilai fungsi karakteristik dari koalisi himpunan i.
$v(S \cup T)$	: Nilai fungsi karakteristik gabungan koalisi S dan T.
$\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)$	: Vektor imputasi.

$x_i > y_i$	: *x* mendominasi *y*.
$\phi_i(v)$	: Nilai Shapley pemain ke-*i* dengan *v* adalah fungsi karakteristik.
$w_T(S)$	: Fungsi karakteristik superaditif.
#S	: Banyak pemain pada himpunan koalisi *S*.

INTISARI

Masalah teori permainan merupakan masalah pengambilan keputusan berdasarkan pada situasi konflik yang terjadi diantara beberapa pemain dengan menggunakan strategi optimal. Terdapat dua cara yang dapat dilakukan untuk menyelesaikan suatu permainan. Pertama, permainan yang dimainkan tanpa membentuk suatu perjanjian yang mengikat atau pemain bermain secara individu. Pemain dalam permainan ini tidak diperbolehkan untuk bekerjasama dengan pemain lain. Kedua, permainan yang dimainkan dengan cara membentuk suatu perjanjian yang mengikat atau bekerjasama dengan pemain lain.

Permainan tanpa kerjasama diantara pemainnya (*non*-kooperatif) memiliki beberapa cara untuk mencari nilai permainannya. Salah satunya adalah dengan menemukan *equilibrium strategic*-nya. Permainan dengan kerjasama diantara pemainnya (kooperatif) akan lebih menguntungkan apabila permainan dimainkan oleh lebih dari dua pemain (*n*-pemain). Permainan kooperatif *n*-pemain dapat diselesaikan dengan *core* dan nilai Shapley. Pertama mencari nilai fungsi karakteristik dari permainan untuk mengidentifikasi koalisi yang mungkin maupun imbalan yang akan diperoleh apabila melakukan kerjasama. Selanjutnya, mencari imputasi permainan yang digunakan untuk mencari keberadaan *core* untuk menentukan alokasi *payoff* dari koalisi. Pemain yang bermain secara kooperatif pasti menginginkan pembagian *payoff* yang adil untuk setiap pemain dalam koalisi, sehingga nilai Shapley akan digunakan sebagai solusi untuk mengatur *payoff* tunggal setiap pemain.

Kata Kunci: Teori permainan, Permainan *Non*-Kooperatif, Permainan Kooperatif *n*-pemain, Fungsi Karakteristik, Imputasi, *Core*, Nilai Shapley.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Kehidupan manusia di muka bumi ini telah ada sejak lama. Dimulai sejak manusia pertama yang turun di muka bumi yaitu Nabi Adam A.S hingga saat ini. Terdapat perbedaan yang terlihat dalam berbagai bidang. Misalnya dalam bidang ekonomi, dari belum adanya uang dan sekarang uang menjadi alat utama pembayaran. Bidang lain yang juga berkembang pesat adalah ilmu pengetahuan dan teknologi. Berbagai pengembangan pemikiran terus-menerus muncul mengikuti perkembangan zaman. Ilmu matematika adalah salah satunya. Matematika merupakan simbol yang digunakan untuk menyederhanakan masalah kehidupan. Berbagai cabang matematika dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah. Salah satu cabang matematika yang berkembang adalah teori permainan.

Teori permainan merupakan suatu disiplin ilmu matematika yang mempelajari situasi pertentangan (konflik) dan kerjasama antara beberapa pihak yang berkepentingan (Peters, 2008). Teori ini dikembangkan untuk menganalisis proses pengambilan keputusan dari situasi persaingan yang berbeda dan melibatkan dua atau lebih pihak yang berkepentingan. Dalam kehidupan, manusia sering kali dihadapkan pada situasi yang mengharuskan untuk memilih keputusan diantara beberapa keputusan yang tersedia. Pihak yang mengambil keputusan pastinya ingin mengambil keputusan terbaik yang memberikan keuntungan yang lebih banyak dari keuntungan yang didapatkan oleh pihak lain.

