SKRIPSI

KESEMIPRIMAAN ALJABAR LINTASAN ATAS LAPANGAN

ISMAIL ADJI NURFAUZAN
15610046

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2019

KESEMIPRIMAAN ALJABAR LINTASAN ATAS LAPANGAN

Skripsi
Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika

diajukan oleh

ISMAIL ADJI NURFAUZAN
15610046

Kepada
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2019

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama	: Ismail Adji Nurfauzan
NIM	: 15610046
Judul Skripsi	: Kesemiprimaan Aljabar Lintasan Atas Lapangan

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 30 Juli 2019

Pembimbing I

Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si
NIP: 19660731 200003 2 001

Pembimbing II

Muhammad Zaki Riyanto, M.Sc.,
NIP: 19840113 201503 1 001

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga FM-UINSK-BM-05-07/R0

PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : B-3471/Un.02/DST/PP.00.9/08/2019

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : KESEMIPRIMAAN ALJABAR LINTASAN ATAS LAPANGAN

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :

Nama : Ismail Adji Nurfauzan

NIM : 15610046

Telah dimunaqasyahkan pada : 08 Agustus 2019

Nilai Munaqasyah : A

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si
NIP. 19660731 200003 2 001

Penguji I

M. Zaki Riyanto, M.Sc
NIP.19840113 201503 1 001

Penguji II

Malahayati, M.Sc
NIP.19840412 201101 2 010

Yogyakarta, 08 Agustus 2019
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Plh.Dekan

Dr. Agung Fatwanto, S.Si., M.Kom.
NIP. 19770103 200501 1 003

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ismai Adji Nurfauzan

NIM : 15610046

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya prang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 31 Juli 2019

Yang Menyatakan

METERAI TEMPEL

6D68FAFF877966050

6000

ENAM RIBU RUPIAH

Ismail Adji Nurfauzan

Karya sederhana ini penulis persembahkan

untuk Keluarga yang senantiasa memberi semangat

terutama Mama dan Almarhum Bapak

beserta alamamater UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

"Sebaik-baik manusia adalah yang paling bermanfaat bagi manusia lain"

(HR. Bukhari dan Muslim)

PRAKATA

Assalamu'alaikum wr. wb.

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan nikmat yang tak terhingga dan kemudahan sehingga penelitian ini dapat diselesaikan dengan lancar. *Shalawat* beserta salam semoga senantiasa selalu tercurahkan kepada teladan umat manusia, nabi akhir zaman Rasulullah SAW. Penelitian ini mengajarkan penulis banyak hal, selain ilmu matematika khususnya namun mengajarkan miniatur perjuangan kehidupan sesungguhnya dan mendekatkan diri kepada Sang Pencipta dengan matematika. Penulis berharap, penelitian ini dapat bermanfaat dan dapat dikembangkan lebih jauh lagi. Ucapan terimakasih penulis ucapkan kepada :

1. Almamater UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, tempat menuntut ilmu dan belajar berbagai ilmu kehidupan.
2. Bapak Dr. Wakhid Musthofa, M.Si. selaku Ketua program studi matematika sekaligus dosen pembimbing akademik yang selalu mengarahkan kegiatan akademik selama perkuliahan.
3. Ibu Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si. selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan banyak arahan dan semangat dalam pengerjaan penelitian ini.
4. Bapak M. Zaki Riyanto , M.Sc. selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan bimbingan dalam menyempurnakan penelitian ini.

