EKSISTENSI DAN KETUNGGALAN TITIK TETAP PADA RUANG METRIK-*S* PARSIAL LENGKAP

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Diajukan oleh:

Marcella Fransiska
15610047

Kepada:

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2019

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas akhir
Lamp : -

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Marcella Fransiska
NIM : 15610047
Judul Skripsi : Eksistensi dan Ketunggalan Titik Tetap pada Ruang Metrik-S Parsial Lengkap

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 12 Februari 2019
Pembimbing

Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc
NIP. 19861208 201503 2 006

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-622/Un.02/DST/PP.00.9/02/2019

Tugas Akhir dengan judul : EKSISTENSI DAN KETUNGGALAN TITIK TETAP PADA RUANG METRIK-S PARSIAL LENGKAP

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama	: MARCELLA FRANSISKA
Nomor Induk Mahasiswa	: 15610047
Telah diujikan pada	: Rabu, 20 Februari 2019
Nilai ujian Tugas Akhir	: A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.
NIP. 19861208 201503 2 006

Penguji I

Malahayati, S.Si., M.Sc
NIP. 19840412 201101 2 010

Penguji II

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
NIP. 19840113 201503 1 001

Yogyakarta, 20 Februari 2019
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
DEKAN

Dr. Murtono, M.Si.
NIP. 19691212 200003 1 001

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Marcella Fransiska

NIM : 15610047

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 15 Februari 2019

Yang Menyatakan

Marcella Fransiska

MOTTO

Dan barangsiapa yang bersungguh-sungguh, maka

sesungguhnya kesungguhannya itu adalah untuk

dirinya sendiri

(QS. Al-ankabut: 6)

Hiduplah seakan-akan kau akan mati besok

Belajarlah seakan-akan kau akan hidup selamanya

(Mahatma Gandhi)

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini ku persembahkan untuk

Bapak Sugeng Pamungkas dan Ibu Jamila terkasih

Para guru, ustad-ustadzah dan dosen yang telah

memberikan banyak ilmu

Almamaterku,

Jurusan Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

Yogyakarta

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayahNya sehingga skripsi yang berjudul "**Eksistensi dan Ketunggalan Titik Tetap Pada Ruang Metrik-*S* Parsial Lengkap"** ini dapat terselesaikan. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada sang pembawa lentera kehidupan, Baginda Nabi Muhammad SAW.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk itu, dengan segala kerendahan hati penulis banyak mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. K.H. Yudian Wahyudi, M.A., Ph.D., selaku rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Bapak Dr. M. Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sekaligus selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan banyak pengarahan, masukan, dan saran-saran kepada penulis selama perkuliahan.

4. Ibu Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc., yang telah memberikan ilmu, arahan, dan dukungan sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan
5. Segenap dosen dan karyawan Fakultas Sains dan Teknologi, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan studi.
6. Bapak Sugeng Pamungkas dan Ibu Jamila yang tak hentinya memberikan cinta, kasih sayang, pengorbanan, motivasi serta do'a kepada penulis.
7. Teman-teman matematika 2015 yang selalu memberikan dukungan dan motivasi hingga skripsi ini terselesaikan.
8. Teman-teman Bingkai, Anak Rantau, dan Keluarga Surautuo Institut Yogyakarta yang tak henti memberikan motivasi kepada penulis.
9. Sahabat KKN Ngereng-ereng yang telah mewarnai hidup penulis.
10. Semua pihak yang telah berkontribusi dalam penulisan skripsi ini baik secara langsung maupun tidak langsung yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari sempurna. Meskipun demikian penulis berharap masih ada sisi-sisi baik dari karya ini yang bermanfaat bagi penulis dan orang lain.

Akhirnya atas segala bantuan dan dukungan yang diberikan oleh semua ibu bapak dosen, senior, dan sahabat-sahabat penulis kiranya dibalas oleh Allah SWT dengan kebaikan dan keberkahan hidup di dunia maupun akhirat kelak. Amiin…!

