

**ANALISIS KETUNGGALAN TITIK TETAP PADA RUANG METRIK
DIPERUMUM LENGKAP DAN TERAPANNYA DALAM GRAF**

SKRIPSI

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



Diajukan Oleh :

AHMAD GHANY ALFALIH

**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA**

(16610032)

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2020



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-2732/Un.02/DST/PP.00.9/12/2020

Tugas Akhir dengan judul : ANALISIS KETUNGGALAN TITIK TETAP PADA RUANG METRIK LENGKAP
DIPERUMUM DAN TERAPANNYA DALAM GRAF

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : AHMAD GHANY ALFALIH
Nomor Induk Mahasiswa : 16610032
Telah diujikan pada : Rabu, 09 Desember 2020
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang
Malahayati, S.Si., M.Sc
SIGNED

Valid ID: 5fde4aba3972a



Penguji I
Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom
SIGNED

Valid ID: 5fe3361a21755



Penguji II
Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si.,
M.Si.
SIGNED

Valid ID: 5fd12bede355b



Yogyakarta, 09 Desember 2020
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 5fe2d0ecc8e61



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Ahmad Ghany Al Falih
NIM : 16610032
Judul Skripsi : Analisis Ketunggalan Titik Tetap Pada Ruang Metrik Diperumum Lengkap dan Terapannya dalam Graf

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Pembimbing

Malahayati, S.Si.,M.Sc
NIP. 19840412 201101 2 010

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ahmad Ghany Al Falih

NIM : 16610032

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 28 November 2020

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



Menyatakan

Ahmad Ghany Al Falih

MOTTO

“Sebaik-baik manusia adalah yang paling bermanfaat bagi orang lain.”

(Hadits Riwayat ath-Thabrani, Al-Mu’jam al-Ausath, juz VII, hal. 58, dari Jabir bin Abdullah r.a.. Dishahihkan Muhammad Nashiruddin al-Albani dalam kitab: As-Silsilah Ash-Shahihah)



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayah dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul ANALISIS KETUNGGALAN TITIK TETAP DI RUANG METRIK DIPERUMUM LENGKAP DAN TERAPANNYA DALAM GRAF. Sholawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada baginda Rasulullah SAW, yang telah membawa umat manusia dari zaman kegelapan menuju zaman yang terang yang seperti ini.

Penulis menyadari bahwa menyusun skripsi ini tidak lepas dari dukungan, bantuan, motivasi, dan bimbingan dari beberapa belah pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan banyak terimakasih kepada:

1. Ibu Dr. Hj Khurul Wardati M..Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Bapak Muchammad Abrori S.Si, M.Kom, selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Dr. Epha Diana Supandi S.Si, M.Sc, selaku dosen penasihat akademik selaku dosen penasihat akademik mahasiswa program studi matematika angkatan 2016.

4. Ibu Malahayti M.Sc., selaku dosen pembimbing skripsi, yang bersedia meluangkan waktu, pikiran, dan tenaga serta arahan dan motivasi sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Bapak/Ibu Dosen, Staf, dan Karyawan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta atas ilmu, bimbingan, serta pelayanan yang diberikan selama perkuliahan dan penyusunan skripsi.
6. Ibu dan Ayah penulis, Ibu Rusmiyati dan Bapak Ahmad Wadudi atas kasih sayang, segala do'a yang terucapkan, motivasi, dukungan dan perhatian yang tak pernah putus sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
7. Kakak pertama penulis beserta suami Yessica Alfawzia dan Muhammad Azam Mubarak, dan Kakak kedua penulis, Achmad Wildan D, atas dukungan, nasehat, dan do'a yang telah diberikan kepada penulis.
8. Sherlin Kusuma Dewi yang telah menemani, memberikan semangat, do'a dan motivasi, serta membantu dalam banyak hal.
9. Sahabat - sahabat penulis: Muhammad Nashoka, Abd Rohman, Aditya Permadi, Muhammad Fadly K, dan Muhammad Galih F yang memberi semangat, do'a dan motivasi serta dorongan yang unik kepada penulis.
10. Saudara seperjuangan penulis: Anjas Farisqi, Ilham Razaq, Tomi Agus, Yusuf Ayulianto, dan Zaky Mubarak yang banyak memberi ilmu baru, memberi semangat, motivasi dan do'a kepada penulis.

11. Teman – teman Matematika angkatan 2016 UIN Sunan Kalijaga khususnya M Fathul Khairi dan Zainul Khazin yang bersedia membantu penulis.