Teori permainan diperkenalkan untuk pertama kalinya oleh seorang ahli matematika bangsa Prancis yang bernama Emile Borel pada tahun 1921. Namun baru tahun 1928 John Von Neumann berhasil menganalisis dan menyatakan pembuktiannya, yang dikenal sebagai pembuktian dari teorema *minimax*, yang mencakup prinsip dasar tentang minimasi dari kerugian maksimum, yang menjadi dasar di dalam teori permainan. Walaupun demikian, baru pada tahun 1944, teori permainan ditampilkan dalam buku yang berjudul *The Theory of Games and Economics Behavior*. Buku ini ditulis oleh John Von Neumann dengan Oskar Morganstern, dua orang ahli ekonomi. Pada tahun yang hampir bersamaan, yaitu pada tahun 1947, di saat Jon Von Neumann dan Oskar Morganstern sedang memublikasikan karyanya, tampil juga pengembangan dan penggunaan program linear untuk penyelesaian masalah oleh George Dantzig. Dari sini kemudian ditemukan bahwa permasalahan dalam teori permainan dapat dirumuskan sebagai kasus khusus dari program linear, dimana bagian-bagian dari metode simpleks dalam program linear yang dikenalkan oleh George Dantzig tersebut akhirnya digunakan untuk membuktikan teorema *minimax* dan digunakan untuk menentukan solusi permainan yang berukuran besar (Kurdhi, 2013).

Teori permainan dikembangkan untuk menganalisis proses pengambilan keputusan dalam kondisi pertentangan antara dua atau lebih yang ada di dalam suatu masalah untuk memperoleh utilitas tertinggi. Contoh penerapan teori permainan di dunia nyata yang paling terkenal adalah “Dilema Dua Tahanan”. Pada permainan ini, dua pemain yang statusnya menjadi tahanan diberikan dua pilihan, yaitu mengakui kejahatan dan tidak mengakui kejahatan. Masing-masing dari pilihan itu memiliki konsekuensi-konsekuensi yang harus ditanggung oleh kedua tahanan. Disinilah teori permainan digunakan, solusi dari permasalahan yang dialami oleh kedua tahanan ini dapat diselesaikan dengan aturan dominasi yang ada di dalam teori permainan (Thomas, 1984).

Teori permainan banyak dipergunakan dalam berbagai bidang, antara lain: bidang perdagangan (bisnis), olahraga, peperangan (pertahanan), politik dan masih banyak lagi kegiatan yang bersifat kompetitif (Kurdhi, 2013). Sebagai contoh, misalnya para manager pemasaran bersaing dalam memperebutkan bagian pasar, para jenderal tentara yang ditugaskan dalam perencanaan dan pelaksanaan perang, dan pemain catur. Semuanya terlibat dalam usaha untuk memenangkan permainan.

Pemain, strategi dan *payoff* merupakan unsur yang harus ada di dalam permainan. Pemain adalah pihak yang melakukan kegiatan di dalam suatu permainan atau pertandingan. Pemain diklasifikasikan atau dikelompokkan berdasarkan jumlah kepentingan atau tujuan yang ingin dicapai dalam permainan. Pengertian dari jumlah pemain tidak selalu sama dengan jumlah orang atau pelaku yang terlibat di dalam permainan. Contoh, jumlah pemain pada permainan sepak bola adalah 2 pemain. Akan tetapi jumlah orang yang terlibat pada permainan ini sebanyak 22 orang. Permainan dapat dimainkan oleh dua pemain (*two-player games*), bisa juga dimainkan oleh lebih dari dua pemain (n > 2) atau disebut permainan banyak pemain (*n-player games*). Contoh permainan dua pemain, misalnya dilema dua tahanan dimana ada dua pemain yang bermain secara individual untuk mendapatkan hasil yang diinginkan.

Perkembangan ilmu pengetahuan membuat semakin banyak persaingan. Persaingan ini akan membuat banyak orang berebut untuk menjadi yang terbaik. Hal ini memunculkan pemikiran bagaimana untuk memperoleh hasil yang terbaik. Bagaimana penyelesaian permainan apabila tidak terdapat kerjasama diantara pemain? Bagaimana penyelesaian permainan apabila terdapat kerjasama diantara pemain? Sehingga dari pertanyaan ini, muncullah pembahasan mengenai permainan yang tidak saling kerjasama (*non-cooperative games*) dan permainan saling kerjasama (*cooperative games*).

Teori permainan *non*-kooperatif dapat dicari nilai permainannya dengan cara menemukan *strategic equlibrium*-nya. *Strategic equilibrium* adalah kondisi dimana satu pihak mengambil keputusan berdasarkan keputusan yang diambil oleh pihak lain. Ide dari *strategic equilibrium* adalah dengan mencari titik keseimbangannya. Contoh dari permainan tidak saling kerjasama adalah permainan batu-kertas-gunting, permainan catur, permainan kartu domino, dan lain-lain, dimana dalam permainan ini setiap pemain harus memilih keputusan secara individu dan tidak diperbolehkan bekerjasama diantara pemainnya.

