PENYELESAIAN PERSAMAAN SCHRODINGER UNTUK OSILATOR HARMONIK MENGGUNAKAN METODE NUMEROV

SKRIPSI

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Program Studi Matematika

diajukan oleh

NUR FAIZAH

16610010

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2021

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Nur Faizah
NIM : 16610010
Judul Skripsi : Penyelesaian Persamaan Schrodinger untuk Osilator Harmonik Menggunakan Metode Numerov

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 2 Juni 2021

Pembimbing II	Pembimbing I
Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom.	Dr. Sugiyanto, S.Si., M.Si.
NIP: 19720423 199903 1 003	NIP: 19800505 200801 1 028

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1058/Un.02/DST/PP.00.9/06/2021

Tugas Akhir dengan judul : Penyelesaian Persamaan Schrodinger untuk Osilator Harmonik Menggunakan Metode Numerov

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : NUR FAIZAH
Nomor Induk Mahasiswa : 16610010
Telah diujikan pada : Jumat, 18 Juni 2021
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Dr. Sugiyanto, S.Si., M.Si
SIGNED

Valid ID: 60dbeedec78d8

Penguji I

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom
SIGNED

Valid ID: 60dbf871edd26

Penguji II

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 60da9eee7b0a0

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 18 Juni 2021
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 60dc16478818e

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Nur Faizah

NIM : 16610010

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penilis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya prang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 2 Juni 2021

Yang Menyatakan

Nur Faizah

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya ini saya persembahkan untuk :

Kedua orang tua yang selalu mendoakan, memberi dukungan serta semangat demi kesuksesan saya.

Kepada seorang laki-laki yang menemani saya selama 5 tahun terakhir ini dan selalu meluangkan waktu serta memotivasi saya.

Kepada teman-teman yang selalu mendukung dan menjadi pendengar yang baik ketika saya merasa gelisah.

Teman-teman matematika angkatan 2016 yang telah berjuang bersama selama kurang lebih 4 tahun.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

MOTTO

Yang terpenting adalah kamu tidak boleh menyerah, jangan takut untuk memperlambat gerakmu. Yang harus kamu takutkan adalah jika kamu mulai berhenti.

(Rando Kim)

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PRAKATA

Alhamdulillah, dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, karena rahmat serta hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul ”Penyelesaian Persamaan Schrodinger untuk Osilator Harmonik Menggunakan Metode Numerov” guna untuk memenuhi syarat memperoleh derajat sarjana di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Sholawat serta salam kami haturkan kepada junjungan Nabi Agung Muhammad SAW, yang kita nantikan safaatnya di yaumul kiamah nanti. Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak dapat terselesaikan tanpa motivasi, dukungan, bantuan, bimbingan serta arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati izinkan penulis mengucapkan rasa terima kasih kepada :

1. Prof. Dr. Phil Al Makin, MA., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

2. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.

3. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi dan selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan pengarahan serta bimbingan kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

4. Dr. Sugiyanto, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan pengarahan serta bimbingan kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

5. Dr. Epha Diana Supandi, S.Si, M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan kepada penulis semasa kuliah.

6. Bapak/Ibu Dosen dan Staf Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta atas ilmu, bimbingan dan pelayanan selama perkuliahan dan penyusunan skripsi sampai selesai.

7. Bapak Nasuha dan Ibu Kustiyowati, terima kasih atas doa yang dipanjatkan, kasih sayang, serta bimbingan yang diberikan kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dan memiliki banyak pengalaman.

8. Zainul Khozin, terima kasih atas dukungan dan bantuan, karena hampir setiap hari direpotkan penulis dalam menyelesaikan skripsi juga sudah menjadi teman selama 4 tahun dari semester 1 sampai sekarang.

9. Teman-teman Majlis Cinta atas kebersamaan dan memotivasi penulis selama menyelesaikan penyusunan skripsi.

10. Teman-teman Prodi Matematika Angkatan 2016 atas kebersamaan serta ilmunya yang tidak akan pernah penulis lupakan.

11. Teman-teman KKN di Magirejo Kabupaten Gunung Kidul.

12. Teman-teman kos yang selalu menemani penulis selama menyelesaikan penyusunan skripsi.

13. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu atas bantuan baik secara langsung maupun tidak langsung.