12. Serta semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu penulis baik secara langsung maupun tidak..

Semoga Allah SWT memberikan balasan atas kebaikan-kebaikan merka semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, maka dari itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun untuk perbaikan skripsi ini. Penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca maupun bagi penulis.

Yogyakarta, 26 November 2020

Penulis

Ahmad Ghany Alfalih



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	iv
MOTTO.....	v
KATA PENGANTAR.....	vi
DAFTAR ISI.....	ix
ABSTRAK.....	xi
DAFTAR LAMBANG.....	xii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1.Latar Belakang.....	1
1.2.Batasan Masalah.....	4
1.3.Rumusan Masalah.....	4
1.4.Tujuan Penelitian.....	4
1.5.Manfaat Penelitian	5
1.6.Tinjauan Pustaka.....	5
1.7.Sistematika Penulisan	6
1.8.Metode Penelitian	7
BAB II DASAR TEORI.....	8

2.1.Dasar – Dasar Analisis Real	8
2.2.Matriks	20
2.3.Ruang Metrik	27
2.4.Teorema Titik Tetap	29
2.5.Teori Graf	31
BAB III ANALISIS KETUNGGALAN TITIK TETAP DI RUANG METRIK DIPERUMUM LENGKAP DAN TERAPANNYA DALAM GRAF.....	34
3.1.Ruang Metrik Diperumum.....	34
3.2.Prinsip Kontraksi pada Ruang Metrik yang Dilengkapi dengan Graf.....	53
3.3.Ketunggalan Titik Tetap Pada Ruang Metrik Diperumum Lengkap dan Terapannya dalam Graf	55
BAB IV	80
4.1.Kesimpulan	80
4.2.Penutup	81
DAFTAR PUSTAKA	82

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
 YOGYAKARTA

ABSTRAK

Pembahasan titik tetap tunggal telah dipelajari dan menghasilkan banyak teori titik tetap di ruang metrik yang berbeda-beda, seperti teori titik tetap di ruang metrik bernilai vektor dengan nama lain ruang metrik diperumum. Definisi ruang metrik diperumum memiliki kemiripan dengan ruang metrik biasa, hanya saja perbedaannya terdapat pada kodomain fungsinya, yaitu terdapat himpunan real berurut- m atau berdimensi- m . Penelitian ini akan mencoba menggabungkan ruang metrik dengan graf menggunakan konsep kontraksi Banach. Graf dapat digambarkan dalam diagram sebagai himpunan dari titik-titik yang terhubung menggunakan kurva. Penerapan ruang metrik dalam graf memunculkan sifat-sifat kontraksi yang dapat membantu dalam pembuktian titik tetap tunggal pada ruang metrik yang diterapkan dalam konsep graf.

Kata Kunci : Kontraksi Banach, Matriks Konvergen, Titik Tetap, Ruang Metrik Bernilai Vektor

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMBANG

Lambang	Keterangan	Lambang	Keterangan
\subseteq	Subset	λ	Lambda
\geq	Lebih dari sama dengan	ρ	Rho
\supseteq	Superset	\mathbb{R}	Himpunan bilangan real
\leq	Kurang dari sama dengan	\mathbb{R}_+	Himpunan bilangan real positif
$<$	Kurang dari	\mathbb{N}	Himpunan bilangan asli
$>$	Lebih dari	\mathbb{C}	Himpunan Bilangan Kompleks
$=$	Sama dengan	I	Matriks Identitas
$()$	Kurung	α	Alfa
$[]$	Kurung siku	\Rightarrow	implikasi
$\{ \}$	Kurung kurawal	\Leftrightarrow	Jika dan hanya jika
$ $	Nilai mutlak	\neq	Tidak sama dengan
ε	Epsilon	\in	Elemen dari
$\bar{\varepsilon}$	Epsilon bar	\notin	Bukan termasuk elemen
$M_{m \times m}$	Matriks persegi $m \times m$	sup	Batas atas
(X, d)	Ruang metrik pada himpunan X dengan metrik d	inf	Batas bawah
\forall	Untuk setiap	max	Nilai maksimal
$\bar{0}$	Matriks nol	■	Akhir dari suatu pembuktian
Σ	Penjumlahan total	\vec{v}	Notasi vektor

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang perkembangannya sangat pesat sekaligus paling banyak diterapkan dalam kehidupan manusia. Menurut James dan James (1976) matematika adalah ilmu mengenai logika tentang bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan antara satu dengan lainnya. Matematika terbagi menjadi beberapa cabang ilmu, salah satu diantaranya adalah analisis. Analisis berasal dari bahasa Yunani, yang artinya memecah atau memisahkan yang merupakan proses memecah suatu topik yang kompleks menjadi beberapa bagian yang sederhana agar diperoleh suatu pemahaman yang lebih baik. Matematika analisis merupakan cabang ilmu matematika murni yang salah satu diantaranya membahas tentang konsep ruang metrik.

