ANALISIS KETUNGGALAN TITIK TETAP DI RUANG METRIK S_b PADA PEMETAAN KONTRAKSI ψ-φ-λ

SKRIPSI

untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Diajukan Oleh:

ZAINAL MUTTAQIN SATRIA WICAKSONO

15610014

Kepada:

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2019

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Zainal Muttaqin Satria Wicaksono
NIM : 15610014
Judul Skripsi : Analisis Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik S_b pada Pemetaan Kontraksi ψ - φ - λ

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 26 Agustus 2019
Pembimbing

Malahayati, M.Sc.
NIP: 19840412 201101 2 010

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-4018/Un.02/DST/PP.00.9/09/2019

Tugas Akhir dengan judul : ANALISIS KETUNGGALAN TITIK TETAP DI RUANG METRIK S_b PADA PEMETAAN KONTRAKSI ψ - φ - λ

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama	: ZAINAL MUTTAQIN SATRIA W
Nomor Induk Mahasiswa	: 15610014
Telah diujikan pada	: Kamis, 12 September 2019
Nilai ujian Tugas Akhir	: A/B

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Malahayati, S.Si., M.Sc
NIP. 19840412 201101 2 010

Penguji I

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.
NIP. 19861208 201503 2 006

Penguji II

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.
NIP. 19800402 200501 1 003

Yogyakarta, 12 September 2019
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan

KEMENTERIAN AGAMA UIN SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI REPUBLIK INDONESIA

Dr. Murtono, M.Si.
NIP. 19691212 200003 1 001

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Zainal Muttaqin Satria Wicaksono
NIM	: 15610014
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penilis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya prang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 26 Agustus 2019

METERAI TEMPEL 5485DAHF018313777 6000 ENAM RIBU RUPIAH

Yang Menyatakan

Zainal Muttaqin Satria Wicaksono

Motto

PERCAYALAH BAHWA **SEMUA** YANG TUHAN CIPTAKAN ADALAH KEBAIKAN

"JANGAN TAKUT

MENJADI TITIK PUTIH DI TENGAH KERTAS YANG HITAM, KARENA SESUNGGUHNYA

Wallahul Muwaffiq ila Aqwamit Tharieq."

Sapere Aude

Persembahan

Skripsi ini kupersembahkan untuk

Allah SWT, sebagai bentuk ibadah duniawiku. Ku tempelkan keningku ke lantai dalam sujud dan kuhadapkan tubuh ringkihku kehadapan kakbah-Mu sebagai wujud taqwa dan syukurku karena telah lahir, hidup, dan juga kuharapkan wafat dalam keadaan beriman kepada-Mu. Aku bersyukur karena telah Kau turunkan Nabi Muhammad SAW sebagai pembawa cahaya yang hari ini kudekap dalam dadaku. Aku juga bersyukur karena Kau telah memper-cayakan Adam dan anak cucunya akal pikir yang selalu coba kumaksimalkan untuk kemaslahatan ciptaan-ciptaan-Mu.

Kepada keluargaku yang amat sangat aku cintai dan sayangi yang selalu menyediakan kehangatan untuk ku. Mamiku Lestari Purwanti dan Papiku Maman Suparjo yang telah berkerja-keras untuk membahagiakanku, memenuhi segala yang aku butuhkan dan mengajariku banyak hal selama hidupku. Utih ku Tina yang selalu memberikan kehangatan, nasihat, semangat sedariku ditimang hingga dewasa ini. Mbah Putri ku Yayuk yang walau jarang aku jenguk dan datangi, namun tetap memberiku kehangatan, nasihat dan pelajaran moral saat aku mendatangunya. Adikku Palgunadi yang telah menjaga dan menemani Mami selama sang kakak merantau untuk menuntut ilmu.

Kepada seluruh dosen dan staf fakultas sains dan teknologi yang telah memberiku ilmu yang bermanfaat dan segala bentuk bantuan yang selama ini ku dapatkan.

Kepada kampus tercintaku UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Keluarga Besar Pergerakan Mahasiswa Islam Indonesia Rayon Aufklärung dan Himpunan Mahasiswa Program Studi Matematika.

Terakhir, skripsi ini juga kupersembahkan untuk Desy Novitasari yang telah dengan sabar menemani dan membantuku selama hampir dua tahun ini.