Penulis sadar akan adanya banyak kesalahan dalam penulisan skripsi ini. Oleh sebab itu, penulis mengharapkan kritik dan saran demi kebaikan skripsi ini,

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

karena kesempurnaan hanya milik Allah. Namun demikian, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan dapat memberikan atau menambah referensi yang baru bagi pembaca.

Yogyakarta, 5 Januari 2021

Penulis

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . . **i**

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI . . . . . **ii**

HALAMAN PENGESAHAN . . . . . **iii**

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN . . . . . **iv**

HALAMAN PERSEMBAHAN . . . . . **v**

HALAMAN MOTTO . . . . . **vi**

PRAKATA . . . . . **vii**

DAFTAR ISI . . . . . **x**

DAFTAR TABEL . . . . . **xiii**

DAFTAR GAMBAR . . . . . **xiv**

DAFTAR LAMBANG . . . . . **xv**

INTISARI . . . . . **xvi**

I PENDAHULUAN **1**

1.1. Latar Belakang Masalah 1

1.2. Rumusan Masalah 4

1.3. Batasan Masalah 4

1.4. Tujuan Penelitian 5

1.5. Manfaat Penelitian 5

1.6. Tinjauan Pustaka 5

1.7. Sistematika Penulisan 9

II LANDASAN TEORI **11**

2.1. Persamaan Diferensial 11

2.2. Persamaan Gelombang 16

2.2.1. Persamaan Schrodinger 18

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2.2.2. Probabilitas dan Normalisasi 19
2.2.3. Persamaan Schrodinger Bebas Waktu 21
2.2.4. Osilator Harmonik 22
2.3. Metode Numerik 24
2.3.1. Deret Taylor 25
2.3.2. Supremum dan Infimum 26
2.3.3. Algoritma *Root Finding* 27
2.3.4. Orde Hampiran 35
2.3.5. Algoritma Numerov 36
2.4. Masalah Nilai Awal dan nilai batas 37
2.4.1. Metode *Shooting* 40
2.4.2. Metode *Matching* 46
III METODE PENELITIAN 49
IV PEMBAHASAN 51
4.1. Pembentukan Persamaan Schrodinger untuk Osilator Harmonik . . 51
4.1.1. Persamaan Schrodinger 51
4.1.2. Osilator Harmonik 54
4.2. Metode Numerov untuk Persamaan Schrodinger pada Osilator Harmonik 55
4.3. Metode *Shooting* untuk Persamaan Schrodinger 59
4.3.1. Diskritisasi Persamaan Schrodinger Bebas Waktu 61
4.3.2. Diskritisasi kondisi Awal 62
4.3.3. Normalisasi 63
4.3.4. Masalah Nilai Eigen 64
4.3.5. Menghtung Node 65
4.3.6. Metode Bagi Dua pada Nilai Eigen Energi 65
4.4. Metode *Matching* 66

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

4.5. Potensial Simetris 69

4.5.1. *Shooting* dari Tengah 69

V SIMULASI NUMERIK 71

5.1. Penggunaan Fortran 95 71

5.2. Hasil Simulasi Numerik 79

VI PENUTUP 85

6.1. Kesimpulan 85

6.2. Saran 86

DAFTAR PUSTAKA 87

A SKRIP PROGRAM FORTRAN 95 89

B HASIL GRAFIK 96

2.1. Kasus I 96

2.2. Kasus II 99

2.3. Kasus III 107

DRAF PAPER 118

CURRICULUM VITAE 126

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR TABEL

1.1 Tinjauan Pustaka 8

5.1 Nilai Eigen Energi dengan $N = 100$ 82

5.2 Nilai Eigen Energi dengan $N = 200$ 83

5.3 Nilai Eigen Energi dengan $N = 300$ 84

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR GAMBAR

2.1 Diagram ilustrasi metode bagi dua. Perhatikan bahwa ukuran interval berkurang setengahnya dengan setiap iterasi. 29

2.2 Solusi untuk masalah nilai batas $y(x)$ (hitam) dan solusi untuk masalah nilai awal $u_\alpha(x)$ (putus-putus) untuk berbagai nilai α 42