Tidak semua masalah manusia harus diselesaikan sendiri. Karena kerjasama dengan pemain lain mungkin akan memberikan *payoff* yang lebih banyak. Oleh karena itu, permainan kooperatif sangat menarik untuk dibahas. Permainan kooperatif lebih baik apabila *payoff* permainan dimainkan oleh lebih dari dua pemain (*n*-pemain) karena kerjasama akan lebih menghasilkan *payoff* yang lebih banyak. *Payoff* permainan kooperatif dapat di-*transfer* tanpa harus kehilangan pemain yang saling kerjasama atau disebut sebagai *transferable utility*.

Pembentukan kelompok (koalisi) dan perolehan *payoff* dapat diselesaikan dengan fungsi karakteristik. Fungsi karakteristik adalah fungsi yang menetapkan nilai maksimum untuk setiap himpunan bagian pemain dengan mengkoordinasikan strategi dari para anggotanya, tanpa mempedulikan apa yang dilakukan pemain lain. Pembagian imbalan yang adil dari koalisi pasti diinginkan agar tidak ada pihak yang dirugikan. Pembagian imbalan yang adil serta alokasi *payoff* dapat diselesaikan dengan menggunakan imputasi dan *core.* Imputasi adalah cara untuk menyelesaikan masalah pembagian *payoff* dalam koalisi dan *core* adalah serangkaian alokasi yang layak yang tidak dapat diperbaiki atau diblokir oleh koalisi. Nilai Shapley dari permainan *n*-pemain adalah cara untuk mencari seberapa besar *payoff* yang akan diperoleh oleh setiap pemain apabila mereka bergabung dalam suatu koalisi. Contoh dari permainan saling kerjasama adalah persaingan ekonomi negara ASEAN, persaingan perebutan kursi parlemen dan lain-lain.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang masalah di atas, diperoleh rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana konsep permainan *non*-kooperatif dua pemain dengan *strategic equilibrium*?
2. Bagaimana konsep fungsi karakteristik, imputasi dan *core* pada permainan kooperatif *n*-pemain?
3. Bagaimana konsep nilai Shapley untuk mencari solusi permainan kooperatif *n*-pemain?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Pada tugas akhir ini hanya dibahas tentang permainan dalam bentuk normal.
2. Penelitian ini hanya difokuskan pada jumlah pemain, bukan pada jumlah individu yang terlibat. Pemain dalam konteks ini diartikan sebagai satu individu yang bermain sendiri atau bisa juga sebuah kelompok yang terdiri dari beberapa individu yang memiliki kepentingan yang sama.
3. Dalam permainan *non*-kooperatif dua pemain, hanya akan digunakan *strategic equilibrium* untuk mencari solusi permainan.
4. Dalam permainan kooperatif, hanya akan dibahas mengenai permainan dengan *transferable utility*.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui bagaimana konsep permainan *non*-kooperatif dua pemain dengan *strategic equilibrium*.
2. Mengetahui bagaimana konsep fungsi karakteristik, imputasi dan *core* pada permainan kooperatif *n*-pemain.
3. Mengetahui bagaimana konsep nilai Shapley untuk mencari solusi permainan kooperatif *n*-pemain.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat, diantaranya sebagai berikut:

i. Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan bagi seseorang atau kelompok perusahaan atau pihak yang berkepentingan, yang sedang bermain dalam persaingan untuk menentukan langkah terbaik yang bisa diambil.

ii. Hasil penelitian ini dapat memperluas wawasan dan pengetahuan serta dijadikan sebagai referensi bagi mahasiswa matematika, khususnya dalam pembahasan mengenai masalah permainan banyak pemain dan cara penyelesaiannya.

iii. Hasil penelitian ini dapat memicu ketertarikan agar dilakukan penelitian lanjutan dalam rangka pengembangan ilmu matematika, khususnya konsentrasi matematika terapan dan teori permainan (*game theory*) karena sangat sedikit sekali pembahasan mengenai bidang ini.

1.6 Tinjauan Pustaka

Ada beberapa tinjauan pustaka yang berkaitan dan relevan dengan penelitian yang dilakukan. Penelitian ini terinspirasi dari buku yang berjudul "*Games, Theory and Aplications*" yang ditulis oleh L.C. Thomas dari School of Management University of Southampton, New York. Buku yang dipublikasikan pada tahun 1984 ini membahas mengenai banyak hal yang ada di dalam teori permainan, salah satunya adalah *N-Person Games* yang terdapat di dalam Bab IV. Dalam bab *N-Person Games* dibahas mengenai permainan *non*-kooperatif dan bagian penting dari sebuah permainan kooperatif untuk pemain yang jumlahnya lebih dari dua pemain.