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الر حيم

Ilmu dan Bhakti Kuberikan

Adil dan Makmur Kuperjuangkan

Puji dan syukur tak lupa penulis sampaikan atas segala nikmat, rahmat, hidayah, serta rizki yang terlah Allah SWT limpahkan hingga penulisan skripsi yang berjudul Analisis Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik S_b pada Pemetaan Kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$ ini selesai. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, para sahabat dan para pengikutnya sampai akhir zaman nanti.

Penulisan skripsi ini merupakan salahsatu bukti keseriusan dan syarat perkuliahan penulis guna mendapatkan gelar Sarjana di Program Studi Matematika. Penyusunan skripsi ini tidak akan dapat terselesaikan tanpa adanya bantuan, arahan dan motivasi secara langsung maupun tidak langsung dari berbagai pihak. Oleh karena itu tak salah jika penulis sangat bertimakasih kepada pihak-pihak tersebut dalam terselesaikannya sripsi ini. Secara garis besar ucapan trimakasih ini penulis tujukan untuk:

1. Bapak Prof. Drs. KH. Yudian Wahyudi, M.A., Ph.D., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Dr. Murtono, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

3. Bapak M. Wakhid Musthofa, M.Si., selaku Dosen Penasehat Akademik serta Kepala Prodi Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Ibu Malahayati M.Sc., pembimbing tema, dan pembimbing skripsi, yang telah meluangkan waktu memberikan bimbingan, arahan, bantuan dan ilmu sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Bapak/Ibu Dosen dan Staf Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta atas ilmu, bimbingan dan pelayanan selama perkuliahan.
6. Ayahanda Maman Suparjo dan Ibunda Lestari Purwanti yang telah melimpahkan cinta kasih dan peluhnya agar saya selalu mendapatkan sesuatu yang terbaik. Terima kasih juga penulis sampaikan pada Adik tercinta, Palgunadi Surya Prasetio yang telah menemani dan menjaga ibunda dikala sang kakak menuntut ilmu di perantauan.
7. Keluarga besar PMII Rayon Aufklärung yang selalu memberikan semangat setra memotivasi agar penulis menjadi insan yang dapat mengimbangi tanggung jawbab antara organisasi dan perkuliahan.
8. Keluarga kecil Matematika 15 yang selalu memberikan senyum, tawa, hingga bahagia dan selalu memberikan motivasi secara langsung maupun tidak langsung kepada penulis saat berlangsungnya perkuliahan hingga penulis menyelesaikan perkuliahannya.
9. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Penyusuanan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu segala kritik maupun saran yang bersifat membangun dalam pengembangan penelitian ini sangat diharapkan. Semoga penyusunan skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak serta dapat dikembangkan lebih luas lagi.

Yogyakarta, 06 September 2019

Penyusun,

Zainal Muttaqin Satria Wicaksono

NIM. 15610014

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL i

HALAMAN PERSETUJUAN ii

HALAMAN PENGESAHAN iii

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN iv

HALAMAN MOTO v

HALAMAN PERSEMBAHAN vi

KATA PENGANTAR viii

DAFTAR ISI xi

DAFTAR LAMBANG xiii

INTISARI xiv

BAB I PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang Masalah 1

1.2 Batasan Masalah 5

1.3 Rumusan Masalah 5

1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian 5

1.5 Tinjauan Pustaka 6

1.6 Sistematika Penulisan 7

1.7 Metode Penelitian 8

BAB II LANDASAN TEORI 10

2.1 Dasar-Dasar Analisis Real 10

2.2 Ruang Metrik 30

2.3 Titik Tetap..... 36

BAB III ISI..... 39

3.1 Dasar-Dasar Ruang Metrik S_b 39

3.2 Analisis Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik S_b pada Pemetaan Kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$ 54

BAB IV PENUTUP 65

4.1 Kesimpulan 65

4.2 Saran 67

DAFTAR PUSTAKA 68

DAFTAR LAMBANG

$\mathbb{N}$	: Himpunan bilangan asli
$\mathbb{Z}$	: Himpunan bilangan bulat
$\mathbb{R}$	: Himpunan bilangan real
$\varnothing$	: Himpunan kosong
$A \subset B$	: Himpunan A bagian himpunan B
$A \subseteq B$	: Himpunan A bagian atau sama dengan himpunan B
$a \in X$	: a anggota himpunan X
$<$	: Kurang dari
$\leq$	: Kurang dari atau sama dengan
$>$	: Lebih dari
$\geq$	: Lebih dari atau sama dengan
$\rightarrow$	: Menuju
∞	: Tak hingga
$\blacksquare$	: Akhir dari suatu pembuktian