3.1 Langkah-langkah Penelitian 50

5.1 Input data 72

5.2 output nilai eigen energi dengan $N = 100$ 73

5.3 *page setup* 74

5.4 menu data 75

5.5 sebelum klik *kill* 76

5.6 setelah klik *kill* 77

5.7 menu *plot* 78

5.8 $N = 100$ 80

5.9 $N = 200$ 81

5.10 $N = 300$ 81

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMBANG

p	: momentum
m	: massa
h	: konstanta Plank ($6,6261 \times 10^{-34} J.s$)
$\hbar$	: konstanta Dirac (h-bar, nilai $1,0546 \times 10^{-34} J.s$)
$\psi(x)$	: fungsi gelombang Scrodinger terhadap x (posisi)
$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$	: turunan partial kedua fungsi y terhadap x
y''	: turunan kedua fungsi y terhadap x
ψ''	: turuan kedua fungsi gelombang Scrodinger terhadap x
$\frac{\mathrm{d}^2\psi(x)}{\mathrm{d}x^2}$	: turunan kedua fungsi gelombang Scrodinger terhadap x
F	: gaya
K	: energi kinetik
k	: konstanta pegas
x	: perpindahan dari posisi kesetimbangan
$V(x)$	: energi potensial
E_n	: nilai eigen energi ke-n
N	: jumlah node
s	: parameter metode *shooting*
$\blacksquare$	: akhir suatu bukti

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

INTISARI

Penyelesaian Persamaan Schrodinger untuk Osilator Harmonik

Menggunakan Metode Numerov

Oleh

NUR FAIZAH

16610010

Persamaan Schrodinger adalah suatu persamaan diferensial parsial orde dua yang menjelaskan tentang perilaku gelombang dari partikel. Permasalahan yang dapat diselesaikan dengan Persamaan Schrodinger adalah osilator harmonik sederhana. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penyelesaian Persamaan Schrodinger untuk osilator harmonik dengan menggunakan Metode Numerov dengan titik balik klasik dalam dan luar yang dapat digunakan pada bidang lain (misalnya spektroskopi molekuler) dan solusi numeriknya. Langkah-langkah dalam penyelesaian Persamaan Schrodinger untuk osilator harmonik dengan Metode Numerov diawali dengan memilih subinterval N. Kemudian dibentuk fungsi $f_i(x_i, y_i) = \frac{\mathrm{d}^2 y_i}{\mathrm{d}x_i^2}$ dengan menggunakan rumus Numerov sehingga terbentuk persamaan yang berulang. Dalam penyelesaiannya, Persamaan ini akan dilengkapi dengan nilai awal dan nilai batas yang akan diselesaikan menggunakan Metode *Shooting* kemudian disubstitusikan ke persamaan yang telah diselesaikan menggunakan Metode Numerov. Selanjutnya dicari nilai eigen energi dengan jumlah subinterval yang berbeda. Hasil penelitian ini ditampilkan dalam bentuk grafik dan nilai eigen energi. Fungsi gelombang ditampilkan dalam bentuk grafik hubungan antara fungsi gelombang dan jarak. Subinterval yang dipilih pada penelitian yaitu subinterval $N = 100$ menghasilkan nilai eigen sebesar $0.4999996...$, subinterval $N = 200$ menghasilkan nilai eigen energi sebesar $0.49999997...$ dan subinterval $N = 300$ menghasilkan nilai eigen energi sebesar $0.49999999...$ dengan jumlah iterasi 39.

Kata kunci : Persamaan Schrodinger, Osilator Harmonik, Metode Numerov, Metode Shooting

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Mekanika kuantum merupakan bagian paling mendasar dalam ilmu fisika yang menjelaskan tentang atom. Mekanika kuantum berperan dalam penyusunan bidang fisika ke persamaan matematika misalnya dalam fisika atom, fisika kuantum, fisika partikel, fisika molekuler dan fisika nuklir. Sekitar pertengahan tahun 1920, teori kuantum mulai dikembangkan dalam berbagai bentuk persamaan matematika. Salah satu bentuk pengembangan dari teori kuantum berupa suatu fungsi matematika yang disebut dengan fungsi gelombang. Fungsi tersebut memaparkan informasi terkait dengan properti fisik sebuah partikel yang diantaranya amplitudo probabilitas dari suatu posisi dan momentum. Salah satu kasus fisika kuantum yang berupa persamaan matematika adalah persamaan Schrodinger.