Kemudian buku yang berjudul "*Game Theory*" yang ditulis oleh Thomas S. Ferguson dari Mathematics Departement, UCLA pada tahun 2014 ini membahas teori permainan secara umum dan mengenai permainan *non*-kooperatif dan *Games in Coalitional Form*. Dalam bab *Games in Coalitional Form* dibahas mengenai bentuk permainan banyak pemain dalam bentuk koalisi.

Penelitian yang berjudul "Permainan Kooperatif Bentuk Koalisi dan Aplikasinya (*Cooperatif Game In Coalitional Form And Its Application*)" yang dilakukan oleh Uun Suryani dari Program Studi Matematika UIN Sunan Kalijaga pada tahun 2016. Dalam penelitian ini dibahas permainan kooperatif dalam bentuk koalisi beserta penerapannya dalam masalah persaingan antar cabang pada sebuah perusahaan.

1.7 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu bersifat studi kepustakaan atau studi literatur (*library research*). Studi literatur merupakan metode penelitian yang menjadikan buku-buku, jurnal, dan artikel sebagai sumber informasi pengetahuan. Dalam penelitian ini, studi literatur dilakukan dengan mempelajari beberapa sumber tertulis yang membahas mengenai masalah permainan kooperatif dan *non*-kooperatif dan penyelesaiannya serta permainan banyak pemain.

Pada bagian awal penelitian ini dibahas mengenai teori permainan. Selanjutnya pembahasan mengenai teori permainan lebih difokuskan pada penyelesaian masalah permainan *non*-kooperatif dan permainan banyak pemain yang kooperatif.

1.8 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada penelitian ini sebagai berikut:

Bab I : Pendahuluan yang di dalamnya memuat latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka serta metode penelitian yang digunakan.

Bab II : Penjelasan mengenai teori-teori yang diperlukan sebagai dasar pengetahuan dalam melakukan penelitian ini yaitu meliputi pengetahuan tentang himpunan, vektor, sejarah teori permainan, unsur yang terdapat di dalam teori permainan, klasifikasi permainan, permainan bentuk normal, titik pelana, aturan dominasi, strategi optimum, solusi matriks 2×2, solusi matriks $2\times n$ dan $n\times 2$ bimatriks *game* dan *safety level*, permainan kooperatif, permainan *transferable utility* *n*-pemain, pembentukan koalisi, matriks pembayaran *n-player zero sum games* dan permainan berjumlah nol.

Bab III : Pembahasan mengenai permainan *non*-kooperatif, fungsi karakteristik (*Characteristic Function*) dari permainan, imputasi, *core*, nilai Sapley dan contoh numerik.

Bab IV : Penutup yang di dalamnya berisikan kesimpulan berdasarkan pembahasan yang berkaitan dengan rumusan masalah dan saran.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pada pembahasan yang telah dilakukan di Bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut**:**

1. Permainan *non*-kooperatif dua pemain dengan *strategic equilibrium* dapat diselesaikan dengan mencari *strategic equilibrium* menggunakan *Pure strategic equilibrium* dan *Mixed strategic equilibrium*.
2. Fungsi karakteristik mengidentifikasi setiap koalisi yang mungkin dan imbalan yang akan diperoleh dari koalisi. Bentuk koalisi dari permainan *n*-pemain diberikan oleh pasangan (N, v), di mana *N* adalah himpunan *n*-pemain dan *v* adalah fungsi bernilai real yang memenuhi fungsi karakteristik dari koalisi kosong bernilai nol dan Superadditiv, yaitu jika *S* dan *T* adalah koalisi terpisah (*S* irisan *T* bernilai kosong) maka fungsi karakteristik koalisi *S* gabungan koalisi *T* nilainya lebih besar atau sama dengan nilai fungsi karakteristik koalisi *S* ditambah dengan fungsi karakteristik koalisi *T*. Imputasi dalam permainan *n*-pemain digunakan untuk menyelesaikan masalah pembagian imbalan dari permainan kooperatif. Apabila imputasi telah ditemukan, maka *core* dapat dicari keberadaannya. Sebuah imputasi dalam permainan *n*-pemain dengan fungsi karakteristik *v* adalah sebuah vektor *x* dimana *x* adalah vektor yang memuat himpunan strategi dari x_1

sampai x_n sehingga akan berlaku jumlah dari strategi ke-*i* dengan i=1,...,n nilainya sama dengan nilai fungsi karakteristik koalisi N dan nilai strategi ke-*i* nilainya lebih besar atau sama dengan nilai fungsi karakteristik singleton *i* dengan i=1,...,n. *Core* adalah konsep solusi yang menetapkan serangkaian *payoff* yang tidak dapat ditingkatkan maupun diblokir oleh koalisi untuk setiap permainan kooperatif. *Core* dari permainan *v*, dilambangkan dengan $C(v)$, adalah himpunan dari imputasi yang tidak didominasi oleh koalisi apapun.