INTISARI

Ruang metrik S_b merupakan sebuah himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan sebuah fungsi yang memenuhi tiga aksioma dan disebut metrik S_b. Ruang metrik S_b pertamakali dikemukakan oleh Sh. Sedghi, dkk pada tahun 2016 dalam sebuah jurnal yang berjudul *Common fixed point of four maps in* S_b *metric spaces.*

Skripsi ini membahas sebuah tentang ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b tersebut pada pemetaan kontraksi $\psi - \varphi - \lambda$. Hal ini disebutkan dalam sebuah teorema yang berbunyi "*Diberikan sebuah ruang metrik* $S_b, (X, S_b)$ *dan* $\psi, \varphi \in \Psi$ *serta* $0 < \lambda \leq \frac{1}{2}$. *Apabila fungsi* $f : X \to X$ *merupakan sebuah kontraksi* ψ - φ - λ *untuk setiap* $x, y \in X$, *maka fungsi* f *memiliki sebuah titik tetap tunggal*"

Tahap-tahap yang dilakukan dalam menganalisa pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b pada pemetaan kontraksi $\psi - \varphi - \lambda$ dalam skripsi ini yaitu: **Pertama**, dibentuk sebuah barisan yang dibuktikan bahwa barisan tersebut merupakan barisan konvergen S_b. **Kedua**, barisan yang telah terbentuk sebelumnya, dibuktikan bahwa barisan tersebut merupakan barisan cauchy S_b. **Ketiga**, limit barisan yang telah diibuktikan sebelumnya dibuktikan lagi sebagai titik tetap pada ruang metrik S_b yang kemudian pada tahap **keempat** dibuktikan ketunggalannya.

Kata Kunci: Ruang metrik S_b, Titik tetap, Kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$

ABSTRACT

S_b metric space is a non-empty set which is equipped with a function that satisfies three axioms and is called a S_b metric. The first S_b metric space was stated by Sh. Sedghi, et al in 2016 in a journal *Common point of four maps in metric spaces*.This thesis discusses a unique fixed point in S_b metric space for $\psi-\varphi-\lambda$ contraction mapping. This is mentioned in a theorem that said " *Let* (X,S_b) *be a* S_b *Metric Space,* $\psi,\varphi\in\Psi$. *Let* $f:X\to X$ *be a mapping and* $0<\lambda\leq\frac{1}{2}$. *Suppose f is a* ψ-φ-λ *contraction for all* $x,y\in X$ *Then f has a unique fixed point.*

The steps performed in analyzing the theorems proving unique fixed point in S_b metric space for $\psi-\varphi-\lambda$ contraction mapping in this paper are: **First**, set up a sequence and proved that the sequence is an S_b converges sequence. **Second**, the sequence that have been formed before, it is proven that the sequence are S_b cauchy. **Third**, the sequence limit which has been proved before is proven again as a fixed point in the S_b metric space, which in the **fourth** stage is proven the uniques of the fixed point.

Key Word: S_b Metric Space, Fixed Point, Unique Fixed Point, $\psi-\varphi-\lambda$ contraction.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang hingga kini terus dikembangkan. Penggunaan matematika dalam berbagai bidang ilmu dan pengetahuan merupakan salah satu bukti yang menunjukan bahwa matematika merupakan dasar dari berbagai cabang ilmu pengetahuan terutama dalam wilayah pengetahuan alam. Penggunaan matematika tak hanya dalam ruang konsep dan penggunaan operasi-operasinya. Matematika juga membantu perkembangan ilmu pengetahuan secara langsung maupun tidak langsung. Bahkan dalam beberapa cabang ilmu sosial seperti hukum dan politik, logika berpikir dalam matematika digunakan dalam berdialektika untuk memecahkan suatu permasalahan.

Secara prinsip, matematika merupakan cara atau metode berpikir menggunakan nalar dan logika. Secara garis besar, matematika dapat digunakan dalam memutuskan sebuah ide atau konsep bernilai benar atau salah. Selain itu, matematika juga merupakan sebuah wilayah kognitif yang mempelajari sebuah keteraturan atau pola melalui abstraksi yang diwadahi nalar dan logika berpikir manusia.