Peranan Persamaan Schrodinger pada mekanika kuantum sangatlah penting. Persamaan Schrodinger tersebut berperan dalam mempresentasikan suatu partikel dan elektron. Penyelesaian Persamaan Schrodinger sendiri berupa fungsi gelombang dan energi dari suatu partikel yang mana hasil tersebut digunakan untuk menjelaskan kondisi dari partikel dalam bumi (Suparmi, 2011).

Erwin Schrodinger melakukan penelitian tentang perilaku elektron sekitar tahun 1925-1926. Hasil dari penelitian menyatakan bahwa pesamaan diferensial untuk gelombang dapat menjelaskan perilaku elektron, termasuk juga tingkatan energi elektron pada atom. Persamaan diferensial tersebut dinamakan Persamaan Scrhodinger. Persamaan Schrodinger diibaratkan sebagai jantung pada mekanika

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

kuntum karena peranannya yang sangat penting dalam mekanika kuantum. Fenomena kuntum dapat dipahami secara konsepsional dan matematis menggunakan Persamaan Schrodinger. Beberapa aplikasi Persamaan Schrodinger antara lain partikel bebas, partikel dalam kotak, potensial undakan, sumur potensial dan osilator harmonik.

Persamaan Schrodinger yang dikaji pada penelitian ini adalah Persamaan Schrodinger satu dimensi yang tidak bergantung pada waktu karena penelitian ini hanya berfokus pada keadaan yang mungkin terjadi pada elektron pada selang waktu yang panjang sehingga faktor waktu pada persamaan tersebut diabaikan dan pula lebih menyederhanakan penyelesaian. Solusi dari persamaan tersebut berupa fungsi gelombang $\psi(x)$ dan energi E yang dikenal sebagai nilai eigen energi. Pada penyelesaian Persamaan Schrodinger diperlukan masalah nilai awal dan nilai batas untuk penyelesaian yang spesifik. Penyelesaian nilai batas pada Persamaan Schrodinger menggunakan Metode *Shooting*. Pada Metode *Shooting* akan dilakukan pereduksian masalah nilai batas diubah menjadi nilai awal dan kemudian menyelesaikan seperti sebelumnya.

Osilasi adalah hasil pengukuran dari getaran secara berkala terhadap waktu. Misalnya ayunan pada bandul, gerak harmonik pada pegas, shockabsorber pada mobil, jam mekanik, dan garpu tala. Pengertian vibrasi atau getaran kerap dianggap memiliki arti yang sama dengan osilasi. Padahal kedua pengertian tersebut berbeda. Istilah vibrasi hanya diperuntukkan pada osilasi mekanik. Terjadinya osilasi banyak ditemukan baik berupa kejadian fisik, biologi maupun di kehidupan sehari-hari. Osilasi dibagi dua, yaitu osilasi harmonik sederhana dan osilasi harmonik kompleks. Gerak harmonik sering ditemukan pada osilasi harmonik sederhana. Gerak harmonik dapat ditemukan pada suatu sistem dalam keadaan setimbang baik statis maupun dinamis yang disimpangkan hingga dihasilkan gerak osilasi yang mana

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

gerak tersebut diperoleh dari pergerakan osilator hamonik yang memiliki kontanta pegas k dan bermassa m.

Getaran kecil di sekitar daerah yang memiliki keseimbangan yang stabil dapat dijelaskan menggunakan osilator harmonik secara fisika. Osilator harmonik sama halnya dengan sistem fisika lainnya yang memiliki getaran. Osilator harmonik dapat digunakan untuk memodelkan getaran sederhana dari suatu benda. Dalam mekanika kuantum, osilator harmonik digunakan untuk mempertimbangkan gerak pada partikel satu dimensi contohnya pergetaran inti atom bermassa m dari molekul diatomik.

Berbagai metode matematika telah diusulkan untuk mendapatkan solusi Persamaan Gelombang Schrodinger untuk osilator harmonik yang tepat dan mendekati. Salah satu metode yang efektif digunakan untuk menyelesaikan persamaan tersebut adalah Metode Numerov. Metode Numerov dikembangkan oleh Boris Vasilevich Numerov. Penyelesaian persamaan difernsial biasa orde kedua yang tidak mengandung syarat orde pertama dapat menggunakan Metode Numerov, misalnya Persamaan Schrodinger tak bergantung waktu dalam satu dimensi.