Konsep ruang metrik pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan yang bernama Maurice Frechet pada tahun 1906. Ruang metrik merupakan suatu himpunan yang di dalamnya berlaku suatu aturan metrik, sedangkan metrik adalah perumuman dan abstraksi dari konsep jarak antara pasangan elemen dari dua bilangan yang memenuhi sifat tertentu. Himpunan X yang dilengkapi suatu metrik d yang dituliskan dengan (X,d) disebut ruang metrik. Selanjutnya ruang metrik (X,d) cukup ditulis dengan notasi X saja. Secara umum dalam garis bilangan real, jarak antara dua titik adalah nilai mutlak dari selisih keduanya. Maurice Frechet memperkenalkan konsep jarak pada himpunan tak kosong. Jarak ini selanjutnya disebut metrik pada himpunan

bilangan real. Kajian tentang metrik selanjutnya menjadi salah satu konsep dasar untuk membahas matematika analisis. Metrik adalah jarak diantara pasangan elemen yang memenuhi sifat tertentu, yaitu positifitas, definitas, simetri, dan ketaksamaan segitiga. Himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan metrik tertentu disebut ruang metrik. Selanjutnya, pasangan himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan suatu metrik disebut ruang metrik.

Konsep ruang metrik terus mengalami perkembangan seiring perkembangan zaman sehingga menghasilkan konsep-konsep yang baru. Teorema titik tetap merupakan hal yang penting dalam pembahasan mengenai ruang metrik. Teorema ini pertama kali diperkenalkan saat munculnya Prinsip Kontraksi Banach (Banach Contraction Principle) pada tahun 1922, yaitu teori di bidang teori titik tetap untuk pemetaan kontraktif di ruang metrik lengkap yang selanjutnya berhasil dibuktikan oleh Banach sehingga kemudian disebut dengan Prinsip Kontraksi Banach (Banach Contraction Principle). Hasil dari pembuktian tersebut telah menjadi aset penting untuk penerapan matematika yang setiap tahunnya penerapan matematika juga semakin berkembang. Oleh karena itu, banyak ilmuwan yang termotivasi untuk mengembangkan teorema titik tetap, diantaranya di ruang metrik. Termasuk gagasan untuk ruang metrik diperumum yang pertama kali diperkenalkan oleh K.P.R. Sastry et al pada tahun 2012, dengan menggantikan bilangan real menjadi ruang euclidean dengan susunan tidak lengkap, dan menjelaskan definisi ruang metrik diperumum dan pembuktian ketunggalan titik tetap pada ruang metrik diperumum.

Berdasarkan pengertian sekilas tentang ruang metrik yang membahas tentang jarak, ada satu teori yang dapat disangkutkan ke dalam hal tersebut antara lain adalah teori graf. Teori graf dalam matematika dan ilmu komputer adalah cabang kajian yang mempelajari sifat-sifat "graf" atau "grafik". Banyak sekali struktur yang bisa direpresentasikan dengan graf, dan banyak masalah yang bisa diselesaikan dengan bantuan graf. Suatu graf G , dinotasikan sebagai $G = (V, E)$, merupakan pasangan V dan E , di mana V merupakan himpunan tak kosong berisikan simpul pada graf tersebut dan E merupakan himpunan sisi pada graf tersebut. Secara formal, himpunan E dapat dinyatakan sebagai suatu koleksi subhimpunan berkardinalitas dua dari himpunan V , atau dalam notasi matematika $E \subseteq V^2$. Leonhard Euler, seorang matematikawan Swiss diperkirakan sebagai orang yang pertama kali (1736) menulis artikel ilmiah di bidang teori graf. Artikel dengan judul "*Seven Bridges of Königsberg*" yang ditulisnya membahas permasalahan ada atau tidaknya struktur yang saat ini dikenal sebagai sirkuit Euler pada graf keterhubungan daratan kota *Königsberg* (sekarang Kaliningrad, Russia) dan pulau kecil di tengah sungai Pregel yang dihubungkan oleh tujuh buah jembatan.