3. Nilai Shapley adalah solusi yang mengatur *payoff* tunggal untuk setiap pemain yang merupakan anggota dari koalisi. Nilai Shapley yang disajikan dalam bentuk fungsi ϕ. Cara menghitung nilai Shapley adalah dengan probabilitas pemain ke-*i* masuk ke dalam suatu koalisi yaitu $((\#S-1)!(n-\#S)!/n!$ dikalikan dengan *payoff* rata-rata yaitu $v(S)-v(S-\{i\})$ dengan i=1,...,n, $\#S$ adalah jumlah pemain dalam koalisi *S*, dan *n* adalah jumlah pemain yang terlibat dalam permainan.

4.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, ada beberapa saran yang perlu dipertimbangkan dalam penelitian selanjutnya, yaitu:

1. Pada penelitian ini hanya dibahas mengenai permainan *non*-kooperatif dua pemain dengan menggunakan *equilibrium strategic*. Sehingga untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan penelitian permainan *non*-kooperatif *n*-pemain dengan *equilibrium strategic* atau permainan *non*-kooperatif dengan teorema lainnya.

2. Pada penelitian ini hanya difokuskan pada permainan kooperatif dengan *transferable utility*. Sehingga untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan penelitian pada permainan *non-transferable utility*.
3. Dalam penelitian ini, hanya difokuskan membahas *core* dan nilai Shapley, sehingga untuk penelitian selanjutnya dapat dibahas cara lain untuk mencari solusi permainan kooperatif misalnya dengan mencari *stable set* dan *nukleolus*.

DAFTAR PUSTAKA

Amir, M. F., & Prasojo, B. H. 2016. *Buku Ajar Matematika Dasar.* Sidoarjo: UMSIDA PRESS.

Anton, H., & Chris, R. 2004. *Aljabar Linear Elementer, edisi kedelapan, terjemahan.* Jakarta: Erlangga.

Aumann, R.J., Hart, S. 2002. *Handbook of Game Theory with Economic Application*. Elsevier Science. Netherlands

Brown, K., & Shoham, Y. 2008. *Essentials of Game Theory.* USA: Morgan & Claypool Publisers.

Dimand, M..A., & Dimand, R. New York. The History of Game Theory. *Vol 1. Routledge*.

Feng Li, Deng. 2016. *Models and Methods for Interval-Valued Cooperative Games in Economic Management*. Switzerland. Springer

Ferguson, T. 2014. *Game Theory, 2nd Edition.* UCLA: Mathematics Departement.

Griffin, C. 2012. Game Theory. *Penn State Math 486 Lecture Notes, version*.

Khosrow-Pour, M. (2018). *Encyclopedia of Information Science and Technology, Fourth Edition.* USA: IGI Global.

Kurdhi, N. A. 2013. *Tt. Riset Operasi Probabilistik Teori Permainan.* UNS.

Nissan, N. 2007. *Algorithmic Game Theory.* New York: Cambridge University Press.

Owen, G., 1995, *Game Theory*, 3rd Edition, Academic Press, Inc., California

Peters, H. 2008. *Game Theory A Multi Leveled Approach.* Jerman: Springer.

Ramiro, E. L. 2016. An Approach to N-Person Cooperative Games.

Rapoport, A., 1970, *N-Person Game Theory Concept and Applications*, The University of Michigan Press, USA

Rapoport, A., 1966, *Two-Person Game Theory The Essential Ideas*, The University of Michigan Press, USA

Spieksma, F. 2010. *Solution Concepts in Cooperative Game Theory.* Mathematisch Institut, Leiden Universitas.

Suryani, Uun. 2016. Permainan Kooperatif Bentuk Koalisi dan Aplikasinya. Fakultas Sains dan Teknologi. UIN Sunan Kalijaga. Yogyakarta

Thomas, L. 1984. *Games Theory and Aplication.* New York: Dover Publications. Inc.