Metode Numerov merupakan metode numerik yang dipergunakan untuk mencari solusi dari persamaan diferensial orde dua dilengkapi masalah nilai batas. Metode Numerov merupakan sebuah metode pengembangan dari deret Taylor untuk menyelesaikan Persamaan Gelombang Schrodinger untuk osilator harmonik. Metode Numerov dipilih karena memiliki ketelitian yang cukup tinggi jika dibandingkan dengan metode lainnya. Ketelitian ini ditandai dengan galat pemotongan hingga orde ke-6. Semakin tinggi orde galat pemotongan, semakin tinggi pula ketelitian solusi hampirannya. Orde galat pemotongan dikatakan tinggi ketika suku dari Deret Taylor diperhitungkan lebih banyak (Riani, 2015).

Pembahasan yang akan dituangkan oleh penulis pada penelitian ini adalah

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

penggunaan Metode Numerov dalam menyelesaikan suatu persamaan diferensial. Persamaan yang diselesaikan yaitu Persamaan Schrodinger satu dimensi yang tidak bergantung dengan waktu untuk potensial osilator harmonik. Adapun langkah-langkah dalam penyelesaian Persamaan Schrodinger untuk osilator harmonik dengan Metode Numerov dimulai dengan menentukan node N. Kemudian dibentuk fungsi $f_i(x_i, y_i) = \frac{\mathrm{d}^2 y_i}{\mathrm{d}x_i^2}$ dengan menggunakan rumus Numerov sehingga terbentuk persamaan yang berulang. Sedangkan penyelesaian nilai awal dan nilai batas pada persamaan tersebut menggunakan Metode *Shooting* kemudian disubstitusikan ke persamaan yang telah diselesaikan menggunakan Metode Numerov. Selanjutnya dicari nilai eigen energi dengan jumlah subinterval yang berbeda.

1.2. Rumusan Masalah

Pada skripsi ini akan dirumuskan beberapa masalah antara lain :

1. Bagaimana pembentukan Persamaan Schrodinger tidak bergantung waktu pada osilator harmonik ?

2. Bagaimana pembentukan Algoritma Numerov untuk menyelesaikan Persamaan Schrodinger satu dimensi yang tidak bergantung waktu pada osilator harmonik?

3. Bagaimana menyelesaikan masalah nilai eigen pada Persamaan Schrodinger yang tidak bergantung waktu pada osilator harmonik menggunakan Metode Numerov?

1.3. Batasan Masalah

Pada penyusunan skripsi ini, penulis membatasi permasalahan hanya pada penyelesaian numerik pada Persamaan Schrodinger satu dimensi yang tidak bergantung waktu untuk osilator harmonik dengan menggunakan Metode Numerov. Sedangkan penyelesaian nilai batas pada persamaan tersebut menggunakan metode

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Shooting Bisection. Persamaan Schrodinger untuk osilator harmonik yang digunakan dengan bentuk :

$$\psi''(x) = -\frac{2m}{\hbar^2}[E - \frac{1}{2}kx^2]\psi(x)$$

.

1.4. Tujuan Penelitian

Penelitian ini mempunyai tujuan yang dirumuskan sebagai berikut :

a. Mengetahui pembentukan Persamaan schrodinger yang tidak bergantung waktu pada osilator harmonik.

b. Mengetahui pembentukan Algoritma Numerov untuk menyelesaikan Persamaan Schrodinger yang tidak bergantung waktu pada osilator harmonik.

c. Bagaimana menyelesaikan masalah nilai eigen pada Persamaan Schrodinger yang tidak bergantung waktu pada osilator harmonik menggunakan Metode Numerov.

1.5. Manfaat Penelitian

Pada penulisan skripsi ini, penulis berharap pembaca dapat memperoleh manfaat dari penyusunan skripsi ini yaitu dapat memberikan pemahaman tentang penggunaan Metode numerov sebagai salah satu metode untuk menyelesaikan Persamaan Schrodinger yang tidak tergantung waktu untuk osilator harmonik.

