SKRIPSI

KONSTRUKSI IDEAL DALAM ALJABAR LINTASAN LEAVITT

MOH HAMBALI DARMAWAN
15610042

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2021

KONSTRUKSI IDEAL DALAM ALJABAR LINTASAN LEAVITT

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika

diajukan oleh

MOH HAMBALI DARMAWAN

15610042

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2021

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Moh Hambali Darmawan
NIM : 15610042
Judul Skripsi : Konstruksi Ideal dalam Aljabar Lintasan Leavitt

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 28 Mei 2021

Pembimbing I

Dr. Hj Khurul Wardati, M.Si.
NIP. 19660731 200003 2 001

Pembimbing II

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc
NIP. 19840113 201503 1 001

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1049/Un.02/DST/PP.00.9/06/2021

Tugas Akhir dengan judul : KONSTRUKSI IDEAL DALAM ALJABAR LINTASAN LEAVITT

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : MOH HAMBALI DARMAWAN
Nomor Induk Mahasiswa : 15610042
Telah diujikan pada : Selasa, 08 Juni 2021
Nilai ujian Tugas Akhir : A/B

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 60d685f1f1cb7

Penguji I

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 60d01b5fb3c60

Penguji II

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom
SIGNED

Valid ID: 60cc6298368df

Yogyakarta, 08 Juni 2021
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 60d685f1ed0cb

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Moh Hambali Darmawan
NIM	: 15610042
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah diterbitkan oleh orang lain, kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 4 April 2021

METERAI TEMPEL
CD76FAJX198754875

Moh Hambali Darmawan

NIM : 15610042

Penulis mempersembahkan karya sederhana ini

untuk keluarga tercinta

”Mengikat binatang dengan tali, mengikat manusia dengan akal”

(Pepatah Melayu)

PRAKATA

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala bentuk nikmat sehingga penelitian ini berjalan dengan baik dan lancar. *Sholawat* dan salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita bersama sang Nabi agung nabi Muhammad SAW.

Penulis menyadari bahwa dalam perjalanannya penelitian ini dibantu oleh banyak pihak sehingga dapat terselesaikan dengan baik. Oleh karena itu dengan kerendahan hati penulis ingin menyampaikan ucapan terimakasih kepada:

1. Ibu Dr. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta dan sekaligus sebagai dosen pembimbing skripsi pertama. Terimakasih banyak atas bimbingannya selama ini sehingga penelitian ini dapat terselesaikan dengan baik.

2. Bapak Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si, M.Si, selaku dosen penasihat akademik yang telah memberikan banyak masukan, saran, serta arahan kepada penulis selama menjadi mahasiswa.

3. Bapak M. Zaki Riyanto, M.Si. selaku dosen pembimbing skripsi kedua yang telah memberikan bimbingan dalam menyempurnakan penelitian ini.

4. Segenap Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang banyak memberikan pengetahuan dan motivasi selama proses perkuliahan.

5. Terimakasih secara khusus penulis sampaikan kepada kedua orang tua dan saudara. Terimakasih banyak atas doa-doanya selama ini dan dukungannya kepada penulis baik secara moril maupun materil.

6. Keluarga Matematika angkatan 2015 sebagai saudara dan teman perjuangan.

7. Keluarga besar Himpunan Mahasiswa Islam (HMI) Komisariat Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijga Yogyakarta. Terimakasih banyak penulis sampaikan karena telah menjadi rumah bagi penulis untuk belajar banyak hal.

8. Teman-teman peminat aljabar yang telah banyak memberikan masukan dan saran kepada penulis.

9. Semua pihak yang penulis tidak dapat sebutkan satu persatu yang telah membantu banyak dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa masih terdapat banyak sekali kekurangan dalam penelitian ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan masukan dan saran guna menambah wawasan penulis dan kesempurnaan penelitian ini. Semoga penelitian ini dapat bermanfaat. Terimakasih.

Yogyakarta, 27 Mei 2021

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMBANG

$x \in A$	: x anggota A
$x \notin A$	: x bukan anggota A
$A \subset X$	: A himpunan bagian (*subset*) X
$A \cup X$	: A gabungan X
$A \subseteq X$	: A himpunan bagian (*subset*) atau sama dengan X
$\mathbb{N}$	: himpunan semua bilangan asli
$\mathbb{Z}$	: himpunan semua bilangan bulat
$\mathbb{R}$	: himpunan semua bilangan real
$\mathbb{R}^+$	: himpunan semua bilangan real positif
$\blacksquare$	: akhir suatu bukti
$\mapsto$	: representasi
$\cong$	: isomorfis
$\sum_{i=1}^{n} a_i$	: penjumlahan $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$
$\Rightarrow$	: implikasi
$\Leftrightarrow$	: bimplikasi
δ_{bc}	: kroneker delta
Path (Q)	: himpunan semua lintasan di graf Q
$\widehat{Q}$	: graf perluasan dari graf Q

INTISARI

Konstruksi Ideal dalam Aljabar Lintasan Leavitt

Oleh

Moh Hambali Darmawan

15610042

Quiver adalah graf berarah yang terdiri dari 4 *tupel* (Q_0, Q_1, s, t) yang terdiri dari dua himpunan, yaitu Q_0 (yang elemen-elemennya disebut titik) dan Q_1 (yang elemen-elemennya disebut garis/panah), serta dua pemetaan $s, t : Q_1 \to Q_0$. Secara berurutan dapat didefinisikan $s(e)$ = sumber dari garis e dan $t(e)$ = target dari garis e. Graf Q dapat diperluas dengan memandang arah sebaliknya dari sisi-sisi dalam Q_1. Sisi dalam Q_1 disebut sisi real *(real edge)* dan sisi dengan arah sebaliknya disebut sisi hantu *(ghost edge)*. Himpunan semua sisi hantu dalam graf Q dinyatakan dengan (Q_1^*).

Aljabar lintasan merupakan aljabar atas lapangan dengan basis himpunan semua lintasan yang ada pada graf. Sedangkan aljabar lintasan Leavitt adalah aljabar lintasan pada graf perluasan dengan memenuhi syarat tertentu. Aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt mempunyai sifat yang sama yaitu sebagai aljabar asosiatif dan aljabar bertingkat.

Layaknya aljabar atas lapangan K yang memiliki ideal pembangun, aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt pun memiliki ideal pembangun. Ideal pembangun dalam aljabar lintasan Leavitt adalah himpunan bagian titik-titik pada graf Q yang disebut dengan herediter dan tersaturasi.

Kata kunci : Quiver, K-aljabar, Aljabar lintasan, Aljabar lintasan Leavitt.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika adalah salah satu cabang ilmu pengetahuan yang berhakikat pada logika, dan pada dasarnya matematika cukup dekat dengan kehidupan manusia, meskipun tidak semuan kajian dalam matematika bisa diterapkan secara nyata dalam kehidupan sehari-hari. Kajian dalam matematika beragam, salah satunya adalah matematika diskrit.

Salah satu objek kajian dalam matematika diskrit adalah teori graf, konsep teori graf sendiri pertama kali diperkenalkan oleh Euler di Jerman. Ia berniat memecahkan suatu masalah pada sebuah jembatan di kota Konigsberg pada tahun 1735 (Rossen, 2012). Ia membuat ilustrasi dalam sebuah graf untuk mencoba memecahkan teka-teki di kota itu. Terbukti ilustrasi yang dibuat Euler memecahkan teta-tekinya. Penemuan ini dikembangkan dan dikenal dalam sebuah teori bernama graf (Rossen, 2012).

Kajian lain dalam matematika adalah aljabar. Istilah aljabar diperkenalkan oleh Herman Weyl pada tahun 1933 setelah dia mempelajari lebih lanjut tentang teori lie atas grup kontinu (Kleiner, 2007). Aljabar sendiri dapat diklasifikasikan menjadi beberapa bagian. Pertama, aljabar elementer yaitu klasifikasi aljabar yang memcatat sifat-sifat operasi bilangan real. Aljabar elementer menggunakn simbol sebagai 'pengganti' untuk menandakan konstanta dan variabel. Aljabar elementer mempelajari aturan tentang ungkapan dan persamaan matematis yang melibatkan simbol-simbol tersebut. Kedua, aljabar abstrak yaitu merupakan salah satu bagian dari aljabar yang secara aksiomatis mendefinisikan dan menyelidiki struktur aljabar seperti grup, ring, lapangan, dan lain sebagainya. Ketiga, aljabar linier yaitu merupakan salah satu klasifikasi aljabar yang mempelajari sifat-sifat khusus ruang vektor (termasuk matriks). Keempat, aljabar universal yaitu klasifikasi yang mempelajari sifat-sifat khusus yang dimiliki semua struktur aljabar. Kelima, aljabar komputasi merupakan bagian dari aljabar yang mengumpulkan manipulasi simbolis benda-benda matematis dalam sistem komputasi.