Salah satu cabang atau bidang dalam matematika adalah analisis. Secara bahasa, analisis diartikan sebagai sebuah proses atau usaha dalam meneliti, menelaah serta mengenali suatu permasalahan secara mendalam yang kemudian

ditujukan untuk mendapatkan sebuah kebenaran. Analisis merupakan sebuah bagian atau wilayah kognitif dari matematika murni. Matematika analis sendiri mencangkup konsep serta teori mengenai limit, fungsi analitik, deret tak hingga, turunan , integral serta ukuran.

Matematika sebagai sebuah badan atau suatu kesatuan yang utuh tentu saja memiliki sebuah landasan atau fondasi yang kokoh. Analisis di sini dapat dikatakan sebagai sebuah landasan atau fondasi di dalam matematika itu sendiri. Pengenalan serta pengembangan dasar konsep atau teori yang ada di dalam matematika sepenuhnya menjadi bagian dari pada matematika analisis.

Secara penerapan, matematika analisis atau analisis juga memiliki tugas yang tak kalah penting. Salah satu dari peran penting analisis dalam matematika murni adalah membahas teori-teori yang terdapat di dalam matematika. Oleh karena itu tidak salah jika matematika analisis atau analisis disebut sebagai landasan atau pun fondasi yang memiliki tanggung jawab yang cukup besar. Terlebih dalam mengenalkan serta mengembangkan matematika itu sendiri.

Perkembangan dalam bidang analisis terus menerus mengalami kemajuan. Berbagai jenis penelitian terus dikembangkan yang mana salah satu dari berbagai penelitian tersebut adalah bahasan mengenai ruang metrik. Mengenal ruang metrik sebenarnya mempelajari mengenai himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan suatu fungsi yang disebut metrik dan harus memenuhi beberapa aksioma. Ruang metrik awalnya dikemukakan oleh seorang matematikawan Prancis yang bernama Maurice Frechet pada tahun 1906 dalam sebuah tesis yang berjudul "*Sur quelques points du calcul fonctionnel".* Tesis tersebut membahas mengenai

kalkulus fungsional yang kemudian terus dikembangkan oleh para ilmuwan di sekeliling dunia.

Tahun 1922 seorang ahli matematika Polandia Stephen Banach mengemukakan sebuah teorema yang luar biasa. Teorema tersebut adalah teorema titik tetap yang saat ini dikenal dengan prinsip kontraksi Banach. Stephen Banach mengemukakan karyanya tersebut pada sebuah tesis yang berjudul *"Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur applications aux équations intégrales".* Teorema tersebut sering dipergunakan dalam berbagai bidang matematika serta pengaplikasiannya. Prinsip kontraksi Banach dianggap sebagai awal dari studi teori titik tetap dalam ruang metrik. Salah satu kegunaan teori titik tetap dalam matematika adalah untuk menyelesaikan persamaan linear dan persamaan integral.

Beberapa matematikawan di seluruh dunia memperkenalkan generalisasi ruang metrik yang berbeda-beda. Tahun 1992, B. D. Dhage memperkenalkan konsep ruang metrik *D* pada sebuah jurnal yang berjudul "*Generalized Metric Space and Mapping With Fixed Point"* yang kemudian juga di kembangkan oleh beberapa matematikawan di seluruh dunia. Selain itu, pada tahun 2006, Z. Mustafa dan B. Sims juga memperkenalkan konsep ruang metrik *G* dan membuktikan teorema titik tetap di ruang metrik tersebut pada sebuah jurnal yang berjudul "*A New Approach to Generalized Metric Spaces"*. Beberapa peneliti terus melakukan pengembangan terhadap ruang metrik tersebut dan melakukan beberapa perbaikan serta membuktikan kembali teorema titik tetap di ruang metrik *G*. Perkembangan pada penelitian dengan topik ruang metrik berlanjut

pada tahun 2007 yang dikemukakan oleh S. Sedghi, N. Shobe dan H. Zhan yaitu konsep ruang metrik D^* pada sebuah jurnal yang berjudul "*A Common Fixed Point Theorem in D-Metric Space".*

Selanjutnya, pada tahun 2012 dalam sebuah jurnal yang berjudul "*A Generalization of Fixed Point Theorems in S-Metric Spaces",* S. Sedghi dan kawan-kawan kembali memperkenal kan sebuah konsep ruang metrik yang baru. Ruang metrik tersebut adalah ruang metrik S. Ruang metrik S merupakan sebuah generalisasi ruang metrik D^* dan ruang metrik G yang kemudian oleh beberapa matematikawan dibuktikan teorema titik tetapnya.