5. Bapak dan Ibu dosen program studi matematika yang banyak memberikan ilmu pengetahuan dan motivasi selama proses perkuliahan.
6. Mama dan almarhum Bapak yang senantiasa menjadi inspirasi dan motivasi besar dalam kehidupan penulis beserta Keluarga besar Kusmadi-Wasiman yang senantiasa mendoakan penulis.
7. Keluarga besar matematika 2015 selaku saudara dan teman seperjuangan.
8. Casvio Sechzehn selaku keluarga dan sahabat yang telah memberi semangat dan motivasi selama berada di Yogyakarta.
9. Keluarga besar LP2KIS (Lembaga Pendidikan dan Pelatihan KOPMA UIN Sunan Kalijaga) yang telah memberi penulis banyak sekali pengalaman dan ilmu kehidupan.
10. Keluarga besar Jama'ah Alumni Darussalam Yogyakarta yang telah menjadi tempat menetap, pulang dan mengadu.
11. KKN 96 Ngepos, Magelang, Jawa Tengah.
12. Terimakasih khusus kepada sahabat karib Hanifuddin, Riyanto, Ramdahani, Maheza dan Wahid yang menemani penulis di tanah rantau. Kepada rekan seperjuangan Sholatan, Khalda, Robbina, Yunianti, Armel, Irfiana. Rekan Algebraic 2015, Ramadhan, Darmawan, Bardiati, Yahadiyana dan Ma'rifah. Semua teman dan pihak yang selalu membantu dan memotivasi yang tak bisa penulis sebutkan satu persatu.

Pepatah mengatakan tak ada gading yang tak retak, penulis menyadari banyak sekali kekurangan dalam penelitian ini. Oleh karena itu, penulis berharap pembaca dapat mengirimkan kritik dan saran sebagai perbaikan dan penambahan wawasan penulis. Semoga penelitian ini dapat bermanfaat. Terimakasih.

Wasalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, Juli 2019

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMBANG

$x \in A$	: x anggota A
$A \subseteq X$	: A himpunan bagian (*subset*) atau sama dengan X
$\in$	: elemen
$\notin$	: bukan elemen
$\emptyset$	: himpunan kosong
$A \setminus B$	: himpunan di A dikurangi himpunan di B
$\preceq$	: relasi mendahului (preorder)
$f : A \to B$	: fungsi dari A ke B
$t : Q_1 \to Q_0$	: fungsi target dari Q_1 ke Q_0
$s : Q_1 \to Q_0$	: fungsi sumber dari Q_1 ke Q_0
$s^{-1}(a)$	: fungsi invers sumber, sisi yang bersumber di verteks $a \in Q_0$.
$\mapsto$	: representasi
$\cong$	: isomorfis
$\Leftrightarrow$	: biimplikasi
$(\Rightarrow)$	: pembuktian syarat perlu
$(\Leftarrow)$	: pembuktian syarat cukup
$Path(Q)$	: basis dari KQ atau himpunan semua lintasan dari quiver Q
δ_{bc}	: kroneker delta
$\blacksquare$	: akhir suatu bukti
$(a\|\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_l\|b)$	: barisan sisi α_1 sampai α_l dari a menuju b
$\sum_{i=1}^{n} a_i$	: penjumlahan $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

INTISARI

Kesemiprimaan Aljabar Lintasan atas Lapangan

Oleh

ISMAIL ADJI NURFAUZAN

15610046

Quiver merupakan himpunan beranggotakan 4 tupel yang ditulis $Q = (Q_0, Q_1, s, t)$ dimana Q_0 merupakan himpunan titik atau verteks, Q_1 merupakan himpunan garis atau *edge* atau sisi, dan s, t merupakan pemetaan dari himpunan sisi ke himpunan verteks, yaitu $s, t : Q_1 \to Q_0$ dimana untuk setiap $\alpha \in Q_1$ berlaku $s(\alpha) \in Q_0$ merupakan fungsi sumber atau *source* dan untuk setiap $\alpha \in Q_1$ berlaku $t(\alpha) \in Q_0$ merupakan fungsi target. Suatu himpunan barisan verteks dan sisi yang berawal dari suatu verteks dan berakhir pada suatu verteks lainnya atau dimungkinkan hanya verteks itu sendiri disebut sebuah lintasan.