1.6. Tinjauan Pustaka

Penulisan skripsi ini mengacu pada literatur yang tertera pada daftar pustaka sebagai landasan teori yang sesuai dengan pembahasan penelitian. Dasar teori yang digunakan penulisan skripsi ini diambil dari buku, jurnal, artikel, skripsi, dan masih banyak lagi yang berhubungan dengan pembahasan penelitian. Dasar teori tentang

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

osilator harmonik mengacu pada buku yang ditulis oleh krane (2019). Beberapa dasar teori tentang persamaan gelombang dan Persamaan Schrodinger mengacu pada buku yang disusun oleh Izaac (2018) dan Siregar (2018). Sedangkan beberapa dasar teori yang berkaitan dengan Metode *Shooting* dan Metode *Matching* mengacu pada buku yang disusun oleh Izaac (2018). Dasar teori tentang pembentukan Metode Numerov mengacu pada buku yang disusun oleh Koonin (2018) dan dua jurnal yaitu jurnal yang dususun oleh Riani dkk. (2015) dan TATU dkk. (2007). Adapun tinjauan pustaka yang digunakan sebagai berikut

1. E-jurnal yang berjudul ”Eigenvalue Problem for Schrdinger Equation Using Numerov Method” oleh Cosmin TATU, Mihai RIZEA, Niculae N. PUCA (2007). Jurnal tersebut berisi tentang penyelesaian Persamaan Schrodinger satu dimensi pada potensi *wood sexon* menggunakan Metode Numerov. Pada jurnal tersebut mencantumkan pula pemilihan ukuran langkah, mengubah ukuran langkah, iterasi pada nilai eigen, menetapkan batas atas dan bawah pada nilai eigen, menentukan rentang koordinat yang berguna untuk integrasi numerik.

2. Skripsi yang berjudul ”Solusi Problem Gaussian Pairing dalam Basis Osilator Harmonik Menggunakan Teori Perturbasi dan Metode Numerik” oleh Firdha Anisa Najiya Merdeka Sari (2014), mahasiswa Institut Pertanian Bogor. Skripsi ini berisi tentang cara mengetahui profil dari energi dan fungsi gelombang dari sebuah sistem osilator harmonik yang diberi Potensial Gaussian.

3. E-jurnal Matematika Statistika dan Terapan yang berjudul ”Penyelesaian Masalah Nilai Eigen untuk Persamaan Diferensial Sturm-Liouville dengan Metode Numerov” oleh Iyut Riani, Nilamsari Kusumastuti, Mariatul Kiftiah (2015). Jurnal tersebut berisi tentang penyajian Persamaan Diferensial Sturm-Liouville dalam bentuk matriks dan penggunaan metode Numerov dalam menentukan penyele-

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

saian numerik untuk masalah nilai eigen Sturm-Liouville.

Perbedaan penelitian ini dengan penelitian pada jurnal acuan adalah energi potensial yang dipergunakan dalam Persamaan Schrodinger. Pada penelitian sebelumnya, Energi potensial yang digunakan adalah energi potensial *Wood Sexon*. Namun dalam penelitian ini, energi potensial yang digunakan adalah potensial pada osilator harmonik karena potensial ini sering ditemukan di kehidupan sehari-hari dan jarang sekali yang mengkaji potensial pada osilator harmonik menggunakan Metode Numerov. Perbedaan antara potensial pada osilator harmonik dan potensial *Wood Sexon* terletak pada bentuk energi potensial yang akan dikaji. Osilator harmonik mengkaji gerak osilasi yang diperoleh dari pergerakan yang dimiliki oleh konstanta pegas k dan benda bermassa m. Sedangkan potensial *Wood Sexon* adalah potensial yang digunakan untuk menggambarkan gaya yang dimilki nukleon (proton dan neutron) di dalam inti atom. Perbedaan penelitian ini dapat disajikan dalam bentuk tabel 1.1 berikut