Skripsi ini akan membahas mengenai salah satu generalisasi dari ruang metrik S dan tidak membahas ruang metrik S secara mendalam. Melainkan ruang metrik S hanya dijadikan sebagai pengantar untuk mengewali pembahasan ruang metrik S_b dan membuktikan teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik tersebut pada pemetaan kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$.

Sebelumya, penelitian tersebut dikemukakan oleh K. P. R Sastry, dkk pada tahun 2018 dalam sebuah jurnal yang berjudul "*Fixed Point Theorems for $\psi-\varphi-\lambda$ Contractions in S_b Metric Spaces".* Kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$ yang digunakan dalam penelitian ini berawal dari sebuah gagasan yang juga dikemukakan oleh K. P. R Sastry, dkk pada tahun 2017 dalam sebuah jurnal yang berjudul "*Fixed Point Theorems for ψ- contractions in S -Metric Space and K.K.S Metric Spaces".* Pengenalan lebih lanjut mengenai topik dari pembahasan skripsi ini akan dilanjutkan secara berkala pada bab atau sub bab berikutnya.

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah merupakan sesuatu yang sangat diperlukan dalam melakukan sebuah pembahasan. Hal tersebut diperlukan agar pembahasan tidak melebar atau keluar dari inti dan tujuan pembahasan. Berdasarkan apa yang telah dituliskan pada latar belakang masalah, pembahasan skripsi ini dibatasi pada pembahasan teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b pada pemetaan kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$ dengan bahasan pokok yang tentu sudah ditetapkan dan sifat-sifat pada ruang metrik S_b serta teori-teori pendukung lain yang sekiranya akan membantu dalam pembahasan teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b pada pemetaan kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$ yang dilakukan. Sehingga tidak akan ada pembahasan lain yang akan dibahas pada skripsi ini.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, rumusan masalah pada skripsi ini adalah bagaimana pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b pada pemetaan kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$.

1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Meninjau rumusan masalah yang telah dipaparkan, adapun tujuan dari pada penulisan skripsi ini adalah menganalisis bagaimana pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b pada pemetaan kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$.

Manfaat yang diharapkan pada analisis ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b ini adalah memberikan pengetahuan tentang ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b pada pemetaan kontraksi $\psi - \varphi - \lambda$. Selain itu, skripsi ini dapat menjadi referensi dan juga tolok ukur untuk mengembangkan penelitian ini ke tahap yang lebih lanjut.

1.5 Tinjauan Pustaka

Secara mendasar, bahasan konsep ruang metrik dapat dipelajari melalui buku yang ditulis oleh Shirali, dkk. Buku tersebut berjudul "*Metric Space*" yang pertama kali diterbitkan pada tahun 2006. Kemudian, wawasan mengenai ruang metrik S dapat diperoleh dari jurnal *"A Generalization of Fixed Point Theorems in* $S-$*Metric Spaces"* yang ditulis oleh Shaban Sedghi,dkk. Jurnal yang diterbitkan pada tahun 2012 tersebut yang pertama kali mengemukakan konsep dari salah satu jenis generalisasi ruang metrik yang kini dikenal dengan nama ruang metrik S.

Selanjutnya, pengenalan konsep ruang metrik S_b yang menjadi pokok pembahasan pada skripsi ini penulis menggunakan jurnal yang berjudul *"Fixed Point Theorems for* $(\psi\text{-}\varphi\text{-}\lambda)$ *Contractions in* S_b*-Metric Spaces"*. Jurnal tersebut merupakan buah penelitian dari Sastry,dkk pada tahun 2018.

Referensi lain yang juga digunakan dalam membantu pembahasan pada skripsi ini adalah buku yang ditulis oleh Robert G. Bartle dan Donald R. Sherbert dengan judul *"Introduction to Real Analysis"* edisi ke empat. Buku yang

diterbitkan pada tahun 2011 ini membahas mengenai dasar-dasar analisis real yang merupakan bagian penting dari landasan teori dalam penulisan skripsi ini.