Himpunan semua lintasan pada quiver Q dinyatakan dalam $Path(Q)$. Jika diberikan suatu definisi operasi perkalian, himpunan semua lintasan dalam sebuah quiver Q membentuk suatu struktur semigrup. Sebarang struktur semigrup $Path(Q)$ dan sebuah lapangan K akan membentuk struktur bsru disebut semigrup lapangan $KPath(Q)$ atau ditulis secara sederhana dengan KQ. Semigrup lapangan KQ ternyata merupakan sebuah K-aljabar. Layaknya aljabar atas lapangan K memiliki ideal pembangun, aljabar lintasan atas lapangan pun memiliki ideal pembangun. Ideal dalam aljabar lintasan yang memuat sisi-sisi pada quivernya disebut ideal panah. Ideal panah dapat diperumum menjadi ideal I_H yang dikontruksi dari subhimpunan herediter H dalam Q_0.

Ideal I_H yang bersifat semiprima pada aljabar KQ mengakibatkan adanya syarat perlu dan cukup suatu ideal semiprima pada aljabar lintasan atas lapangan. Ideal nol yang semiprima pada aljabar lintasan atas lapangan mengakibatkan adanya syarat perlu dan cukup kesemiprimaan aljabar lintasan atas lapangan.

Kata kunci : Quiver, K-Aljabar, Aljabar Lintasan Atas Lapangan, Ideal Semiprima

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Matematika tak pernah lepas dari kehidupan manusia. Sekalipun beberapa bidang dalam matematika tidak bisa benar-benar diimplementasikan secara *real* dalam kehidupan. Kajian matematika begitu beragam dari bidang matematika terapan hingga bidang matematika murni. Hal ini menjadikan penelitian di dalam matematika sangat beragam pula.

Matematika terapan memiliki banyak sekali macamnya. Teori graf pada bidang matematika terapan menjadi suatu penemuan yang membawa banyak kemudahan dalam kehidupan. Teori ini pertama kali diperkenalkan oleh Euler di Jerman (Rosen,2012. Ia berniat memecahkan suatu masalah pada sebuah jembatan di kota Königsberg pada tahun 1735 (Rosen, 2012). Ia membuat ilustrasi dalam sebuah graf untuk mencoba memecahkan teka-teki di kota itu. Terbukti ilustrasi yang dibuat Euler memecahkan teka-tekinya. Penemuan ini dikembangkan dan dikenal dalam sebuah teori bernama graf (Rosen,2012).

Aljabar merupakan salah satu bidang matematika yang mengajarkan kemampuan berfikir logis dan terbuka. Istilah aljabar diperkenalkan oleh Herman Weyl pada tahun 1933 setelah dia mempelajari lebih lanjut tentang teori lie atas grup kontinu (Kleiner, 2007). Aljabar abstrak dikembangkan pada abad ke-19 (Kleiner, 2007). Klasifikasi aljabar secara garis besar dapat dibagi dalam empat kategori; Pertama aljabar elementer, aljabar elementer berbicara sifat-sifat operasi pada bilangan riil yang ditunjukan dalam bentuk simbol berupa konstansa dan variabel. Kedua aljabar abstrak, aljabar ini sering disebut juga aljabar modern. Aljabar ini mempelajari struktur aljabar yang didefinisikan secara aksiomatis. Ketiga aljabar linear, bidang ini mempelajari sifat-sifat khusu dalam ruang vektor. Terakhir aljabar universal, aljabar ini mempelajari sifat-sifat bersama dari semua struktur aljabar.

Graf merupakan objek penelitian dalam bidang terapan (Matematika diskrit). Seiring berkembangnya pengetahuan dan penelitian dalam matematika, kini graf juga merupakan objek penelitian dalam bidang aljabar. Graf dapat dipandang secara aljabar sebagai pasangan 4 tupel yang terdiri atas himpunan titik, himpunan sisi dan dua buah fungsi.