Yogyakarta, 15 Februari 2019

Penulis,

Marcella Fransiska

NIM. 15610047

DAFTAR ISI

DAFTAR LAMBANG

$\mathbb{N}$	: Himpunan bilangan asli
$\mathbb{R}$	: Himpunan bilangan real
$\forall$	: Untuk setiap
$\exists$	: Terdapat
$\in$	: Elemen
$\ni$	: Sedemikian hingga
$<$	: Kurang dari
$>$	: Lebih dari
$\leq$	: Kurang dari sama dengan
$\geq$	: Lebih dari sama dengan
$\neq$	: Tidak sama dengan
∞	: Tak terhingga
$\rightarrow$	: Menuju
$\Rightarrow$	: Syarat perlu
$\Leftarrow$	: Syarat cukup
$S \subset X$	: Himpunan *S* subset himpunan *X*
(X,d)	: Ruang metrik pada himpunan *X* dengan metrik *d*
(X,S)	: Ruang metrik-*S* pada himpunan *X* dengan metrik *S*
(X,P)	: Ruang metrik-*P* pada himpunan *X* dengan metrik *P*
(X,S_P)	: Ruang metrik- S_P pada himpunan *X* dengan metrik S_P
Tx	: $T(x)$

INTISARI

Ruang metrik-S parsial merupakan suatu himpunan tak kosong X yang dilengkapi dengan fungsi yang memetakan pasangan tiga elemen berurutan ke suatu bilangan real tak negatif dan memenuhi empat kondisi. Ruang metrik-S parsial ini merupakan generalisasi dari ruang metrik-S dan ruang metrik parsial.

Penelitian ini membahas tentang ruang metrik-S parsial, dan beberapa teorema yang terdapat di dalamnya serta membuktikan eksistensi dan ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-S parsial lengkap. Pembuktian teorema titik tetap pada ruang metrik-S parsial lengkap tersebut memiliki tiga langkah yaitu: *Pertama* dibuktikan bahwa suatu himpunan bagian dari himpunan X yang memenuhi kondisi tertentu, merupakan himpunan tak kosong. *Kedua* dibuktikan bahwa terdapat suatu elemen yang merupakan titik tetap pada himpunan tak kosong tersebut. *Ketiga*, dibuktikan bahwa titik tetapnya tunggal. Sebelum membuktikan tiga langkah tersebut, terlebih dahulu dibuktikan beberapa langkah yang akan digunakan dalam membuktikan tiga langkah di atas. Langkah-langkahnya yaitu dibuktikan bahwa barisan pada ruang metrik-S parsial merupakan barisan monoton, barisan pada ruang metrik-S parsial merupakan barisan terbatas, dan barisan pada ruang metrik-S parsial merupakan barisan Cauchy. Selanjutnya dibuktikan suatu persamaan yang akan digunakan untuk membuktikan langkah pertama dan kedua. Pada pembuktian langkah-langkah di atas ada beberapa fungsi yang sangat berperan penting dalam pembuktiannya yaitu *partially* α-*contractive*, R_α-*admissible* dan α-*admissible.*

Kata kunci: Ruang metrik-S, ruang metrik parsial, ruang metrik-S parsial, teori titik tetap.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu yang sangat penting dalam kehidupan kita. Hal ini dikarenakan perkembangan ilmu pengetahuan dan perkembangan kebudayaan manusia dan juga kehidupan sehari-hari yang tidak lepas dari unsur matematika. Salah satu cabang matematika adalah analisis fungsional yang terus mengalami perkembangan. Dalam analisis fungsional dipelajari lebih umum tentang ruang dan fungsi yang terdefinisi pada ruang tersebut. Salah satu contohnya adalah ruang metrik yang dilengkapi dengan fungsi jarak dan ruang bernorma dengan fungsi norm.