Selain itu, jurnal *"Common Fixed Point of Four Maps in* S_b*-Metric Space"* oleh Sedghi, dkk yang diterbitkan pada tahun 2016 dan membahas mengenai titik tetap biasa pada ruang metrik S_b. Terakhir, jurnal *"Fixed Point Theorems for* ψ*-contractions in S-Metric Spaces and KKS-Metric Space"* yang ditulis oleh Sastry, dkk pada tahun 2017 juga sangat membantu dalam memperkenalkan kontraksi yang juga kelak akan digunakan dalam skripsi ini.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ditujukan untuk memberi gambaran umum mengenai alur penulisan dan pembahasan skripsi ini. Hal tersebut diperlukan untuk membantu dalam memahami rangkaian pembahasan yang akan dipaparkan. Sistematika penulisan juga dapat menjadi rujukan dalam menelaah dan membahas skripsi ini secara bertahap atau berkala.

Berikut sistematika penulisan pada skripsi ini.

BAB I PENDAHULUAN

Pembahasan pada bab ini terdiri dari latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan serta metode penelitian. Dapat dikatakan bahwa bab ini merupakan pembuka atau sebuah pengantar untuk mempermudah dalam memahami pembahasan skripsi ini secara keseluruhan. Bab ini juga dapat

dikatakan sebagai gambaran umum tentang topik penelitian yang dibahas dalam skripsi ini.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini akan membahas teori-teori yang kelak akan digunakan dalam membantu dalam pembahasan pada bab dan sub bab berikutnya. Topik yang akan dibahas adalah dasar-dasar analisis real, ruang metrik dan teorema-teorema yang berlaku di dalamnya serta beberapa contoh yang diharapkan dapat membantu dalam memahami topik yang dibahas.

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini akan dimulai dengan membahas definisi ruang metrik S yang kemudian akan dilanjutkan dengan membahas ruang metrik S_b secara rinci untuk kemudian membuktikan teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b pada pemetaan kontraksi $\psi-\varphi-\lambda$. Selain itu juga akan dibahas beberapa teorema yang sekiranya dapat membantu pembahasan pada bab ini.

BAB IV PENUTUP

Bab penutup ini berisi kesimpulan umum dan saran-saran. Diharapkan bab ini dapat menjadikan acuan dan stimulan pada penelitian dan pembahasan pada tahap yang lebih lanjut.

1.7 Metode Penelitian

Penulisan dan penyusunan skripsi ini menggunakan metode studi literatur, yaitu dengan mempelajari dan menghubungkan beberapa sumber literatur yang membahas mengenai ruang metrik, ruang metrik S serta ruang metrik S_b sesuai

dengan apa yang ada pada tujuan serta tema penulisan skripsi ini dan bersifat kualitatif. Penulisan skripsi ini diawali dengan penjelasan beberapa dasar analisis real yang mendukung tema penelitian, konsep dasar ruang mertik dan teorema titik tetap yang menjadi salah satu landasan teori dari penelitian ini.

Topik yang menjadi inti pembahasan dalam penelitian ini adalah teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b pada pemetaan kontraksi $\psi - \varphi - \lambda$. Langkah-langkah penelitian ini berlandaskan pada jurnal *"Fixed Point Theorems for* $(\psi - \varphi - \lambda)$ *Contractions in* S_b*-Metric Spaces"* yang tulis oleh K.P.R Sastry, dkk pada tahun 2018.

BAB IV

PENUTUP

Bab berikut ini berisi kesimpulan dan saran-saran yang diperoleh berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan pada bab dan sub bab sebelumya.

4.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dibuahkan dari pembahsan yang telah dilakukan adalah sebagai berikut.

1. Pembuktian Teorema Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik S_b pada Pemetaan Kontraksi ψ-φ-λ dilakukan dengan menyelesaikan beberapa tahap pembuktian. Tahap-tahap pembuktian tersebut adalah:
   a. Pertama, dilakukan sebuah permisalan untuk menyederhanakan metrik yang akan digunakan dalam pembuktian, yang kemudian dilanjutjan dengan membentuk sebuah barisan pada himpunan tak kosong X dan melihat pola barisan tersebut dengan mengunakan kontraksi yang terdapat pada Definisi 3.1.11 Kontraksi ψ-φ-λ.
   b. Selanjutnya dilakukan pembuktian bahwa barisan tersebut Konvergen S_b ke suatu titik di X. Pembuktian ini menggunakan beberapa Teorema yang telah diberikan dan dibuktikan pada sub bab sebelumnya.

c. Ketiga, ditunjukan bahwa barian tersebut merupakan barisan Cauchy S_b di X. Tahap pembuktian ini juga menggunakan beberapa Teorema dan hasil dari tahap pembuktian sebelumnya.

d. Setelah selesai membuktikan ke-konvergen-an dan ke-cauchy-an bariasan tersebut, pembahasan dilanjutkan dengan membuktikan eksistensi dari titik tetap pada pemetaan kontrasksi ψ - φ - λ.

e. Tahap yang terakhir adalah menunjukan bahwa titik tetap yang terdapat pada pemetaan kontraksi ψ - φ - λ tersebut eksis secara tunggal.

2. Barisan yang telah dibentuk pada tahap pembuktian (1a) dibuktikan ke-konvergenan-nya pada tahap pembuktian (1b). Kemudian dengan menggunakan beberapa hasil dari tahap pembuktian (1b), barisan yang tadi dibentuk pada tahap pembuktian (1a) dibuktikan ke-cauchyan-nya pada tahap pembuktian (1c). Setelah menyelesaikan tahap pembuktian (1a,b,c), pembuktian dilanjutkan pada tahap pembuktian eksistensi titik tetap dengan induksi matematis pada tahap pembuktian (1d), yaitu dengan memberikan sebuah pernyataan yang kontradiktif terhadap ketetapan yang berlaku yang kemudian dapat di-negasikan untuk mendapatkan pernyataan yang sesuai dengan ketetapan yang ada dan dengan cara yang sama, selanjutnya dibuktikan bawa titik tetap yang terbukti pada tahap (1d) eksis secara tunggal atau dapat dikatakan sebagai titik tetap tunggal.

4.2 Saran

Berdasarkan keterbatasan penulis, oleh kerena itu berikut ini diberikan beberapa saran dari penulis untuk pembaca atau para peneliti selanjutnya. Saran ini diharapkan dapat menjadikan pembahasan ruang metrik terutama ruang metrik S_b terus berkembang. Berikut ini saran yang penulis dapat berikan.

1. Pembaca diharapkan memahami betul dasar-dasar analis real dan teorema-teorema pada bab iii. Hal tersebut dapat mempermudah dalam memahami alur penelitian secara baik. Selain itu, contoh-contoh yang terdapat pada skripsi ini mungkin belum cukup untuk membantu dalam memahami definisi-definisi yang ada. Oleh karena itu, diharapkan untuk mencari referensi lanjutan untuk memudahkan dalam memahami definisi-definisi yang ada.
2. Peneliti yang ingin melanjutkan penelitian ini ketahap yang lebih lanjut, harap memahami jika penulisan skripsi ini terbatas pada ruang metrik S_b dan titik tetapnya pada pemetaan kontraksi ψ-φ-λ. Selain itu, apabila peneliti ingin tetap dalam lingkup pembahasan yang sama, diharapkan dapat memberikan contoh dan pengaplikasian dari pada teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik S_b pada pemetaan kontraksi ψ-φ-λ

DAFTAR PUSTAKA

Shirali, Satish and Vasudeva, Harkrishan L. 2006. *Metric Spaces*. London : Springer – Verlag.

Bartle, R. G., and Sherbert, D.R. 2011. *Introduction to Real Analysis*. Edisi ke tiga. New York : John Wiley & Sons, Inc.

Yusuf yahya, dkk. 2013. *Matematika Dasar Perguruan Tinggi*. Bogor: Ghalia Indonesia.

Sh. Sedghi, A. Gholidahneh, T. Dosenovic, J. Esfahni, S. Radenovic: *Common Fixed Point of Four Maps in* S_b *Metric Spaces.* Serbia : Linear Topol Algebra 5(2),93-104(2016).

K.P.R Sastry, K.K.M Sarma, P. Krishna Kumari, Sunitha Choudari: *Fixed Point Theorems for* ψ*-Contractions in S-Metric Spaces and KKS-metric Spaces*. India : International Journal of Mathematcs and its applications, Volume 5, Issue 4-E(2017), 619-632, ISSN: 2347-1557.

K.P.R Sastry, K.K.M Sarma, P. Krishna Kumari: *Fixed Point Theorems for* ψ*-*φ*-*λ *Contractions in* S_b *Metric Spaces*. India : International Journal of Mathematics Trends and Technology, Volume 56, No. 1-April 2018, 28-39, ISSN: 2231-5357.

Malahayati : *Analisis Beberapa Teorema Ketunggalan Titik Tetap di Ruang Metrik Multiplikatif* (*Multiplicative Metric Space*) : Journal of Fundamental Mathematics and Aplication, Volume 1, No. 1, Juni 2018, 22-38.