Graf merupakan objek kombinatorial yang terdiri atas dua himpunan yaitu himpunan *vertex* atau titik dan himpunan *edge* atau garis. Salah satu jenis graf dipandang dari sisinya adalah graf berarah. Graf berarah dalam beberapa litersai aljabar disebut quiver. Quiver merupakan pasangan 4 tupel yang ditulis $Q = (Q_0, Q_1, s, t)$ dimana Q_0 merupakan himpunan titik atau verteks, Q_1 merupakan himpunan garis atau *edge*, dan s, t merupakan pemetaan dari himpunan sisi ke himpunan verteks, yaitu $s, t : Q_1 \to Q_0$ dimana untuk setiap $\alpha \in Q_1$ berlaku $s(\alpha) \in Q_0$ merupakan fungsi sumber atau *source* dan untuk setiap $\alpha \in Q_1$ berlaku $t(\alpha) \in Q_0$ merupakan fungsi target. Suatu himpunan barisan verteks dan sisi yang berawal dari suatu verteks dan berakhir pada suatu verteks lainnya atau dimungkinkan hanya titik itu sendiri disebut sebuah lintasan.

Quiver Q mendefinisikan semua lintasan dalam quiver Q yang dinotasikan dalam $Path(Q)$. Jika himpunan semua lintasan dalam $Path(Q)$ diberikan suatu definisi operasi perkalian, himpunan tersebut akan membentuk suatu struktur semigrup. Struktur semigrup $Path(Q)$ dan sebarang lapangan K akan membentuk strukur baru disebut semigrup lapangan yang dinotasikan dengan $KPath(Q)$ atau ditulis secara sederhana dengan KQ. Semigrup lapangan ternyata merupakan sebuah K-aljabar.

Semigrup yang terbentuk dari quiver dan sebarang lapangan K akan membentuk struktur yang dinamakan aljabar lintasan atas lapangan. Tentunya struktur ini sangat dipengaruhi oleh struktur quivernya.

Seperti halnya K-aljabar, aljabar lintasan juga memiliki sifat-sifat tertentu. Pengembangan dari sifat aljabar dan quivernya sehingga terdapat sifat-sifat yang dimiliki oleh aljabar lintasan atas lapangan serta representasi quivernya (Kurniawan, Indah Emilia , 2012). Barangkat dari sifat aljabar, aljabar lintasan memiliki perluasan yang disebut aljabar lintasan Leavitt, dari keduanya dapat dilihat sifat kesemiprimaannya. Sifat kesemiprimaan ini disebabkan karena sifat struktur aljabarnya yang memiliki sifat *non-degenerate* (Molina , 2009). Aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt diperumum dengan aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif. Sifat kesemiprimaannya ternyata dapat dilihat dari ideal nolnya yang memiliki sifat semiprima pula, dengan demikian sifat ini benar-benar dipengaruhi oleh struktur quivernya (Wardati,2017).

Termotivasi dari penelitian yang telah dilakukan sebelumnya dalam penelitisn Molina pada tahun 2009 dan Wardati pada tahun 2017, penelitian ini akan membahas kesemiprimaan aljabar lintasan atas lapangan. Pada penelitian ini akan melakukan pendekatan dengan melihat ideal-ideal pada aljabar lintasan, dengan begitu ideal nol yang semiprima menyebabkan aljabar lintasannya memiliki sifat semiprima.

1.2. Batasan Masalah

Pembatasan masalah dalam suatu penelelitian diperlukan untuk membatasi permasalahan dari objek penelitian yang dilakukan. Hal ini bertujuan untuk memfokuskan arah pembahasan objek penelitian. Berdasarkan latar belakang di atas, penelitian ini akan difokuskan pada kesemiprimaan aljabar lintasan atas lapangan, dengan mempelajari ideal-ideal yang semiprima.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah, selanjutnya akan dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

1. Bagaimana konsep aljabar lintasan atas lapangan dan sifatnya berdasarkan struktur quivernya?
2. Bagaimana syarat perlu dan cukup kesemiprimaan aljabar lintasan atas lapangan dilihat dari struktur quivernya?