Salah satu pembahasan yang menarik untuk diteliti pada ruang metrik adalah teorema titik tetap Banach atau teorema titik tetap pemetaan kontraktif. Teorema ini merupakan sumber penting bagi teorema eksistensi dan ketunggalan dalam berbagai cabang analisis. Teorema titik tetap ini memiliki peranan penting dalam analisis fungsional. Teorema ini menjamin eksistensi dan ketunggalan titik tetap untuk pemetaan tertentu pada ruang metrik. Selain itu teorema ini juga memberikan metode yang konstruktif dalam menemukan titik tetap pada ruang metrik. Di samping itu dengan menggunakan teorema ini masalah matematis seperti persamaan linear, persamaan diferensial biasa, integral, dan persamaan diferensial parsial juga dapat dipecahkan.

Pada tahun 1922 seorang ahli matematika yang berasal dari Polandia menemukan teorema titik tetap atau Kontraksi Banach pada ruang metrik lengkap. Teorema ini menyatakan keberadaan dan ketunggalan titik tetap. Ruang metrik merupakan suatu himpunan tak kosong X yang dilengkapi dengan fungsi yang memetakan setiap pasangan dua elemen berurutan ke suatu bilangan real positif dan memenuhi aksioma tertentu. Selanjutnya fungsi ini disebut metrik pada X.

Banyak ahli yang mencoba mengembangkan konsep ruang metrik. Salah satunya Matthews yang mengenalkan konsep ruang metrik parsial pada tahun 1992. Ruang metrik parsial merupakan generalisasi dari ruang metrik. Pada metrik parsial dikenalkan sebuah konsep *nonzero self distance* dimana jarak suatu titik terhadap dirinya sendiri tidak harus sama dengan nol.

Selanjutnya Sedghi, dkk menemukan konsep ruang metrik-S pada tahun 2012. Kemudian ia mengembangkan penelitiannya yaitu tentang ketunggalan titik tetap di ruang metrik-S lengkap pada tahun 2014. Ruang metrik-S sendiri merupakan suatu himpunan tak kosong X yang dilengkapi dengan fungsi yang memetakan setiap pasangan tiga elemen berurutan ke suatu bilangan real positive dan memenuhi tiga kondisi.

Konsep ruang metrik-*S* berawal dari Gahler yang mengenalkan konsep ruang metrik-*2* pada tahun 1963. Ruang merik-*2* merupakan generalisasi dari ruang metrik. Namun pada tahun 1984 Dhage mengidentifikasi adanya kelemahan dari ruang metrik-*2*. Dengan adanya masalah ini Dhage kemudian mengenalkan konsep ruang metrik-D.

Pada tahun 2003 Mustafa dan Sims menemukan kelemahan ruang metrik-*D* sebagai solusi dari masalah tersebut mereka mengenalkan konsep ruang metrik-*G* yang merupakan generalisasi dari ruang metrik. Selanjutnya pada tahun 2007 Sedghi, dkk menemukan konsep ruang metrik baru yang merupakan modifikasi dari ruang metrik-*D*, yaitu ruang metrik-*D**. Setiap ruang metrik-*G* merupakan ruang metrik-*D**. Namun hal ini tidak berlaku sebaliknya karena ruang metrik-*D** tidak mesti ruang metrik-*G*. Selanjutnya pada tahun 2012 Sedghi, dkk menemukan kelemahan dari ruang metrik-*G* dan ruang metrik-*D**. Kelemahan tersebut berupa kondisi simetri yang ada pada ruang metrik-*D** dan ruang metrik-*G*. Oleh karena itu Sedghi, dkk mengenalkan ruang metrik baru yang dikenal dengan ruang metrik-*S*.

Pada tahun 2014 Nabil pertama kali mengenalkan definisi ruang metrik-*S* parsial dalam jurnalnya yang berjudul *"A Contraction Principle in Partial S-Metric Spaces"*. Ruang metrik-*S* parsial merupakan generalisasi dari ruang metrik-*S*. Ia juga merupakan generalisasi dari hasil pemetaan kontraktif di ruang metrik parsial. Dimana ruang metrik parsial sendiri merupakan generalisasi dari ruang metrik.