Skripsi ini akan memaparkan gagasan tentang ruang metrik dengan memperkenalkan gagasan tentang ruang vektor yang bernilai metrik oleh Perov. Dengan memperluas prinsip kontraksi Banach untuk pemetaan yang ditentukan pada ruang metrik umum. Kemudian Jachymski memaparkan prinsip kontraksi Banach dengan mengasumsikan bahwa kondisi kontraksi berlaku untuk semua pasangan titik yang membentuk tepi grafik Graf. Dalam tulisan ini, kami menggabungkan dua

generalisasi di atas untuk memberikan generalisasi baru dari prinsip kontraksi Banach. Sehingga, teorema kami berisi hasil Perov dan Jachymski sebagai kasus khusus.

1.2. Batasan Masalah

Pembatasan masalah dalam suatu penelitian sangatlah penting, guna menghindari pembahasan objek yang terlalu meluas dan penyimpangsiuran objek kajian, sehingga lebih membantu penulis untuk lebih fokus dan terarah sesuai dengan tema penelitian. Berdasarkan latar belakang masalah di atas yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah teorema ketunggalan titik tetap pada ruang metrik diperumum yang dilengkapi dengan graf beserta dengan sifat-sifat yang mendukung pembuktian tersebut. Adapun batasan masalah pada skripsi ini adalah pembuktian teorema ketunggalan titik tetap yang berfokus pada ruang metrik diperumum yang dilengkapi dengan graf beserta sifat-sifat yang mendukung pembuktian.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah di atas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah bagaimana pembuktian teorema ketunggalan titik tetap pada ruang metrik diperumum yang dilengkapi dengan graf beserta dengan sifat-sifat yang mendukung pembuktian

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji dan menjelaskan konsep ruang metrik diperumum dan beberapa sifatnya.

2. Mengkaji dan menjelaskan hubungan ruang metrik diperumum dengan graf beserta beberapa sifatnya.
3. Mengkaji dan menjelaskan langkah – langkah pembuktian ketunggalan titik tetap pada ruang metrik diperumum yang dilengkapi dengan graf

1.5. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat, antara lain sebagai berikut :

1. Memberikan pengetahuan tentang sifat – sifat yang berlaku pada ruang metrik diperumum yang dilengkapi dengan graf
2. Memperkenalkan konsep ruang metrik diperumum yang dilengkapi dengan graf untuk bahan referensi mahasiswa UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta khususnya Program Studi Matematika agar dapat dikaji lebih lanjut sehingga mampu menjadi motivasi pembaca untuk mempelajari perkembangan ruang metrik lebih lanjut.

1.6. Tinjauan Pustaka

Perov mencoba memperkenalkan ruang metrik diperumum yang disebutnya ruang metrik diperumum dalam tulisannya yang berjudul “*On The Cauchy Problem For a System of Ordinary Differential Equations*” pada tahun 1964. Kemudian pada tahun 2007, Jacek Jachymski mempublikasikan tulisannya yang berjudul “*The Contraction Principle for Mappings on a Metric Space With a Graph*” yang membahas tentang konsep kontraksi terhadap fungsi di ruang metrik yang dilengkapi dengan graf.

Sebagaimana isi dari kedua tulisan tersebut, Tayyab Kamran, Mihai Postolache, Fahimuddin, dan Muhammad Usman Ali mencoba untuk menerangkan teorema ketunggalan titik tetap ruang metrik diperumum yg dilengkapi dengan graf melalui tulisan mereka yang berjudul “*Fixed Point Theorems on Generalized metric Space Endowed with Graph*” pada tahun 2016. Dimana teorema dalam tulisan tersebut merupakan kasus khusus dari teorema Perov dan Jachymski. Sehingga menjadikan tulisan tersebut sebagai rujukan utama dalam penulisan skripsi.

Tentunya dalam pembuktian teorema ketunggalan titik tetap pada ruang metrik diperumum yang dilengkapi dengan graf, akan membutuhkan teorema pendukung.

1.7. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan bertujuan untuk mempermudah pemahaman dan penelaahan skripsi. Dalam laporan skripsi ini, sistematika penulisan terdiri atas lima bab, masing-masing uraian yang secara garis besar dapat dijelaskan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini merupakan pendahuluan yang materinya sebagian besar menyempurnakan usulan penelitian yang berisikan tentang latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini menguraikan teori-teori yang mendasari pembahasan secara terperinci yang memuat tentang teori analisis dasar, pengertian ruang metrik, ruang metrik diperumum, kontraksi pada ruang vektor yang dilengkapi dengan graf, beserta

beberapa teorema yang dibutuhkan dalam pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik diperumum yang dilengkapi dengan graf.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisikan tentang pengembangan metode yang terdiri dari kerangka pemikiran, sumber data dan jenis data serta metode analisis data.