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui konsep aljabar lintasan atas lapangan dan sifatnya berdasarkan struktur quivernya.
2. Mengetahui syarat perlu dan cukup kesemiprimaan pada aljabar lintasan dilihat dari struktur quivernya.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan pengetahuan tentang konsep aljabar lintasan atas lapangan.
2. Sebagai tambahan literasi bidang aljabar di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

1.6. Tinjauan Pustaka

Referensi utama penelitian ini adalah buku berjudul *"Elements of the Representation Theory of Associative Algebras. Volume 1. Techniques of Representation Theory"* yang disusun oleh Ibrahim Assem dkk pada tahun 2006. Buku ini membahas struktur yang ada pada aljabar. Penulis mengacu pada *Chapter 1 : Algebras and Module* dan *Chapter 2: Quiver and Algebras*.

Aljabar lintasan atas lapangan memiliki sifat-sifat seperti K-aljabar. Selain itu teori representasi dapat menjadi bahasan dalam representasi quiver pada aljabar lintasannya (Kurniawan, Indah Emilia, 2012).

Kesemiprimaan pada aljabar lintasan atas lapangan menjadi bagian yang dibahas dalam jurnal yang berjudul *"Algebras of Quotiens of Path Algebra"*. Jurnal ini (Molina , 2009) membahas aljabar faktor pada aljabar lintasan, kesemiprimaan aljabar lintasan Leavitt dan aljabar lintasan atas lapangan. Kesemiprimaan dilihat dari sifat aljabar yang *non-degenerate*, sehingga dapat ditemukan syarat perlu dan cukup suatu aljabar lintasan atas lapangan memiliki sifat semiprima (Molina, 2009). Mercedes Siles Molina membahas ideal I_H dalam aljabar lintasan leavitt atas lapangan yang dibentuk oleh subhimpunan vertex H yang herdediter, dimana berlaku $I_H = I_{\bar{H}}$, dengan $\bar{H}$ merupakan penyaturasi dari H.

Ideal I_H dalam aljabar lintasan Leavitt atas lapangan dapat diperumum dan digunakan dalam aljabar lintasan atas ring komutatif. Penelitian yang berjudul *"Kesemiprimaan Aljabar Lintasan dan Aljabar Lintasan Leavitt"* (Wardati, 2017) membahas aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt yang diperumum menjadi aljabar lintasan atas ring komutatif dengan elemen satuan. Layaknya K-aljabar, aljabar lintasan dapat dilihat ideal-ideal yang membangunnya (Wardati , 2017). Penelitian ini membahas ideal I_H dalam aljabar lintasan yang memiliki sifat semiprima. Ideal nol yang semiprima berakibat adanya syarat perlu dan cukup aljabar lintasan atas ring komutatif memiliki sifat semiprima.

Terinspirasi dari referensi-referensi di atas, penelitian ini akan membahas tentang kesemiprimaan aljabar lintasan atas lapangan dan quiver yang membangunnya. Pertama akan dibahas ideal I_H dalam aljabar lintasan atas lapangan yang dikontruksi dari subhimpunan vertex yang herediter, setelah itu dibahas adanya syarat perlu dan cukup suatu ideal yang semiprima pada alajabar lintasan atas lapangan. Ideal nol yang semiprima akan mengakibatkan syarat perlu dan cukup suatu alajabar lintasan atas lapangan bersifat semiprima.

1.7. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi litaratur. Pengumpulan dan pembahasan dikumpulkan dari berbagai macam literatur yang berkaitan mulai dari definisi, pembuktian teorema dan lema serta contoh yang bersumber dari buku, jurnal, thesis, catatan perkuliahan hingga internet. Penelitian juga dilakukan dengan diskusi bersama peneliti-peneliti yang berhubungan dengan aljabar lintasan atas lapangan.

Penelitian akan membahas aljabar atas lapangan dan semigrup lapangan sebagai motivasi terbentuknya aljabar lintasan atas lapangan. Aljabar lintasan atas lapangan dari struktur quivernya memiliki sifat-sifat tertentu dan akan dibahas ideal-ideal semiprima yang dikontruksi dari subhimpunan verteks yang herediter.

1.8. Sistematika Penulisan

Bagian ini berisi tentang paparan garis-garis besar isi tiap bab. Penyusunan pada penelitian dibagi dalam lima bab yang disusun secara runtut dan sistematis. Berikut rincian dalam setiap bab akan dijelasakan secara umum

1. BAB I (Pendahuluan): Bab ini membahas tentang latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian dan sistematika penulisan.