Objek kajian yang fundamental dalam matematika diskrit adalah teori graf, tetapi seiring dengan perkembangan penelitian dalam matematika, teori graf juga menjadi objek kajian dalam matematika aljabar. Graf juga dapat dipandang secara aljabar sebagai pasangan 4-*tupel* yang terdiri dari dua himpunan (himpunan titik dan himpunan sisi) dan dua pemetaan.

Graf berarah adalah satu jenis graf yang dipandang dari sisinya, dalam beberapa literatur graf berarah disebut juga quiver. Quiver adalah graf berarah yang terdiri dari 4 *tupel* yang dinotasikan dengan $Q = (Q_0, Q_1, s, t)$ yang terdiri dari dua himpunan, yaitu Q_0 (yang elemen-elemennya disebut titik) dan Q_1 (yang elemen-elemennya disebut garis/panah), serta dua pemetaan $s, t : Q_1 \to Q_0$, dimana fungsi s disebut sumber dari sisi dan fungsi t disebut target dari sisi. Barisan sisi-sisi pada graf *Q* disebut sebagai lintasan dan himpunan semua lintasan dalam graf *Q* dinotasikan dengan *Path (Q)*.

Selanjutnya dengan mendefinisikan operasi perkalian pada himpunan semua lintasan dalam graf, himpunan ini mempunyai struktur semigrup. Untuk selanjutnya, sembarang lapangan *K* dan graf *Q* dapat didefinisikan K-aljabar yang disebut dengan aljabar lintasan atas lapangan *K* pada *Q* (dinotasikan dengan *KQ*) yang memiliki basis himpunan semua lintasan pada graf tersebut (Waliyanti, 2012).

Graf dapat diperluas sehingga terbentuk graf baru yang disebut dengan graf perluasan (*extended graph*). Ide perluasan graf ini dilakukan oleh Leavitt dengan menambahkan adanya garis baru yang berlawanan arah dengan garis yang sudah ada pada graf. Garis yang sudah ada pada graf disebut garis nyata (*real edge*) sedangkan garis baru yang dibentuk disebutnya garis hantu (*ghost edge*). Graf perluasan dinotasikan dengan $\widehat{Q} = (Q_0, Q_1 \cup Q_1^*, s', t')$ dimana $Q_1^* = \{e_1^* | e_i \in Q_1\}$ dan fungsi s' dan t' didefinisikan $s'\Big|_{Q_1} = s, t'\Big|_{Q_1} = t$, $t'(e_i^*) = s(e_i)$ dan $s'(e_i^*) = t(e_i)$. Dari graf perluasan ini dapat didefinisikan suatu aljabar atas lapangan yang disebut dengan aljabar lintasan Leavitt (*Leavitt Path Algebra*) (dinotasikan dengan $L_K(Q)$). Aljabar lintasan (KQ) dan aljabar lintasan Leavitt ($L_K(Q)$) mempunyai sifat yang sama yaitu sebagai K-aljabar asosiatif dan aljabar bertingkat (Astriawati, 2015). Penelitian ini tidak banyak membahas perihal aljabar lintasan atas lapangan, pembahasannya hanya sebagai konstruksi awal untuk lebih memahami aljabar lintasan Leavitt. Selanjutnya penelitian ini lebih berfokus pada aljabar lintasan Leavitt dan kontruksi idealnya.

Konstruksi ideal sebagai pembahasan terakhir dalam penelitian ini adalah ideal yang dibentuk dari himpunan bagian dari titik-titik pada graf, himpunan bagian yang dimaksud adalah himpunan bagian herediter dan tersaturasi. Akan dibahas pula nanti I_H (ideal yang dibangun oleh H) dimana berlaku $I_H = I_{\bar{H}}$, dengan $\bar{H}$ adalah penyaturasi dari H.

1.2. Batasan Masalah

Pembatasan masalah pada suatu penelitian diperlukan untuk membatasi permasalahan dari objek penelitian yang dilakukan, hal ini bertujuan untuk memfokuskan arah pembahasan dalam penelitian. Berdasarkan latar belakang di atas, penelitian ini akan difokuskan pada aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leivitt atas lapangan yang dikontruksi dari struktur grafnya dan konstruksi ideal dalam aljabar lintasan leavitt yang dibangun oleh himpunan bagian pada titik-titik dalam grafnya.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah, maka untuk selanjutnya dirumuskan permasalahan sebagai berikut;

1. Bagaimana konsep aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt atas lapangan yang dikonstruksi dari struktur grafnya?
2. Bagaimana konstruksi ideal dalam aljabar lintasan Leavitt yang dibangun dari subhimpunan titik pada grafnya?

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah ;

1. Mengetahui konsep aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt atas lapangan yang dikonstruksi berdasarkan struktur grafnya.
2. Mengetahui konstruksi ideal dalam aljabar lintasan Leavitt yang dibangun berdasarkan subhimpunan titik pada grafnya.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut;

1. Memberikan pengetahuan tentang konsep aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt atas lapangan.
2. Sebagai tambahan literasi matematika dalam bidang aljabar di Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

1.6. Tinjauan Pustaka

Referensi dalam penelitian ini ada beberapa buku dan jurnal diantaranya yang utama merujuk pada Assem, dkk (2006). Penulis mengacu pada *Chapter II : Quiver and Algebras* yang membahas perihal quiver dan aljabar lintasan beserta sifat-sifatnya yang menjadi dasar dalam penelitian ini.

Pembahasan aljabar lintasan Leavitt atas lapangan penulis mengambil banyak referensi dari buku Molina (2012). Sama dengan Assem dkk, Molina dalam buku ini juga membahas aljabar lintasan atas lapangan, tetapi tidak seperti Assem dkk yang begitu rinci membahas aljabar lintasan, Molina hanya membahasnya sebagai dasar untuk lebih memahami aljabar lintasan Leavitt. Molina dalam buku yang sama menyebut bahwa aljabar lintasan Leavitt merupakan aljabar bertingkat lebih tepatnya $\mathbb{Z}$-aljabar bertingkat.

Pengembangan aljabar lintasan Leavitt telah banyak dilakukan, salah satunya dilakukan oleh Wardati (2017) yang juga menjadi rujukan dalam penelitian ini. Dalam penelitiannya, pembahasan aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt tidak atas lapangan tetapi atas ring komutatif unital R. Layaknya K-aljabar, aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt dapat dilihat ideal-ideal yang membangunnya (Wardati, 2017).

Pembahasan ideal dalam aljabar lintasan Leavitt diawali dengan pengenalan himpunan bagian titik-titik suatu graf secara khusus, yaitu herediter dan saturasi (Waliyanti, 2012). Pembahasan ideal dalam aljabar lintasan Leavitt yang dibangun oleh subhimpunan yang herediter tidak harus tersaturasi dibahas oleh Waliyanti (2012). Dalam pembahasannya, ideal yang dibahas adalah ideal bertingkat pada aljabar lintasan Leavitt yang juga merupakan aljabar bertingkat.

Mangacu dari beberapa referensi diatas, penelitian ini lebih umum nanti akan membahas aljabar lintasan Leavitt dan lebih khusus pembahasannya tentang kontruksi ideal dalam alajabar lintasan leavitt atas lapangan K. Pertama sebagai kontruksi awal yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah perihal aljabar lintasan. Setelahnya akan dibahas subhimpunan herediter dan tersaturasi sebagai bagian dari pembahasan I_H yang dibangun dari subhimpunan herediter dan tersaturasi.

1.7. Metode Penelitian

Metode penelitian skripsi ini menggunakan metode studi literatur dengan menjadikan buku-buku dan jurnal ilmiah yang membahas aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt sebagai sumber informasi.

Secara umum langkah-langkah yang dilakukan selama penelitian sampai dengan diperolehnya hasil penelitian adalah sebagai berikut :

1. Kajian toeri-teori dasar yang berkaitan dengan K-aljabar dan graf sebagai kotruksi awal untuk memahami aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt, di antaranya grup, ring, lapangan, dan ruang vektor.