Selanjutnya pada tahun 2016 Kamaleldin Abodayeh melanjutkan penelitian Nabil tersebut dalam jurnalnya yang berjudul "*A Controlled Contraction Principle in Partial S-Metric Spaces*". Ia membuktikan teorema titik tetap pada ruang metrik-*S* parsial yang merupakan hasil pengembangan dari jurnal sebelumnya. Pada jurnal ini ia memperumum hasil penelitian Nabil dengan menambahkan fungsi kontrol ke prinsip kontraksinya.

Dilihat dari perkembangan penelitian ruang metrik dan teori titik tetap, sangat menarik jika mempelajari lebih lanjut tentang ruang metrik-*S* parsial. Penelitian ini merupakan penjabaran dari jurnal yang ditulis oleh Kamaleldin Abodayeh serta melengkapi langkah-langkah pembuktian teorema titik tetap di ruang metrik-*S* parsial lengkap yang belum disajikan dalam jurnal tersebut.

1.2 Batasan Masalah

Pembatasan masalah dalam penelitian sangatlah penting. Agar penelitian lebih fokus dan tidak meluas dari pembahasan yang dimaksud, dalam penelitian ini penulis membatasi pada teorema titik tetap di ruang metrik-*S* parsial lengkap, yang lebih dikhususkan untuk membuktikan teorema titik tetap di ruang metrik-*S* parsial lengkap serta sifat-sifat yang mendukung pembuktian teorema tersebut. Sedangkan untuk contoh teorema titik tetap tersebut tidak dibahas dalam skripsi ini.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah di atas maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana pembuktian teorema titik tetap pada ruang metrik-*S* parsial lengkap.
2. Sifat-sifat apa saja yang mendukung pembuktian teorema titik tetap pada ruang metrik-*S* parsial lengkap.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji dan menjelaskan langkah-langkah pembuktian teorema titik tetap di ruang metrik-*S* parsial lengkap serta sifat-sifat yang mendukung pembuktian teorema tersebut.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan pengetahuan tentang teorema titik tetap di ruang metrik-*S* parsial lengkap beserta langkah-langkah pembuktiannya.
2. Memberikan motivasi kepada pembaca untuk mempelajari tentang perkembangan ruang metrik.

3. Penelitian ini dapat dijadikan referensi untuk penelitian selanjutnya.

1.6 Tinjauan Pustaka

Penelitian ini berawal dari jurnal yang ditulis Nabil tahun 2014 yang berjudul *"A Contraction Principle in Partial S-Metric Spaces"*. Jurnal tersebut menjelaskan definisi dan konsep ruang metrik-*S* parsial serta teorema titik tetap pada ruang metrik-*S* parsial lengkap. Pada jurnal ini ia membuktikan teorema titik tetap pada ruang metrik-*S* parsial yaitu tentang ketunggalan di titik tetapnya.

Selanjutnya pada tahun 2016 Kamaleldin Abodayeh menulis jurnal yang berjudul *"A Controlled Contraction Principle in Partial S-Metric Spaces"*. Jurnal ini berisi tentang pembuktian teorema titik tetap pada ruang metrik-*S* parsial lengkap. Disamping itu jurnal ini merupakan pengembangan dari hasil penelitian yang dilakukan oleh Nabil. Jurnal inilah yang digunakan sebagai acuan utama dalam penulisan skripsi.

Selain jurnal di atas juga digunakan beberapa referensi pendukung yang lain guna mempermudah penelitian ini. Diantaranya adalah buku *"Introduction to Real Analysis"* edisi ke empat pada tahun 2010 karya Bartle dan Sherbert yang berisi tentang dasar-dasar analisis real. Selanjutnya buku *"Metric Spaces"* yang ditulis oleh Shirali dan Vasudeva pada tahun 2006 yang menjelaskan tentang ruang metrik. Disamping itu juga digunakan jurnal lain sebagai pendukung.