2. BAB II (Dasar Teori): Bab ini membahas teori-teori dasar yang digunakan dalam pembahasan mulai dari beberapa teori dalam graf, struktur aljabar dari grup, ring hingga lapangan serta ruang vektor.

3. BAB III (K-aljabar dan Semigrup Lapangan): Bab ini membahas teori lanjutan terbentuknya aljabar lintasan atas lapangan. Bab ini membahas K-aljabar dan semigrup lapangan.

4. BAB IV (Kesemiprimaan Ideal dalam Aljabar Lintasan Atas Lapangan): Bab ini merupakan isi dari penelitian. Bab ini membahas tentang quiver, aljabar lintasan atas lapangan, ideal pada aljabar lintasan atas lapangan, kesemiprimaan aljabar lintasan berdasarkan struktur quivernya. Akan disertakan pula contoh sebagai ilustrasi.

5. BAB V (Penutup) : Bab ini merupakan penutup dari penelitian, berisi tentang kesimpulan dari penelitian dan saran bagi pembaca.

BAB V

PENUTUP

Pada bab ini akan diberikan kesimpulan dan saran-saran yang dapat diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

5.1. Kesimpulan

Aljabar lintasan KQ atas lapangan K dikontruksi oleh himpunan semua lintasan dari quiver Q dengan sebarang lapangan K yang membentuk semigrup lapangan. Semigrup lapangan merupakan suatu aljabar atas lapangan K atau K-aljabar, sehingga suatu aljabar lintasan merupakan suatu struktur aljabar. Layaknya aljabar atas lapangan K memiliki ideal pembangun, aljabar lintasan atas lapangan KQ pun memiliki ideal pembangun. Ideal dalam aljabar lintasan disebut ideal panah. Ideal panah dalam aljabar lintasan atas lapangan dapat diperumum menjadi ideal I_H, yaitu ideal yang dikontruksi dari subhimpunan herediter dalam Q_0.

Ideal I_H yang bersifat semiprima pada aljabar KQ mengakibatkan adanya syarat perlu dan cukup suatu ideal semiprima pada aljabar lintasan atas lapangan. Diberikan aljabar lintasan atas lapangan KQ dan subhimpunan herediter $H \subset Q_0$. Ideal $I_H \subseteq KQ$ adalah ideal semiprima jika dan hanya jika untuk setiap lintasan μ dengan $t(\mu) \in M$ dimana $M = Q_0 \setminus H$, terdapat $v \in Path(Q)$ sedemikian sehingga $t(\mu) = s(v)$ dan $s(\mu) = t(v)$. Ideal nol yang semiprima pada aljabar lintasan atas lapangan mengakibatkan adanya syarat perlu dan cukup kesemiprimaan aljabar lintasan atas lapangan. Aljabar lintasan atas lapangan KQ

semiprima jika dan hanya jika untuk setiap lintasan μ terdapat lintasan α sedemikian hingga $t(\mu) = s(\alpha)$ dan $s(\mu) = t(\alpha)$.

SSyarat perlu dan cukup kesemiprimaan aljabar lintasan atas lapangan yang dilihat dari sifat aljabar yang *non-degenerate* sama dengan syarat perlu dan cukup kesemiprimaan yang diakbatkan oleh ideal nol yang semiprima. Hal ini menunjukan bahwa kesemiprimaan suatu aljabar lintasan atas lapangan dapat dilihat melalui ideal nolnya semiprima. Selain itu ideal-ideal dalam aljabar lintasan atas lapangan yang dikontruksi dari subhimpunan herediter dapat dilihat pula kesemiprimaannya.

5.2. Saran

Penelitian ini masih berada dalam lingkup kecil penelitian dalam aljabar lintasan. Aljabar lintasan merupakan objek kajian struktur aljabar yang masih sangat luas untuk diteliti. Aljabar lintasan dapat diperumum lagi menjadi aljabar lintasan leavitt. Objek kajian dapat dikembangkan pada aljabar lintasan leavitt, ideal admisible pada aljabar lintasan dan masih banyak lagi.