BAB IV PENUTUP

Bab ini berisikan tentang kesimpulan dari serangkaian pembahasan skripsi berdasarkan analisis yang telah dilakukan serta saran-saran untuk disampaikan kepada obyek penelitian atau bagi penelitian selanjutnya

1.8. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penyusunan skripsi ini adalah studi literatur, yaitu dengan mempelajari beberapa sumber tertulis tentang konsep ruang metrik diperumum, konsep ruang metrik yang dilengkapi dengan graf beserta sifat-sifat yang berlaku di dalamnya dan teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik diperumum lengkap dilengkapi dengan graf beserta contohnya. Skripsi ini menggunakan metode studi literatur yang bersifat kualitatif.

BAB IV

4.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Setelah mengkaji dan menjelaskan konsep ruang metrik diperumum dan beberapa sifatnya, dapat disimpulkan bahwa ruang metrik diperumum merupakan ruang metrik yang bernilai vektor.
2. Teori ruang metrik dan graf dapat dihubungkan dengan menepatkan simpul graf pada ruang X , dan simpul graf pada produk kartesian $X \times X$. Terapan ruang metrik pada graf diilustrasikan sebagai graf yang tidak memiliki sisi ganda dan sisi nya merupakan semua loops, dan memiliki sifat-sifat kontraksi pada graf yang dapat diimplementasikan ke dalam ruang metrik yang dapat membantu dalam pembuktian ketunggalan titik tetap.
3. Pada proses pembuktian teorema ketunggalan titik tetap di ruang metrik diperumum lengkap dan terapannya pada graf, dapat disimpulkan bahwa ruang metrik diperumum lengkap yang dilengkapi dengan graf yang memenuhi ketaksamaan dari kedua teori di atas memiliki titik tetap tetap tunggal.

4.2. Penutup

Berdasarkan kesimpulan di atas, penulis menyarankan untuk mengembangkan penelitian tentang hubungan ruang metrik dengan graf dan aplikasinya di ruang metrik yang berbeda dari tulisan ini seperti ruang metrik terasing (Hitsler, 2000), ruang metrik-b (Bakhtin, 1989), ruang metrik segi empat (Branciari, 2000), dan masih banyak lagi ruang metrik – ruang metrik yang lain. Dengan harapan studi tentang hubungan ruang metrik dengan graf dapat diperluas mengingat tulisan atau artikel atau jurnal yang membahas tentang hubungan ruang metrik dengan graf masih terbilang sedikit.



DAFTAR PUSTAKA

- A. I., P. (1964). On The Cauchy Problem For a System Ordinary Differential Equations. *Pribli. Metod. Reen. Differencial. Uravnen. Vyp(2)*, 115-134.
- Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2000). *Introducing to Real Analysis Third Edition*. New York: John Wiley & Sons.
- Diestel, R. (2000). *Graph Theory*. New York: Springer-Verlag.
- Filip, A.-D., & Petrusel, A. (2010). Fixed Point Theorems on Spaces Endowed with Vector-Valued Metrics. *Fixed Point Theory and Applications, 2010*, 1-15.
- Giray, C. (2008). *Arichmetic and Geometry Sequences*. Istanbul: Zambak Yayinlari.
- Imrona, M. (2009). *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Jachymski, J. (2008). The Contraction Principle For Mapping On a Metric Space with Graph. *Procceding of the American Mathematical Society, 136(4)*, 1359-1373.
- Kamran, T., Postolache, M., Fahmuddin, & Ali, M. U. (2016). Fixed Point Theorems on Generalized Metric Space. *Journal of Nonlinear Science and Applications(9)*, 4277-4285.
- Rao, S. S. (2015). On Vector Valued Metric Space. *Palestine Journal of Mathematic, 4(2)*, 416-418.
- Riyanto, M. Z. (2011). *Pengantar Analisis Real I*. Yogyakarta: Universitas Ahmad Dahlan.
- Ruminta. (2009). *Matriks Persamaan Linear dan Pemograman Linear*. Bandung: Rekayasa Sains.

Sastry, K., Naidu, G., Bekeshie*, T., & Rahamatulla, M. A. (2012). A Common Fixed Point Theorem for Four Self Maps in Complex Valued and Vector Valued Metric Spaces. *International Journal of Mathematical Archive (IJMA)*, 3(7), 2680-2685.

Satish, S., & Vasudeva, H. L. (2006). *Metric Spaces*. London: Springer-Verlag.

Sedghi, S., Shobe, N., & Aliouche, A. (2012). A Generalization of Fixed Point Theorems in S-Metric Spase. *Matematiqki Vesnik*, 64(3), 258-266.

Varga, R. S. (2000). *Matrix Iterative Analysis*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