Diantaranya adalah jurnal Sedghi, dkk yang berjudul "*Fixed Point Theorems on S-Metric Spaces*" pada tahun 2014. Selanjutnya jurnal M.bukatin, dkk pada tahun 2009 yang berjudul "*Partial Metric Spaces*".

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini disusun untuk memberikan gambaran secara umum dan menyeluruh guna mempermudah dalam memahami penulisan skripsi ini. Secara garis besar, sistematika penulisan skripsi ini terdiri dari empat bab sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas mengenai latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, tinjauan pustaka, sistematika penulisan, dan metode penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini dibahas mengenai teori-teori yang akan menjadi dasar dalam memahami bab-bab selanjutnya, yaitu dasar-dasar analisis real, ruang metrik serta teorema-teorema yang berlaku di dalamnya, dan teori titik tetap pada ruang metrik.

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini membahas mengenai dasar ruang metrik-*S* parsial dan teorema titik tetap pada ruang metrik-*S* parsial lengkap beserta langkah-langkah pembuktiannya.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini berisi kesimpulan umum beserta saran-saran.

1.8 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini penulis menggunakan metode studi literatur, yaitu dengan mempelajari beberapa sumber tertulis tentang ruang metrik-*S* parsial sesuai dengan tema penelitian. Kemudian menjelaskan dan menjabarkan konsep-konsep yang ada pada literatur tersebut. Selain itu penulis juga melakukan diskusi dengan beberapa ahli terkait dengan penelitian ini. Adapun penelitian dalam skripsi ini bersifat kualitatif.

Sebelum membahas ruang metrik-*S* parsial, terlebih dahulu dijelaskan mengenai dasar-dasar analisis real dan konsep ruang metrik sebagai landasan teori. Selanjutnya juga dijelaskan mengenai konsep kekonvergenan, barisan *Cauchy*, dan pemetaan kontraktif pada ruang metrik untuk memudahkan dalam memahami teori titik tetap pada ruang metrik. Selanjutnya diberikan definisi ruang metrik-*S* dan ruang metrik parsial sebagai landasan dalam mempelajari ruang metrik-*S* parsial.

Dalam penelitian ini pembahasan utamanya adalah mengenai teorema titik tetap pada ruang metrik-*S* parsial lengkap. Pada penelitian ini langkah-langkah pembuktian teorema titik tetap tersebut dijelaskan secara lebih rinci dan mendetail. Pada jurnal acuan terdapat beberapa langkah pembuktian teorema yang tidak dijelaskan, sehingga digunakan jurnal lain sebagai pendukung pembuktian teorema tersebut.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan, pembuktian teorema titik tetap pada ruang metrik-*S* parsial lengkap dengan menggunakan *partially* $\alpha -$*contractive,* $\alpha -$*admissible dan* $R_\alpha -$ *admissible* memiliki tiga langkah yaitu: *Pertama,* dibuktikan bahwa suatu himpunan bagian dari himpunan X yang memenuhi kondisi tertentu merupakan himpunan tak kosong. *Kedua,* dibuktikan bahwa terdapat suatu elemen yang merupakan titik tetap pada himpunan tak kosong tersebut. *Ketiga* dibuktikan bahwa titik tetapnya tunggal. Sebelum membuktikan tiga langkah tersebut terlebih dahulu dibuktikan beberapa langkah yang akan digunakan dalam membuktikan tiga langkah di atas. Langkah-langkah nya yaitu dibuktikan bahwa barisan pada ruang metrik-*S* parsial merupakan barisan monoton, barisan pada ruang metrik-*S* parsial merupakan barisan terbatas, barisan pada ruang metrik-*S* parsial merupakan barisan Cauchy. Selanjutnya dibuktikan suatu persamaan yang akan digunakan untuk membuktikan langkah pertama dan kedua.