DAFTAR PUSTAKA

Aranda Pino, G., Pardo, E., Molina, M.S., 2009, *Prime Spectrum and Primitive Leavitt Path Algebras*, Indiana Univ. Math. Journal 58, 869 890

Assem, Ibrahim, dkk, 2006, *Elements of the Representation Theory of Associative Algebras. Volume 1. Techniques of Representation Theory*, Cambrigde University Press, New York.

Fraleigh, John B., 2002, *A First Course in Abstract Algebra*, Pearson Publisher, USA.

Gilbert, Linda dan Gilbert, Jimmy, 2005, *Element of Modern Algebra 7th Edition*, Cengage Learning, USA.

Kleiner, Israel, 2007, *A History of Abstract Algebra*, Birkhäuser, Boston.

Kurniawan, Vika Yugi, Dr. Indah Emilia W, 2012, *Aljabar Lintasan Atas Lapangan dan Representasi Quiver*, (Thesis Magister Matematika FMIPA UGM). Yogyakarta.

Leon, Steven J., 2002, *Linear Algebra with Applications 6th Edition*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

Malik, D. S., dkk, 2007, *Introduction to Abstract Algebra*, Scientific Word, USA.

Molina, M. Siles, 2009, *Algebras of Quotients of Path Algebra*, J. Algebra

Munir, Rinaldi, 2010, *Matematika Diskrit*, Informatika Bandung, Bandung.

Passman, D., 1977, *The Algebraic Structure of Group Ring*, A Wiley-Interscience Publication, New York.

Rosen, Keneth H., 2012, *Discrete Mathematics and Its Applications 7th Edition*, The McGraww-Hill Companies Inc, USA.

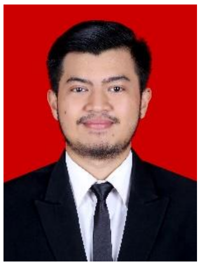
Setiadji, 2008, *Aljabar Linear*, Graha Ilmu, Yogyakarta.

Waliyanti, Ida Kurnia, Dr. Indah Emilia W, 2011, *Aljabar Lintasan Leavitt sederhana*, (Thesis Magister Matematika FMIPA UGM). Yogyakarta.

Wardati, Khurul, 2014, *On Primeness of Path Algebras Over A Unital Commutative Ring*, JP Journal of Algebra, Vol. 34, No. 2, 121-138

Wardati, Khurul, 2017, *Kesemiprimaan Aljabar Lintasan dan Aljabar Lintasan Leavitt*, Journal Fourier, Vol. 6, No.1, 9-20

CURRICULUM VITAE



A. Biodata Pribadi

Nama Lengkap	: Ismail Adji Nurfauzan
Jenis Kelamin	: Pria
Tempat, Tanggal Lahir	: Bandung, 29 April 1997
Alamat Asal	: Jl. Sukaraja II No. 7 RT. 02 RW. 06 Sukaraja, Cicendo, Bandung, Jawa Barat
Email	: adjiismailfz@gmail.com
No. HP	: 0877-3813-1722

B. Latar Belakang Pendidikan

Jenjang	**Nama Sekolah**	**Tahun**
SD\MI	SDN Gunung Rahayu II Bandung	2003 - 2009
SMP\MTS	SMPN 9 Bandung	2009 - 2012
SMA\MA	MA PP. Darussalam Subang	2012 - 2015
S1	Matematika – UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta	2015 - 2019

C. Riwayat Organisasi

Organisasi	**Jabatan**	**Tahun**
OPPD	Staff Bagian Penggerak Bahasa	2010-2011
KOPMA UIN	Anggota	2015-2019
Lembaga Pendidikan dan Pelatihan Kopma UIN (LP2KIS)	Direktur	2017-2018
Jama’ah Alumni Darussalam	Ketua Majelis Pertimbangan Organisasi	2018-2019