2. Pengembangan penelitian selanjutnya dilakukan dengan mempelajari aljabar lintasan atas lapangan K (KQ) yang di kontruksi dari struktur grafnya dan sifat-sifatnya.

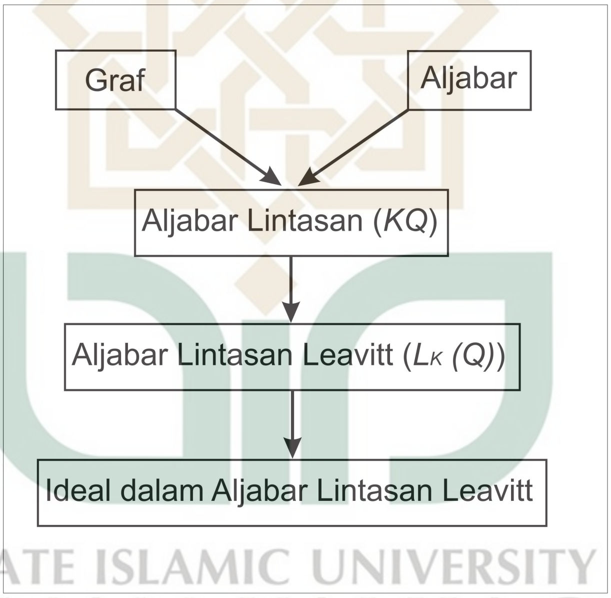
3. Kajian aljabar lintasan atas lapangan K diperlukan karena pembahasan aljabar lintasan menjadi dasar dalam memahami aljabar lintasan Leavitt atas lapangan K $(L_K(Q))$ secara khusus. Aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt mempunyai sifat yang sama yaitu sebagai aljabar asosiatif.

4. Kontruksi ideal dalam aljabar lintasan Leavitt yang dibangun dari subhimpunan H yang herediter (tidak harus tersaturasi) menjadi pembahasan yang fundamen-

tal dalam penelitian ini yang sebelumnya dipelajari terlebih dahulu definisi dari subhimpunan herediter dan tersaturasi itu sendiri.

5. Pengembangan penelitian selajutnya dilakukan untuk membuktikan bahwa ideal yang dibangun dari sebhimpunan yang herediter (I_H) akan sama dengan $I_{\bar{H}}$ dimana $\bar{H}$ adalah penyaturasi dari H.

Langkah langkah penelitaian di atas dapat disederhanakan dalam bentuk diagram berikut:



Gambar 1.1 ***Flowchat*** **langkah-langkah penelitian**

1.8. Sistematika Penulisan

Penulisan penelitian skripsi ini dibagi menjadi lima bab yaitu :

1. BAB I PENDAHULUAN

   Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

2. BAB II DASAR TEORI

   Bab ini menjelaskan tentang dasar teori sebagai dasar untuk memahami bab-bab selanjutnya. Bab dasar teori ini berisi tentang graf, grup, ring, lapangan hingga ruang vektor.

3. BAB III ALJABAR LINTASAN

   Bab ini menjelaskan tentang materi sebagai dasar untuk memahami aljabar lintasan Leavitt. Bab aljabar lintasan ini membahas tentang quiver, lintasan, aljabar atas lapangan, dan aljabar lintasan atas lapangan.

4. BAB IV ALJABAR LINTASAN LEAVITT DAN KONTSRUKSI IDEALNYA.

   Bab ini adalah pembahasan pada penelitian ini yang berisi tentang aljabar lintasan Leavitt, herediter dan tersaturasi, dan ideal dalam aljabar lintasan Leavitt.

5. BAB V PENUTUP.

   Bab ini membahas mengenai kesimpulan dari penelitian dan saran untuk penelitian-penelitian selanjutnya.

BAB V

PENUTUP

Pada bab ini akan diberikan kesimpulan dan saran-saran yang dapat diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

5.1. Kesimpulan

Aljabar lintasan (*path algebra*) merupakan aljabar atas lapangan dengan basis himpunan semua lintasan yang ada pada graf (dalam hal ini graf dipandang secara aljabar, bukan sebagai objek kombinatorial). Aljabar lintasan (KQ) atas lapangan K dikontruksi oleh himpunan semua lintasan dari graf Q dengan sembarang lapangan K. Untuk selanjutnya, graf dapat diperluas sehingga terbentuk graf baru yang disebut dengan graf perluasan. Dari graf perluasan ini dapat didefinisikan suatu aljabar atas lapangan yang disebut dengan aljabar lintasan Leavitt (*Leavitt Path Algebra*).

Aljabar lintasan Leavitt adalah aljabar lintasan pada graf perluasan dengan memenuhi syarat **Cuntz-Krieger** yaitu (CK1) $e_i^* e_j = \delta_{ij} t(e_j)$, untuk setiap $e_j \in Q_1; e_i^* \in Q_1^*$, (CK2) $a_i = \sum_{(e_j \in Q_1, s(e_j) = a_i)} e_j e_j^*$, untuk setiap $a_i \in Q_0$ dengan a_i bukan $sink$. Layaknya K-aljabar yang memiliki ideal pembangun, aljabar lintasan Leavitt juga memliki ideal pembangun yang dikonstruksi oleh subhimpunan herediter dan tersaturasi.

Ideal pada aljabar lintasan Leavitt yang dibangun oleh H yang herediter (tidak harus tersatutasi) adalah $I_H = span\{pq^* : p, q \in pathQ, t(p) = t(q) \in H\}$, selanjutnya dapat dibentuk ideal $I_H = I_{\bar{H}}$ dengan $\bar{H}$ adalah penyaturasi dari H.

5.2. Saran

Setelah membahas aljabar lintasan secara umum dan aljabar lintasan Leivitt secara khusus, dapat disadari bahwa penelitian aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt dalam skripsi ini masih dapat dikembangkan pada pembahasan yang lebih luas. Objek kajian dapat diperluas pada kesemiprimaan aljabar lintasan Leavitt, ideal admisible pada aljabar lintasan Levitt dan sebagainya.

DAFTAR PUSTAKA

Abrori, M., dan Setiani, Rike Nur., 2015, *Implementasi Algoritma Best-First Search (BeFS) Pada Penyelesaian Traveling Salesman Problem (TSP) (Studi Kasus : Perjalanan Wisata di Kota Yogyakarta)*, Jurnal Fourier, Vol. 4. No.2, 93-111

Assem, Ibrahim, dkk., 2006, *Elemen of the Representation Theory of Associative Algebras. Volume 1. Tecniquest of Representation Theory*, Cambrigde University Press, New York.

Astriawati , Ningrum, 2015, *Aljabar Lintasan Leavitt Semiprima*, Jurnal Derivet, Vol. 2. No.2, 12-15

Fraleigh, Jhon B., 2002, *A First Course in Abstract Algebra*, Pearson Publisher , USA.

Kleiner, Israel., 2007, *A History of Abstract Algebra* , Birkhauser , Boston.

Leon , Steven J., 2002, *Linier Algebra with Applications 6th Edition*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

Malik, D. S. dkk., 2007, *Introduction to Abstract Algebra*, Scientific Word, USA.

Molina, M. Siles., 2009, *A Course on Leavitt Path Algebras*, Monastir, tunisia.

Morin, Max, 2014, *Quiver Algebras*, U.U.D.M. Project Report 2014:34 Uppsala University.

Munir, Rinaldi, 2010, *Matematika Diskrit*, Informatika Bandung, Bandung.

Muniri, 2016, *Struktur Aljabar*, Kalimedia, Yogyakarta.

Rorres, Anton., 2004, *Aljabar Linier Elementer*, Erlangga, Jakarta.

Rossen, Keneth H., 2004, *Discrete Mathematics and Its Applications 7th Editions* , The McGraww-Hill Companies Inc, USA.

Setiadji, 2008, *Aljabar Linier*, Graha Ilmu, Yogyakarta.

Setiawan, Adi., 2014, *DASAR-DASAR ALJABAR MODERN: TEORI GRUP DAN TEORI RING*, Tisara Grafika, Salatiga.

Waliyanti, I. Kurnia., 2012, *Ideal dalam Aljabar Lintasan Leavitt*, Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika, Vol. 1, No. 2, 10-12.

Wardati, Khurul, 2017, *Kesemiprimaan Aljabar Lintasan dan Aljabar Lintasan Leavitt*, Journal Fourier, Vol. 6. No.1, 9-20