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No.	Nama Peneliti	Judul Penelitian	Hasil Penelitian
1	Cosmin TATU, Mihai RIZEA, Niculae N. PUCA (2007)	*Eigenvalue Problem For Schrdinger Equation Using Numerov Method*	Penelitian ini membahas penyelesaian persamaan Schrodinger satu dimensi pada potensi *wood sexon* menggunakan metode Numerov.
2	Firdha Anisa Najiya Merdeka Sari (2014)	*Solusi Problem Gaussian Pairing dalam Basis Osilator Harmonik Menggunakan Teori Perturbasi dan Metode Numerik*	Penelitian ini membahas cara mengetahui profil dari energi dan fungsi gelombang dari sebuah sistem osilator harmonik yang diberi potensial Gaussian.
3	Iyut Riani, Nilamsari Kusumastuti, Mariatul Kiftiah (2015)	*Penyelesaian Masalah Nilai Eigen untuk Persamaan Diferensial Sturm-Liouville dengan Metode Numerov*	Penelitian ini membahas penyelesaian numerik untuk masalah nilai eigen Sturm-Liouville dengan metode Numerov.
4	Nur Faizah (2020)	*Penyelesaian Persamaan Schrodinger untuk Osilator Harmonik Menggunakan Metode Numerov*	Penelitian ini membahas analisis, hasil, dan simulasi penyelesaian persamaan Schrodinger untuk Osilator Harmonik Menggunakan Metode Numerov.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

1.7. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan oleh penulis amtara lain :

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang rancangan dari penulisan skripsi yaitu latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitiaan, tinjauan pustaka, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan membahas teori-teori dasar yang mendukung penyelesaian rumusan masalah pada bab selanjutnya. Materi yang akan dijadikan landasan teori yaitu penjelasan tentang persamaan diferensial parsial, Algoritma Numerov, penentuan batas atas dan bawah, Metode Shooting serta teori-teori lainnya.

BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan metode yang digunakan dalam penelitian yang meliputi alur penelitian dan langkah kerja.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini dijelaskan beberapa langkah yang dilakukan dalam menganalisis dan menyelesaikan permasalahan nilai eigen pada Persamaan Schrodinger menggunakan Metode Numerov. Pada bab ini pula diberikan proses terbentuknya persamaan Schrodinger satu dimensi dan proses terbentuknya Algoritma Numerov.

BAB V SIMULASI NUMERIK

Pada bab ini dibahas simulasi numerik dari solusi yang diperoleh. Hasil dari solusi berupa grafik yang dapat memberikan gambaran dari hasil penelitian yang dilakukan.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB VI PENUTUP

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan akhir dari penelitian dan saran untuk pengembangan pada penelitian selanjutnya.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB VI

PENUTUP

6.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan penelitian pada skripsi ini, penulis dapat menarik kesimpulan sebagai berikut

1. Pada Persamaan Schrodinger bebas waktu untuk osilator harmonik $\psi''(x) = -\frac{2m}{\hbar^2}[E - \frac{1}{2}kx^2]\psi(x)$ dengan menggunakan Metode Numerov dengan masalah nilai awal dan nilai batas diperoleh solusi

$$\psi_{i+1} = \frac{\psi_i(12 - 10Y_i) - \psi_{i-1}Y_{i-1}}{Y_{i-1}}$$

dimana

$$Y_i = 1 - \frac{h^2}{12}f_i \quad \text{dan} \quad f_i = -2\left(\epsilon_i - \frac{\xi_i^2}{2}\right)$$

2. Nilai eigen energi yang dihasilkan dari Persamaan Scrodinger bebas waktu untuk osilator harmonik dengan $x_{max} = 10$ adalah

   a. Pada jumlah $N = 100$ menghasilkan nilai eigen energi sebesar 0.49999960-874629323 yang diperoleh pada iterasi ke-39.

   b. Pada jumlah $N = 200$ menghasilkan nilai eigen energi sebesar 0.49999997-563645593 yang diperoleh pada iterasi ke-39.

   c. Pada jumlah $N = 300$ menghasilkan nilai eigen energi sebesar 0.49999999-509964255 yang diperoleh pada iterasi ke-39.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

6.2. Saran

Pembahasan dalam skripsi ini hanya fokus pada solusi penyelesaian Persamaan Schrodinger bebas waktu satu dimensi untuk osilator harmonik dengan menggunakan Metode Numerov. Bagi penelitian selanjutnya disarankan untuk membahas penyelesaian persamaan lain dengan Metode Numerov atau membahas penyelesaian Persamaan Schrodinger tergantung waktu dengan menggunakan metode Numerov karena dalam Persamaan Schrodinger tergantung waktu melibatkan faktor waktu dari fungsi gelombang sehingga dapat mengetahui keberadaan elektron dari waktu ke waktu.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR PUSTAKA

Atmika, I K., 2016, *Dektat Mata Kuliah Metode Numerik*, Bali, Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Udayana.