Selanjutnya berdasarkan hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwa fungsi yang terdefinisi di ruang metrik-*S* parsial lengkap dengan menggunakan *partially* $\alpha -$ *contractive,* $\alpha -$*admissible dan* $R_\alpha -$ *admissible* memiliki titik tetap tunggal apabila fungsi tersebut memenuhi kondisi 3.4.1(i), 3.4.1(ii), dan 3.4.1(iii). Selanjutnya fungsi yang terdefinisi pada ruang metrik-*S* parsial lengkap juga memiliki titip tetap di seluruh himpunan *X* apabila prinsip kontraksi yang terdapat pada teorema 3.4.1 diganti menjadi kondisi (3.85) pada Teorema 3.4.2.

Beberapa sifat yang berlaku pada ruang metrik, ruang metrik-*S*, dan ruang metrik parsial juga berlaku pada ruang metrik-*S* parsial, tetapi berbeda dalam pendefinisiannya. Sifat-sifat tersebut antara lain barisan terbatas, barisan monoton, kekonvergenan, hubungan barisan konvergen dan barisan Cauchy, dan kelengkapan.

4.2 Saran

Berdasarkan proses penelitian yang dilakukan, penulis memberikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Penelitian ini hanya membahas tentang konsep dasar ruang metrik-*S* parsial dan teori titik tetapnya. Oleh karena itu penelitian ini dapat dikembangkan lagi, misalnya mengkaji kekontinuan di titik tetapnya.
2. Dalam penelitian ini belum ada contoh penerapan dari teori titik tetapnya sehingga diperlukan penelitian lebih lanjut.

Demikian saran-saran yang dapat penulis sampaikan semoga penelitian ini dapat menjadi inspirasi bagi pembaca untuk mengembangkan lagi penerapan titik tetap di ruang metrik-S parsial dan juga di ruang lain-lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Abodayeh, K. *A Controlled Contraction Principle in Partial S-Metric Spaces*. Math. Inf. Sci. 10, 3(2016), 1155-1159.

Abodayeh, K. *An S-partially Contractive Mapping with a Control Function φ*. J.COMPUTATIONAL ANALYSIS AND APPLICATIONS. 20, 6(2016), 1078-1087.

Aydi, Hassen., Erdal Karapinar, dan Calogero Vetro. On Ekeland's Variational Principle in Partial Metric Spaces. Appl. Math. Inf. 7(2013), 1-7.

Bartle, R. G., dan Sherbert, D. R. 2010. *Introduction to Real Analysis*. Fourth Edition. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Bukatin, M., Kopperman, R., Matthews, S,. dan Pajoohesh, H. *Partial Metric Spaces.* Am. Math. Mon. 116, 708-718, 2009.

Khamsi, M.A. 2002. *Introduction to Metric Fixed Point Theory*. Iran: Shahid Beheshti University.

Mlaiki, N., Souayah, N., Abodayeh, K., dan Abdeljawad, T. *Contraction Principles in M_S-Metric Spaces.* Department of Mathematical Science. 1(2016), 1-11.

Mlaiki, N. *A Partially α -contractive Principle*. J. Adv. Math. Stud. 7(2014), 121-126.

Sedghi, S., Dung, N.V. *Fixed Point Theorems on S-Metric Spaces.* Mat. Vesnik 66, 1(2014), 113-124.

Shirali, Satish, dan Vasudeva, Harkrishan L. 2006. *Metric Spaces.* London: Springer-Verlag.

Shobkolaei, N., Vaezpour, S.M., dan Sedghi, S. *A Common Fixed Point Theorem on Ordered Partial Metric Spaces.* J. Basic. Appl. Sci. Res. 1(2011), 3433-3439.

Shrivastava, S., Daheriya, R.D., dan Ughade, M. *S-Metric Spaces, Expanding Mappings and Fixed Point Theorems.* IJSIMR. 4(2016), 1-12.