Bartle, R. G., dan Sherbert, D. R., 2000, *Introduction to Real Analysis*, New York, Wiley.

Chapman, Stephen J., 2004, *Fortran 90/95 for scientists and engineers*, Fourth edition, New York, McGraw-Hill Higher Education.

Enila, N. M., dkk., 2019, Penyelesaian Masalah Nilai Batas dengan Metode Shooting Linier, *Jurusan Matematika FMIPA UNAND*, 4 (4):91-98

Giannozzi, P., dkk., 2013, Numerical methods in quantum mechanics , Italia, *University of Udine*.

Humi, M., dan Miller, W.B, 1992, *Boundary valueProblems and Parsial Differential Equation*, United Stated of America, PWSKENT Publising Company.

Izaac, J., dan Wang, J., 2018, *Computational quantum mechanics*, New York, Springer International Publishing.

Juwono, A. M., 2017, *Pendahuluan Fisika Kuantum*, Malang, Universitas Brawijaya Press.

Krane, K. S., 2019, *Modern physics*, USA, John Wiley Sons.

Kreyszig, E., 2009, *Advanced Engineering Mathematic 10th Edition*, USA, John Wiley and Sons Inc.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Koonin, S. E., 1986, *Computational physics: Fortran version*,USA, CRC Press.

Larson, R. dan Edwards, B. H., 2010, *Calculus: Early transcendental functions*, Ninth Edition, Boston, Cengage Learning.

Munir, R, 2003, *Metode Numerik*, Bandung: Informatika.

Riani, I., dkk, 2015, Penyelesaian Masalah Nilai Eigen Untuk Persamaan Diferensial Sturm-Liouville Dengan Metode Numerov, *Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, 4 (3): 415-419.

Sari, Firda A. N. M., 2014, Skripsi: *Solusi Problem Gaussian Pairing Dalam Basis Osilator Harmonik Menggunakan Teori Perturbasi Dan Metode Numerik*, Institut Pertanian Bogor.

Ross, S. L., 1984, *Diferensial Equations*, Thitd Edition, New York, Jhon Wiley Sons.

Siregar, R. S., 2018, *Fisika Kuantum*, Bandung, Widya Padjadjaran Bandung.

Sugiyanto dan Mugiyono, S., 2011, *Persamaan Diderensial Biasa*, Yogyakarta, SUKA-Press UIN Sunan Kalijaga.

Suparmi A., 2011, *Mekanika Kuantum II*, Surakarta, Jurusan Fisika Fakultas MIPA Universitas Sebelas Maret.

TATU,C., dkk., 2007, Eigenvalue Problem For Schrodinger Equation Using Numerov Method, *UPB Scientific Bulletin Series A: Applied Mathematics and Phisics*, 69 (3): 58-60.

Zill, D. G., 2012, *A First Course in Differential Equations with Modeling Applications*. Boston, Cengage Learning.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

CURRICULUM VITAE

Nama Lengkap	:	Nur Faizah
Jenis Kelamin	:	Perempuan
Tempat, Tanggal lahir	:	Pati, 12 Mei 1998
Agama	:	Islam
Status	:	Mahasiswa
Kewarganegaraan	:	WNI
No. HP	:	089682368540
Email	:	nurf2396@gmail.com
Alamat	:	Jl. Tayu-Juwana Ds. Tlutup RT.04 RW.02 Kec. Trangkilkab. Pati
Domisili	:	Perum Polri Gowok Blok C1 No.96 Ds. CaturTunggal Kec. Depok Kab. Sleman Prov. Yogyakarta

Riwayat Pendidikan

2002-2004	TK Pertiwi Tlutup
2004-2010	SDN Tlutup
2010-2013	MTs. Raudlatul Ulum Guyangan
2013-2016	MA. Raudlatul Ulum Guyangan
2016-2021	Mahasiswa Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA