

**PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERBASIS MODEL *GUIDED DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING
STICK* UNTUK MEMFASILITASI KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS
PADA MATERI ATURAN SINUS DAN COSINUS**

SKRIPSI

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
Mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Pendidikan Matematika



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Diajukan Oleh:
BADRUL LAELATUZ ZAHRO
16600048

Kepada:
**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2021



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-171/Un.02/DT/PP.00.9/01/2021

Tugas Akhir dengan judul : Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model Guided Discovery dengan Metode Talking Stick Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Pada Materi Aturan Sinus dan Cosinus

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : BADRUL LAELATUZ ZAHRO
Nomor Induk Mahasiswa : 16600048
Telah diujikan pada : Kamis, 14 Januari 2021
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

 Ketua Sidang
Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED
Valid ID: 600ace1016e7f

 Penguji I
Dr. Ibrahim, S.Pd., M.Pd.
SIGNED
Valid ID: 600aa88045e9

 Penguji II
Suparni, S.Pd., M.Pd.
SIGNED
Valid ID: 600a50014aeb1



 Yogyakarta, 14 Januari 2021
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
Dr. Hj. Sri Sumarni, M.Pd.
SIGNED
Valid ID: 6010dd49725f



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi/Tugas Akhir
Lamp : 1 bendel skripsi

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Badrul Laelatuz Zahro
NIM : 16600048
Judul Skripsi : Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Pada Materi Aturan Sinus Cosinus

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Pendidikan Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/Tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 04 Januari 2021
Pembimbing

Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si
NIP. 19660731 200003 2 001

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Badrul Laelatus Zahro
NIM : 16600048
Prodi/ Semester : Pendidikan Matematika/9
Fakultas : Ilmu Tarbiyah dan Keguruan

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 09 Desember 2020

Yang Menyatakan




Badrul Laelatus Zahro

NPM.16600048

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

MOTTO

"Dan bahwasanya seorang manusia tiada memperoleh selain apa yang telah diusahakannya"

(QS. An Najm: 39)



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

Alhamdulillah rabbil 'alamiin

Puji Syukur kehadiran Allah SWT atas segala nikmat yang telah diberikan sehingga saya dapat menyelesaikan karya ini dengan baik.

Saya mempersembahkan karya sederhana ini kepada

Abah dan ibu tercinta,

Khamdan Muhammad dan Masrofah

Yang menyayangi dan mendidik sepenuh jiwa.

Saudara-saudara tersayang,

Mas Nanang Najib, Tsaltsa Naily, Fakhrunnisa dan Wafi Idzror.

Yang tulus memberikan do'a dan menjadi pendukung paling luar biasa.

Keluarga Besar Bani Ya'qub

Dan

Almamater,

Pendidikan Matematika
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahiim

Alhamdulillah rabbil 'alamiin. Penulis memanjatkan puji syukur kehadiran Allah SWT, atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul “Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus” dengan sebaik-baiknya. Sholawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang selalu dinantikan syafaatnya di hari akhir.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tentunya tidak terlepas dari bimbingan, bantuan, dorongan, serta arahan berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Phil. Al Makin, M.A., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta
2. Ibu Dr. Hj Sri Sumarni, M.Pd.I., selaku Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Bapak Dr. Ibrahim, M.Pd., selaku Ketua Program Studi Pendidikan Matematika sekaligus dosen pendamping akademik yang selalu memberikan arahan, bimbingan, dan motivasi kepada penulis selama menempuh perkuliahan di Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Ibu Dr. Khurul Wardati, M.Si., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah membimbing, memberikan arahan, masukan dan saran, serta selalu

memotivasi penulis untuk memberikan yang terbaik dalam penyusunan skripsi ini.

5. Bapak dan Ibu Dosen Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
6. Seluruh Pegawai dan Staff TU Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
7. Bapak Kepala Sekolah SMA Negeri 1 Kasihan Bantul yang telah memberikan izin kepada penulis untuk melaksanakan penelitian.
8. Bapak Raekha Azka, M.Pd., Bapak Burhanuddin Latif, M.Si., Ibu Ria Zuliana, S.Pd., Ibu Fina Hanifah M.Pd., dan Bapak Sumbadji Putranto. M.Pd. selaku validator instrumen dan produk penelitian.
9. Orang tua yang selalu mendoakan keberhasilan dan kelancaran pengerjaan skripsi
10. Saudara-saudaraku selaku pendukung terbaik
11. Pengasuh PP. Al Munawwir komplek Q, ibu nyai Khusnul Khotimah Warson, abah Fairuzzabadi Warson, abah Kholid Arif Rozaq, umi Qorry 'Aina dan umi Baity serta seluruh teman-teman santri putri PP Al Munawwir komplek Q, terkhusus teman-teman Q6 dan MTPA.
12. Sahabat seperjuanganku Yassina Emira, Irvan Sulistiawan, Faat Risnuriawan, Yuhaniz, Zumrotul Aisyah, Ardi Rahmat, dan Depri Adelia.
13. Keluarga kedua penulis di Jogja, Itsna Badriyatul Munadliroh, Lia Salma, Arina Zahroti, Umi Latifah, Ani Fauziya, Rahma Nazila dan Ilma Rizki.

14. Teman diskusi dalam pengerjaan skripsi Maya Kholida, Karmawan Adi, Rizal Junardi, Suparti, Mufthi, Maulida, Rini Utami, Nandalita dan Ina Syarifah yang senantiasa memberikan saran dan masukkan kepada penulis.
15. Teman-teman Pendidikan Matematika 2016 yang telah berjuang bersama dalam menempuh pendidikan.
16. Keluarga KKN 190 Karanganyar Gunungkidul dan teman-teman PLP di SMA N 1 Kasihan terima kasih atas pengalamannya.
17. Semua pihak yang membantu penulis dalam penyusunan tema hingga penyelesaian skripsi yang tidak bisa disebutkan satu persatu.

Semoga Allah SWT memberikan keberkahan dan balasan pahala atas kebaikan yang telah diberikan. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi yang membaca dan mempelajarinya. Aamiin.

Yogyakarta, 01 Desember 2020

Penulis

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Badrul Laelatuz Zahro

NIM. 16600048

DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN SKRIPSI.....	ii
HALAMAN PERSETUJUAN SKRIPSI.....	iii
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI	iv
MOTTO.....	v
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiv
ABSTRAK	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Rumusan Masalah	6
C. Tujuan Pengembangan	7
D. Spesifikasi Produk.....	7
E. Manfaat Pengembangan	8
F. Asumsi Pengembangan	9
G. Batasan Pengembangan.....	9
H. Definisi Operasional.....	10
BAB II KAJIAN KEPUSTAKAAN.....	12
A. Landasan Teori.....	12
1. Pembelajaran Matematika	15
2. Berpikir Kritis	12
3. Perangkat Pembelajaran	17
4. Model Pembelajaran <i>Guided Discovery</i>	20
5. Metode <i>Talking Stick</i>	24
6. Materi Aturan sinus dan cosinus	25

7. Perangkat pembelajaran matematika berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	28
B. Penelitian Relevan.....	30
C. Kerangka Berpikir	33
BAB III METODE PENELITIAN	39
A. Jenis Penelitian.....	39
B. Model Pengembangan	39
C. Prosedur Pengembangan	40
1. Planning (Perancangan).....	40
2. Production (<i>Produksi</i>)	43
3. Evaluation (<i>Evaluasi</i>).....	44
D. Instrumen Penelitian.....	44
E. Teknik Analisis Instrumen.....	45
F. Data dan Sumber Data.....	47
G. Teknik Pengumpulan Data	47
H. Teknik Analisis Data	48
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	51
A. Hasil Penelitian	51
1. Proses Pengembangan	51
2. Deskripsi Produk.....	62
3. Revisi Produk.....	67
4. Uji Kualitas Produk.....	72
B. Pembahasan	76
BAB V PENUTUP	79
A. Kesimpulan.....	79
B. Saran.....	80
DAFTAR PUSTAKA	82
LAMPIRAN	88

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Pedoman Penskoran Skala Respon	45
Tabel 3.2 Kriteria Penskoran Butir <i>Lawshe</i>	46
Tabel 3.3 Konversi Skor Lembar Penilaian Produk Perangkat Pembelajaran	49
Tabel 3.4 Kriteria Penilaian Ideal.....	49
Tabel 4.1 Analisis KI, KD dan Indikator	52
Tabel 4.2 Analisis KD dan Materi Ajar	53
Tabel 4.3 Kritik, saran atau masukan dari Validator Ahli	67
Tabel 4.4 Hasil Penilaian Kualitas Produk Perangkat Pembelajaran secara Keseluruhan.....	73
Tabel 4.5 Hasil Penilaian Kualitas Produk Perangkat Pembelajaran setiap Komponen	74
Tabel 4.6 Hasil Penilaian Kualitas Produk Perangkat Pembelajaran setiap Aspek	75



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Aturan Sinus pada segitiga lancip, tumpul dan siku- siku.....	27
Gambar 2.2 Aturan Cosinus Pada segitiga lancip, tumpul dan siku- siku.....	28
Gambar 2.3 Luas Daerah Segitiga.....	29
Gambar 3.1 Prosedur Pengembangan model <i>Richey and Klein</i>	40
Gambar 4.1 Pemetaan Sub Materi pada perangkat pembelajaran matematika model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	56
Gambar 4.2 Kerangka perangkat pembelajaran matematika model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	57
Gambar 4.3 Tampilan <i>Cover</i> Perangkat Pembelajaran matematika berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	62
Gambar 4.4 Tampilan Halaman setelah <i>Cover</i>	63
Gambar 4.5 Tampilkan Petikan Silabus.....	63
Gambar 4.6 Tampilan Rancangan Pelaksanaan Pembelajaran	64
Gambar 4.7 Tampilan awal sampul dan halaman LKPD.....	65
Gambar 4.8 Tampilan Halaman Instrumen Penilaian.....	66
Gambar 4.9 Revisi Cuplikan Silabus	69

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.1 Kisi-Kisi Soal Studi Pendahuluan.....	90
Lampiran 1.2 Alternatif jawaban Soal Studi Pendahuluan	96
Lampiran 1.3 Soal Studi Pendahuluan.....	103
Lampiran 1.4 Pedoman Penskoran Studi Pendahuluan	105
Lampiran 1.5 Penilaian Soal Studi Pendahuluan.....	107
Lampiran 1.6 Pedoman Wawancara	113
Lampiran 1.7 Hasil Wawancara	114
Lampiran 2.1 Lembar Validasi Instrumen Perangkat Pembelajaran	120
Lampiran 2.2 Kisi-kisi Skala Penilaian Perangkat Pembelajaran	125
Lampiran 2.3 Lembar Skala Penilaian Perangkat Pembelajaran.....	126
Lampiran 2.4 Kriteria Penilaian Perangkat Pembelajaran	133
Lampiran 2.5 Analisis Hasil Validasi Instrumen Perangkat Pembelajaran Oleh Validator Ahli	161
Lampiran 3.1 Data lembar penilaian Perangkat Pembelajaran oleh Validator ..	173
Lampiran 3.2 Hasil Penilaian Kulaitas Perangkat Pembelajaran	178
Lampiran 3.3 Perhitungan Kulaitas Perangkat Pembelajaran.....	201
Lampiran 4.1 Surat Keterangan Tema Skripsi	204
Lampiran 4.2 Surat Penunjukan Pembimbing Skripsi.....	217
Lampiran 4.3 Berita Acara Seminar Proposal	218
Lampiran 4.4 Surat Izin Penelitian	219
Lampiran 4.5 Surat Keterangan Penelitian	220
Lampiran 4.6 <i>Curriculum Vitae</i> Penulis	221
Lampiran 5 Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model <i>Guided Discovery</i> Dengan Metode <i>Talking Stick</i> Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus	222

ABSTRAK

PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MODEL *GUIDED DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK* UNTUK MEMFASILITASI KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS PADA MATERI ATURAN SINUS DAN COSINUS

Oleh:

Badrul Laelatuz Zahro

16600048

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan (*Research and Development*). Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan perangkat pembelajaran yang terdiri dari cuplikan silabus, RPP, LKPD, dan instrumen penilaian matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick* untuk memfasilitasi kemampuan berpikir kritis pada materi aturan sinus dan cosinus yang layak digunakan dalam pembelajaran matematika siswa SMA kelas X.

Model pengembangan menggunakan model *Richey and Klein* dengan prosedur pengembangan *planning* (perencanaan), *production* (produksi), dan *evaluation* (evaluasi). Kriteria ketercapaian kualitas perangkat pembelajaran diperoleh dari hasil uji validitas produk sehingga dinyatakan valid oleh para ahli. Sumber data validasi produk diperoleh dari lembar hasil penilaian perangkat pembelajaran matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick* yang divalidasi oleh 3 validator ahli.

Kualitas produk perangkat pembelajaran matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick* tergolong dalam kategori **sangat baik** dengan spesifikasi skor penilaian validator sebesar 185,66 dari skor maksimal ideal 208. Berdasarkan hal ini, produk perangkat pembelajaran dinyatakan valid dan layak digunakan dalam proses pembelajaran.

Kata Kunci: Perangkat pembelajaran, *guided discovery*, *talking stick*, Berpikir kritis, aturan sinus dan cosinus.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Matematika merupakan mata pelajaran wajib dari mulai jenjang pendidikan sekolah dasar, menengah sampai pendidikan di perguruan tinggi. Pembelajaran matematika di sekolah harusnya berorientasi untuk mempersiapkan peserta didik agar memiliki dasar pemikiran yang logis, rasional, kritis, cermat, jujur, efektif, dan efisien (Suherman & dkk, 2001). Lebih lanjut, Ibrahim (2019) menyebutkan bahwa tujuan dari pembelajaran matematika tidak hanya mengenai kemahiran dalam memahami materi, akan tetapi lebih kepada bagaimana peserta didik mampu berpikir secara matematis. Oleh karena itu, melalui pembelajaran matematika diharapkan peserta didik mampu menunjukkan perubahan positif baik dari sisi kognitif, afektif maupun keterampilan dalam memecahkan masalah di sekolah atau dalam konteks kehidupan sehari-hari.

Kurikulum 2013 telah memasuki tahun ke-8 sejak masa diberlakukannya. Namun demikian, penerapan K13 belum sepenuhnya terlaksana. Desain pembelajaran yang diterapkan di sekolah kebanyakan masih menggunakan desain pembelajaran konvensional. Desain pembelajaran ini memiliki kecenderungan menitikberatkan guru sebagai pusat pembelajaran dan siswa sebagai objek dalam belajar (Abdullah, 2017). Pembelajaran ini diawali dengan penyampaian materi oleh guru, pemberian contoh soal dan pemberian kesimpulan langsung dari guru sehingga siswa dinilai akan lebih pasif dalam pembelajaran. Selain itu, sebagian

proses belajar mengajar masih menggunakan metode ceramah. Metode ini lebih berfokus pada hafalan isi mata pelajaran. Hal ini mengakibatkan keterampilan berpikir peserta didik terabaikan (Rohaeti, 2010). Pembelajaran dengan kebermaknaan yang relatif rendah memiliki peluang kecil untuk dapat mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi (Ibrahim, 2020). Hal ini memunculkan beberapa kemungkinan, yakni peserta didik menguasai matematika hanya secara teoritis, peserta didik tidak menguasai matematika, atau bahkan tidak menyukai matematika karena mengalami kesulitan dalam proses mempelajarinya (Turmudzi, 2008:1).

Salah satu aspek yang ingin ditunjukkan dalam permendikbud no. 21 tahun 2016 adalah aspek kritis. Krulik & Rudnick (Firdaus, Ismail Kailani, & Nor Bin Bakar, 2015) menyatakan bahwa berpikir kritis adalah kemampuan berpikir secara analitis dan reflektif dengan melibatkan kegiatan pengujian, bertanya, menghubungkan dan mengevaluasi semua aspek dari suatu masalah. Berpikir kritis ditandai dengan siswa mampu melakukan analisis serta mengevaluasi informasi dari berbagai data. Sebagai salah satu aspek berpikir tingkat tinggi, kemampuan berpikir kritis tidak serta merta didapat ketika lahir. Kemampuan ini perlu diasah sejak dini dengan memberikan stimulus berupa pertanyaan-pertanyaan yang tidak hanya mengacu pada jawaban inti. Akan tetapi, lebih kepada pertanyaan yang membutuhkan alasan logis serta dapat dipertanggungjawabkan (Ali Hamzah, 2014). Hal inilah yang membuat kemampuan berpikir kritis penting diterapkan dalam pembelajaran.

Rendahnya kemampuan berpikir kritis siswa didukung dengan fakta nilai hasil studi pendahuluan yang mendapat kesimpulan bahwa kemampuan berpikir kritis matematis kelas X MIPA SMA N 1 Kasihan tahun ajaran 2019/2020 masuk kategori rendah dengan rata-rata nilai tes studi pendahuluan kemampuan berpikir kritis sebesar 34,33 dari rentang nilai maksimal 100 (Lampiran 1.5). Hal ini didukung pula dengan hasil pengamatan tidak terstruktur pada saat PLP bahwa latihan soal yang diberikan pada proses pembelajaran sebelumnya memiliki kompleksitas yang masih tergolong rendah dan sedikit sekali soal yang berorientasi pada kemampuan berpikir kritis. Kebanyakan soal berupa pertanyaan yang hanya tertuju pada penyelesaian dan pemecahan langsung sehingga siswa kesulitan menjawab beberapa soal kritis berbentuk analisis maupun soal-soal berbentuk aplikasi yang peneliti berikan. Hal inilah yang menjadi praduga rendahnya kemampuan berpikir kritis matematis siswa.

Permendikbud nomor 65 tahun 2013 menyatakan bahwa untuk memperkuat pendekatan saintifik yang terdapat pada kurikulum 2013 perlu diterapkan pembelajaran berbasis penelitian atau penemuan (*discovery*) yang diharapkan dapat menunjang terwujudnya seluruh kompetensi yang dimuat dalam kurikulum 2013. Salah satu bentuk pembelajaran berbasis penemuan (*discovery*) adalah *guided discovery* (penemuan terbimbing).

Carin dan Sund (Nurhayati, 2017) mengungkapkan beberapa alasan dipilihnya *guided discovery*. Pertama, *guided discovery* dapat memfasilitasi seseorang dalam mengembangkan potensinya dalam hal menemukan konsep secara mandiri agar tidak hanya menghafal tapi juga memberi makna mendalam pada pembelajaran.

Kedua, *guided discovery* dapat merubah motivasi eksternal menjadi internal dengan mendorong siswa berani untuk mengemukakan ide. Ketiga, melalui *guided discovery* siswa dilatih belajar menemukan dengan mendengar, membaca, berbicara, melihat dan berpikir dari apa yang mereka lakukan dan merefleksikan apa yang dilihat. Hal ini diperkuat dengan penelitian Dahliana, dkk (2018) yang mengungkapkan bahwa *Guided discovery* (penemuan terbimbing) berpengaruh secara signifikan dalam meningkatkan kemampuan berpikir kritis matematis siswa.

Salah satu metode pembelajaran yang mendukung penggunaan model *guided discovery* dalam memfasilitasi kemampuan berpikir kritis adalah metode *talking stick* (Putri, 2019). Metode ini biasa digunakan pada proses evaluasi terutama saat melakukan presentasi di depan kelas. Ciri khas dalam metode ini adalah penggunaan *stick* (tongkat) dengan iringan musik atau suara. Penggunaan metode ini dinilai mampu memotivasi siswa untuk lebih bekerja keras dan aktif dalam kegiatan pembelajaran dikarenakan setiap siswa punya kesempatan sama dalam menjawab pertanyaan guru.

Selain berbicara mengenai segi hasil, segi proses juga perlu diutamakan. Dalam dunia pendidikan, kompetensi guru merupakan kunci proses pembelajaran berjalan optimal. Semakin bagus kompetensi guru dalam mengajar maka semakin bagus pula hasil pembelajarannya. Dalam kegiatan mengajar ini, ada dua pokok kegiatan guru yakni kegiatan pengelolaan pembelajaran dan pengelolaan kelas. pengelolaan kelas merupakan kegiatan guru dalam menciptakan kondisi kelas yang kondusif dan optimal dalam pembelajaran. Sedangkan pengelolaan pembelajaran merupakan kegiatan untuk memenuhi tujuan pembelajaran yang melibatkan

komponen materi, metode dan media pengajaran (Arikunto, 2006). Oleh karena itu, dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran secara optimal dibutuhkan perencanaan yang matang dalam menyusun perangkat pembelajaran sebelum kelas dilaksanakan.

Penyusunan perangkat pembelajaran guna meningkatkan kualitas pembelajaran dipandang sebagai salah satu inovasi dan jawaban bagi permasalahan guru dalam pemenuhan sarana prasarana pendidikan yang memadai. Perencanaan ini diperlukan guna menciptakan keselarasan antara langkah-langkah pembelajaran, sumber belajar peserta didik, lembar kerja, media, dan instrumen penilaian.

Berdasarkan hasil wawancara dengan ibu Evelina selaku guru matematika di SMA N 1 Kasihan mendapatkan kesimpulan bahwa K13 yang mengalami revisi dari waktu ke waktu membuat kebanyakan guru tidak memiliki pedoman utama dalam proses pembelajaran. Selain itu, penggunaan sumber belajar dari internet dan LKPD yang dijual di pasaran tidak memiliki keselarasan dengan langkah-langkah pembelajaran yang disusun dalam RPP guru. Umumnya, LKPD hanya berupa kumpulan berbagai macam bentuk soal. Penyajian materipun cukup ringkas tanpa ada panduan kerja untuk peserta didik. Selain itu, latihan soal dalam LKPD tidak dikhususkan untuk mengukur proses kognitif peserta didik. Oleh karena itu, dalam penelitian ini peneliti mencoba mengembangkan perangkat pembelajaran matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick* untuk memfasilitasi kemampuan berpikir kritis siswa yang memiliki keselarasan antara silabus, RPP, LKPD dan instrumen penilaian yang digunakan.

Salah satu hal penting dalam menyusun bahan ajar adalah pemilihan materi yang tepat (Musfiqi & Jailani, 2014). Salah satu materi matematika wajib untuk SMA kelas X adalah trigonometri. Dalam materi ini terdapat sub materi aturan sinus dan cosinus. Pemilihan materi aturan sinus dan cosinus dikarenakan materi ini merupakan salah satu materi dalam trigonometri yang memiliki berbagai kesulitan. Penelitian Haryanti (2010) dan Listyana (2012) mendeskripsikan beberapa kesulitan belajar peserta didik pada materi aturan sinus dan cosinus antara lain kesulitan memahami dan menggunakan konsep, kesulitan dalam mengaplikasikan materi prasyarat, kesulitan dalam menerapkan penggunaan rumus pada soal dan kurang teliti dalam melakukan perhitungan.

Bertitik tolak dari uraian pada paragraf-paragraf sebelumnya, dipandang perlu untuk dikembangkan perangkat pembelajaran matematika yang dapat memberdayakan kemampuan berpikir kritis peserta didik. Penelitian ini difokuskan pada pengembangan perangkat model *guided discovery* dengan metode *talking stick* yang memiliki kesesuaian dengan K13 pada materi aturan sinus dan cosinus kelas X SMA/MA.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana mengembangkan perangkat pembelajaran matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick* yang berkualitas untuk memfasilitasi kemampuan berpikir kritis pada materi aturan sinus dan cosinus?

C. Tujuan Pengembangan

Tujuan penelitian ini adalah menghasilkan perangkat pembelajaran matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick* yang berkualitas untuk memfasilitasi kemampuan berpikir kritis pada materi aturan sinus dan cosinus.

D. Spesifikasi Produk

Spesifikasi produk penelitian pengembangan berupa perangkat pembelajaran model *guided discovery* dengan metode *talking stick* ini adalah sebagai berikut:

1. Produk penelitian

Produk penelitian pengembangan ini adalah perangkat pembelajaran matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick*. Produk ini terdiri atas petikan silabus, Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick*, lembar kerja peserta didik, dan instrumen penilaian kemampuan berpikir kritis. Produk perangkat pembelajaran berbentuk media cetak ukuran A4 dengan ketebalan kertas isi 80 gram dan ketebalan kertas *cover* 120 gram.

2. Materi

Materi dalam perangkat pembelajaran ini adalah materi aturan sinus dan cosinus kelas X SMA/MA semester 2, berdasarkan kurikulum 2013 revisi 2018 yang meliputi:

Kompetensi Dasar:

3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus

4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

Sub materi:

- a) Aturan sinus
- b) Aturan cosinus
- c) Luas daerah segitiga

E. Manfaat Pengembangan

Hasil penelitian pengembangan ini diharapkan dapat memberikan beberapa manfaat antara lain sebagai berikut:

1. Manfaat Teoritis
 - a. Dapat memberi tambahan teori pengetahuan terkait pengembangan perangkat pembelajaran berbasis model *Guided Discovery* dengan metode *Talking Stick* terhadap kemampuan berpikir kritis pada materi aturan sinus dan cosinus
 - b. Dapat dijadikan bahan kajian untuk penelitian lebih lanjut dan lebih mendalam terkait topik dalam penelitian.
2. Manfaat Praktis
 - a. Bagi peserta didik, dapat membantu meningkatkan kemampuan berpikir kritis pada pembelajaran trigonometri khususnya aturan sinus dan cosinus.

- b. Bagi guru, dapat meningkatkan pengetahuan, kreativitas dan inovasi dalam menyusun perangkat pembelajaran matematika
- c. Bagi sekolah, dapat memberikan sumbangan pemikiran sebagai alternatif pembelajaran dalam meningkatkan mutu pendidikan di sekolah.
- d. Bagi peneliti, dapat menambah pengetahuan tentang inovasi perangkat pembelajaran matematika agar kedepannya dapat mengembangkan perangkat pembelajaran matematika dengan materi yang lain

F. Asumsi Pengembangan

Asumsi dalam penelitian pengembangan ini adalah:

1. Produk penelitian dikembangkan sesuai dengan langkah-langkah pengembangan yang telah ditentukan.
2. Validasi perangkat pembelajaran dilakukan oleh validator ahli yang sesuai dengan kriteria penilaian perangkat pembelajaran.

G. Batasan Pengembangan

Karena keterbatasan penelitian dalam beberapa hal seperti kemampuan, waktu penelitian dan kondisi lingkungan akibat pandemi covid-19, maka peneliti membatasi permasalahan agar penelitian ini dapat lebih fokus dan optimal.

Pembatasan penelitian ini antara lain:

1. Pembuatan perangkat pembelajaran terbatas pada KD 3.10 dan 4.10 materi aturan sinus dan cosinus
2. Penggunaan produk perangkat pembelajaran ditujukan untuk pembelajaran *offline*.

3. Penilaian kelayakan produk penelitian dibatasi sampai tahap validasi oleh validator ahli.

H. Definisi Operasional

Definisi istilah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Pembelajaran matematika

Pembelajaran matematika dalam penelitian ini adalah suatu proses kerjasama antara guru dan peserta didik dalam memanfaatkan fasilitas dan sumber belajar matematika dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran.

2. Berpikir Kritis

Berpikir kritis dalam penelitian ini adalah proses berpikir secara logis, beralasan dan reflektif dalam menyelesaikan masalah yang dilakukan dengan menganalisis berbagai informasi untuk membuat kesimpulan yang dapat dipercaya dan diyakini kebenarannya.

3. Perangkat Pembelajaran matematika

Perangkat pembelajaran dalam penelitian ini adalah keseluruhan komponen yang harus dipersiapkan guru sebelum memulai pembelajaran. Komponen ini meliputi cuplikan silabus, rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP), lembar kerja peserta didik (LKPD) dan instrumen penilaian.

4. Model pembelajaran *guided discovery*

Model pembelajaran *guided discovery* dalam penelitian ini adalah model pembelajaran penemuan yang menitikberatkan penemuan dengan bimbingan guru.

5. Metode *talking stick*

Metode *talking stick* dalam penelitian ini adalah metode pembelajaran berbantuan media, berupa tongkat dan iringan musik yang digunakan untuk mempresentasikan hasil belajar pada tahap evaluasi.

6. Perangkat pembelajaran matematika dengan model *guided discovery* dipadukan metode *talking stick*

Perangkat pembelajaran matematika dengan seluruh komponen perangkatnya disesuaikan dengan model *guided discovery* dipadukan metode *talking stick*.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Langkah-langkah pengembangan perangkat pembelajaran matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick* untuk memfasilitasi kemampuan berpikir kritis pada materi aturan sinus dan cosinus dikembangkan dengan model pengembangan *Richey and Klein* dengan tiga tahapan pengembangan yakni *planning*, *production* dan *evaluation*. Perangkat pembelajaran ini terdiri dari empat komponen yakni silabus, Rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP), Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) dan instrumen penilaian kemampuan berpikir kritis.
2. Perangkat pembelajaran matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick* untuk memfasilitasi kemampuan berpikir kritis siswa pada materi aturan sinus dan cosinus telah teruji **valid** dan layak diujicobakan dalam pembelajaran matematika dengan kategori kualitas sangat baik.

B. Saran

Adapun saran pemanfaatan dan pengembangan produk lebih lanjut dijabarkan sebagai berikut.

1. Saran Pemanfaatan

- a. Perangkat pembelajaran dapat digunakan dalam pembelajaran karena telah teruji valid dan mendapat penilaian sangat baik dari validator ahli.
- b. Untuk menghemat biaya pengadaan LKPD maka pengguna LKPD baik guru maupun peserta didik dapat dibagikan dalam bentuk *softcopy*.
- c. Langkah-langkah pembelajaran pada RPP akan lebih baik digunakan untuk kelas dengan karakteristik peserta didik yang senang dengan pembelajaran diskusi dan membutuhkan banyak interaksi dengan teman sekelas.
- d. Dalam implementasinya, langkah-langkah pembelajaran dapat dimaksimalkan dengan memberikan soal pengayaan yang lebih banyak untuk peserta didik berkemampuan tinggi. Sedangkan untuk peserta didik dengan kemampuan yang lebih rendah alokasi pembelajaran dapat diperpanjang dengan pemberian tugas rumah oleh guru.

2. Saran pengembangan Produk Lebih Lanjut

- a. Perangkat pembelajaran matematika berbasis model *guided discovery* dengan metode *talking stick* untuk memfasilitasi kemampuan berpikir kritis siswa pada materi aturan sinus dan cosinus dapat dikembangkan lebih lanjut sampai pada tahap ujicoba lapangan sehingga kualitas perangkat pembelajaran dapat teruji kepraktisan dan keefektifannya.

- b. Perangkat pembelajaran dapat dikembangkan pula pada materi pokok dan jenjang pendidikan yang lainnya. Perangkat pembelajaran ini diharapkan dapat dijadikan acuan dalam mengembangkan perangkat pembelajaran tersebut, tentunya dengan tetap memperhatikan kelebihan dan kekurangannya sehingga produk yang dihasilkan kedepannya dapat menjadi produk yang lebih baik.



DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah. (2017). Pendekatan dan Model Pembelajaran yang Mengaktifkan Siswa . *Edureligia*, 48.
- A., B. (2009). *Model Desain Sistem Pembelajaran*. Jakarta: Dian Rakyat.
- Afifah, I. N. (2016). *Efektivitas Pembelajaran Matematika Melalui Metode Penemuan Terbimbing Ditinjau dari Prestasi Belajar dan Keaktifan Siswa MAN Yogyakarta*. Yogyakarta: Skripsi UNY.
- Apino, E., & H., R. (2017). *Developing Instructional Design to Improve Mathematical Higher Order Thinking Skills of Students*. *Journal of Physics:Conference Series*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- Arikunto, S. (2006). *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktek Edisi Revisi IV*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.
- Azwar, S. (1987). *Tes Prestasi: Fungsi dan Pengembangan Pengukuran Prestasi Belajar*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Benny, A. (2009). *Model Desain Sistem Pembelajaran*. Jakarta : Dian Rakyat .
- Depdiknas. (2008). Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan. *Dikmenum*.
- Fahimah, N. (2015). *Keefektifan Pembelajaran Guided Discovery Learning dengan Penilaian Tes Superitem Terhadap Hasil Belajar Siswa Kelas VIII*. Semarang: Universitas Negeri Semarang .
- Firdaus, Ismail Kailani, M., & Nor Bin Bakar, B. (2015). Developing Chritical Thinking Skills of Students in Mathematics Learning. *Journal of Eeducation and Learning*, 226-236.

- Hanafiah. (2012). *Konsep Strategi Pembelajaran*. Bandung: PT. Refika Aditama.
- Hardini, & Puspitasari. (2012). Strategi Pembelajaran Terpadu. *Familia*.
- Hariyanto, & Suyono. (2012). *Belajar dan pembelajaran Teori Konsep Dasar* . Bandung: PT Remaja Rosda Karya .
- Haryanti, C. N. (2010). *Diagnosis Kesulitan Belajar Siswa Pokok Bahasan Perbandingan dan Fungsi Trigonometri sub pokok Bahasan Aturan Ssinus cosinus siswa kelas XI SMK Negeri 10 Malang dan Pembelejaran Remedialnya*. Malang: Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang.
- Hendryadi. (2017). Validitas Isi: Tahap Awal Pengembangan Kuisisioner. *Jurnal Riset Manajemen dan Bisnis (JRMB) Fakultas Ekonomi UNIAT*, 169-178.
- Hosnan , M. (2014). *Pendekatan Sainifik dan Kontekstual dalam Pembelajaran Abad 21*. Bogor: Ghalia Indonesia.
- Ibrahim. (2019). Pendekatan ramah, terbuka dan komunikatif pada pembelajaran matematika di SMP. *Jurnal Mercumatika: Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika*, 4 (1), 39-47.
- Ibrahim. (2020). Desain Penyajian Materi Persamaan Garis Lurus di SMP Berorientasi Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. *Media Pendidikan Matematika*, 8(2), 1-15.
- Ibrahim, & Suparni. (2008). *Pembelajaran Matematika Teori dan Software-nya*. Yogyakarta: Suka Press UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
- Ibrahim, & Suparni. (2008). *Strategi Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Bidang Akademik UIN Sunan Kalijaga .

- Jihad, A. (2008). *Pengembangan Kurikulum Matematika*. Yogyakarta: Multi Pressindo .
- Laksana, S. D. (2017). Integrasi Empat Pilar Pendidikan (UNESCO) dan Tiga Pilar Pendidikan Islam. *Al-Idarah*, 43-61.
- Listiyana , F., Ariyanto, & Khotimah , R. P. (2012). *Analisis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Rumus-Rumus Segitiga Pada Materi Trigonometri Kelas X SMA N 1 Cawas Kabupaten Klaten*. Surakarta: Skripsi UMS Surakarta.
- Majid, A. (2006). *Perencanaan Pembelajaran*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- Markaban. (2008). *Model Penemuan Terbimbing pada Pembelajaran Matematika SMK*. Yogyakarta: Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika.
- Monica, & Luzar, L. (2011). Efek Warna Dalam Dunia Desain dan Periklanan. *Humaniora*, 2, 1084-1096.
- Muadin, M. (2011). *Efektivitas Model Pembelajaran Matematika Dengan Pendekatan Penemuan Terbimbing Disertai Metode Talking Stick Terhadap Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Peserta Didik*. Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga.
- Mudlofir, A. (2011). *Aplikasi Pengembangan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan dan Bahan Ajar dalam Pendidikan Agama Islam*. Surabaya: Rajawali Press.
- Mulyasa. (2008). *Menjadi Guru Professional*. Bandung: PT Remaja Rosda Karya.

- Musfiqi, S., & Jailani. (2014). Pengembangan Bahan Ajar Matematika yang Berorientasi pada Karakter dan High order Thinking Skill (HOTS). *Phytagoras*, 9(1), 45-59.
- Musthafa. (2004). *Teaching of Mathematics New Trends and Inovation*. . New Delhi: Deep and Deep Publication PVT Ltd.
- Nurhayati, N. (2017). Pengembangan Bahan Ajar Trigonometri Berbasis Kontekstual Melalui Metode Guided Discovery Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Konsep Siswa. *Fibbonanci: Jurnal Pendidikan Matematika UMJ*.
- Possin, K. (2014). Critique of the Watson-Glaser critical thinking appraisal test: The more you know, the lower your score vol. 34 no. 4.
- Purboningsih, D. (2015). Pengembangan Perangkat Pembelajaran dengan pendekatan guided discovery pada materi barisan dan deret untuk siswa SMK Kelas X. *Jurnal Pendidikan Matematika UNY*.
- Purwati, D. (2018). *Efektivitas Model Pembelajaran Guided Discovery Dalam Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis Dan Self Efficacy Siswa Pada Pembelajaran Tematik Integrative Kelas V Madrasah Ibtidaiyah Kecamatan Gondalegi*. Malang: UIN Malang.
- Puspitawati, V. S. (2013). *Diagnosis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal-soal Aturan Sinus Kosinus dan Lluas Segitiga Serta Upaya Remedialnya Kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta*. Yogyakarta: Skripsi Universitas Sanatha Darma.

- Putri, E. N. (2019). *Penerapan model Pembelajaran Kooperatif Tipe Talking Stick Untuk Meningkatkan Hasil Belajar IPS pada Peserta didik Kelas III SDN Segoromadu*. Gresik: Thesis. Universitas Muhamadiyah Gresik.
- Rohaeti, E. E. (2010). Critical and Creative Mathematical Thinking of Junior High School Student. *Educationist Journal* , 99-106.
- Rohaeti, E. E., & Koswara, D. (2018). Mathematical critical thinking and resiliency: experiment of grade-7 student using scientific approach. *Jurnal Rriset Pendidikan Matematika*, 224-234.
- Rusiyanti, R. H. (2011). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Konstruktivisme untuk Melatih Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Kelas X. *Jurnal Pendidikan Matematika Volume 5*.
- Rusman. (2012). *Model-model Pembelajaran*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- Rusman. (2014). *Model-model Pembelajaran (Mengembangkan Profesionalisme Guru)*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- Sanjaya, W. (2008). *Perencanaan dan Desain Sistem Pembelajaran*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.
- Santi, D., Sugiarti, T., & K, A. I. (2015, April). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Realistik Pada Pokok Bahasan Lingkaran Kelas VIII SMP. *Kadima, Vol.6*, 86-86.
- Sudjana, N. (2009). *Penilaian Hasil Belajar Mengajar*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- Sudjana, N. (2014). *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*. Bandung: Rosdakarya.

- Sugiyono. (2016). *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D)*. Bandung: Alfabeta.
- Sugiyono. (2016). *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D)*. Bandung: Alfabeta.
- Sugiyono. (2018). *Metode Penelitian Kuantitatif*. Bandung: Alfabeta.
- Suherman, E., & dkk. (2001). Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer. *Juridik Matematika Fakultas Pendidikan MIPA UPI*, 56.
- Sumarmo, U. (2017). *Hard Skill dan Soft Skills Matematik Siswa*. Bandung: PT. Refika Aditama .
- Suprihatiningrum, J. (2013). *Strategi Pembelajaran: Teori dan Aplikasi*. Yogyakarta: ArRuzz Media.
- Suprijono. (2014). *Cooperative Learning Teori dan Aplikasi Pakem*. Yogyakarta: Pustaka Belajar.
- Trianto. (2010). *Model Pembelajaran Terpadu (Konsep, Strategi, dan Implementasinya dalam kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Widoyoko, S. E. (2012). *Teknik Penyusunan Instrumen Penelitian*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Wijayanti, F. (2014). *Pengembangan LKS IPA Berbasis Multiple Intelligences pada Tema Energi dan Kesehatan untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa*. Semarang: Universitas Negeri Semarang .
- Zubaidah, A., & Risnawati. (2016). *Psikologi Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Aswaja Pressindo.



LAMPIRAN-LAMPIRAN

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

LAMPIRAN I

INSTRUMEN STUDI PENDAHULUAN

- Lampiran 1.1 Kisi-Kisi Soal Studi Pendahuluan
- Lampiran 1.2 Alternatif jawaban Soal Studi Pendahuluan
- Lampiran 1.3 Soal Studi Pendahuluan
- Lampiran 1.4 Pedoman Penskoran Studi Pendahuluan
- Lampiran 1.5 Penilaian Soal Studi Pendahuluan
- Lampiran 1.6 Pedoman Wawancara
- Lampiran 1.7 Hasil Wawancara



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Lampiran 1.1**KISI-KISI SOAL STUDI PENDAHULUAN
KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS SISWA**

Nama Sekolah	: SMA N 1 Kasihan Bantul	Materi	: Sistem Pertidaksamaan Linear Tiga Variabel
Kelas/ Semester	: X/ II	Alokasi Waktu	: 45 Menit
Mata Pelajaran	: Matematika Wajib	Jumlah Soal	: 4 Butir soal uraian

Kompetensi Dasar:

- 3.3 Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel dari masalah kontekstual
- 4.3 Menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear tiga variabel

Indikator Kemampuan Berpikir Kritis:

1. Merumuskan masalah dengan jelas
2. Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)
3. Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia
4. Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta
5. Menilai bukti dari data yang tersedia
6. Mengevaluasi argumen yang diujikan

No. Soal	Indikator Berpikir Kritis Matematis	Indikator Soal	Soal Uraian
1	Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta.	Siswa diminta menentukan harga masing-masing barang jika diketahui harga barang secara keseluruhan serta menentukan kebenaran dari pernyataan yang diberikan	Bu Wati dan Bu Yeni pergi untuk membeli songket khas Palembang di Butik "Citra". Bu Wati membeli tiga buah songket Limar dan dua buah songket Berakam seharga Rp.13.700.000,-. Bu Yeni membeli dua buah songket Limar dan satu buah songket Berakam seharga Rp 7.800.000,-. Kemudian Bu Nosi juga akan membeli songket di butik yang sama. Bu Nosi memiliki uang Rp. 30.000.000,- . Menurut Bu Nosi uang yang dimilikinya cukup untuk membeli 2 jenis songket tersebut sebanyak 14 buah. Tetapi menurut Bu Wati, uang Bu Nosi tidak cukup untuk membeli 14 buah songket tersebut sedangkan menurut Bu Yeni uang tersebut akan cukup tergantung jumlah tiap jenis songket mana yang akan dibeli Bu Nosi. Siapakah yang mengatakan benar? Mengapa? Berikan Alasanmu!
2	Menganalisa pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)	Siswa diminta mengidentifikasi pernyataan yang diberikan pada soal jika diberikan informasi tersirat mengenai umur tiga orang anak	Dalam sebuah keluarga, terdapat tiga orang anak yang masing-masing bernama Arina, Dewi dan Zahra. Diketahui jumlah umur Arina dan Dewi sama dengan tiga kali umur Zahra dan umur ketiga anak tersebut jika dijumlahkan adalah 32. Jika selisih umur Arina dan Dewi adalah 4 tahun. Maka berapakah masing-masing umur mereka ?

No. Soal	Indikator Berpikir Kritis Matematis	Indikator Soal	Soal Uraian
	Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia		
3	Merumuskan permasalahan dengan jelas.	Siswa diminta menganalisa argumen dalam soal, menemukan penyelesaian, dan menentukan kebenaran dari pernyataan yang diberikan.	Ani pergi ke toko buku untuk membeli buku, pulpen dan penghapus. Jumlah penghapus yang dibeli oleh Ani sama dengan banyaknya buku yang ia beli ditambah dengan sepersepuluh jumlah pulpen yang ia beli. Lalu, jumlah pulpen yang ia beli sama dengan empat perlima dari jumlah seluruh barang yang ia beli. Jumlah buku yang ia beli adalah 15 buah. Berapakah jumlah masing-masing barang yang dibeli oleh Ani ? Apakah benar jika jumlah buku dan penghapus yang dibeli Ani sama dengan jumlah seperempat barang keseluruhan yang ia beli ? Buktikan dengan melakukan evaluasi sesuai perhitungan anda !
	Menganalisa pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)		
	Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia		
	Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan		

No. Soal	Indikator Berpikir Kritis Matematis	Indikator Soal	Soal Uraian
	(pernyataan) berdasarkan fakta.		
4	Menilai bukti dari data yang tersedia Mengevaluasi argumen yang diujikan	Diberikan suatu penyelesaian dari system persamaan linear. Siswa diminta mengoreksi kesalahan pada proses pengerjaan dan menentukan kesimpulan yang dipaparkan	<p>Cermati langkah pengerjaan sistem persamaan linear berikut ini:</p> $\frac{2}{x} - \frac{5}{y} + \frac{3}{z} = 2 \dots (1)$ $-\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{2}{z} = 4 \dots (2)$ $\frac{3}{x} - \frac{1}{y} - \frac{5}{z} = 0 \dots (3)$ <p>Penyelesaian: Misal $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c$</p> $\frac{2}{x} - \frac{5}{y} + \frac{3}{z} = 2 \Leftrightarrow 2a - 5b + 3c = 2 \dots (i)$ $-\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{2}{z} = 4 \Leftrightarrow -a + 4b + 2c = 4 \dots (ii)$ $\frac{3}{x} - \frac{1}{y} - \frac{5}{z} = 0 \Leftrightarrow 3a - b - 5c = 0 \dots (iii)$ <p>Eliminasi persamaan (i) dan (ii)</p> $\begin{array}{rcl} 2a - 5b + 3c = 2 & & 2a - 5b + 3c = 2 \\ -a + 4b + 2c = 4 & & -2a + 8b + 6c = 4 \\ \hline & & 3b + 7c = 6 \dots (4) \end{array} \quad +$ <p>Eliminasi persamaan (ii) dan (iii)</p>

No. Soal	Indikator Berpikir Kritis Matematis	Indikator Soal	Soal Uraian
			$\begin{array}{r} -a + 4b + 2c = 4 \\ 3a - b - 5c = 0 \end{array}$ $\begin{array}{r} -3a + 4b + 6c = 4 \\ 3a - b - 5c = 0 \\ \hline 3b + c = 4 \dots(5) \end{array} +$ <p>Eliminasi persamaan (4) dan (5)</p> $\begin{array}{r} 3b + 7c = 6 \\ 3b + c = 4 \\ \hline 6c = 2 \\ c = \frac{1}{3} \end{array} -$ <p>Substitusikan nilai c ke persamaan 5</p> $\begin{array}{r} 3b + c = 4 \\ 3b = 4 - \frac{1}{3} \\ 3b = \frac{11}{3} \\ b = \frac{11}{9} \end{array}$ <p>Substitusikan nilai b dan c ke dalam persamaan (i)</p> $\begin{array}{r} 2a - 5b + 3c = 2 \\ 2a - 5\left(\frac{11}{9}\right) + 3\left(\frac{1}{3}\right) = 2 \\ 2a = 2 + 1 - 6 \\ 2a = -5 \\ a = \frac{5}{2} \end{array}$ <p>Diperoleh nilai $a = \frac{5}{2}$, $b = \frac{11}{9}$, $c = \frac{1}{3}$ sehingga nilai x, y dan z yaitu:</p>

No. Soal	Indikator Berpikir Kritis Matematis	Indikator Soal	Soal Uraian
			$a = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{5}{2} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$ $b = \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{11}{9} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow y = \frac{9}{11}$ $c = \frac{1}{z} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{z} \Leftrightarrow z = 3$ <p>Penyelesaian SPLTV tersebut yaitu $x = \frac{2}{5}, y = \frac{9}{11}, z = 3$</p> <p>Berdasarkan uraian penyelesaian yang diatas. Analisislah tiap langkah penyelesaiannya !</p> <p>Benarkah penyelesaian di atas ? Andai terjadi kesalahan, tuliskan pada langkah mana kesalahan itu terjadi kemudian tuliskan perbaikannya! Kemukakan alasanmu!</p>

Lampiran 1.2

ALTERNATIF JAWABAN
SOAL STUDI PENDAHULUAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS SISWA

NO	SOAL	ALTERNATIF JAWABAN	SKOR
1	<p>Bu Wati dan Bu Yeni pergi untuk membeli songket khas Palembang di Butik “Citra”. Bu Wati membeli tiga buah songket Limar dan dua buah songket Berakam seharga Rp.13.700.000,-. Bu Yeni membeli dua buah songket Limar dan satu buah songket Berakam seharga Rp 7.800.000,-. Kemudian Bu Nosi juga akan membeli songket di butik yang sama. Bu Nosi memiliki uang Rp. 30.000.000,- . Menurut Bu Nosi uang yang dimilikinya cukup untuk membeli 2 jenis songket tersebut sebanyak 14 buah. Tetapi menurut Bu Wati, uang Bu Nosi tidak cukup untuk membeli 14 buah songket tersebut sedangkan menurut Bu Yeni uang tersebut akan cukup tergantung jumlah tiap jenis songket mana yang akan dibeli Bu Nosi. Siapakah yang mengatakan benar? Mengapa? Berikan Alasanmu!</p>	<p>Misalkan: Harga 1 songket Limar = x Harga 1 songket Berakam = y Bu Wati membeli 3 buah songket Limar dan 2 buah songket Berakam seharga Rp 13.700.000, – $3x + 2y = 13700 \dots (1)$ Bu Yeni membeli 2 buah songket Limar dan 1 buah songket Berakam seharga Rp 7.800.000, – $2x + y = 7800 \dots (2)$ Eliminasi persamaan (1) dan (2) $3x + 2y = 13700$ $3x + 2y = 13700$ $2x + y = 7800$ $4x + 2y = 15600$ $-x = -1900$ $x = 1900$ Substitusi nilai $x = 1900$ ke persamaan (2) $2x + y = 7800$ $2(1900) + y = 7800$ $3800 + y = 7800$ $y = 4000$</p>	5

		<p>Sehingga harga 1 songket Limar Rp. 1.900.000, – dan harga 1 songket Berakam Rp 4.000.000, –</p> <p>Jika Bu Nosi membeli 13 buah songket Limar dan 1 buah songket Berakam maka:</p> $13 \times \text{Rp. } 1.900.000,- = \text{Rp. } 24.700.000,-$ $1 \times \text{Rp. } 4.000.000,- = \text{Rp. } 4.000.000,-$ $\text{Rp. } 28.700.000,-$ <p>Sehingga dengan uang yang dimiliki Bu Nosi Rp. 30.000.000,- dapat untuk membeli 14 buah songket dengan 2 jenis berbeda. Berdasarkan paparan diatas, dapat disimpulkan bahwa pendapat Bu Wati SALAH dan pendapat bu Yani BENAR.</p>	
2	<p>Dalam sebuah keluarga, terdapat tiga orang anak yang masing-masing bernama Arina, Dewi dan Zahra. Diketahui jumlah umur Arina dan Dewi sama dengan tiga kali umur Zahra dan umur ketiga anak tersebut jika dijumlahkan adalah 32. Jika selisih umur Arina dan Dewi adalah 4 tahun. Maka berapakah masing-masing umur mereka ?</p>	<p>Misalkan:</p> <p>Umur Arina : a</p> <p>Umur Dewi : b</p> <p>Umur Zahra : c</p> <p>jumlah umur Arina dan Dewi sama dengan tiga kali umur Zahra</p> $a + b = 3c \dots (1)$ <p>Umur ketiga anak tersebut jika dijumlahkan adalah 32.</p> $a + b + c = 32 \dots (2)$ <p>Selisih umur Arina dan Dewi adalah 4 tahun.</p> $a - b = 4 \dots (3)$ <p>Eliminasi persamaan (1) dan (2)</p>	5

		$a + b - 3c = 0$ $a + b + c = 32$ $-4c = -32$ $c = 8$ <p>Substitusikan nilai $c = 8$ ke persamaan (1)</p> $a + b = 3c$ $a + b = 3(8)$ $a + b = 24 \dots (4)$ <p>Eliminasi persamaan (3) dan (4)</p> $a - b = 4$ $a + b = 24$ $-2b = -20$ $b = 10$ <p>Substitusikan nilai $c = 8$ dan $b = 10$ ke persamaan (2)</p> $a + b + c = 32$ $a + 10 + 8 = 32$ $a = 32 - 18$ $a = 14$ <p>Jadi diperoleh umur Arina 14 tahun, Dewi 10 tahun dan Zahra 8 tahun. Sehingga, ketika Zahra lahir, Arina berumur 6 tahun dan Dewi berumur 2 tahun. Jadi, pernyataan “Zahra lahir saat Arina berumur 8 tahun dan Dewi 4 tahun” adalah SALAH.</p>	
--	--	--	--

3	<p>Ani pergi ke toko buku untuk membeli buku, pulpen dan penghapus . Jumlah penghapus yang dibeli oleh Ani sama dengan banyaknya buku yang ia beli ditambah dengan sepersepuluh jumlah pulpen yang ia beli. Lalu, jumlah pulpen yang ia beli sama dengan empat perlima dari jumlah seluruh barang yang ia beli. Jika diketahui jumlah buku yang ia beli adalah 15 buah. Berapakah jumlah masing-masing barang yang dibeli oleh Ani? Apakah benar jika jumlah buku dan penghapus yang dibeli Ani sama dengan jumlah seperempat barang keseluruhan yang ia beli? Buktikan dengan melakukan evaluasi sesuai perhitungan anda</p>	<p>Misalkan :</p> <p>Jumlah buku : a</p> <p>Jumlah pulpen : b</p> <p>Jumlah penghapus : c</p> <p>Jumlah penghapus yang dibeli oleh Ani sama dengan banyaknya buku yang ia beli ditambah dengan sepersepuluh jumlah pulpen yang ia beli</p> $c = a + \frac{1}{10}b$ $10c = 10a + b$ $-b + 10c = 10a \dots (1)$ <p>Jumlah pulpen yang ia beli sama dengan empat perlima dari jumlah seluruh barang yang ia beli</p> $b = \frac{4}{5}(a + b + c)$ $b = \frac{4}{5}a + \frac{4}{5}b + \frac{4}{5}c$ $b - \frac{4}{5}b = \frac{4}{5}a + \frac{4}{5}c$ $\frac{1}{5}b = \frac{4}{5}a + \frac{4}{5}c$ $b = 4a + 4c$ $-4c + b = 4a \dots (2)$ <p>diketahui jumlah buku yang Ani beli adalah 15 buah</p> $a = 15$ <p>Substitusikan nilai $a = 15$ ke persamaan (1) dan (2)</p> $-b + 10c = 10a$ $-b + 10c = 150 \dots (4)$	5
---	---	--	---

		$-4c + b = 4a$ $-4c + b = 60 \dots (5)$ <p>Eliminasi persamaan (4) dan (5)</p> $10c - b = 150$ $-4c + b = 60$ $6c = 210$ $c = 35$ <p>Substitusikan nilai $c = 35$ ke persamaan (4)</p> $10c - b = 150$ $10(35) - b = 150$ $350 - 150 = b$ $b = 200$ <p>Jadi, nilai $b = 200$ dan $c = 35$. Sehingga jumlah buku 15 buah, pulpen 200 buah dan penghapus 35 buah.</p> <p>Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, Jumlah buku dan pulpen adalah 50 cm merupakan jumlah seperlima barang keseluruhan yang dibeli Ani yaitu 250 buah. Sehingga pernyataan “jumlah buku dan pulpen sama dengan seperempat jumlah barang keseluruhan yang dibeli Ani” adalah SALAH.</p>	
4	<p>Cermati langkah pengerjaan sistem persamaan linear yang dilakukan Desi berikut ini:</p> $\frac{2}{x} - \frac{5}{y} + \frac{3}{z} = 2 \dots (1)$ $-\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{2}{z} = 4 \dots (2)$	<p>Terdapat dua kesalahan dalam proses pengerjaan yang dilakukan oleh Desi. Dua kesalahan itu antara lain:</p> <p>Kesalahan pertama: Eliminasi persamaan (i) dan (ii)</p> $2a - 5b + 3c = 2$	5

<p> $\frac{3}{x} - \frac{1}{y} - \frac{5}{z} = 0 \dots(3)$ </p> <p>Penyelesaian:</p> <p>Misal</p> <p> $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c$ </p> <p> $\frac{2}{x} - \frac{5}{y} + \frac{3}{z} = 2 \Leftrightarrow 2a - 5b + 3c = 2 \dots (i)$ </p> <p> $-\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{2}{z} = 4 \Leftrightarrow -a + 4b + 2c = 4 \dots(ii)$ </p> <p> $\frac{3}{x} - \frac{1}{y} - \frac{5}{z} = 0 \Leftrightarrow 3a - b - 5c = 0 \dots (iii)$ </p> <p>Eliminasi persamaan (i) dan (ii)</p> $\begin{array}{r} 2a - 5b + 3c = 2 \\ -a + 4b + 2c = 4 \\ \hline 3b + 7c = 6 \dots (4) \end{array}$ <p>Eliminasi persamaan (ii) dan (iii)</p> $\begin{array}{r} -a + 4b + 2c = 4 \\ 3a - b - 5c = 0 \\ \hline -3a + 4b + 6c = 4 \\ 3a - b - 5c = 0 \\ \hline 3b + c = 4 \dots(5) \end{array}$ <p>Eliminasi persamaan (4) dan (5)</p> $\begin{array}{r} 3b + 7c = 6 \\ 3b + c = 4 \\ \hline 6c = 2 \\ c = \frac{1}{3} \end{array}$ <p>Substitusikan nilai c ke persamaan 5</p> $3b + c = 4$	<p> $-a + 4b + 2c = 4 \quad \times 2$ </p> $2a - 5b + 3c = 2$ <p> $-2a + 8b + 6c = 4 \text{ harusnya } -2a + 8b + 4c = 8$ </p> <p>Kesalahan kedua :</p> <p>Eliminasi persamaan (ii) dan (iii)</p> $\begin{array}{r} -a + 4b + 2c = 4 \quad \times 3 \\ 3a - b - 5c = 0 \\ \hline -3a + 4b + 6c = 4 \text{ harusnya } -3a + 12b + 6c = 12 \end{array}$ <p>Kesalahan ketiga :</p> <p>Substitusikan nilai b dan c ke dalam persamaan (i)</p> <p>Substitusikan nilai b dan c ke dalam persamaan (i)</p> $2a - 5b + 3c = 2$ $2a - 5\left(\frac{11}{9}\right) + 3\left(\frac{1}{3}\right) = 2$ $2a = 2 - 1 - 6 \text{ harusnya } 2a = 2 - 1 - \frac{56}{9}$ <p>Kesalahan operasi hitung ini menyebabkan cara menyelesaikan soal dan penarikan kesimpulan yang dilakukan oleh Desi menjadi tidak tepat.</p>	
---	--	--

$$3b = 4 - \frac{1}{3}$$

$$3b = \frac{11}{3}$$

$$b = \frac{11}{9}$$

Substitusikan nilai b dan c ke dalam persamaan (i)

$$2a - 5b + 3c = 2$$

$$2a - 5\left(\frac{11}{9}\right) + 3\left(\frac{1}{3}\right) = 2$$

$$2a = 2 - 1 - 6$$

$$2a = -5$$

$$a = \frac{5}{2}$$

Diperoleh nilai $a = \frac{5}{2}$, $b = \frac{11}{9}$, $c = \frac{1}{3}$ sehingga nilai

x , y dan z yaitu:

$$a = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{5}{2} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$b = \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{11}{9} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow y = \frac{9}{11}$$

$$c = \frac{1}{z} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{z} \Leftrightarrow z = 3$$

Penyelesaian SPLTV tersebut yaitu $x = \frac{2}{5}$, $y = \frac{9}{11}$, $z = 3$

Berdasarkan uraian penyelesaian yang diatas. Analisislah tiap langkah penyelesaiannya !

Benarkah penyelesaian di atas ? Andai terjadi kesalahan, tuliskan pada langkah mana kesalahan itu terjadi kemudian tuliskan perbaikannya! Kemukakan alasanmu!

SOAL STUDI PENDAHULUAN**TES KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS SISWA**

Waktu: 45 menit

1. Bu Wati dan Bu Yeni pergi untuk membeli songket khas Palembang di Butik “Citra”. Bu Wati membeli tiga buah songket Limar dan dua buah songket Berakam seharga Rp.13.700.000,-. Bu Yeni membeli dua buah songket Limar dan satu buah songket Berakam seharga Rp 7.800.000,-. Kemudian Bu Nosi juga akan membeli songket di butik yang sama. Bu Nosi memiliki uang Rp. 30.000.000,-. Menurut Bu Nosi uang yang dimilikinya cukup untuk membeli 2 jenis songket tersebut sebanyak 14 buah. Tetapi menurut Bu Wati, uang Bu Nosi tidak cukup untuk membeli 14 buah songket tersebut sedangkan menurut Bu Yeni uang tersebut akan cukup tergantung jumlah tiap jenis songket mana yang akan dibeli Bu Nosi. Siapakah yang mengatakan benar? Mengapa? Berikan Alasanmu!
2. Dalam sebuah keluarga, terdapat tiga orang anak yang masing-masing bernama Arina, Dewi dan Zahra. Diketahui jumlah umur Arina dan Dewi sama dengan tiga kali umur Zahra dan umur ketiga anak tersebut jika dijumlahkan adalah 32. Jika selisih umur Arina dan Dewi adalah 4 tahun. Maka berapakah masing-masing umur mereka ?
3. Ani pergi ke toko buku untuk membeli buku, pulpen dan penghapus. Jumlah penghapus yang dibeli oleh Ani sama dengan banyaknya buku yang ia beli ditambah dengan sepersepuluh jumlah pulpen yang ia beli. Lalu, jumlah pulpen yang ia beli sama dengan empat perlima dari jumlah seluruh barang yang ia beli. Jika diketahui jumlah buku yang ia beli adalah 15 buah. Berapakah jumlah masing-masing barang yang dibeli oleh Ani ? Apakah benar jika jumlah buku dan penghapus yang dibeli Ani sama dengan jumlah seperempat barang keseluruhan yang ia beli ? Buktikan dengan melakukan evaluasi sesuai perhitungan anda
4. Cermati langkah pengerjaan sistem persamaan linear yang dilakukan Desi berikut ini:

$$\frac{2}{x} - \frac{5}{y} + \frac{3}{z} = 2 \dots (1)$$

$$-\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{2}{z} = 4 \dots (2)$$

$$\frac{3}{x} - \frac{1}{y} - \frac{5}{z} = 0 \dots (3)$$

Penyelesaian:

Misal

$$\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c$$

$$\frac{2}{x} - \frac{5}{y} + \frac{3}{z} = 2 \Leftrightarrow 2a - 5b + 3c = 2 \dots (i)$$

$$-\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{2}{z} = 4 \Leftrightarrow -a + 4b + 2c = 4 \dots (ii)$$

$$\frac{3}{x} - \frac{1}{y} - \frac{5}{z} = 0 \Leftrightarrow 3a - b - 5c = 0 \dots (iii)$$

Eliminasi persamaan (i) dan (ii)

$$\begin{array}{r} 2a - 5b + 3c = 2 \\ -a + 4b + 2c = 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2a - 5b + 3c = 2 \\ -2a + 8b + 6c = 4 \end{array} \quad +$$

$$3b + 7c = 6 \dots (4)$$

Eliminasi persamaan (ii) dan (iii)

$$\begin{array}{r} -a + 4b + 2c = 4 \\ 3a - b - 5c = 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} -3a + 4b + 6c = 4 \\ 3a - b - 5c = 0 \end{array} \quad +$$

$$3b + c = 4 \dots (5)$$

Eliminasi persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 3b + 7c = 6 \\ 3b + c = 4 \end{array} \quad -$$

$$6c = 2$$

$$c = \frac{1}{3}$$

Substitusikan nilai c ke persamaan 5

$$3b + c = 4$$

$$3b = 4 - \frac{1}{3}$$

$$3b = \frac{11}{3}$$

$$b = \frac{11}{9}$$

Substitusikan nilai b dan c ke dalam persamaan (i)

$$2a - 5b + 3c = 2$$

$$2a - 5\left(\frac{11}{9}\right) + 3\left(\frac{1}{3}\right) = 2$$

$$2a = 2 - 1 - 6$$

$$2a = -5$$

$$a = \frac{5}{2}$$

Diperoleh nilai $a = \frac{5}{2}$, $b = \frac{11}{9}$, $c = \frac{1}{3}$ sehingga nilai x , y dan z yaitu:

$$a = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{5}{2} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$b = \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{11}{9} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow y = \frac{9}{11}$$

$$c = \frac{1}{z} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{z} \Leftrightarrow z = 3$$

Penyelesaian SPLTV tersebut yaitu $x = \frac{2}{5}$, $y = \frac{9}{11}$, $z = 3$

Berdasarkan uraian penyelesaian yang diatas. Analisislah tiap langkah penyelesaiannya !

Benarkah penyelesaian di atas ? Andai terjadi kesalahan, tuliskan pada langkah mana kesalahan itu terjadi kemudian tuliskan perbaikannya! Kemukakan alasanmu!

Lampiran 1.4

PEDOMAN PENSKORAN
SOAL STUDI PENDAHULUAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS SISWA

No Soal	Indikator Kemampuan Berpikir Kritis	Respon siswa terhadap masalah	Skor	Skor Maksimal	
1.	Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia	Siswa tidak dapat menentukan harga dari masing-masing barang	0	2	
		Siswa dapat menentukan harga satu buah barang dengan benar	1		
		Siswa dapat menentukan harga dari masing-masing barang dengan benar	2		
	Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta.	Siswa tidak menjawab pertanyaan yang diinginkan	0		2
		Siswa dapat memilih argumen dari pertanyaan dengan benar, akan tetapi belum dapat memberikan alasan dengan tepat	1		
		Siswa dapat memilih argumen dengan tepat dan memberikan alasan yang tepat pula	2		
2.	Menganalisa pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)	Siswa tidak dapat menganalisa informasi yang tersirat dalam soal yang diberikan	0	1	
		Siswa dapat mengidentifikasi hal-hal yang diketahui dalam soal yang diberikan	1		
	Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia	Siswa tidak dapat menemukan penyelesaian dari soal yang diberikan	0		2
		Siswa dapat menentukan umur satu atau dua orang anak dengan benar	1		
		Siswa dapat menentukan masing-masing umur anak dengan benar.	2		
3.	Merumuskan permasalahan dengan jelas.	Siswa tidak dapat menuliskan informasi yang ada dalam soal	0	1	
		Siswa dapat menuliskan seluruh informasi yang ada dalam soal	1		
	Menganalisa pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)	Siswa tidak dapat menganalisa argumen yang ada dalam soal	0	2	
		Siswa dapat menuliskan model matematika akan tetapi belum benar	1		
		Siswa dapat menganalisa dengan menuliskan model matematika dari soal dengan benar	2		

No Soal	Indikator Kemampuan Berpikir Kritis	Respon siswa terhadap masalah	Skor	Skor Maksimal
	Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia	Siswa tidak dapat menentukan harga masing-masing barang	0	2
		Siswa dapat menentukan harga dua buah barang dengan benar	1	
		Siswa dapat menentukan masing-masing harga barang dengan benar	2	
	Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta.	Siswa tidak dapat menjawab pertanyaan yang diinginkan	0	2
		Siswa dapat memilih argumen dari pertanyaan dengan benar, akan tetapi belum dapat memberikan alasan dengan tepat	1	
		Siswa dapat memilih argumen dengan tepat dan memberikan alasan yang tepat pula	2	
4.	Menilai bukti dari data yang tersedia	Siswa tidak dapat mencari kesalahan yang ada pada langkah pengerjaan	0	3
		Siswa dapat menemukan satu kesalahan yang ada dalam langkah pengerjaan	1	
		Siswa dapat menemukan dua kesalahan yang ada dalam langkah pengerjaan	2	
		Siswa dapat menemukan seluruh kesalahan yang ada dalam langkah pengerjaan	3	
	Mengevaluasi argumen yang diujikan	Siswa tidak dapat menuliskan langkah perbaikan	0	3
		Siswa menuliskan langkah perbaikan akan tetapi kurang tepat serta tidak menyertakan alasan terkait perbaikan yang dilakukan	1	
		Siswa menuliskan langkah perbaikan dengan tepat, akan tetapi tidak menyertakan alasan terkait perbaikan yang dilakukan	2	
		Siswa menuliskan seluruh langkah perbaikan disertai alasan yang logis terkait perbaikan yang dilakukan	3	
Skor Maksimal				20

$$\text{Skor} = \frac{\text{Skor yang diperoleh}}{\text{skor maksimal}} \times 100$$

Lampiran 1.5

**SKOR PENILAIAN SOAL STUDI PENDAHULUAN
KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS SISWA**

Skor studi pendahuluan X MIPA 1

No	Kode Siswa	Skor				Skor Total	Nilai
		1	2	3	4		
1	A-01	3	2	1	3	9	45
2	A-02	3	3	2	0	8	40
3	A-03	4	3	4	2	13	65
4	A-04	0	1	2	2	5	25
5	A-05	1	2	0	2	5	25
6	A-06	0	2	0	3	5	25
7	A-07	2	2	3	2	9	45
8	A-08	2	3	0	2	7	35
9	A-09	1	2	2	3	8	40
10	A-10	2	3	5	3	13	65
11	A-11	4	3	1	2	10	50
12	A-12	0	2	0	2	4	20
13	A-13	3	2	0	2	7	35
14	A-14	2	2	1	1	6	30
15	A-15	2	2	0	3	7	35
16	A-16	4	2	3	3	12	60
17	A-17	3	1	0	3	7	35
18	A-18	3	2	2	3	10	50
19	A-19	1	1	2	4	8	40
20	A-20	2	2	3	3	10	50
21	A-21	2	2	0	0	4	20
22	A-22	2	1	0	1	4	20
23	A-23	4	1	0	3	8	40
24	A-24	4	3	3	3	13	65
25	A-25	4	2	2	1	9	45
26	A-26	4	2	2	2	10	50
27	A-27	2	2	0	2	6	30
28	A-28	3	3	0	3	9	45
29	A-29	2	3	2	3	10	50
30	A-30	4	2	2	3	11	55
31	A-31	4	3	2	2	11	55

No	Kode Siswa	Skor				Skor Total	Nilai
		1	2	3	4		
32	A-32	4	0	0	3	7	35
33	A-33	1	2	0	2	5	25
34	A-34	3	2	0	3	8	40
35	A-35	2	2	4	2	10	50
36	A-36	2	2	4	3	11	55
	Rata-rata	2.47	2.05	1.48	2.33	8.305	41.53



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Skor studi pendahuluan X MIPA 2

No	Kode Siswa	Skor				Skor Total	Nilai
		1	2	3	4		
1	B-01	2	2	3	1	9	40
2	B-02	3	2	0	2	8	35
3	B-03	1	1	0	2	13	20
4	B-04	2	2	0	1	5	25
5	B-05	2	2	0	3	5	35
6	B-06	2	2	0	4	5	40
7	B-07	3	3	0	3	9	45
8	B-08	2	3	3	2	7	50
9	B-09	3	2	1	4	8	50
10	B-10	1	2	1	4	13	40
11	B-11	2	2	2	3	10	45
12	B-12	3	2	0	3	4	40
13	B-13	2	3	3	3	7	55
14	B-14	0	0	0	0	6	0
15	B-15	2	3	0	2	7	35
16	B-16	1	2	0	2	12	25
17	B-17	4	3	0	2	7	45
18	B-18	4	3	0	3	10	50
19	B-19	1	1	2	3	8	35
20	B-20	2	2	0	2	10	30
21	B-21	1	1	1	0	4	15
22	B-22	2	2	0	2	4	30
23	B-23	2	2	0	3	8	35
24	B-24	2	2	1	3	13	40
25	B-25	2	2	1	3	9	40
26	B-26	2	1	0	2	10	25
27	B-27	2	2	3	2	6	45
28	B-28	2	2	0	2	9	30
29	B-29	2	2	3	2	10	45
30	B-30	0	0	0	0	11	0
31	B-31	2	2	0	3	11	35
32	B-32	3	2	0	2	7	35
33	B-33	2	3	3	4	5	60
34	B-34	2	2	1	3	8	40
35	B-35	2	2	3	2	10	45
36	B-36	3	2	0	3	11	40
	Rata-rata	2.028	1.972	0.861	2.361	7.222	37.14

Skor studi pendahuluan X MIPA 3

No	Kode Siswa	Skor				Skor Total	Nilai
		1	2	3	4		
1	C-01	3	2	2	0	7	35
2	C-02	1	1	2	0	4	20
3	C-03	4	2	2	0	8	40
4	C-04	3	2	0	2	7	35
5	C-05	0	2	0	3	5	25
6	C-06	2	1	2	0	5	25
7	C-07	3	1	1	0	5	25
8	C-08	3	2	2	0	7	35
9	C-09	4	2	2	0	8	40
10	C-10	2	1	2	0	5	25
11	C-11	2	1	3	3	9	45
12	C-12	0	0	0	0	0	0
13	C-13	2	1	0	1	4	20
14	C-14	3	1	1	0	5	25
15	C-15	2	3	3	6	14	70
16	C-16	2	1	0	0	3	15
17	C-17	2	1	1	0	4	20
18	C-18	2	1	1	1	5	25
19	C-19	2	1	2	6	11	55
20	C-20	2	0	0	2	4	20
21	C-21	0	0	0	0	0	0
22	C-22	2	3	1	4	10	50
23	C-23	2	1	1	2	6	30
24	C-24	2	1	1	3	7	35
25	C-25	1	1	1	0	3	15
26	C-26	1	2	1	2	6	30
27	C-27	1	1	2	1	5	25
28	C-28	2	1	1	4	8	40
29	C-29	2	1	1	0	4	20
30	C-30	2	1	1	4	8	40
31	C-31	2	1	1	0	4	20
32	C-32	2	2	1	3	8	40
33	C-33	0	0	0	0	0	0
34	C-34	1	2	3	2	8	40
35	C-35	1	1	1	0	3	15
36	C-36	0	0	0	0	0	0
	Rata-rata	1.806	1.222	1.167	1.441	6.25	31.25

Skor studi pendahuluan X MIPA 4

No	Kode Siswa	Skor				Skor Total	Nilai
		1	2	3	4		
1	C-01	2	3	1	3	9	45
2	C-02	2	3	1	2	8	40
3	C-03	3	2	0	1	6	30
4	C-04	2	3	5	0	10	50
5	C-05	2	2	0	2	6	30
6	C-06	3	2	0	3	8	40
7	C-07	2	2	0	3	7	35
8	C-08	3	2	1	2	8	40
9	C-09	2	2	1	5	10	50
10	C-10	2	2	1	3	8	40
11	C-11	3	2	1	5	11	55
12	C-12	2	1	2	1	6	30
13	C-13	3	3	0	3	9	45
14	C-14	3	2	2	3	10	50
15	C-15	2	1	2	3	8	40
16	C-16	2	2	0	2	6	30
17	C-17	2	1	0	2	5	25
18	C-18	2	1	2	3	8	40
19	C-19	2	2	2	2	8	35
20	C-20	3	3	0	4	10	50
21	C-21	3	1	5	2	11	55
22	C-22	4	3	3	1	11	50
23	C-23	2	1	1	1	5	25
24	C-24	0	0	0	0	0	20
25	C-25	2	3	0	3	8	40
26	C-26	2	0	1	1	4	20
27	C-27	2	1	3	3	9	45
28	C-28	2	3	2	3	10	50
29	C-29	2	0	3	1	6	30
30	C-30	3	3	1	2	9	45
31	C-31	1	1	2	0	4	20
32	C-32	1	2	3	0	6	30
33	C-33	0	0	2	2	4	20
34	C-34	0	3	2	1	6	30
35	C-35	2	2	1	2	7	35
36	C-36	2	1	1	3	7	35
	Rata-rata	2.05	1.81	1.46	2.19	7.44	37,22

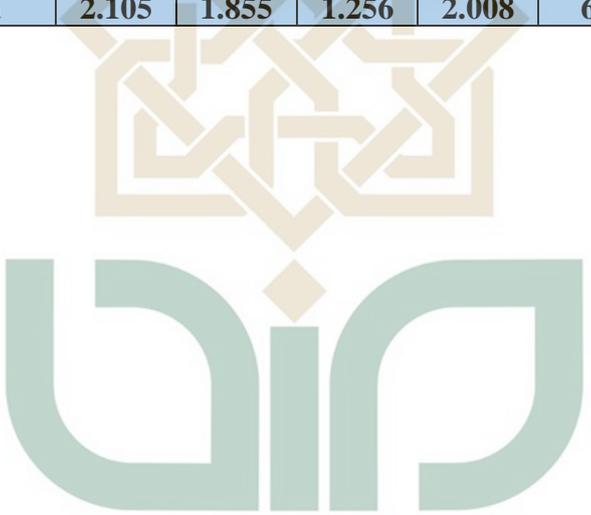
Skor studi pendahuluan X MIPA 6

No	Kode Siswa	Skor				Skor Total	Nilai
		1	2	3	4		
1	F-01	2	3	0	2	7	35
2	F-02	3	2	2	0	7	35
3	F-03	2	2	0	2	6	30
4	F-04	2	2	0	0	4	20
5	F-05	3	3	3	4	13	65
6	F-06	2	3	0	2	7	35
7	F-07	3	2	4	2	11	55
8	F-08	2	2	2	1	7	35
9	F-09	2	2	2	2	8	40
10	F-10	2	2	2	3	9	45
11	F-11	2	3	0	0	5	25
12	F-12	2	1	1	4	8	40
13	F-13	2	2	0	2	6	30
14	F-14	2	2	1	1	6	30
15	F-15	2	2	0	0	4	20
16	F-16	2	2	2	2	8	40
17	F-17	2	2	2	2	8	40
18	F-18	2	2	1	1	6	30
19	F-19	2	2	1	2	7	35
20	F-20	2	2	1	2	7	35
21	F-21	2	2	2	5	11	55
22	F-22	2	2	2	1	7	35
23	F-23	2	2	2	2	8	40
24	F-24	2	2	2	2	8	40
25	F-25	4	2	2	0	8	40
26	F-26	2	2	1	4	9	45
27	F-27	2	2	0	1	5	25
28	F-28	2	3	0	0	5	25
29	F-29	2	2	0	0	4	20
30	F-30	3	3	2	0	8	40
31	F-31	2	3	0	0	5	25
32	F-32	2	3	3	2	10	50
33	F-33	2	2	2	3	9	45
34	F-34	2	3	2	3	10	50
35	F-35	2	2	1	3	8	40
36	F-36	2	2	2	2	8	40
	Rata-rata	2.17	2.22	1.31	1.72	7.42	37.08

Lampiran 1.6

Analisis Skor Tes Studi Pendahuluan

No	Kelas	Skor				Total Skor	Nilai
		Soal 1	Soal 2	Soal 3	Soal 4		
1	X MIPA 1	2.47	2.05	1.48	2.33	8.305	41.53
2	X MIPA 2	2.028	1.972	0.861	2.361	7.222	37.14
3	X MIPA 3	1.806	1.222	1.167	1.441	6.25	31.25
4	X MIPA 4	2.05	1.81	1.46	2.19	7.44	37,22
5	X MIPA 6	2.17	2.22	1.31	1.72	7.42	37.08
Rata-Rata		2.105	1.855	1.256	2.008	6.106	34.33



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Lampiran 1.7

PEDOMAN WAWANCARA STUDI PENDAHULUAN PENELITIAN

A. Identitas Informan :

Nama :
Instansi :
Jabatan :

B. Tujuan Wawancara

Tujuan dilakukannya kegiatan wawancara adalah sebagai studi pendahuluan dalam rangka mengetahui kondisi siswa terkait kemampuan berpikir kritis dan bahan ajar yang digunakan saat proses pembelajaran matematika di kelas X MIPA.

C. Metode Wawancara

Metode wawancara yang digunakan adalah wawancara tidak terstruktur dengan ketentuan sebagai berikut:

1. Pertanyaan yang diajukan disesuaikan dengan kondisi sekolah
2. Pertanyaan yang diajukan menggunakan Bahasa yang sesuai dan mudah dipahami oleh informan.
3. Informan yang dimaksud adalah guru matematika kelas X MIPA SMA N 1 Kasihan

D. Pelaksanaan

1. Wawancara dilaksanakan dengan tatap muka secara langsung dengan guru matematika.
2. Peneliti memberikan pertanyaan kepada guru berdasarkan pedoman wawancara
3. Guru diberikan kesempatan untuk memberikan penjelasan sesuai dengan pertanyaan yang diajukan oleh peneliti
4. Guru diberikan kesempatan untuk memberikan penjelasan lebih lanjut mengenai jawaban yang dirasa peneliti kurang jelas

E. Daftar Pertanyaan

1. Kurikulum
 - a. Kurikulum yang dipakai di kelas X MIPA SMA N 1 Kasihan Bantul
2. Kendala Dalam Pembelajaran
 - a. Kendala atau kesulitan yang dialami oleh guru saat menyampaikan materi pembelajaran. Jika ada kendalanya apa lalu pada materi apa
 - b. Kendala atau kesulitan yang dialami siswa saat pembelajaran (dari sudut pandang guru)
3. Metode Pembelajaran
 - a. Metode pembelajaran yang sering digunakan di kelas
 - b. Inovasi apa yang pernah dilakukan
 - c. Variasi pembelajaran apa yang pernah ditawarkan
4. Materi Trigonometri
 - a. Materi yang sulit dikuasai siswa
 - b. Sub materi dari trigonometri yang paling susah dikuasai siswa
 - c. Materi aturan sinus dan cosinus serta luas segitiga
 - d. Metode pembelajaran apa yang digunakan untuk menyampaikan trigonometri
 - e. Penggunaan LKS
 - f. Pendapat mengenai penerapan metode *guided discovery* pada materi trigonometri
5. Kemampuan Berpikir Kritis
 - a. Kecenderungan pola pikir siswa saat menyelesaikan permasalahan matematika
6. Meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa dengan model *Guided Discovery*.

**PEDOMAN WAWANCARA
STUDI PENDAHULUAN PENELITIAN**

A. Identitas Informan :

Nama : Evelina M.Pd
Instansi : SMA N 1 Kasihan
Jabatan : Guru Matematika

B. Daftar Pertanyaan

1. Apa kurikulum yang dipakai di kelas X MIPA SMA N 1 Kasihan Bantul?

Jawab: K13 revisi 2018 mbak.

2. Apa saja kendala yang dihadapi dalam proses pembelajaran?

Jawab: Kendala yang terbesar itu ada pada sumber belajar dan waktu mbak. Untuk sumber belajar sendiri, karena banyak bergonta-ganti kurikulumnya. Jadi materi yang pada tahun lalu ada ternyata sekarang tidak ada. Begitupun sebaliknya. Nah dari saya sendiri kendalanya ya mencari sumber yang dipakai itu. Nyarinya sulit juga. Sementara kendala waktu ini membuat saya menyeragamkan metode yang saya pakai. Jadi ya intinya tak kasih materi, contoh soal lalu latihan kepada siswa. Sudah itu saja.

3. Lalu, kendala atau kesulitan yang dialami siswa saat pembelajaran dari sudut pandang ibu sebagai guru apa bu?

Jawab: kalau dari siswa ya sama kayak saya mbak. Gaada buku pegangan jadi sulit. Mereka kan jadi hanya menerima informasi ya dari saya saja selaku gurunya. Selain itu ya paling kalau lagi capek atau habis olahraga mereka jadi gak fokus kalau belajar. Itu si mbak menurut saya

4. Metode pembelajaran yang sering digunakan di kelas apa ya bu?

Jawab: metode saya ya itu tadi. Nggak ganti udah bertahun-tahun itu ajalah saya. Intinya ya kasih materi, contoh soal trus latihan soal. Sudah seperti itu terus

5. Selama ini ada inovasi atau variasi metode yang pernah digunakan gitu ada nggak bu?

Jawab: apa ya mbak? oh ya pernah saya. Tapi dulu sekali pakai yang nomer dikasih di kepala trus dipanggil anaknya. Apa itu mbak namanya? Nah saya pernah pakai itu. Tapi itu benar-benar menghabiskan waktu mbak. Belum selesai materinya saya kebingungan mengkondisikan anak yang ramai”.

6. Materi trigonometri apakah merupakan materi yang sulit dikuasai siswa bu?

Jawab : Iya mbak. Itu termasuk materi sulit. Karena kan terlalu abstrak.

7. Sub materi dari trigonometri yang paling susah dikuasai siswa apa bu ?

Jawab: Biasanya siswa sulit menentukan yang relasi sudutnya. Tapi ya menurut saya ya sulit semua itu. Soalnya pasti menghafal saja kebanyakan

8. Materi aturan sinus dan cosinus serta luas segitiga bagaimana bu ?

Jawab: Oh itu ada beberapa titik kebingungannya nanti mbak. Mungkin nanti pas bagian memilih pakai rumus mana.

9. Kecenderungan pola pikir siswa saat menyelesaikan permasalahan matematika tuh bagaimana bu?

Jawab: Kalau menurut saya ya itu mbak. Banyak menghafal mereka malas. Kalau mendapat soal yang sulit ya kebanyakan menyerah trus tidak dikerjakan. Ya tergantung siswanya juga itu terkadang. Tergantung materi yang diajarkan juga

10. Saya ingin mencoba menawarkan sebuah model pembelajaran bu. Model ini adalah *guided discovery* atau penemuan terbimbing. Model ini berdasarkan beberapa penelitian terdahulu, terbukti efektif meningkatkan kemampuan kognitif siswa pada beberapa materi matematika. Kemampuan kognitif ini seperti kemampuan berpikir kritis .Nah dari sini, nanti secara garis besar siswa menemukan sendiri masalah yang ada pada pembelajaran tapi ya dibawah bimbingan guru. Lalu nanti ada LKPD yang digunakan agar pembelajaran dalam satu pertemuan itu lebih terarah. Seperti itu. Bagaimana menurut pendapat ibu?

Jawab: Oh iya mbak. Bagus itu saya setuju. Bisa juga itu nanti buat materi aturan sinus dan cosinus. Soalnya saya lebih menyarankan bimbingan guru untuk mengkonfirmasi pemahaman yang

didapatkan siswa juga mbak. Soalnya kebanyakan kalau hanya diserahkan ke siswa nanti jatuhnya pembelajarannya nggak jalan.

Alias macet di jalan nanti malah bingung

11. Oh ya bu, mungkin sekian wawancara kali ini.. Terima kasih untuk waktu yang telah diberikan.

Jawab: Oh iya mbak. Sama- sama.



LAMPIRAN 2

VALIDASI INSTRUMEN

- Lampiran 2.1 Lembar Validasi Instrumen Perangkat Pembelajaran
- Lampiran 2.2 Kisi-kisi Skala Penilaian Perangkat Pembelajaran
- Lampiran 2.3 Lembar Skala Penilaian Perangkat Pembelajaran
- Lampiran 2.4 Kriteria Penilaian Perangkat Pembelajaran
- Lampiran 2.5 Lembar Kritik dan Saran Perangkat Pembelajaran
- Lampiran 2.6 Analisis Hasil Validasi Instrumen Perangkat Pembelajaran Oleh Validator Ahli

Lampiran 2.1

**LEMBAR VALIDASI INSTRUMEN
SKALA PENILAIAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

Nama Validator :

Pekerjaan :

NIP :

Petunjuk :

Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mengetahui penilaian Bapak/Ibu tentang kualitas instrumen penilaian materi dari segi isi dan konstruk berkaitan kesesuaian dengan variabel yang akan diukur. Sehubungan dengan ini, dimohon kiranya Bapak/Ibu memberikan penilaian dengan memberi tanda centang (✓) pada kolom yang tersedia.

Pengolahan Hasil Penilaian :

Hasil penilaian dari Bapak/Ibu akan diolah menggunakan rumus CVR (*Content Validity Ratio*). Formula persamaannya adalah sebagai berikut :

$$CVR = \left(\frac{2n_e}{n} \right) - 1$$

n_e adalah jumlah penilai yang menyatakan esensial, n adalah jumlah penilai. CVR akan terentang dari -1 s.d. 1. Bila setengah dari penilai menyatakan sebuah item bersifat esensial, $CVR = 0$, berarti item tersebut valid. Lembar validasi ini dinilai oleh dua panelis, Nasehuddin dan Manfaat (2015: 79) menerangkan bahwa jika hanya menggunakan dua panelis maka batasan CVR minimum yang diharapkan adalah 1. Sehingga, nilai CVR minimum untuk menyatakan item tersebut valid adalah 1 dan jika nilai $CVR < 1$ maka item tersebut tidak valid.

Keterangan Kolom Penilaian :

1. **Esensial**, jika soal sesuai dengan indikator yang hendak diukur dan memiliki format serta bahasa yang dapat dipahami.
2. **Berguna tapi tidak esensial**, jika soal berguna untuk pengukuran lain tetapi tidak sesuai dengan indikator yang hendak diukur.
3. **Tidak perlu**, jika soal tidak sesuai dengan indikator yang hendak diukur dan tidak diperlukan dalam pengukuran.

Tabel Penilaian:

Nomor Butir Skala	Penilaian			Masukan
	Esensial	Berguna Tidak Esensial	Tidak Perlu	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				

Nomor Butir Skala	Penilaian			Masukan
	Esensial	Berguna Tidak Esensial	Tidak Perlu	
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				

Kesimpulan :

Keterangan kolom kesimpulan:

PK : Perlu Konsultasi

RB : Revisi Besar, bisa digunakan dengan revisi besar

RK : Revisi Kecil, bisa digunakan dengan revisi kecil

TR : Tidak Revisi, dapat digunakan tanpa revisi

Tabel Kesimpulan

Nomor Butir Skala	Penilaian			
	PK	RB	RK	TR
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				

Nomor Butir Skala	Penilaian			
	PK	RB	RK	TR
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				

Keterangan baris penilaian:

1. Perlu Konsultasi : jika nilai CVR butir soal kurang dari 1.
2. Tidak revisi, dapat digunakan tanpa revisi : jika nilai CVR butir soal sama dengan 1

Apabila terdapat saran, dimohon Bapak/Ibu untuk menuliskan saran secara langsung pada naskah atau pada kotak saran berikut.

Saran:

Lampiran 23 *Saran:*

Yogyakarta, 11 November 2020

Validator

NIP.

Lampiran 2.2

**KISI-KISI SKALA PENILAIAN PERANGKAT PEMBELAJARAN
MATEMATIKA BERBASIS MODEL *GUIDED DISCOVERY* DENGAN
METODE *TALKING STICK* PADA MATERI ATURAN SINUS DAN
COSINUS**

No	Komponen Penilaian	Aspek Penilaian	Nomor Butir
1.	Silabus mata pelajaran	A. Identitas silabus dan ketepatan KI/KD	1,2
		B. Materi pelajaran	3,4
		C. Kegiatan pembelajaran	5,6,7,8,9
		D. Indikator	10,11
		E. Penilaian	12,13
		F. Alokasi waktu	14
		G. Sumber belajar	15,16
2.	RPP mata pelajaran	H. Identitas RPP, Kesesuaian KI, KD dan Indikator	17,18,19
		I. Tujuan Pembelajaran	20,21
		J. Materi dan bahan ajar	22,23,24
		K. Model pembelajaran	25,26
		L. Langkah-langkah pembelajaran	27,28,29,30,31,32,33
		M. Sumber belajar	34
3.	LKPD	N. Penilaian	35,36
		O. Komponen kelayakan isi	37,38,39
		P. Komponen kelayakan Bahasa	40,41,42
		Q. Komponen penyajian	43,44
4.	Instrumen Penilaian	R. Komponen kegrafikan	45, 46, 47
		S. Materi	48,49
		T. Konstruksi	50,51
		U. Bahasa	52

Lampiran 2.3

LEMBAR SKALA PENILAIAN
PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Judul Penelitian

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus

Identitas Validator

Nama Validator :

Profesi/ Instansi :

NIP :

Petunjuk Pengisian Lembar Skala Penilaian:

1. Lembar skala ini digunakan Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian tentang Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
2. Penilaian Bapak/ Ibu berikan pada setiap butir pernyataan yang terdapat pada lembar skala ini akan digunakan sebagai validasi dan revisi sebagai penyempurnaan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
3. Silahkan Bapak/Ibu memberikan penilaian dengan memberikan tanda (√) pada salah satu kolom nilai yang sesuai dengan penilaian Bapak/Ibu dengan ketentuan sebagai berikut:
SB : Sangat Baik
B : Baik
K : Kurang
SK : Sangat Kurang
4. Silahkan Bapak/Ibu memberikan tanda (√) untuk kesimpulan terhadap Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
5. Apabila ada ketidaksesuaian atau terdapat kekurangan, saran maupun kritik pada perangkat pembelajaran yang telah disusun, dimohon untuk menuliskannya pada lembar kritik, saran dan masukan
6. Peneliti mengucapkan banyak terima kasih atas kerjasama dari Bapak/ Ibu

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
1. Silabus mata pelajaran					
A. Identitas silabus dan ketepatan	1. Kelengkapan Identitas silabus (Identitas mata pelajaran, KI dan KD)				

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
Kompetensi Inti (KI)/Kompetensi Dasar (KD)	2. Kesesuaian antara KD dengan komponen-komponen pembelajaran (Indikator, materi, kegiatan pembelajaran, sumber belajar dan evaluasi penilaian)				
B. Materi pembelajaran	3. Kesesuaian materi pelajaran aturan sinus dan cosinus dengan KI/KD				
	4. Materi pelajaran aturan sinus dan cosinus sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik				
C. Kegiatan pembelajaran	5. Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan sinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>				
	6. Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan cosinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>				
	7. Kesesuaian kegiatan pembelajaran luas segitiga sembarang dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>				
	8. Kesesuaian kegiatan pembelajaran dengan KI/KD.				
	9. Kegiatan pembelajaran memuat aktivitas belajar yang berpusat pada peserta didik				
D. Indikator	10. Kesesuaian indikator dalam mengukur tercapainya KI dan KD				
	11. Kesesuaian penggunaan kata kerja operasional dalam menjabarkan indikator pembelajaran				
E. Penilaian	12. Kesesuaian alat penilaian (soal) dengan indikator				

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	pembelajaran yang ingin dicapai				
	13. Kesesuaian teknik dan bentuk penilaian dengan indikator pembelajaran				
F. Alokasi waktu	14. Kesesuaian alokasi waktu dengan cakupan kompetensi yang akan diajarkan				
G. Sumber Belajar	15. Kesesuaian sumber belajar dalam mendukung tercapainya KD				
	16. Sumber belajar bervariasi				
2.	RPP mata pelajaran				
H. Identitas RPP, Kesesuaian KI, KD dan Indikator	17. Kelengkapan Identitas RPP				
	18. Kesesuaian antara KI dan KD dengan indikator pencapaian kompetensi				
	19. Rumusan indikator berupa kata kerja operasional yang dapat diukur dan atau diobservasi				
I. Tujuan Pembelajaran	20. Kesesuaian KI dan KD dengan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai				
	21. Rumusan tujuan pembelajaran memuat ABCD (<i>Audience, Behaviour, Condition and Degree</i>)				
J. Materi dan bahan ajar	22. Materi pembelajaran benar secara teoritis				
	23. Kesesuaian materi ajar dengan tujuan pembelajaran				
	24. Materi ajar disajikan dengan rinci dan runtut				
K. Model pembelajaran	25. Model pembelajaran sudah sesuai dengan model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>				
	26. Model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang dicantumkan tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran				
L. Langkah-langkah pembelajaran	27. Kejelasan penjabaran kegiatan guru dan peserta didik				

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	28. Keruntutan penulisan langkah-langkah pembelajaran (kegiatan Pendahuluan- inti- penutup)				
	29. Kesesuaian langkah-langkah pembelajaran pada materi aturan sinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>				
	30. Kesesuaian langkah-langkah pembelajaran pada materi aturan cosinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>				
	31. Kesesuaian langkah-langkah pembelajaran pada materi luas segitiga dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>				
	32. Inti pembelajaran memberikan kesempatan kepada siswa untuk bekerja sama dengan teman				
	33. Penutupan pembelajaran berisi penyimpulan/refleksi/ atau tindak lanjut (tugas pengayaan/pemantapan)				
M. Sumber belajar	34. Sumber belajar sesuai untuk mendukung tercapainya tujuan pembelajaran				
N. Penilaian	35. Alat penilaian mencakup seluruh indikator				
	36. Pedoman penskoran dan kunci jawaban dicantumkan secara jelas dan tepat				
3.	Lembar kerja Peserta Didik				
O. Komponen kelayakan isi	37. Kesesuaian uraian materi dengan KD				
	38. Kesesuaian uraian materi dengan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>				

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
P. Komponen kelayakan Bahasa	39. Daya uraian materi dalam memfasilitasi kemampuan berpikir kritis peserta didik				
	40. Bahasa yang digunakan komunikatif				
	41. Bahasa yang digunakan sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)				
	42. Keruntutan dan kesatuan gagasan				
Q. Komponen penyajian	43. Keruntutan penyajian materi				
	44. Kelengkapan penyajian (gambar, ilustrasi dan soal latihan)				
R. Komponen kegrafikan	45. Desain <i>cover</i> LKPD yang inovatif				
	46. Kesesuaian tata letak komponen dalam LKPD (gambar, ilustrasi dan materi)				
	47. Keserasian dan ketepatan pemilihan warna dan <i>font</i> tulisan				
4.	Instrumen Penilaian				
S. Materi	48. Kesesuaian soal dengan indikator berpikir kritis				
	49. Soal penilaian memiliki tingkat kesulitan soal yang bertingkat				
T. Konstruksi	50. Pokok soal dirumuskan secara efektif, jelas dan tegas				
	51. Kesesuaian penentuan alokasi waktu dalam soal penilaian				
U. Bahasa	52. Kesesuaian tata bahasa dan ejaan dengan kaidah bahasa Indonesia				

KOMENTAR DAN SARAN

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

KESIMPULAN

Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* pada materi aturan sinus dan cosinus dinyatakan:

- Dapat digunakan tanpa revisi
- Dapat digunakan dengan revisi
- Belum dapat digunakan

Yogyakarta, 20 November 2020

Validator

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
 SUNAN KALIJAGA
 YOGYAKARTA

(.....)
 NIP.

**LEMBAR KRITIK DAN SARAN UNTUK PERBAIKAN PERANGKAT
PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MODEL *GUIDED
DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK* PADA MATERI
ATURAN SINUS DAN COSINUS**

No	Komponen	Sub Bagian	Jenis Kesalahan	Kritik, saran atau masukan
				

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 20 November 2020

Validator

(.....)

NIP.

Lampiran 2.4

KRITERIA PENILAIAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MODEL *GUIDED DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK* PADA MATERI ATURAN SINUS DAN COSINUS

ASPEK	KRITERIA PENILAIAN		DESKRIPTOR	
	INDIKATOR			
I. Kemampuan menyusun silabus				
A. Identitas silabus dan ketepatan KI/KD	1. Kelengkapan Identitas silabus (Identitas mata pelajaran, KI dan KD)	SB	Jika silabus memiliki identitas yang lengkap seperti identitas mata pelajaran, KI dan KD	
		B	Jika silabus hanya mengandung dua dari tiga identitas yang disyaratkan	
		K	Jika silabus hanya mengandung satu dari tiga identitas yang disyaratkan	
		SK	Jika silabus tidak memiliki identitas	
	2. Kesesuaian antara KD dengan komponen-komponen pembelajaran (Indikator, materi, kegiatan pembelajaran, sumber belajar dan evaluasi penilaian)	SB	Jika perumusan komponen-komponen pembelajaran berupa indikator, materi, kegiatan pembelajaran, sumber belajar dan evaluasi penilaian didasarkan untuk menjabarkan KD	
		B	Jika sebagian besar komponen-komponen KD menjabarkan KD yang ingin dicapai	
K		Jika sebagian kecil komponen-komponen KD menjabarkan KD yang ingin dicapai		
B. Keakuratan materi pelajaran	3. Kesesuaian materi pelajaran dengan KI/KD	SB	Jika semua sub materi pelajaran aturan sinus dan cosinus yang dijabarkan sesuai dengan KI/KD	

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR		
ASPEK	INDIKATOR			
		B	Jika sebagian besar sub materi pelajaran aturan sinus dan cosinus yang dijabarkan sesuai dengan KI/KD	
		K	Jika sebagian kecil sub materi pelajaran aturan sinus dan cosinus yang dijabarkan sesuai dengan KI/KD	
		SK	Jika semua materi pelajaran aturan sinus dan cosinus yang dijabarkan tidak sesuai dengan KI/KD	
	4.	Materi pelajaran sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik	SB	Jika penjabaran semua materi pembelajaran sesuai dengan tingkat kematangan berpikir siswa pada jenjang SMA kelas X.
			B	Jika penjabaran sebagian besar materi pembelajaran sesuai dengan tingkat kematangan berpikir siswa pada jenjang SMA kelas X.
			K	Jika penjabaran sebagian kecil materi pembelajaran sesuai dengan tingkat kematangan berpikir siswa pada jenjang SMA kelas X.
			SK	Jika penjabaran materi pembelajaran tidak sesuai dengan tingkat kematangan berpikir siswa pada jenjang SMA kelas X.
C. Kegiatan pembelajaran	5.	Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan sinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	SB	Jika semua langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
			B	Jika sebagian besar langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		K	Jika sebagian kecil langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		SK	Jika semua langkah-langkah pembelajaran tidak sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
	6. Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan cosinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	SB	Jika semua langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
	B	Jika sebagian besar langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	
	K	Jika sebagian kecil langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	
	SK	Jika semua langkah-langkah pembelajaran tidak sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	
	7. Kesesuaian kegiatan pembelajaran luas segitiga sembarang dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	SB	Jika semua langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
	B	Jika sebagian besar langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	
	K	Jika sebagian kecil langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
	8. Kesesuaian kegiatan pembelajaran dengan KI/KD.	SK	Jika semua langkah-langkah pembelajaran tidak sesuai dengan langkah pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		SB	Jika semua kegiatan pembelajaran sesuai KI/KD yang hendak dicapai
		B	Jika sebagian besar kegiatan pembelajaran sesuai KI/KD yang hendak dicapai
		K	Jika sebagian kecil kegiatan pembelajaran sesuai KI/KD yang hendak dicapai
		SK	Jika semua kegiatan pembelajaran tidak sesuai dengan KI/KD yang hendak dicapai
	9. Kegiatan pembelajaran memuat aktivitas belajar yang berpusat pada peserta didik	SB	Jika penyajian semua materi menempatkan peserta didik sebagai subjek pembelajaran yang aktif
		B	Jika penyajian sebagian besar materi menempatkan peserta didik sebagai subjek pembelajaran yang aktif
		K	Jika penyajian materi menempatkan peserta didik sebagai subjek pembelajaran yang pasif
		SK	Jika penyajian materi menempatkan peserta didik sebagai objek pembelajaran
D. Indikator	10. Kesesuaian indikator dalam mengukur tercapainya KI dan KD	SB	Jika semua indikator yang dijabarkan sesuai dengan tujuan KI/KD yang akan diukur
		B	Jika sebagian besar indikator yang dijabarkan sesuai dengan tujuan KI/KD yang akan diukur
		K	Jika sebagian kecil indikator yang dijabarkan sesuai dengan tujuan KI/KD yang akan diukur

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		SK	Jika indikator yang dijabarkan tidak sesuai dengan tujuan KI/KD yang akan diukur
	11. Kesesuaian penggunaan kata kerja operasional dalam menjabarkan indikator pembelajaran	SB	Jika semua kata kerja operasional yang digunakan untuk merumuskan indikator merupakan kata kerja yang sesuai dengan tujuan yang akan diukur dan menggunakan pemilihan kata yang variatif
		B	Jika semua kata kerja operasional yang digunakan untuk merumuskan indikator merupakan kata kerja yang sesuai dengan tujuan yang akan diukur akan tetapi kurang variatif
		K	Jika sebagian besar kata kerja operasional yang digunakan untuk merumuskan indikator merupakan kata kerja yang sesuai dengan tujuan yang akan diukur dan menggunakan pemilihan kata yang variatif
		SK	Jika sebagian besar kata kerja operasional yang digunakan untuk merumuskan indikator merupakan kata kerja yang sesuai dengan tujuan yang akan diukur akan tetapi kurang variatif
E. Penilaian	12. Kesesuaian alat penilaian (soal) dengan indikator pembelajaran yang ingin dicapai	SB	Jika semua alat penilaian (soal) sesuai dengan indikator pembelajaran yang akan dicapai
		B	Jika sebagian besar alat penilaian (soal) sesuai dengan indikator pembelajaran yang akan dicapai
		K	Jika sebagian kecil alat penilaian (soal) sesuai dengan indikator pembelajaran yang akan dicapai
		SK	Jika semua alat penilaian (soal) tidak sesuai dengan indikator pembelajaran yang akan dicapai

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
	13. Kesesuaian teknik dan bentuk penilaian dengan indikator pembelajaran	SB	Jika teknik dan bentuk penilain memenuhi indikator pembelajaran yang ingin dicapai dengan tepat
		B	Jika bentuk penilaian sesuai dengan indikator pembelajaran yang ingin dicapai akan tetapi teknik penilaian yang digunakan kurang tepat
		K	Jika teknik penilaian sesuai dengan indikator pembelajaran yang ingin dicapai akan tetapi bentuk penilaian yang digunakan kurang tepat
		SK	Jika teknik dan bentuk penilaian tidak sesuai dengan indikator pembelajaran yang ingin dicapai dengan tepat
F. Alokasi waktu	14. Kesesuaian alokasi waktu dengan cakupan kompetensi yang akan diajarkan	SB	Jika alokasi waktu yang direncanakan sesuai dengan cakupan kompetensi yang akan diajarkan
		B	Jika alokasi waktu yang direncanakan kurang sesuai dengan cakupan kompetensi yang akan diajarkan
		K	Jika alokasi waktu yang direncanakan tidak sesuai dengan cakupan kompetensi yang akan diajarkan
		SK	Jika alokasi waktu yang direncanakan sangat tidak sesuai dengan cakupan kompetensi yang akan diajarkan
G. Sumber belajar	15. Kesesuaian sumber belajar dalam mendukung tercapainya KD	SB	Jika semua sumber belajar yang digunakan sesuai untuk mendukung tercapainya KD
		B	Jika sebagian besar sumber belajar yang digunakan sesuai untuk mendukung tercapainya KD

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		K	Jika sebagian kecil sumber belajar yang digunakan sesuai untuk mendukung tercapainya KD
		SK	Jika semua sumber belajar yang digunakan tidak sesuai untuk mendukung tercapainya KD
	16. Sumber Belajar bervariasi	SB	Jika pada silabus terdapat lebih dari 3 sumber belajar
		B	Jika pada silabus terdapat 3 sumber belajar
		K	Jika pada silabus terdapat 2 sumber belajar
		SK	Jika pada silabus terdapat 1 sumber belajar
II. Kemampuan menyusun RPP mata pelajaran			
H. Kesesuaian KI, KD, Indikator dan Alokasi Waktu	17. Kelengkapan Identitas RPP (Identitas sekolah, mata pelajaran, kelas, semester, materi pokok, alokasi waktu, KI dan KD)	SB	Jika RPP memiliki identitas yang lengkap seperti identitas sekolah, mata pelajaran, kelas, semester, materi pokok, alokasi waktu, KI dan KD.
		B	Jika RPP hanya mengandung dua dari beberapa identitas yang disyaratkan
		K	Jika RPP hanya mengandung satu dari beberapa identitas yang disyaratkan
		SK	Jika RPP tidak memiliki identitas.
	18. Kesesuaian antara KI dan KD dengan indikator pencapaian kompetensi	SB	Jika rumusan indikator pencapaian kompetensi relevan dengan KI/KD dan terdapat pengembangan indikator
		B	Jika rumusan indikator pencapaian kompetensi relevan dengan KI/KD akan tetapi tidak terdapat pengembangan indikator
		K	Jika rumusan indikator pencapaian kompetensi kurang relevan dengan KI/KD

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		SK	Jika rumusan indikator pencapaian kompetensi sama sekali tidak relevan dengan KI/KD
	19. Kesesuaian rumusan indikator yang tertuang dalam RPP dengan silabus	SB	Jika rumusan indikator yang tertuang dalam silabus sesuai dengan indikator yang ada dalam RPP dan berupa kata kerja operasional
		B	Jika rumusan indikator yang tertuang dalam silabus kurang sesuai dengan indikator yang ada dalam RPP atau bukan kata kerja operasional
		K	Jika rumusan indikator yang tertuang dalam silabus kurang sesuai dengan indikator yang ada dalam RPP dan bukan kata kerja operasional
		SK	Jika rumusan indikator yang tertuang dalam silabus tidak sesuai dengan indikator yang ada dalam RPP dan bukan kata kerja operasional
I. Tujuan Pembelajaran	20. Kesesuaian KI dan KD dengan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai	SB	Jika semua <i>point</i> dalam tujuan pembelajaran yang dijabarkan relevan dengan KI/KD
		B	Jika sebagian besar <i>point</i> dalam tujuan pembelajaran yang dijabarkan relevan dengan KI/KD

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		K	Jika hanya sebagian kecil <i>point</i> dalam tujuan pembelajaran yang dijabarkan relevan dengan KI/KD
		SK	Jika semua <i>point</i> dalam tujuan pembelajaran yang dijabarkan tidak relevan dengan KI/KD
	21. Rumusan tujuan pembelajaran memuat ABCD (<i>Audience, Behaviour, Condition and Degree</i>) Catatan: - <i>Audience</i> , artinya tujuan pembelajaran memiliki subjek yakni peserta didik - <i>Behaviour</i> , artinya tujuan pembelajaran mengandung kata kerja yang tepat untuk mewakili proses pembelajaran yang ingin disampaikan. - <i>Condition</i> , artinya tujuan pembelajaran memuat sebuah kondisi atau aktivitas yang terjadi dalam proses pembelajaran - <i>Degree</i> , artinya tujuan pembelajaran memuat tingkatan pencapaian peserta didik yang	SB	Jika rumusan tujuan pembelajaran memuat ABCD (<i>Audience, Behaviour, Condition and Degree</i>)
		B	Jika rumusan tujuan pembelajaran hanya memuat tiga kriteria ABCD (<i>Audience, Behaviour, Condition and Degree</i>)
		K	Jika rumusan tujuan pembelajaran hanya memuat dua kriteria ABCD (<i>Audience, Behaviour, Condition and Degree</i>)
		SK	Jika rumusan tujuan pembelajaran hanya memuat satu kriteria ABCD (<i>Audience, Behaviour, Condition and Degree</i>)

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
	diharapkan setelah mengikuti proses pembelajaran.		
J. Materi dan bahan ajar	22. Materi pembelajaran benar secara teoritis	SB	Jika konsep umum pada materi yang dijabarkan sesuai dengan konsep yang tercantum dalam berbagai sumber atau referensi matematika dengan terdapat pengembangan konsep
		B	Jika konsep umum pada materi yang dijabarkan sesuai dengan konsep yang tercantum dalam berbagai sumber atau referensi matematika dan tanpa ada pengembangan konsep
		K	Jika konsep umum pada materi yang dijabarkan sesuai dengan konsep yang tercantum dalam berbagai sumber atau referensi matematika tetapi salah konsep
		SK	Jika konsep umum pada materi yang dijabarkan kurang sesuai dengan konsep yang tercantum dalam berbagai sumber atau referensi matematika
	23. Kesesuaian materi ajar dengan tujuan pembelajaran	SB	Jika semua materi pembelajaran relevan dengan tujuan pembelajaran

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		B	Jika sebagian besar materi pembelajaran relevan dengan tujuan pembelajaran
		K	Jika sebagian besar materi pembelajaran kurang relevan dengan tujuan pembelajaran
		SK	Jika semua materi pembelajaran tidak mendukung tujuan pembelajaran
	24. Materi ajar disajikan dengan rinci dan runtut	SB	Jika materi pembelajaran yang dijabarkan dalam bahan ajar disajikan dengan rinci dan runtut.
		B	Jika materi pembelajaran yang dijabarkan dalam bahan ajar disajikan dengan kurang rinci akan tetapi runtut
		K	Jika materi pembelajaran yang dijabarkan dalam bahan ajar disajikan kurang rinci dan kurang runtut
		SK	Jika materi pembelajaran yang dijabarkan dalam bahan ajar tidak rinci dan tidak runtut.
K. Model pembelajaran	25. Kesesuaian model pembelajaran <i>guided discovery</i> dipadukan metode <i>talking stick</i> dengan materi aturan sinus dan cosinus	SB	Jika seluruh sintaks model pembelajaran <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan materi aturan sinus dan cosinus

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		B	Jika sebagian besar sintaks model pembelajaran <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran sesuai dengan materi aturan sinus dan cosinus
		K	Jika hanya sebagian kecil sintaks model pembelajaran <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran yang sesuai dengan materi aturan sinus dan cosinus
		SK	Jika seluruh sintaks model pembelajaran <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran tidak sesuai dengan materi aturan sinus dan cosinus
	26. Model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang dicantumkan tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran	SB	Jika seluruh sintaks model pembelajaran <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran
		B	Jika sebagian besar sintaks model pembelajaran <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		K	Jika sebagian kecil sintaks model pembelajaran <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran
		SK	Jika seluruh sintaks model pembelajaran <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> tidak tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran
L. Langkah-langkah pembelajaran	27. Kejelasan penjabaran kegiatan guru dan peserta didik	SB	Jika seluruh penjabaran kegiatan guru dan peserta didik jelas dan sistematis
		B	Jika sebagian besar penjabaran kegiatan guru dan peserta didik jelas dan sistematis
		K	Jika sebagian kecil penjabaran kegiatan guru dan peserta didik jelas dan sistematis
		SK	Jika seluruh penjabaran kegiatan guru dan peserta didik tidak jelas dan tidak sistematis
	28. Keruntutan penulisan langkah-langkah pembelajaran (kegiatan Pendahuluan- inti-penutup)	SB	Jika semua langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan disusun secara rinci, runtut dan sistematis sesuai tahapan kegiatan pembelajaran
		B	Jika ada sebagian langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan disusun

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
			secara rinci, runtut dan sistematis sesuai tahapan kegiatan pembelajaran
		K	Jika sebagian kecil langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan disusun secara rinci, runtut dan sistematis sesuai tahapan kegiatan pembelajaran
		SK	Jika semua langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan disusun tidak sesuai dengan tahapan kegiatan pembelajaran
	29. Kesesuaian langkah-langkah pembelajaran pada materi aturan sinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	SB	Jika semua langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan sinus sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		B	Jika sebagian besar langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan sinus sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		K	Jika sebagian kecil langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan sinus sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		SK	Jika semua langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan sinus tidak sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
	30. Kesesuaian langkah-langkah pembelajaran pada materi aturan cosinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	SB	Jika semua langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan cosinus sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		B	Jika sebagian besar langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan cosinus sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		K	Jika sebagian kecil langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan cosinus tidak sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		SK	Jika semua langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan cosinus tidak sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
	31. Kesesuaian langkah-langkah pembelajaran pada materi luas segitiga dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	SB	Jika semua langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan cosinus sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		B	Jika sebagian besar langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan cosinus sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		K	Jika sebagian kecil langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan cosinus tidak sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		SK	Jika semua langkah-langkah pembelajaran yang direncanakan pada materi aturan cosinus tidak sesuai dengan tahapan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
	32. Inti pembelajaran memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk bekerja sama dengan teman	SB	Jika kegiatan yang ada dalam inti pembelajaran memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk bekerja sama dengan teman dan berinteraksi dengan lingkungan/masyarakat sekitar.
		B	Jika kegiatan yang ada dalam inti pembelajaran kurang memberikan kesempatan kepada peserta

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
			didik untuk bekerja sama dengan teman atau berinteraksi dengan lingkungan/masyarakat sekitar.
		K	Jika kegiatan yang ada dalam inti pembelajaran kurang memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk bekerja sama dengan teman dan berinteraksi dengan lingkungan/masyarakat sekitar.
		SK	Jika kegiatan yang ada dalam inti pembelajaran tidak memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk bekerja sama dengan teman dan berinteraksi dengan lingkungan/masyarakat sekitar.
	33. Penutupan pembelajaran berisi penyimpulan/refleksi/ atau tindak lanjut (tugas pengayaan/pemantapan)	SB	Jika kegiatan penutup pembelajaran berisi penyimpulan dan tindak lanjut
		B	Jika kegiatan penutup pembelajaran berisi penyimpulan tetapi tidak memberikan tindak lanjut
		K	Jika kegiatan penutup pembelajaran tidak berisi penyimpulan tetapi memberikan tindak lanjut
		SK	Jika kegiatan penutup pembelajaran berisi penyimpulan dan tidak lanjut

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
M. Sumber belajar	34. Kesesuaian sumber belajar untuk mendukung tercapainya KD	SB	Jika sumber belajar yang digunakan bervariasi (lebih dari 2 sumber) dan mendukung tercapainya KD
		B	Jika sumber belajar yang digunakan kurang bervariasi (hanya 2 sumber) dan mendukung tercapainya KD
		K	Jika sumber belajar tidak bervariasi (hanya 1) akan tetapi mendukung tercapainya KD
		SK	Jika sumber belajar yang digunakan kurang bervariasi dan kurang mendukung tercapainya KD
N. Penilaian	35. Alat penilaian sesuai dan mencakup seluruh indikator	SB	Jika teknik ujian yang digunakan untuk mengukur kemampuan peserta didik merepresentasikan indikator yang akan dicapai dan terdiri dari dua teknik penilaian
		B	Jika teknik ujian yang digunakan untuk mengukur kemampuan peserta didik merepresentasikan indikator yang akan dicapai dan terdiri dari satu teknik penilaian.
		K	Jika teknik ujian yang digunakan untuk mengukur kemampuan peserta didik kurang merepresentasikan indikator yang akan dicapai dan terdiri dari satu teknik penilaian.

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		SK	Jika teknik ujian yang digunakan untuk mengukur kemampuan peserta didik tidak merepresentasikan indikator yang akan dicapai.
	36. Pedoman penskoran dan kunci jawaban dicantumkan secara jelas dan tepat	SB	Jika pedoman penskoran dan kunci jawaban yang dibuat jelas dan proporsional
		B	Jika pedoman penskoran dan kunci jawaban yang dibuat kurang jelas atau kurang proporsional
		K	Jika pedoman penskoran dan kunci jawaban yang dibuat kurang jelas dan kurang proporsional
		SK	Jika pedoman penskoran dan kunci jawaban yang dibuat tidak jelas dan tidak proporsional
III. Lembar Kerja Peserta Didik			
O. Komponen kelayakan isi	37. Kesesuaian uraian materi dengan KD	SB	Jika uraian materi sesuai dengan kompetensi dasar
		B	Jika sebagian besar uraian materi sesuai dengan kompetensi dasar
		K	Jika sebagian besar uraian materi kurang sesuai dengan kompetensi dasar.

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		SK	Jika uraian materi tidak sesuai dengan kompetensi dasar
	38. Kesesuaian uraian materi dengan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	SB	Jika semua uraian materi aturan sinus dan cosinus dalam LKPD sesuai dengan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		B	Jika terdapat satu uraian materi aturan sinus dan cosinus dalam LKPD yang kurang sesuai dengan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		K	Jika terdapat dua uraian materi aturan sinus dan cosinus dalam LKPD yang kurang sesuai dengan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
		SK	Jika seluruh uraian materi dalam LKPD tidak sesuai dengan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>
	39. Daya uraian materi dalam memfasilitasi kemampuan berpikir kritis peserta didik	SB	Jika semua materi yang dijabarkan memasukkan latar belakang penemuan konsep, analisa permasalahan, penarikan kesimpulan dan evaluasi argumen yang diujikan
		B	Jika sebagian besar materi yang dijabarkan memasukkan latar belakang penemuan konsep,

		KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR		
ASPEK	INDIKATOR				
				analisa permasalahan, penarikan kesimpulan dan evaluasi argumen yang diujikan	
			K	Jika sebageian besar materi yang dijabarkan tidak memasukkan latar belakang penemuan konsep, analisa permasalahan, penarikan kesimpulan dan evaluasi argumen yang diujikan	
			SK	Jika materi yang dijabarkan tidak memasukkan latar belakang penemuan konsep, analisa permasalahan, penarikan kesimpulan dan evaluasi argumen yang diujikan.	
P.	Komponen kelayakan Bahasa	40.	Bahasa yang digunakan sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)	SB	Jika semua bahasa yang digunakan sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)
				B	Jika sebagian besar bahasa yang digunakan sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)
				K	Jika sebagian kecil bahasa yang digunakan sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)
				SK	Jika semua bahasa yang digunakan tidak sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
	41. Bahasa yang digunakan komunikatif	SB	Jika semua materi disajikan dengan bahasa yang menarik dan lazim dalam komunikasi bahasa Indonesia
		B	Jika materi disajikan dengan bahasa yang kurang menarik atau kurang lazim dalam komunikasi bahasa Indonesia
		K	Jika semua materi disajikan dengan bahasa yang kurang menarik dan kurang lazim dalam komunikasi bahasa Indonesia
		SK	Jika materi disajikan dengan bahasa yang tidak menarik dan tidak lazim dalam komunikasi bahasa Indonesia
	42. Keruntutan dan kesatuan gagasan	SB	Jika penyampaian pesan dalam kalimat mencerminkan keruntutan dan keterkaitan isi saling berhubungan sehingga menimbulkan minat baca peserta didik
		B	Jika penyampaian pesan dalam kalimat mencerminkan keruntutan dan keterkaitan isi saling berhubungan namun kurang menimbulkan minat baca peserta didik
		K	Jika penyampaian pesan dalam kalimat tidak runtut dan tidak ada keterkaitan isi meskipun menimbulkan minat baca peserta didik

		KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR			
			SK	Jika penyampaian pesan dalam kalimat tidak mencerminkan keruntutan dan keterkaitan isi tidak saling berhubungan sehingga tidak menimbulkan minat baca peserta didik
Q. Komponen kelayakan penyajian	43. Keruntutan penyajian materi		SB	Jika sub-sub materi pada semua LKPD disajikan dengan urut dan runtut
			B	Jika penyajian sub-sub materi pada salah satu LKPD tidak disajikan dengan urut dan runtut
			K	Jika penyajian sub-sub materi pada salah dua LKPD tidak disajikan dengan urut dan runtut
			SK	Jika penyajian sub-sub materi pada semua LKPD tidak runtut dan terkesan bolak-balik
	44. Kelengkapan penyajian (gambar, ilustrasi dan soal latihan)		SB	Jika penyajian LKPD dilengkapi dengan gambar, ilustrasi atau tabel yang bagus serta memuat soal latihan dengan tingkat kesulitan bergradasi secara proporsional.
			B	Jika penyajian LKPD dilengkapi dengan gambar, ilustrasi atau tabel tetapi kurang bagus serta memuat soal latihan dengan tingkat kesulitan bergradasi secara proporsional.
		K	Jika penyajian LKPD tidak dilengkapi dengan gambar, ilustrasi atau tabel tetapi memuat soal	

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
			latihan dengan tingkat kesulitan bergradasi secara proporsional.
		SK	Jika penyajian LKPD tidak dilengkapi dengan gambar, ilustrasi atau tabel dan tidak memuat soal latihan dengan tingkat kesulitan bergradasi secara proporsional.
R. Komponen kegrafikan	45. Tampilan <i>cover</i> LKPD yang inovatif	SB	Jika <i>cover</i> LKPD sesuai dengan tema dan menarik perhatian serta minat baca peserta didik
		B	Jika <i>cover</i> LKPD sesuai dengan tema akan tetapi kurang menarik perhatian serta minat baca peserta didik
		K	Jika <i>cover</i> LKPD kurang sesuai dengan tema akan tetapi menarik perhatian serta minat baca peserta didik
		SK	Jika <i>cover</i> LKPD tidak sesuai dengan tema dan tidak menarik perhatian serta minat baca peserta didik
	46. Kesesuaian tata letak komponen dalam LKPD (gambar, ilustrasi dan materi)	SB	Jika tata letak masing-masing komponen dalam LKPD rapi dan menarik
		B	Jika tata letak masing-masing komponen dalam LKPD rapi akan tetapi kurang menarik

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		K	Jika tata letak masing-masing komponen dalam LKPD kurang rapi akan tetapi menarik
		SK	Jika tata letak masing-masing komponen dalam LKPD kurang rapi dan kurang menarik
	47. Keserasian dan ketepatan pemilihan warna dan <i>font</i> tulisan	SB	Jika jenis dan ukuran huruf yang digunakan jelas, mudah dibaca dan proporsional.
		B	Jika jenis dan ukuran huruf yang digunakan jelas, mudah dibaca tetapi kurang proporsional.
		K	Jika jenis dan ukuran huruf yang digunakan tidak jelas, sulit dibaca kurang proporsional.
		SK	Jika jenis dan ukuran huruf yang digunakan tidak jelas, sulit dibaca dan tidak proporsional.
IV. Penilaian			
S. Materi	48. Kesesuaian soal dengan indikator berpikir kritis	SB	Jika semua soal yang diberikan mengacu pada indikator berpikir kritis yang telah dirumuskan serta satu indikator mengembangkan lebih dari satu soal.
		B	Jika semua soal yang diberikan mengacu pada indikator berpikir kritis yang telah dirumuskan serta satu indikator hanya digunakan untuk mengembangkan satu soal.

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		K	Jika sebagian soal yang diberikan tidak mengacu pada indikator berpikir kritis yang telah dirumuskan.
		SK	Jika soal yang diberikan tidak mengacu pada indikator berpikir kritis yang telah dirumuskan.
	49. Soal penilaian memiliki tingkat kesulitan soal yang bertingkat	SB	Jika keseluruhan soal yang disajikan memiliki tingkat kesulitan yang bertingkat
		B	Jika salah satu soal yang disajikan memiliki tingkat kesulitan yang sama dengan soal sebelumnya
		K	Jika beberapa soal yang disajikan memiliki tingkat kesulitan yang sama dengan soal sebelumnya
		SK	Jika seluruh soal yang disajikan memiliki tingkat kesulitan yang sama
T. Konstruksi	50. Pokok soal dirumuskan dengan singkat, jelas, dan tegas	SB	Jika soal dalam evaluasi dibuat dengan menggunakan kalimat yang jelas, singkat, mudah dipahami dan tidak salah konsep.
		B	Jika soal dalam evaluasi dibuat dengan menggunakan kalimat yang jelas, panjang, mudah dipahami dan tidak salah konsep.

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
	51. Kesesuaian penentuan alokasi waktu dalam soal penilaian	K	Jika soal dalam evaluasi dibuat dengan menggunakan kalimat yang jelas, panjang, sukar dipahami dan tidak salah konsep.
		SK	Jika soal dalam evaluasi dibuat dengan menggunakan kalimat yang jelas, panjang, sukar dipahami dan ada salah konsep.
		SB	Jika seluruh soal yang disajikan dapat dikerjakan sesuai dengan alokasi waktu yang ditentukan
		B	Jika salah satu soal yang disajikan tidak dapat dikerjakan sesuai dengan alokasi waktu yang ditentukan
		K	Jika beberapa soal yang disajikan tidak dapat dikerjakan sesuai dengan alokasi waktu yang ditentukan
		SK	Jika seluruh soal yang disajikan tidak dapat dikerjakan sesuai dengan alokasi waktu yang ditentukan
U. Bahasa	52. Kesesuaian tata bahasa dan ejaan dengan kaidah bahasa Indonesia	SB	Jika semua kalimat yang digunakan menggunakan tata bahasa dan ejaan yang sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI).

	KRITERIA PENILAIAN	DESKRIPTOR	
ASPEK	INDIKATOR		
		B	Jika sebagian besar kalimat yang digunakan menggunakan tata bahasa dan ejaan yang sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)
		K	Jika sebagian besar kalimat yang digunakan tidak menggunakan tata bahasa dan ejaan sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI).
		SK	Jika semua tata bahasa dan ejaan yang digunakan tidak sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI).

Lampiran 2.5

HASIL VALIDASI INSTRUMEN
SKALA PENILAIAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Nama Validator : Fina Hanifa Hidayati, M.Pd.

Pekerjaan : Dosen

NIP : 19890714 201903 2 007

Petunjuk :

Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mengetahui penilaian Bapak/Ibu tentang kualitas instrumen penilaian materi dari segi isi dan konstruk berkaitan kesesuaian dengan variabel yang akan diukur. Sehubungan dengan ini, dimohon kiranya Bapak/Ibu memberikan penilaian dengan memberi tanda centang (✓) pada kolom yang tersedia.

Pengolahan Hasil Penilaian :

Hasil penilaian dari Bapak/Ibu akan diolah menggunakan rumus CVR (*Content Validity Ratio*). Formula persamaannya adalah sebagai berikut :

$$CVR = \left(\frac{2n_e}{n} \right) - 1$$

n_e adalah jumlah penilai yang menyatakan esensial, n adalah jumlah penilai. CVR akan terentang dari -1 s.d. 1. Bila setengah dari penilai menyatakan sebuah item bersifat esensial, $CVR = 0$, berarti item tersebut valid. Lembar validasi ini dinilai oleh dua panelis, Nasehuddin dan Manfaat (2015: 79) menerangkan bahwa jika hanya menggunakan dua panelis maka batasan CVR minimum yang diharapkan adalah 1. Sehingga, nilai CVR minimum untuk menyatakan item tersebut valid adalah 1 dan jika nilai $CVR < 1$ maka item tersebut tidak valid.

Keterangan Kolom Penilaian :

4. **Esensial**, jika soal sesuai dengan indikator yang hendak diukur dan memiliki format serta bahasa yang dapat dipahami.
5. **Berguna tapi tidak esensial**, jika soal berguna untuk pengukuran lain tetapi tidak sesuai dengan indikator yang hendak diukur.
6. **Tidak perlu**, jika soal tidak sesuai dengan indikator yang hendak diukur dan tidak diperlukan dalam pengukuran.

Tabel Penilaian:

Nomor Butir Skala	Penilaian			Masukan
	Esensial	Berguna Tidak Esensial	Tidak Perlu	
1	✓			
2	✓			
3	✓			Perlu revisi kecil
4	✓			Perlu revisi kecil
5	✓			Perlu revisi kecil
6	✓			Perlu revisi kecil
7	✓			Perlu revisi kecil
8	✓			
9	✓			
10	✓			
11	✓			
12	✓			
13	✓			
14	✓			
15	✓			
16	✓			
17	✓			Perlu revisi kecil
18	✓			
19	✓			
20	✓			
21	✓			
22	✓			
23	✓			
24	✓			
25	✓			

Nomor Butir Skala	Penilaian			Masukan
	Esensial	Berguna Tidak Esensial	Tidak Perlu	
26	✓			
27	✓			
28	✓			
29	✓			
30	✓			
31	✓			
32	✓			
33	✓			
34	✓			
35	✓			
36	✓			
37	✓			
38	✓			
39	✓			
40	✓			
41	✓			
42	✓			
43	✓			
44	✓			
45	✓			
46	✓			
47	✓			
48	✓			
49	✓			
50	✓			
51	✓			Perlu revisi kecil
52	✓			

Kesimpulan :

Keterangan kolom kesimpulan:

PK : Perlu Konsultasi

RB : Revisi Besar, bisa digunakan dengan revisi besar

RK : Revisi Kecil, bisa digunakan dengan revisi kecil

TR : Tidak Revisi, dapat digunakan tanpa revisi

Tabel Kesimpulan

Nomor Butir Skala	Penilaian			
	PK	RB	RK	TR
1				✓
2				✓
3			✓	
4			✓	
5			✓	
6			✓	
7			✓	
8				✓
9				✓
10				✓
11				✓
12				✓
13				✓
14				✓
15				✓
16				✓
17			✓	
18				✓
19				✓

Nomor Butir Skala	Penilaian			
	PK	RB	RK	TR
20				✓
21				✓
22				✓
23				✓
24				✓
25				✓
26				✓
27				✓
28				✓
29				✓
30				✓
31				✓
32				✓
33				✓
34				✓
35				✓
36				✓
37				✓
38				✓
39				✓
40				✓
41				✓
42				✓
43				✓
44				✓
45				✓
46				✓
47				✓

Nomor Butir Skala	Penilaian			
	PK	RB	RK	TR
48				✓
49				✓
50				✓
51			✓	
52				✓

Keterangan baris penilaian:

3. Perlu Konsultasi : jika nilai CVR butir soal kurang dari 1.
4. Tidak revisi, dapat digunakan tanpa revisi : jika nilai CVR butir soal sama dengan 1

Apabila terdapat saran, dimohon Bapak/Ibu untuk menuliskan saran secara langsung pada naskah atau pada kotak saran berikut.

Saran: Perlu penyesuaian beberapa butir penilaian dengan deskriptornya.

Saran: Perlu penyesuaian beberapa butir penilaian dengan deskriptornya.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 11 November 2020

Validator



Fina Hanifa Hidayati, M.Pd

NIP. 19890714 201903 2 007

**HASIL VALIDASI INSTRUMEN
SKALA PENILAIAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

Nama Validator : Sumbaji Putranto, M.Pd.

Pekerjaan : Dosen

NIP : 19930527 201903 1 006

Petunjuk :

Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mengetahui penilaian Bapak/Ibu tentang kualitas instrumen penilaian materi dari segi isi dan konstruk berkaitan kesesuaian dengan variabel yang akan diukur. Sehubungan dengan ini, dimohon kiranya Bapak/Ibu memberikan penilaian dengan memberi tanda centang (✓) pada kolom yang tersedia.

Pengolahan hasil Penilaian :

Hasil penilaian dari Bapak/Ibu akan diolah menggunakan rumus CVR (*Content Validity Ratio*). Formula persamaannya adalah sebagai berikut :

$$CVR = \left(\frac{2n_e}{n} \right) - 1$$

n_e adalah jumlah penilai yang menyatakan esensial, n adalah jumlah penilai. CVR akan terentang dari -1 s.d. 1. Bila setengah dari penilai menyatakan sebuah item bersifat esensial, $CVR = 0$, berarti item tersebut valid. Lembar validasi ini dinilai oleh dua panelis, Nasehuddin dan Manfaat (2015: 79) menerangkan bahwa jika hanya menggunakan dua panelis maka batasan CVR minimum yang diharapkan adalah 1. Sehingga, nilai CVR minimum untuk menyatakan item tersebut valid adalah 1 dan jika nilai $CVR < 1$ maka item tersebut tidak valid.

Keterangan Kolom Penilaian :

1. **Esensial**, jika soal sesuai dengan indikator yang hendak diukur dan memiliki format serta bahasa yang dapat dipahami.
2. **Berguna tapi tidak esensial**, jika soal berguna untuk pengukuran lain tetapi tidak sesuai dengan indikator yang hendak diukur.
3. **Tidak perlu**, jika soal tidak sesuai dengan indikator yang hendak diukur dan tidak diperlukan dalam pengukuran.

Tabel Penilaian:

Nomor Butir Skala	Penilaian			Masukan
	Esensial	Berguna Tidak Esensial	Tidak Perlu	
1	✓			
2	✓			
3	✓			
4	✓			
5	✓			
6	✓			
7	✓			
8	✓			
9	✓			
10	✓			
11	✓			
12	✓			
13	✓			
14	✓			
15	✓			
16	✓			
17	✓			
18	✓			
19	✓			
20	✓			
21	✓			
22	✓			
23	✓			
24	✓			
25	✓			

Nomor Butir Skala	Penilaian			Masukan
	Esensial	Berguna Tidak Esensial	Tidak Perlu	
26	✓			
27	✓			
28	✓			
29	✓			
30	✓			
31	✓			
32	✓			
33	✓			
34	✓			
35	✓			
36	✓			
37	✓			
38	✓			
39	✓			
40	✓			Perlu revisi kecil
41	✓			
42	✓			
43	✓			
44	✓			
45	✓			
46	✓			
47	✓			
48	✓			
49	✓			
50	✓			
51	✓			
52	✓			Perlu revisi kecil

Kesimpulan :

Keterangan kolom kesimpulan:

PK : Perlu Konsultasi

RB : Revisi Besar, bisa digunakan dengan revisi besar

RK : Revisi Kecil, bisa digunakan dengan revisi kecil

TR : Tidak Revisi, dapat digunakan tanpa revisi

Tabel Kesimpulan

Nomor Butir Skala	Penilaian			
	PK	RB	RK	TR
1				✓
2				✓
3				✓
4				✓
5				✓
6				✓
7				✓
8				✓
9				✓
10				✓
11				✓
12				✓
13				✓
14				✓
15				✓
16				✓
17				✓
18				✓
19				✓
20				✓

Nomor Butir Skala	Penilaian			
	PK	RB	RK	TR
21				✓
22				✓
23				✓
24				✓
25				✓
26				✓
27				✓
28				✓
29				✓
30				✓
31				✓
32				✓
33				✓
34				✓
35				✓
36				✓
37				✓
38				✓
39				✓
40				✓
41			✓	
42				✓
43				✓
44				✓
45				✓
46				✓
47				✓
48				✓

Nomor Butir Skala	Penilaian			
	PK	RB	RK	TR
49				✓
50				✓
51				✓
52			✓	

Keterangan baris penilaian:

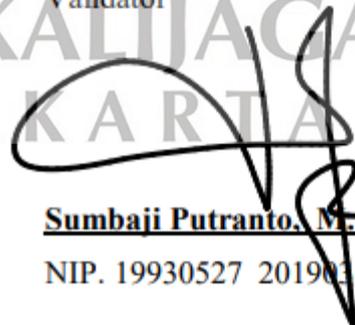
1. Perlu Konsultasi : jika nilai CVR butir soal kurang dari 1.
2. Tidak revisi, dapat digunakan tanpa revisi : jika nilai CVR butir soal sama dengan 1

Apabila terdapat saran, dimohon Bapak/Ibu untuk menuliskan saran secara langsung pada naskah atau pada kotak saran berikut.

<p><i>Saran:</i> Revisi sesuai catatan</p> <p>Lampiran 35 <i>Saran:</i> Revisi sesuai catatan</p>
--

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 11 November 2020
Validator



Sumbaji Putranto, M.Pd.

NIP. 19930527 201903 1 006

Lampiran 2.6

**ANALISIS HASIL VALIDASI INSTRUMEN
SKALA PENILAIAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

Hasil pertimbangan validator diuji dengan menggunakan *Content Validity Rasio* (CVR) yang digagas oleh Lawshe. Lawshe menjelaskan langkah-langkah validitas dari para ahli sebagai berikut.

1. Menentukan kriteria penilaian tanggapan para ahli

Data tanggapan para ahli ditulis dalam simbol *check list* pada kolom yang sesuai. Berikut adalah kriteria penskoran setiap butir

Tabel 3. 1 Kriteria Penskoran Butir Lawse

Kriteria	Esensial	Berguna tidak esensial	Tidak Perlu
Bobot	1	0	0

2. Menghitung Skor *Content Validity Rasio* (CVR)

$$CVR = \left(\frac{2n_e}{n} \right) - 1$$

Dimana n_e adalah jumlah ahli yang menyatakan esensial, n adalah jumlah ahli penilai. CVR akan terentang dari $-1 \leq CVR \leq 1$.

- a. Butir dikatakan valid apabila $0 \leq CVR \leq 1$,
- b. Butir dikatakan tidak valid apabila $-1 \leq CVR \leq 0$. Butir soal yang tidak valid selanjutnya dievaluasi secara kualitatif berdasarkan masukan ahli dan diubah menjadi butir berdasarkan masukan tersebut.

3. Hasil Validasi Perhitungan

No. Butir	Validator		CVR	Hasil	Kesimpulan
	V1	V2			
1	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2} \right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
2	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2} \right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
3	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2} \right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid

No. Butir	Validator		CVR	Hasil	Kesimpulan
	V1	V2			
4	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
6	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
7	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
8	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
9	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
10	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
11	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
12	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
13	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
14	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
15	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
16	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
17	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
18	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
19	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
20	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
21	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid

No. Butir	Validator		CVR	Hasil	Kesimpulan
	V1	V2			
22	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
23	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
24	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
25	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
26	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
27	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
28	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
29	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
30	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
31	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
32	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
33	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
34	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
35	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
36	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
37	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
38	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid

No. Butir	Validator		CVR	Hasil	Kesimpulan
	V1	V2			
39	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
40	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
41	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
42	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
43	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
44	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
45	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
46	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
47	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
48	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
49	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
50	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
51	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid
52	1	1	$\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) - 1 = 0$	$-1 \leq CVR \leq 1$	Valid

V1 : Fina Hanifa Hidayati, M.Pd.

V2 : Sumbaji Putranto, M.Pd.

LAMPIRAN 3
DATA DAN ANALISIS DATA

Lampiran 3.1 Data Lembar Penilaian Perangkat Pembelajaran oleh Validator

Lampiran 3.2 Hasil Penilaian Kulaitas Perangkat Pembelajaran

Lampiran 3.3 Perhitungan Kulaitas Perangkat Pembelajaran



Lampiran 3.1

**LEMBAR SKALA PENILAIAN
PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

Judul Penelitian

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus

Identitas Validator

Nama Validator : Raekha Azka, M.Pd

Profesi/ Instansi : Dosen

NIP 19870919 201801 1 001

Petunjuk Pengisian Lembar Skala Penilaian:

1. Lembar skala ini digunakan Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian tentang Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
2. Penilaian Bapak/ Ibu berikan pada setiap butir pernyataan yang terdapat pada lembar skala ini akan digunakan sebagai validasi dan revisi sebagai penyempurnaan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
3. Silahkan Bapak/Ibu memberikan penilaian dengan memberikan tanda (√) pada salah satu kolom nilai yang sesuai dengan penilaian Bapak/Ibu dengan ketentuan sebagai berikut:

SB : Sangat Baik

B : Baik

K : Kurang

SK : Sangat Kurang

4. Silahkan Bapak/Ibu memberikan tanda (√) untuk kesimpulan terhadap Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
5. Apabila ada ketidaksesuaian atau terdapat kekurangan, saran maupun kritik pada perangkat pembelajaran yang telah disusun, dimohon untuk menuliskannya pada lembar kritik, saran dan masukan
6. Peneliti mengucapkan banyak terima kasih atas kerjasama dari Bapak/ Ibu

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
1. Silabus mata pelajaran					
A. Identitas silabus dan ketepatan	1. Kelengkapan Identitas silabus (Identitas mata pelajaran, KI dan KD)	√			

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
Kompetensi Inti (KI)/Kompetensi Dasar (KD)	2. Kesesuaian antara KD dengan komponen-komponen pembelajaran (Indikator, materi, kegiatan pembelajaran, sumber belajar dan evaluasi penilaian)	✓			
B. Materi pembelajaran	3. Kesesuaian materi pelajaran aturan sinus dan cosinus dengan KI/KD		✓		
	4. Materi pelajaran aturan sinus dan cosinus sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik	✓			
C. Kegiatan pembelajaran	5. Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan sinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	6. Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan cosinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	7. Kesesuaian kegiatan pembelajaran luas segitiga sembarang dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	8. Kesesuaian kegiatan pembelajaran dengan KI/KD.		✓		
	9. Kegiatan pembelajaran memuat aktivitas belajar yang berpusat pada peserta didik		✓		
D. Indikator	10. Kesesuaian indikator dalam mengukur tercapainya KI dan KD	✓			
	11. Kesesuaian penggunaan kata kerja operasional dalam menjabarkan indikator pembelajaran		✓		
E. Penilaian	12. Kesesuaian alat penilaian (soal) dengan indikator pembelajaran yang ingin dicapai		✓		

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	13. Kesesuaian teknik dan bentuk penilaian dengan indikator pembelajaran		✓		
F. Alokasi waktu	14. Kesesuaian alokasi waktu dengan cakupan kompetensi yang akan diajarkan		✓		
G. Sumber Belajar	15. Kesesuaian sumber belajar dalam mendukung tercapainya KD		✓		
	16. Sumber belajar bervariasi		✓		
2. RPP mata pelajaran					
H. Identitas RPP, Kesesuaian KI, KD dan Indikator	17. Kelengkapan Identitas RPP	✓			
	18. Kesesuaian antara KI dan KD dengan indikator pencapaian kompetensi	✓			
	19. Rumusan indikator berupa kata kerja operasional yang dapat diukur dan atau diobservasi		✓		
I. Tujuan Pembelajaran	20. Kesesuaian KI dan KD dengan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai		✓		
	21. Rumusan tujuan pembelajaran memuat ABCD (<i>Audience, Behaviour, Condition and Degree</i>)		✓		
J. Materi dan bahan ajar	22. Materi pembelajaran benar secara teoritis		✓		
	23. Kesesuaian materi ajar dengan tujuan pembelajaran		✓		
	24. Materi ajar disajikan dengan rinci dan runtut		✓		
K. Model pembelajaran	25. Model pembelajaran sudah sesuai dengan model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	26. Model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang dicantumkan tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran		✓		
L. Langkah-langkah pembelajaran	27. Kejelasan penjabaran kegiatan guru dan peserta didik		✓		
	28. Keruntutan penulisan langkah-langkah				

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	pembelajaran (kegiatan Pendahuluan- inti- penutup)	✓			
	29. Kesesuaian langkah-langah pembelajaran pada materi aturan sinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	30. Kesesuaian langkah-langah pembelajaran pada materi aturan cosinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	31. Kesesuaian langkah-langah pembelajaran pada materi luas segitiga dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	32. Inti pembelajaran memberikan kesempatan kepada siswa untuk bekerja sama dengan teman		✓		
	33. Penutupan pembelajaran berisi penyimpulan/refleksi/ atau tindak lanjut (tugas pengayaan/pemantapan)		✓		
M. Sumber belajar	34. Sumber belajar sesuai untuk mendukung tercapainya tujuan pembelajaran		✓		
N. Penilaian	35. Alat penilaian mencakup seluruh indikator		✓		
	36. Pedoman penskoran dan kunci jawaban dicantumkan secara jelas dan tepat		✓		
3.	Lembar kerja Peserta Didik				
O. Komponen kelayakan isi	37. Kesesuaian uraian materi dengan KD	✓			
	38. Kesesuaian uraian materi dengan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	39. Daya uraian materi dalam memfasilitasi kemampuan berpikir kritis peserta didik		✓		
P. Komponen kelayakan Bahasa	40. Bahasa yang digunakan komunikatif		✓		
	41. Bahasa yang digunakan sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)		✓		
	42. Keruntutan dan kesatuan gagasan		✓		
Q. Komponen penyajian	43. Keruntutan penyajian materi	✓			
	44. Kelengkapan penyajian (gambar, ilustrasi dan soal latihan)		✓		
R. Komponen kegrafikan	45. Desain <i>cover</i> LKPD yang inovatif	✓			
	46. Kesesuaian tata letak komponen dalam LKPD (gambar, ilustrasi dan materi)		✓		
	47. Keseserasian dan ketepatan pemilihan warna dan <i>font</i> tulisan		✓		
4.	Instrumen Penilaian				
S. Materi	48. Kesesuaian soal dengan indikator berpikir kritis		✓		
	49. Soal penilaian memiliki tingkat kesulitan soal yang bertingkat		✓		
T. Konstruksi	50. Pokok soal dirumuskan secara efektif, jelas dan tegas		✓		
	51. Kesesuaian penentuan alokasi waktu dalam soal penilaian		✓		
U. Bahasa	52. Kesesuaian tata bahasa dan ejaan dengan kaidah bahasa Indonesia		✓		

KOMENTAR DAN SARAN

.....
 Saran perbaikan ada diproduknya.

.....

.....

.....

.....

.....

KESIMPULAN

Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* pada materi aturan sinus dan cosinus dinyatakan:

- Dapat digunakan tanpa revisi
- Dapat digunakan dengan revisi
- Belum dapat digunakan

Yogyakarta, 16 November 2020

Validator

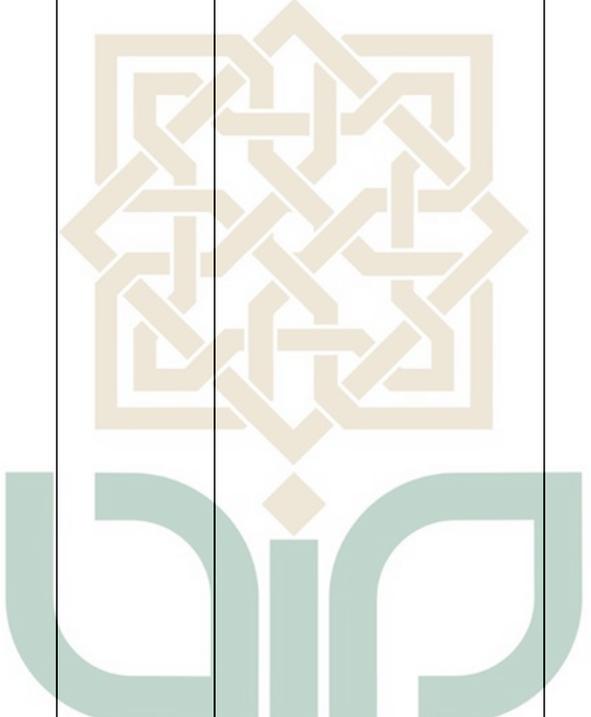


Raekha Azka, M.Pd

NIP. 19870919 201801 1 001

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
 SUNAN KALIJAGA
 YOGYAKARTA

**LEMBAR KRITIK DAN SARAN UNTUK PERBAIKAN PERANGKAT
PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY
DENGAN METODE TALKING STICK PADA MATERI ATURAN SINUS DAN
COSINUS**

No	Komponen	Sub Bagian	Jenis Kesalahan	Kritik, saran atau masukan
				

Yogyakarta, 16 November 2020

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Validator



Raekha Azka, M.Pd

NIP. 19870919 201801 1 001

LEMBAR SKALA PENILAIAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Judul Penelitian

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus

Identitas Validator

Nama Validator : Burhanuddin Latif, M.Si

Profesi/ Instansi : Dosen

NIP : 19920404 201903 1 010

Petunjuk Pengisian Lembar Skala Penilaian:

1. Lembar skala ini digunakan Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian tentang Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
2. Penilaian Bapak/ Ibu berikan pada setiap butir pernyataan yang terdapat pada lembar skala ini akan digunakan sebagai validasi dan revisi sebagai penyempurnaan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
3. Silahkan Bapak/Ibu memberikan penilaian dengan memberikan tanda (√) pada salah satu kolom nilai yang sesuai dengan penilaian Bapak/Ibu dengan ketentuan sebagai berikut:
SB : Sangat Baik
B : Baik
K : Kurang
SK : Sangat Kurang
4. Silahkan Bapak/Ibu memberikan tanda (√) untuk kesimpulan terhadap Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
5. Apabila ada ketidaksesuaian atau terdapat kekurangan, saran maupun kritik pada perangkat pembelajaran yang telah disusun, dimohon untuk menuliskannya pada lembar kritik, saran dan masukan
6. Peneliti mengucapkan banyak terima kasih atas kerjasama dari Bapak/ Ibu

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
1. Silabus mata pelajaran					
A. Identitas silabus dan ketepatan	1. Kelengkapan Identitas silabus (Identitas mata pelajaran, KI dan KD)	✓			

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
Kompetensi Inti (KI)/Kompetensi Dasar (KD)	2. Kesesuaian antara KD dengan komponen-komponen pembelajaran (Indikator, materi, kegiatan pembelajaran, sumber belajar dan evaluasi penilaian)		✓		
B. Materi pembelajaran	3. Kesesuaian materi pelajaran aturan sinus dan cosinus dengan KI/KD	✓			
	4. Materi pelajaran aturan sinus dan cosinus sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik	✓			
C. Kegiatan pembelajaran	5. Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan sinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	6. Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan cosinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	7. Kesesuaian kegiatan pembelajaran luas segitiga sembarang dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	8. Kesesuaian kegiatan pembelajaran dengan KI/KD.	✓			
	9. Kegiatan pembelajaran memuat aktivitas belajar yang berpusat pada peserta didik	✓			
D. Indikator	10. Kesesuaian indikator dalam mengukur tercapainya KI dan KD	✓			
	11. Kesesuaian penggunaan kata kerja operasional dalam menjabarkan indikator pembelajaran	✓			
E. Penilaian	12. Kesesuaian alat penilaian (soal) dengan indikator pembelajaran yang ingin dicapai	✓			

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	13. Kesesuaian teknik dan bentuk penilaian dengan indikator pembelajaran	✓			
F. Alokasi waktu	14. Kesesuaian alokasi waktu dengan cakupan kompetensi yang akan diajarkan	✓			
G. Sumber Belajar	15. Kesesuaian sumber belajar dalam mendukung tercapainya KD	✓			
	16. Sumber belajar bervariasi	✓			
2. RPP mata pelajaran					
H. Identitas RPP, Kesesuaian KI, KD dan Indikator	17. Kelengkapan Identitas RPP	✓			
	18. Kesesuaian antara KI dan KD dengan indikator pencapaian kompetensi	✓			
	19. Rumusan indikator berupa kata kerja operasional yang dapat diukur dan atau diobservasi	✓			
I. Tujuan Pembelajaran	20. Kesesuaian KI dan KD dengan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai	✓			
	21. Rumusan tujuan pembelajaran memuat ABCD (<i>Audience, Behaviour, Condition and Degree</i>)			✓	
J. Materi dan bahan ajar	22. Materi pembelajaran benar secara teoritis		✓		
	23. Kesesuaian materi ajar dengan tujuan pembelajaran	✓			
	24. Materi ajar disajikan dengan rinci dan runtut	✓			
K. Model pembelajaran	25. Model pembelajaran sudah sesuai dengan model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	26. Model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang dicantumkan tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran	✓			
L. Langkah-langkah pembelajaran	27. Kejelasan penjabaran kegiatan guru dan peserta didik	✓			
	28. Keruntutan penulisan langkah-langkah	✓			

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	pembelajaran (kegiatan Pendahuluan- inti- penutup)				
	29. Kesesuaian langkah-langkah pembelajaran pada materi aturan sinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	30. Kesesuaian langkah-langkah pembelajaran pada materi aturan cosinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	31. Kesesuaian langkah-langkah pembelajaran pada materi luas segitiga dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	32. Inti pembelajaran memberikan kesempatan kepada siswa untuk bekerja sama dengan teman	✓			
	33. Penutupan pembelajaran berisi penyimpulan/refleksi/ atau tindak lanjut (tugas pengayaan/pemantapan)		✓		
M. Sumber belajar	34. Sumber belajar sesuai untuk mendukung tercapainya tujuan pembelajaran	✓			
N. Penilaian	35. Alat penilaian mencakup seluruh indikator	✓			
	36. Pedoman penskoran dan kunci jawaban dicantumkan secara jelas dan tepat			✓	
3.	Lembar kerja Peserta Didik				
O. Komponen kelayakan isi	37. Kesesuaian uraian materi dengan KD	✓			
	38. Kesesuaian uraian materi dengan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	39. Daya uraian materi dalam memfasilitasi kemampuan berpikir kritis peserta didik	✓			
P. Komponen kelayakan Bahasa	40. Bahasa yang digunakan komunikatif	✓			
	41. Bahasa yang digunakan sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)	✓			
	42. Keruntutan dan kesatuan gagasan	✓			
Q. Komponen penyajian	43. Keruntutan penyajian materi	✓			
	44. Kelengkapan penyajian (gambar, ilustrasi dan soal latihan)	✓			
R. Komponen kegrafikan	45. Desain <i>cover</i> LKPD yang inovatif	✓			
	46. Kesesuaian tata letak komponen dalam LKPD (gambar, ilustrasi dan materi)	✓			
	47. Keserasian dan ketepatan pemilihan warna dan <i>font</i> tulisan	✓			
4. Instrumen Penilaian					
S. Materi	48. Kesesuaian soal dengan indikator berpikir kritis	✓			
	49. Soal penilaian memiliki tingkat kesulitan soal yang bertingkat	✓			
T. Konstruksi	50. Pokok soal dirumuskan secara efektif, jelas dan tegas	✓			
	51. Kesesuaian penentuan alokasi waktu dalam soal penilaian	✓			
U. Bahasa	52. Kesesuaian tata bahasa dan ejaan dengan kaidah bahasa Indonesia	✓			

KOMENTAR DAN SARAN

.....\

Perbaiki sesuai pada lembar kritik dan saran, dan terapkan juga pada bagian-bagian yang sesuai lainnya

.....

.....

.....

.....

.....

KESIMPULAN

Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* pada materi aturan sinus dan cosinus dinyatakan:

- Dapat digunakan tanpa revisi
- Dapat digunakan dengan revisi
- Belum dapat digunakan

Yogyakarta, 05 Desember 2020

Validator



Burhanuddin Latif, M.Si

NIP. 19920404 201903 1 010

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

**LEMBAR KRITIK DAN SARAN UNTUK PERBAIKAN PERANGKAT
PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MODEL *GUIDED
DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK* PADA MATERI
ATURAN SINUS DAN COSINUS**

No	Komponen	Sub Bagian	Jenis Kesalahan	Kritik, saran atau masukan
	Silabus	A	Kegiatan Pembelajaran ke-3 pada silabus sama dengan Kegiatan pembelajaran ke-2?	Perbaiki
	RPP	Tujuan Pembelajaran	Belum terdapat degree dan condition pada tujuan pembelajaran	Tambahkan
			Halaman 15, nomor 2 perbaiki penamaan segitiga, tertulis segitiga ACD dan segitiga BCD padahal di segitiga tidak ada titik D.	Perbaiki
			Halaman 16, nomor 4 bagian "atau dapat ditulis" salah penulisan	Perbaiki
	RPP	Penilaian	Latihan soal pertemuan III terdapat informasi soal nomor 1 pada nomor 2.	Perbaiki
			Pada soal nomor 2, Rina membandingkan antara luas halaman dengan luas taman yang besarnya adalah 3:2. Karena taman berada di halaman belakang mungkin informasinya bisa menjadi luas tamannya $\frac{2}{5}$ dari luas halaman belakang.	Saran
			Latihan soal pertemuan II nomor 1 yang ditanyakan adalah cos sudut P, tetapi pada penyelesaiannya adalah cos sudut Q.	Perbaiki
			Nomor 3, bisa ditambahkan kapal bergerak dengan arah 30 derajat ke arah timur dari utara. Lalu informasi memutar haluan 150 derajat itu dihitung dari arah gerak kapal, bukan dari utara.	Perbaiki sesuai apa yang diinginkan. Maksud soal sudah bagus.
			Latihan soal pertemuan I Nomor 3, tidak ada informasi sudut B, AC, dan BC pada soal.	Perbaiki

Yogyakarta, 05 Desember 2020

Validator



Burhanuddin Latif, M.Si NIP.

19920404 201903 1 010



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

LEMBAR SKALA PENILAIAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Judul Penelitian

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus

Identitas Validator

Nama Validator : Ria Zuliana, M.Pd
 Profesi/ Instansi : Guru Matematika/ SMA N 1 Kasihan
 NIP : 19860709 200903 2 001

Petunjuk Pengisian Lembar Skala Penilaian:

1. Lembar skala ini digunakan Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian tentang Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
2. Penilaian Bapak/ Ibu berikan pada setiap butir pernyataan yang terdapat pada lembar skala ini akan digunakan sebagai validasi dan revisi sebagai penyempurnaan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
3. Silahkan Bapak/Ibu memberikan penilaian dengan memberikan tanda (\surd) pada salah satu kolom nilai yang sesuai dengan penilaian Bapak/Ibu dengan ketentuan sebagai berikut:
SB : Sangat Baik
B : Baik
K : Kurang
SK : Sangat Kurang
4. Silahkan Bapak/Ibu memberikan tanda (\surd) untuk kesimpulan terhadap Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Pada Materi Aturan Sinus dan cosinus
5. Apabila ada ketidaksesuaian atau terdapat kekurangan, saran maupun kritik pada perangkat pembelajaran yang telah disusun, dimohon untuk menuliskannya pada lembar kritik, saran dan masukan
6. Peneliti mengucapkan banyak terima kasih atas kerjasama dari Bapak/ Ibu

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
1. Silabus mata pelajaran					
A. Identitas silabus dan ketepatan	1. Kelengkapan Identitas silabus (Identitas mata pelajaran, KI dan KD)	\surd			

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
Kompetensi Inti (KI)/Kompetensi Dasar (KD)	2. Kesesuaian antara KD dengan komponen-komponen pembelajaran (Indikator, materi, kegiatan pembelajaran, sumber belajar dan evaluasi penilaian)	✓			
B. Materi pembelajaran	3. Kesesuaian materi pelajaran aturan sinus dan cosinus dengan KI/KD		✓		
	4. Materi pelajaran aturan sinus dan cosinus sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik		✓		
C. Kegiatan pembelajaran	5. Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan sinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	6. Kesesuaian kegiatan pembelajaran materi aturan cosinus dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	7. Kesesuaian kegiatan pembelajaran luas segitiga sembarang dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		
	8. Kesesuaian kegiatan pembelajaran dengan KI/KD.	✓			
	9. Kegiatan pembelajaran memuat aktivitas belajar yang berpusat pada peserta didik	✓			
D. Indikator	10. Kesesuaian indikator dalam mengukur tercapainya KI dan KD	✓			
	11. Kesesuaian penggunaan kata kerja operasional dalam menjabarkan indikator pembelajaran	✓			
E. Penilaian	12. Kesesuaian alat penilaian (soal) dengan indikator pembelajaran yang ingin dicapai		✓		

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	13. Kesesuaian teknik dan bentuk penilaian dengan indikator pembelajaran		✓		
F. Alokasi waktu	14. Kesesuaian alokasi waktu dengan cakupan kompetensi yang akan diajarkan	✓			
G. Sumber Belajar	15. Kesesuaian sumber belajar dalam mendukung tercapainya KD	✓			
	16. Sumber belajar bervariasi		✓		
2. RPP mata pelajaran					
H. Identitas RPP, Kesesuaian KI, KD dan Indikator	17. Kelengkapan Identitas RPP	✓			
	18. Kesesuaian antara KI dan KD dengan indikator pencapaian kompetensi	✓			
	19. Rumusan indikator berupa kata kerja operasional yang dapat diukur dan atau diobservasi	✓			
I. Tujuan Pembelajaran	20. Kesesuaian KI dan KD dengan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai	✓			
	21. Rumusan tujuan pembelajaran memuat ABCD (<i>Audience, Behaviour, Condition and Degree</i>)		✓		
J. Materi dan bahan ajar	22. Materi pembelajaran benar secara teoritis	✓			
	23. Kesesuaian materi ajar dengan tujuan pembelajaran	✓			
	24. Materi ajar disajikan dengan rinci dan runtut	✓			
K. Model pembelajaran	25. Model pembelajaran sudah sesuai dengan model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	26. Model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i> yang dicantumkan tercermin dalam langkah-langkah pembelajaran	✓			
L. Langkah-langkah pembelajaran	27. Kejelasan penjabaran kegiatan guru dan peserta didik	✓			
	28. Keruntutan penulisan langkah-langkah	✓			

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	pembelajaran (kegiatan Pendahuluan- inti- penutup)				
	29. Kesesuaian langkah-langah pembelajaran pada materi aturan sinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	30. Kesesuaian langkah-langah pembelajaran pada materi aturan cosinus dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	31. Kesesuaian langkah-langah pembelajaran pada materi luas segitiga dengan tahap pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>	✓			
	32. Inti pembelajaran memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk bekerja sama dengan teman	✓			
	33. Penutupan pembelajaran berisi penyimpulan/refleksi/ atau tindak lanjut (tugas pengayaan/pemantapan)		✓		
M. Sumber belajar	34. Sumber belajar sesuai untuk mendukung tercapainya tujuan pembelajaran	✓			
N. Penilaian	35. Alat penilaian mencakup seluruh indikator		✓		
	36. Pedoman penskoran dan kunci jawaban dicantumkan secara jelas dan tepat	✓			
3.	Lembar kerja Peserta Didik				
O. Komponen kelayakan isi	37. Kesesuaian uraian materi dengan KD	✓			
	38. Kesesuaian uraian materi dengan pembelajaran model <i>guided discovery</i> dengan metode <i>talking stick</i>		✓		

Aspek penilaian	Butir	Nilai			
		SB	B	K	KB
	39. Daya uraian materi dalam memfasilitasi kemampuan berpikir kritis peserta didik		✓		
P. Komponen kelayakan Bahasa	40. Bahasa yang digunakan komunikatif	✓			
	41. Bahasa yang digunakan sesuai dengan Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia (PUEBI)	✓			
	42. Keruntutan dan kesatuan gagasan	✓			
Q. Komponen penyajian	43. Keruntutan penyajian materi	✓			
	44. Kelengkapan penyajian (gambar, ilustrasi dan soal latihan)	✓			
R. Komponen kegrafikan	45. Desain <i>cover</i> LKPD yang inovatif		✓		
	46. Kesesuaian tata letak komponen dalam LKPD (gambar, ilustrasi dan materi)		✓		
	47. Keserasian dan ketepatan pemilihan warna dan <i>font</i> tulisan	✓			
4. Instrumen Penilaian					
S. Materi	48. Kesesuaian soal dengan indikator berpikir kritis	✓			
	49. Soal penilaian memiliki tingkat kesulitan soal yang bertingkat	✓			
T. Konstruksi	50. Pokok soal dirumuskan secara efektif, jelas dan tegas	✓			
	51. Kesesuaian penentuan alokasi waktu dalam soal penilaian		✓		
U. Bahasa	52. Kesesuaian tata bahasa dan ejaan dengan kaidah bahasa Indonesia	✓			

KOMENTAR DAN SARAN

Perangkat pembelajaran Matematika berbasis Model Guided Discovery dengan Metode Talking Stick pada Materi Aturan Sinus Cosinus sudah bagus dan bisa digunakan, tetapi ada sedikit bagian-bagian yg perlu diperbaiki lagi.

KESIMPULAN

Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* dengan Metode *Talking Stick* pada materi aturan sinus cosinus dinyatakan:

- Dapat digunakan tanpa revisi
- Dapat digunakan dengan revisi
- Belum dapat digunakan

Yogyakarta, 16 November 2020

Validator

(R.A. ZULIANA, M.Pd.)
NIP. 19860703 200603 2 001

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

**LEMBAR KRITIK DAN SARAN UNTUK PERBAIKAN PERANGKAT
PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MODEL *GUIDED
DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK* PADA MATERI
ATURAN SINUS COSINUS**

No	Komponen	Sub Bagian	Jenis Kesalahan	Kritik, saran atau masukan
1.	Silabus	Materi Pembelajaran	Tidak dimunculkan dulu materi - pembelajarannya.	Sebaiknya di - munculkan dulu materi pembelajarannya.
2.	RPP	Materi dan Bahan Ajar	Materi yg di - berikan belum rinci.	Sebaiknya pada Materi yg di - berikan, fakta, konsep, prinsip, dan prosedur nya diuraikan dan rinci.
3.	Instrumen Penilaian	Alokasi waktu	Waktu yg diberikan tidak cukup dan kebutuhan siswa dlm menyelesaikan soal yg diberikan	Sebaiknya diberikan waktu 90 menit.
		Soal	Jumlah soal tdk sesuai dan yg diberikan.	Disesuaikan.
			Pada identitas di uji - uji soal jumlah soal adalah 5 butir sedangkan yg disajikan ada 4 soal	

No	Komponen	Sub Bagian	Jenis Kesalahan	Kritik, saran atau masukan
		Kisi-kisi Soal	Pada kisi-kisi soal tidak ditampikan level kesulitan soal.	Sebaiknya pada kisi-kisi soal, ditampikan level kesulitan soal juga.

Yogyakarta, 16 November 2020

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Validator

(RIA KULAWA, M.Pd.)

NIP. 19860725 200503 2001

Lampiran 3.2

**HASIL PENILAIAN KUALITAS PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERBASIS MODEL *GUIDED DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK* UNTUK MEMFASILITASI
KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS PADA MATERI ATURAN SINUS DAN COSINUS**

Nomor Butir Penilaian	Validator			Skor	Jumlah Skor Per-Aspek Penilaian	Rata-Rata Skor Per-Aspek Penilaian	Jumlah Skor Perkomponen Penilaian	Rata-Rata Skor Perkomponen Penilaian
	V-1	V-2	V-3					
1	4	4	4	12	23	7,66	170	56,66
2	4	3	4	11				
3	3	4	3	10	21	7		
4	4	4	3	11				
5	3	4	3	10	51	17		
6	3	4	3	10				
7	3	4	3	10				
8	3	4	3	10				
9	3	4	4	11				
10	4	4	4	12	23	7,66		
11	3	4	4	11				
12	3	4	3	10	20	6,66		
13	3	4	3	10				
14	3	4	4	11	11	3,66		
15	3	4	4	11	21	7		
16	3	4	3	10				
17	4	4	4	12	35	11,66		

Nomor Butir Penilaian	Validator			Skor	Jumlah Skor Per-Aspek Penilaian	Rata-Rata Skor Per-Aspek Penilaian	Jumlah Skor Perkomponen Penilaian	Rata-Rata Skor Perkomponen Penilaian
	V-1	V-2	V-3					
18	4	4	4	12	19	6,33	120	40
19	3	4	4	11				
20	3	4	4	11				
21	3	2	3	8	31	10,33		
22	3	3	4	10				
23	3	4	4	11				
24	3	4	3	10	22	7,33		
25	3	4	4	11				
26	3	4	4	11				
27	3	4	4	11				
28	4	4	4	12				
29	3	4	4	11				
30	3	4	4	11				
31	3	4	4	11				
32	3	4	4	11	11	3,66		
33	3	3	3	9				
34	3	4	4	11				
35	3	4	3	10				
36	3	2	4	9	32	10,66		
37	4	4	4	12				
38	3	4	3	10				
39	3	4	3	10				
40	3	4	4	11				

Nomor Butir Penilaian	Validator			Skor	Jumlah Skor Per-Aspek Penilaian	Rata-Rata Skor Per-Aspek Penilaian	Jumlah Skor Perkomponen Penilaian	Rata-Rata Skor Perkomponen Penilaian
	V-1	V-2	V-3					
41	3	4	4	11	23	7,66	54	18
42	3	4	4	11				
43	4	4	4	12				
44	3	4	4	11				
45	4	4	3	11	32	10,66		
46	3	4	3	10				
47	3	4	4	11				
48	3	4	4	11	22	7,33		
49	3	4	4	11				
50	3	4	4	11	21	7		
51	3	4	3	10				
52	3	4	4	11	11	3,66		
Jumlah	166	201	190	557			557	185,66

**PERHITUNGAN KUALITAS PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERBASIS MODEL MODEL *GUIDED DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK***

A. Perhitungan Kualitas Perangkat Pembelajaran Secara Keseluruhan

- Jumlah Pernyataan = 52
- Skor Tertinggi Ideal = $52 \times 4 = 208$
- Skor Terendah Ideal = $52 \times 1 = 52$
- $Mi = \frac{1}{2} (208 + 52) = 130$
- $SBi = \frac{1}{6} (208 - 52) = \frac{1}{6} (156) = 26$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 156$	Sangat Baik
$130 \leq \bar{X} < 156$	Baik
$104 \leq \bar{X} < 130$	Kurang
$\bar{X} < 104$	Sangat Kurang Baik

B. Perhitungan Kualitas Perangkat Pembelajaran Tiap Komponen Penilaian

1. Komponen Silabus mata pelajaran

- Jumlah Pernyataan = 16
- Skor Tertinggi Ideal = $16 \times 4 = 64$
- Skor Terendah Ideal = $16 \times 1 = 16$
- $Mi = \frac{1}{2} (64 + 16) = 40$
- $SBi = \frac{1}{6} (64 - 16) = \frac{1}{6} (48) = 8$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 48$	Sangat Baik
$40 \leq \bar{X} < 48$	Baik
$32 \leq \bar{X} < 40$	Kurang
$\bar{X} < 32$	Sangat Kurang Baik

2. Komponen RPP mata pelajaran

- Jumlah Pernyataan = 20

- Skor Tertinggi Ideal = $20 \times 4 = 80$
- Skor Terendah Ideal = $20 \times 1 = 20$
- $Mi = \frac{1}{2} (80 + 20) = 50$
- $SBi = \frac{1}{6} (80 - 20) = \frac{1}{6} (60) = 10$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 60$	Sangat Baik
$50 \leq \bar{X} < 60$	Baik
$40 \leq \bar{X} < 50$	Kurang
$\bar{X} < 40$	Sangat Kurang Baik

3. Komponen LKPD

- Jumlah Pernyataan = 11
- Skor Tertinggi Ideal = $11 \times 4 = 44$
- Skor Terendah Ideal = $11 \times 1 = 11$
- $Mi = \frac{1}{2} (44 + 11) = 27,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (44 - 11) = \frac{1}{6} (33) = 5,5$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 33$	Sangat Baik
$27,5 \leq \bar{X} < 33$	Baik
$22 \leq \bar{X} < 27,5$	Kurang
$\bar{X} < 22$	Sangat Kurang Baik

4. Komponen Instrumen Penilaian

- Jumlah Pernyataan = 5
- Skor Tertinggi Ideal = $5 \times 4 = 20$
- Skor Terendah Ideal = $5 \times 1 = 5$
- $Mi = \frac{1}{2} (20 + 5) = 12,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (20 - 5) = \frac{1}{6} (15) = 2,5$

- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 15$	Sangat Baik
$12,5 \leq \bar{X} < 15$	Baik
$10 \leq \bar{X} < 12,5$	Kurang
$\bar{X} < 10$	Sangat Kurang Baik

C. Perhitungan Kualitas Perangkat Pembelajaran Tiap Aspek Penilaian

1. Aspek Identitas silabus dan ketepatan KI/KD

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria kategori penilaian perangkat pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

2. Aspek Keakuratan Materi pelajaran

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

3. Aspek Kegiatan pembelajaran

- Jumlah Pernyataan = 5
- Skor Tertinggi Ideal = $5 \times 4 = 20$
- Skor Terendah Ideal = $5 \times 1 = 5$
- $Mi = \frac{1}{2} (20 + 5) = 12,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (20 - 5) = \frac{1}{6} (15) = 2,5$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 15$	Sangat Baik
$12,5 \leq \bar{X} < 15$	Baik
$10 \leq \bar{X} < 12,5$	Kurang
$\bar{X} < 10$	Sangat Kurang Baik

4. Aspek Keakuratan Indikator

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

5. Aspek Keakuratan Penilaian

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

6. Aspek Alokasi waktu

- Jumlah Pernyataan = 1
- Skor Tertinggi Ideal = $1 \times 4 = 4$
- Skor Terendah Ideal = $1 \times 1 = 1$
- $Mi = \frac{1}{2} (4 + 1) = 2,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (4 - 1) = \frac{1}{6} (3) = 0,5$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 3$	Sangat Baik
$2,5 \leq \bar{X} < 3$	Baik
$2 \leq \bar{X} < 2,5$	Kurang
$\bar{X} < 2$	Sangat Kurang Baik

7. Aspek Sumber belajar

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$

- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

8. Aspek Identitas RPP, Kesesuaian KI, KD dan Indikator

- Jumlah Pernyataan = 3
- Skor Tertinggi Ideal = $3 \times 4 = 12$
- Skor Terendah Ideal = $3 \times 1 = 3$
- $Mi = \frac{1}{2} (12 + 3) = 7,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (12 - 3) = \frac{1}{6} (9) = 1,5$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 9$	Sangat Baik
$7,5 \leq \bar{X} < 9$	Baik
$6 \leq \bar{X} < 7,5$	Kurang
$\bar{X} < 6$	Sangat Kurang Baik

9. Aspek Keakuratan Tujuan Pembelajaran

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik

$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

10. Aspek Materi dan bahan ajar

- Jumlah Pernyataan = 3
- Skor Tertinggi Ideal = $3 \times 4 = 12$
- Skor Terendah Ideal = $3 \times 1 = 3$
- $M_i = \frac{1}{2} (12 + 3) = 7,5$
- $SB_i = \frac{1}{6} (12 - 3) = \frac{1}{6} (9) = 1,5$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 9$	Sangat Baik
$7,5 \leq \bar{X} < 9$	Baik
$6 \leq \bar{X} < 7,5$	Kurang
$\bar{X} < 6$	Sangat Kurang Baik

11. Aspek Model pembelajaran

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $M_i = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SB_i = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

12. Aspek Langkah-langkah pembelajaran

- Jumlah Pernyataan = 7
- Skor Tertinggi Ideal = $7 \times 4 = 28$
- Skor Terendah Ideal = $7 \times 1 = 7$

- $Mi = \frac{1}{2} (28 + 7) = 35$
- $SBi = \frac{1}{6} (28 - 7) = \frac{1}{6} (21) = 3,5$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 38,5$	Sangat Baik
$35 \leq \bar{X} < 38,5$	Baik
$31,5 \leq \bar{X} < 35$	Kurang
$\bar{X} < 31,5$	Sangat Kurang Baik

13. Aspek Sumber belajar

- Jumlah Pernyataan = 1
- Skor Tertinggi Ideal = $1 \times 4 = 4$
- Skor Terendah Ideal = $1 \times 1 = 1$
- $Mi = \frac{1}{2} (4 + 1) = 2,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (4 - 1) = \frac{1}{6} (3) = 0,5$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 3$	Sangat Baik
$2,5 \leq \bar{X} < 3$	Baik
$2 \leq \bar{X} < 2,5$	Kurang
$\bar{X} < 2$	Sangat Kurang Baik

14. Aspek Keakuratan Penilaian

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
------------------------	----------

$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

15. Aspek Kelayakan isi

- Jumlah Pernyataan = 3
- Skor Tertinggi Ideal = $3 \times 4 = 12$
- Skor Terendah Ideal = $3 \times 1 = 3$
- $Mi = \frac{1}{2} (12 + 3) = 7,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (12 - 3) = \frac{1}{6} (9) = 1,5$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 9$	Sangat Baik
$7,5 \leq \bar{X} < 9$	Baik
$6 \leq \bar{X} < 7,5$	Kurang
$\bar{X} < 6$	Sangat Kurang Baik

16. Aspek Kelayakan Bahasa

- Jumlah Pernyataan = 3
- Skor Tertinggi Ideal = $3 \times 4 = 12$
- Skor Terendah Ideal = $3 \times 1 = 3$
- $Mi = \frac{1}{2} (12 + 3) = 7,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (12 - 3) = \frac{1}{6} (9) = 1,5$

- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 9$	Sangat Baik
$7,5 \leq \bar{X} < 9$	Baik
$6 \leq \bar{X} < 7,5$	Kurang
$\bar{X} < 6$	Sangat Kurang Baik

17. Aspek Kelayakan penyajian

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

18. Aspek Kegrafikan

- Jumlah Pernyataan = 3
- Skor Tertinggi Ideal = $3 \times 4 = 12$
- Skor Terendah Ideal = $3 \times 1 = 3$
- $Mi = \frac{1}{2} (12 + 3) = 7,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (12 - 3) = \frac{1}{6} (9) = 1,5$

- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 9$	Sangat Baik
$7,5 \leq \bar{X} < 9$	Baik
$6 \leq \bar{X} < 7,5$	Kurang
$\bar{X} < 6$	Sangat Kurang Baik

19. Aspek Materi

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

20. Aspek Konstruksi

- Jumlah Pernyataan = 2
- Skor Tertinggi Ideal = $2 \times 4 = 8$
- Skor Terendah Ideal = $2 \times 1 = 2$
- $Mi = \frac{1}{2} (8 + 2) = 5$
- $SBi = \frac{1}{6} (8 - 2) = \frac{1}{6} (6) = 1$

- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 6$	Sangat Baik
$5 \leq \bar{X} < 6$	Baik
$4 \leq \bar{X} < 5$	Kurang
$\bar{X} < 4$	Sangat Kurang Baik

21. Aspek Bahasa

- Jumlah Pernyataan = 1
- Skor Tertinggi Ideal = $1 \times 4 = 4$
- Skor Terendah Ideal = $1 \times 1 = 1$
- $M_i = \frac{1}{2} (4 + 1) = 2,5$
- $SBi = \frac{1}{6} (4 - 1) = \frac{1}{6} (3) = 0,5$
- Kriteria Kategori Penilaian Perangkat Pembelajaran secara keseluruhan

Rentang Skor Rata-rata	Kategori
$\bar{X} \geq 3$	Sangat Baik
$2,5 \leq \bar{X} < 3$	Baik
$2 \leq \bar{X} < 2,5$	Kurang
$\bar{X} < 2$	Sangat Kurang Baik

LAMPIRAN 4 DOKUMEN PENELITIAN

Lampiran 4.1 Surat Keterangan Tema Skripsi

Lampiran 4.2 Surat Penunjukan Pembimbing Skripsi

Lampiran 4.3 Berita Acara Seminar Proposal

Lampiran 4.4 Surat Izin Penelitian

Lampiran 4.5 Surat Keterangan Penelitian

Lampiran 4.6 *Curriculum Vitae* Penulis



Lampiran 4.1


Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga
FM-STUENSK-BM-05-I/R0

SURAT KETERANGAN TEMA SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Berdasarkan rapat koordinasi dosen Program Studi Pendidikan Matematika pada tanggal 1 Oktober 2020 maka mahasiswa di bawah ini :

Nama : Badrul Laelatur Zahro
 NIM : 16600048
 Prodi/Snt : Pendidikan Matematika/IX (Sembilan)
 Fakultas : Ilmu Tarbiyah dan Keguruan

Mendapat persetujuan skripsi/tugas akhir dengan tema :

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Pada Materi Aturan Sinus Cosinus

Dengan pembimbing: Dr. Hj. Khural Wardati, M.Si.

Demikian pemberitahuan ini dibuat, agar mahasiswa yang bersangkutan segera berkonsultasi dengan pembimbing.

Yogyakarta, 15 Oktober 2020
 Ketua Program Studi


Dr. Ibrahim, S.Pd., M.Pd.
 NIP: 19791031 200801 1 008

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
 SUNAN KALIJAGA
 YOGYAKARTA

Lampiran 4.2



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

FM-STUINSK-BM-05-B/RO

PENUNJUKAN PEMBIMBING SKRIPSI / TUGAS AKHIR

Nb. : B-...../Un.02/...../..../20...
 Hal : Penunjukan Pembimbing Skripsi

Kepada Yth.

Ibu Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si.

Di tempat

Assalamu'alaikum wr.wb.

Dengan hormat,

Berdasarkan rapat koordinasi dosen Program Studi Pendidikan Matematika (P MAT), pada tanggal 1 Oktober 2020 tentang Skripsi / Tugas Akhir, kami meminta Ibu untuk dapat menjadi pembimbing Skripsi / Tugas Akhir mahasiswa:

Nama : Badrul Laelabuz Zahro
 NIM : 16600048
 Prodi / smt : Pendidikan Matematika / IX
 Fakultas : Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
 Tema : Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model *Guided Discovery* Dengan Metode *Talking Stick* Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Pada Materi Aturan Sinus Cosinus

Demikian surat ini dibuat, kami berharap Bapak / Ibu dapat segera mengarahkan dan membimbing mahasiswa tersebut untuk menyusun Skripsi / TA. Atas perhatiannya, kami mengucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr.wb.

Yogyakarta, 15 Oktober 2020

Ketua Program Studi

Dr. Ibrahim, S.Pd., M.Pd.

NIP: 19791031 200801 1 008

Lampiran 4.3



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS ILMU TARBİYAH DAN KEGURUAN
 Jl. Marsudi Adisucipto Telp. (0274) 513056 Fax. (0274) 586117 Yogyakarta 55281

BERITA ACARA SEMINAR PROPOSAL

Penyelenggaraan Seminar Proposal Mahasiswa

A. Waktu, Tempat dan Status Seminar Proposal:

1. Hari dan Tanggal : Senin, 16 November 2020
 2. Waktu : 08:00 s/d 11:00 WIB
 3. Tempat : FTK-4-406
 4. Status : Utama/Pemilihan/Sesulan/Mengulang

B. Susunan Tim Seminar Proposal:

No.	Jabatan	Nama	Tanda Tangan
1.	Ketua Sidang	Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si.	1.
2.	Pengaji I	Bachha Azka, M.Pd.	2.

C. Identitas Mahasiswa yang diuji:

1. Nama : BADRUL LAELATUZ ZAHRO
 2. Nomor Induk Mahasiswa : 16600048
 3. Program Studi : Pendidikan Matematika
 4. Semester : IX
 5. Program : SI
 6. Tanda Tangan (Bukti hadir di :
 Sidang Seminar Proposal)

- D. Judul Proposal Tugas Akhir** : PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN
 MATEMATIKA BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY DENGAN
 METODE TALKING STICK UNTUK MEMFASILITASI KEMAMPUAN
 BERPIKIR KRITIS SISWA PADA MATERI ATURAN SINUS COSINUS

E. Pembimbing/Promotor:

1. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si.

F. Keputusan Sidang

1. Lulus/Tidak Lulus dengan perbaikan : Nilai 04 (A-)
 2. Prodi/Kelulusan :
 3. Konsultasi Perbaikan a. _____
 b. _____

Yogyakarta, 16 November 2020
 Ketua Sidang Pembimbing/Promotor,

Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
 NIP. 19660731 200003 2 001



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN

Alamat: Jl. Marsda Adisucipto Telp. 513056, 7103871. Fax (0274) 519734 <http://tarbiyah.uin-suka.ac.id/>
E-mail: ftk@uin-suka.ac.id YOGYAKARTA 55281

Nomor : B- 1317 /Un.02/DT.1/PN.01.1/11/2020
Lamp. : 1 Bendel Proposal
Perihal : Permohonan Izin Penelitian

17 November 2020

Kepada
Yth : Kepala SMA N 1 Kasihan

Assalamu'alaikum wr. wb.

Dengan hormat, kami beritahukan bahwa untuk kelengkapan penyusunan skripsi dengan Judul: "PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY DENGAN METODE TALKING STICK UNTUK MEMFASILITASI KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS SISWA PADA MATERI ATURAN SINUS COSINUS", diperlukan penelitian.

Oleh karena itu kami berharap dapat kiranya Bapak/Ibu berkenan memberi izin kepada mahasiswa kami :

Nama : Badrul Laelatuz Zahro
NIM : 16600048
Semester : IX (Sembilan)
Jurusan : Pendidikan Matematika
Alamat : Gg. Rukun RT 002/RW 002, kelurahan Jotang, kecamatan Kendal, Kendal, Jawa Tengah

untuk mengadakan penelitian di SMA N 1 Kasihan.
dengan metode pengumpulan data Observasi, Wawancara, dan Dokumentasi.
Adapun waktunya
dimulai tanggal : 22 November 2020- 7 Desember 2020
Demikian atas perkenan Bapak/Ibu, kami sampaikan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



Tembusan :

1. Dekan (sebagai laporan)
2. Kaprodi
3. Mahasiswa yang bersangkutan (untuk dilaksanakan)
4. Arsip

Lampiran 4.5


 PEMERINTAH DAERAH DAERAH ISTIMEWA YOGYAKARTA
 DINAS PENDIDIKAN, PEMUDA DAN OLAH RAGA
 BALAI PENDIDIKAN MENENGAH KAB. BANTUL
SMAN 1 KASIHAN
 Alamat : Jl. Bugisan Selatan Tirtonirmolo Kasihan Bantul D.I.Yogyakarta Kode Pos 55181
 Telp./Fax(0274)376067
 Website : <http://sma-tirtonirmolo.sch.id> Email: sman1kasihan@yahoo.com

SURAT KETERANGAN
 NOMOR : 070/2371

Yang bertandatangan di bawah ini Kepala SMAN 1 Kasihan menerangkan bahwa:

Nama	: Badrul Laelatuz Zahro
NIM	: 16600048
Prodi/Jurusan	: Pendidikan Matematika
Fakultas	: Fakultas Ilmu Tarbiyah Dan Keguruan UIN Sunan Kalijaga

Telah melakukan penelitian dalam rangka penulisan tugas akhir dengan judul “ Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Model Guided Discovery Dengan Metode Talking Stick Untuk Memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Pada Materi Aturan Sinus Cosinus” di SMAN 1 Kasihan dari tanggal 22 November – 7 Desember 2020

Demikian surat keterangan ini dibuat, untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

Bantul, 15 Desember 2020
 Kepala Sekolah

 SARWONO, M.Pd
 NIP.196505021986011001

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
 SUNAN KALIJAGA
 YOGYAKARTA



Lampiran 4.6

<i>CURRICULUM VITAE</i>	
Identitas Pribadi	
Nama	: Badrul Laelatuz Zahro
NIM	: 16600048
Tempat, Tanggal Lahir	: Kendal, 09 Juli 1997
Jenis Kelamin	: Perempuan
Agama	: Islam
Alamat Sekarang	: Minggiran MJ2/1529 Suryodiningratan Kec. Mantrijeron rt/rw 057/15, Yogyakarta, 555141
Telepon /HP	: 089636797234
Alamat E-mail	: badrullzahro@gmail.com
RIWAYAT PENDIDIKAN FORMAL :	
SD Negeri 2 Jotang	
SMP Negeri 2 Kendal	
SMA Negeri 1 Kendal	
UIN Sunan Kalijaga – Jurusan Pendidikan Matematika	
RIWAYAT PENDIDIKAN NONFORMAL :	
PP Al Munawwir Krapyak Komplek Q6	
RIWAYAT MAGANG	
Fasilitator ICT UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta (2019-2020)	
Program Latihan Profesi di SMA N 1 Kasihan Bantul (2019)	
Program Pengenalan Profesi Guru di SMA Colombo Yogyakarta (2017)	
Program Pengenalan Profesi Guru di SMA 8 Yogyakarta (2019)	
Program Pengenalan Profesi Guru di MAN II Yogyakarta (2018)	
PRESTASI YANG PERNAH DIRAIH	
Peserta Student Exchange Programme (Outbound) di Malaysia (2019)	
Beasiswa Tahfidz Quran UIN Sunan Kalijaga (2018)	
RIWAYAT ORGANISASI:	
OSIS SMA Negeri 1 Kendal – Anggota Divisi Bahasa (2014)	
HM-PS Pendidikan Matematika– Koordinator Div. Ecopreneurship (2018)	
PP Al Munawwir Komplek Q – Divisi Ibadah Jam’iyah (2019)	





LAMPIRAN 5

**PRODUK PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS
MODEL *GUIDED DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK*
UNTUK MEMFASILITASI KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS PADA
MATERI ATURAN SINUS DAN COSINUS**



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UIN SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA

PERANGKAT PEMBELAJARAN

ATURAN SINUS & COSINUS

UNTUK SMA/MA
KELAS

X

SEMESTER GENAP
MATEMATIKA
WAJIB

**Berbasis Model Guided Discovery
dengan Metode Talking Stick
untuk Memfasilitasi Kemampuan
Berpikir Kritis**

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



**Badrul Laelatuz Zahro
Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si**

PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA

BERBASIS MODEL *GUIDED DISCOVERY*

DENGAN METODE *TALKING STICK*

Untuk memfasilitasi Kemampuan Berpikir Kritis

Disusun berdasarkan Kurikulum 2013

Penyusun : Badrul Laelatuz Zahro

Dosen Pembimbing : Dr. Khurul Wardati, M.Si

Validator : 1. Raekha Azka, M.Pd.
2. Burhanuddin Latif, M.Si
3. Ria Zuliana, M.Pd

Desain Sampul : Yassina Emira, Irvan S.

Desain *Layout* : Badrul Laelatuz Zahro

Software : *Microsoft Word 2013*

Corel Draw Graphic Suite X7

Hak Cipta 2020[©]

KATA PENGANTAR

Puji syukur senantiasa penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberikan hidayah, rahmat dan karuniaNya sehingga penulis dapat menyelesaikan produk **Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika berbasis model *Guided Discovery* dengan metode *talking stick* untuk memfasilitasi kemampuan Berpikir Kritis pada materi aturan sinus dan cosinus** ini dengan lancar. Tak lupa sholawat serta salam semoga selalu tercerahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Pengembangan perangkat pembelajaran matematika ini bertujuan untuk membantu guru menyusun materi pembelajaran secara sistematis dan berkesinambungan. Perangkat pembelajaran ini menyajikan perencanaan pembelajaran disusun sesuai dengan pendekatan saintifik dalam kurikulum 2013. Perangkat pembelajaran ini dilengkapi LKPD yang dirancang dengan soal-soal yang dapat melatih kemampuan berpikir kritis peserta didik terutama pada materi trigonometri khususnya aturan sinus dan cosinus dan luas segitiga.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah mendukung dalam penyusunan perangkat pembelajaran ini baik secara moril maupun materil. Penulis menyadari bahwa perangkat pembelajaran yang penulis kembangkan belum sempurna dan perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun dari pembaca sangat penulis harapkan demi kesempurnaan produk perangkat pembelajaran ini.

Akhir kata, penyusun berharap mudah-mudahan Perangkat pembelajaran ini dapat bermanfaat bagi dunia pendidikan terutama peserta didik, guru matematika SMA/MA, dan calon guru matematika.

Yogyakarta, Juli 2020

Penyusun

PENDAHULUAN

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika berbasis model *Guided Discovery* dengan metode *talking stick* untuk memfasilitasi kemampuan Berpikir Kritis peserta didik ini dikembangkan berdasarkan Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD) yang ada di Sekolah Menengah Atas pada materi Aturan Sinus dan cosinus dan Luas Segitiga. Komponen yang dikembangkan dalam menyusun perangkat pembelajaran mencakup seluruh perangkat yang diperlukan guru ketika mengajar. Komponen ini antara lain:

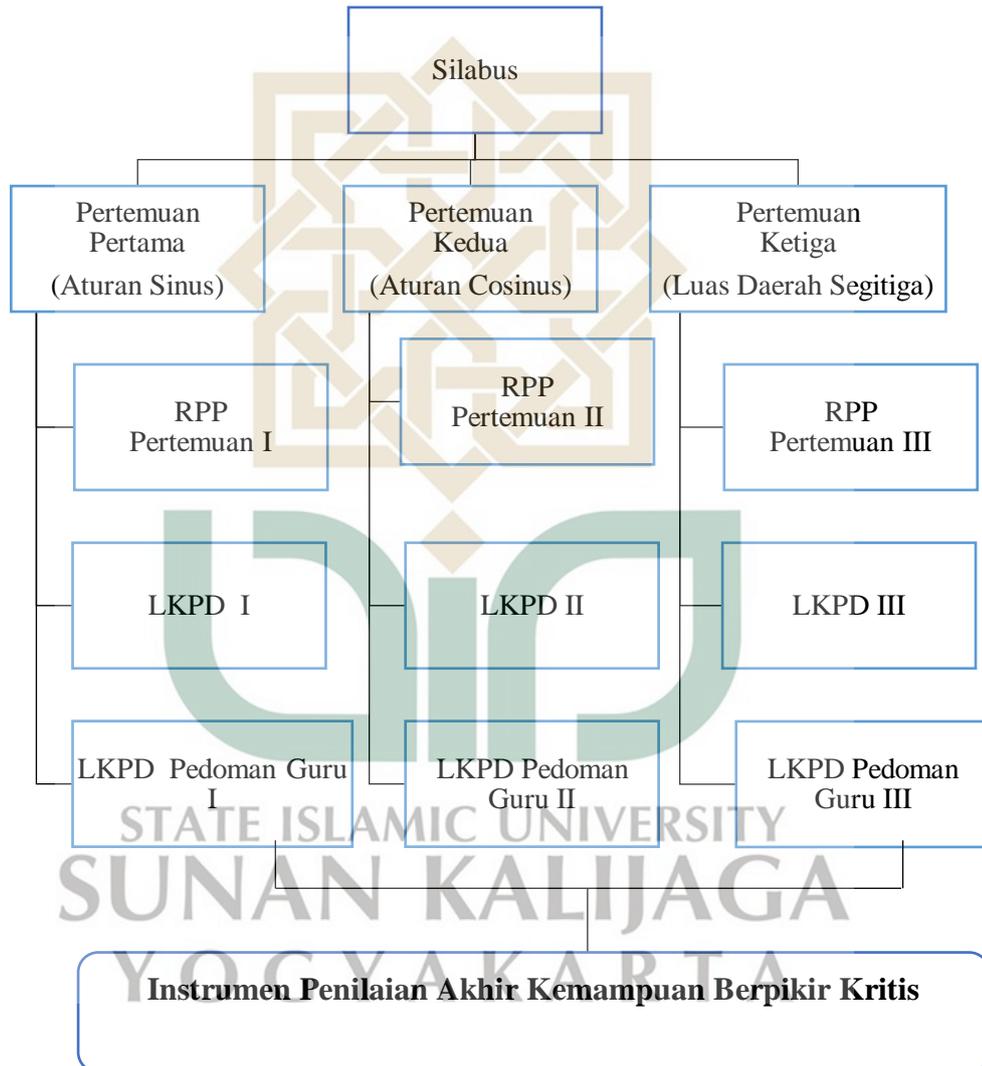
1. Petikan Silabus
2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)
3. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)
4. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Pegangan Guru
5. Kisi-kisi dan Instrumen Penilaian

Perangkat pembelajaran ini disusun untuk membantu guru dalam melakukan proses pembelajaran. Penyusunan perangkat pembelajaran diharapkan pula dapat mempermudah guru dalam menyampaikan pembelajaran secara lebih maksimal. Perangkat pembelajaran ini dikembangkan dengan menyesuaikan karakteristik sekolah dan peserta didik pada tingkat menengah atas.

Model pembelajaran yang digunakan dalam perangkat pembelajaran ini adalah model *guided discovery* yang dipadukan dengan metode *talking stick*. Dengan penggunaan model dan pendekatan ini diharapkan peserta didik mampu mengkonstruksi pemahamannya dengan baik. Lembar kerja dan rencana pembelajaran diatur sedemikian rupa sehingga dapat memfasilitasi peserta didik dalam melatih kemampuan berpikir kritisnya. Hal ini juga bertujuan agar peserta didik dapat memahami konsep dan tidak hanya mempelajari sesuatu sebatas hafalan.

KERANGKA PERANGKAT PEMBELAJARAN

Secara umum, kerangka perangkat pembelajaran ini dapat digambarkan dalam bagan berikut ini:



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	iii
PENDAHULUAN	iv
KERANGKA PERANGKAT PEMBELAJARAN	v
DAFTAR ISI	vi
PETIKAN SILABUS	1
RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN I	7
LAMPIRAN APERSEPSI RPP PERTEMUAN I	17
LATIHAN SOAL PERTEMUAN I	20
RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN II	24
LAMPIRAN APERSEPSI RPP PERTEMUAN II	36
LATIHAN SOAL PERTEMUAN II	37
RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN III	42
LAMPIRAN APERSEPSI RPP PERTEMUAN III	50
LATIHAN SOAL PERTEMUAN III	51
LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK	1
LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (PEDOMAN GURU)	38
INSTRUMEN PENILAIAN	84
KISI-KISI INSTRUMEN PENILAIAN	89
ALTERNATIF PENSKORAN	96
DAFTAR PUSTAKA	107



**PETIKAN
SILABUS**

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PETIKAN SILABUS

CUPLIKAN KOMPETENSI DASAR, MATERI PEMBELAJARAN DAN KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kutipan: Peraturan Menteri Pendidikan Dan Kebudayaan Nomor 21 Tahun 2016
Tentang Standar Isi Pendidikan Dasar Dan Menengah

Kelas X Semester II

Alokasi waktu: 4 jam pelajaran/ minggu

Kompetensi dasar	Materi Pembelajaran	Kegiatan Pembelajaran
3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus	Trigonometri - Aturan Sinus dan Cosinus	<ul style="list-style-type: none">• Mengamati dan mengidentifikasi fakta pada aturan sinus dan cosinus serta masalah yang terkait• Mengumpulkan dan mengolah informasi untuk membuat kesimpulan, serta menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus.
4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus		

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

SILABUS PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Satuan Pendidikan : SMA

Kelas/ Semester : X / II (Dua)

Mata Pelajaran : Matematika Wajib

Kompetensi Inti (KI)

- KI 3 : Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak nyata.
- KI 4 : Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori

Kompetensi Dasar:

- 3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
- 4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

MATERI PEMBELAJARAN	INDIKATOR	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN			ALOKASI WAKTU	SUMBER BELAJAR
			Teknik	Bentuk Instrumen	Contoh Instrumen		
Aturan Sinus	3.10.1	Menjelaskan konsep aturan sinus pada sembarang segitiga	<ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik diberikan apersepsi terkait aturan sinus • Guru memberikan masalah awal yang memancing peserta didik untuk mencari informasi terkait aturan sinus 	Tes tertulis	Uraian	2 x 45 menit	Buku matematika pegangan siswa Kemendikbud Kelas X Kurikulum 2013 Sukino. Matematika untuk kelas XI SMA KTSP
	3.10.3	Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus	<ul style="list-style-type: none"> • Secara berkelompok peserta didik mengumpulkan informasi dan data terkait konsep aturan sinus 	Penilaian unjuk kerja	LKPD		
	4.10.1	Menentukan panjang sisi dan besar suatu segitiga menggunakan aturan sinus	<ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik mempresentasikan hasil diskusinya dengan teknis yang diarahkan guru menggunakan metode <i>talking stick</i> 				
	4.10.3	Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus	<ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik bersama guru melakukan evaluasi pembelajaran 				

MATERI PEMBELAJARAN	INDIKATOR	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN			ALOKASI WAKTU	SUMBER BELAJAR
			Teknik	Bentuk Instrumen	Contoh Instrumen		
Aturan Cosinus	3.10.2 Menemukan konsep aturan cosinus pada sembarang segitiga	<ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik diberikan apersepsi terkait aturan cosinus • Guru memberikan masalah awal yang memancing peserta didik untuk mencari informasi terkait aturan cosinus 	Tes Tertulis	Uraian	Terlampir pada LKPD (Latihan II)	2 x 45 menit	
	3.10.4 Mengidentifikasi penggunaan aturan cosinus	<ul style="list-style-type: none"> • Secara berkelompok peserta didik mengumpulkan informasi dan data terkait konsep aturan cosinus 	Penilaian Kerja	LKPD	Terlampir pada LKPD		
	4.10.2 Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan cosinus	<ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik mempresentasikan hasil diskusinya dengan teknis yang diarahkan guru menggunakan metode <i>talking stick</i> 					
	4.10.4 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan cosinus	<ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik bersama guru melakukan evaluasi pembelajaran 					

MATERI PEMBELAJARAN	INDIKATOR	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN			ALOKASI WAKTU	SUMBER BELAJAR
			Teknik	Bentuk Instrumen	Contoh Instrumen		
Luas Daerah Segitiga	3.10.5 Menentukan luas daerah segitiga sembarang dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus	<ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik diberikan apersepsi terkait aturan cosinus • Guru memberikan masalah awal yang memancing peserta didik untuk mencari informasi terkait luas segitiga sembarang • Secara berkelompok peserta didik mengumpulkan informasi dan data terkait konsep luas segitiga sembarang 	Tes Tertulis	Uraian	Terlampir pada LKPD (Latihan III)	2 x 45 menit	
	4.10.5 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus	<ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik mempresentasikan hasil diskusinya dengan teknis yang diarahkan guru menggunakan metode <i>talking stick</i> • Peserta didik bersama guru melakukan evaluasi pembelajaran 	Penilaian Kerja	LKPD	Terlampir pada LKPD		



**RENCANA
PELAKSANAAN PEMBELAJARAN
(RPP)**



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN I (RPP)

Sekolah : SMA Negeri 1 Kasihan
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/ Semester : X/ II (Dua)
Materi Pokok : Aturan sinus dan cosinus
Alokasi Waktu : 2 x 45 menit (1 kali pertemuan)

A. Kompetensi Inti

- KI 3 Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- KI 4 Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus	3.10.1 Menemukan konsep aturan sinus pada sembarang segitiga
	3.10.3 Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus
4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus	4.10.1 Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan sinus
	4.10.3 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran diharapkan peserta didik dapat:

- 3.10.1 Menemukan konsep aturan sinus pada sembarang segitiga setelah berdiskusi kelompok
- 3.10.3 Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus melalui pembelajaran model *guided discovery* dengan metode *talking stick*
- 4.10.1 Menentukan panjang sisi dan besar suatu segitiga menggunakan aturan sinus atau cosinus pada soal latihan
- 4.10.3 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus pada soal latihan

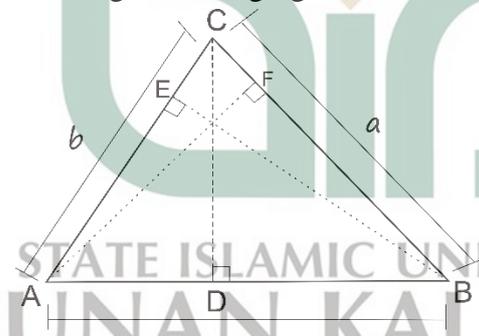
D. Materi Pelajaran

Fakta : Masalah kontekstual yang berhubungan dengan aturan sinus.

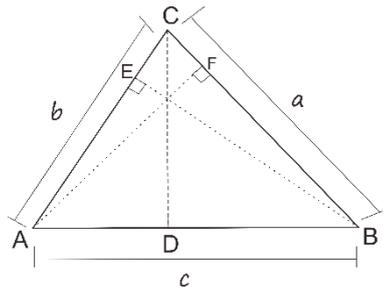
Konsep : Garis tinggi, perbandingan trigonometri.

Prinsip : aturan sinus pada segitiga lancip, tumpul dan siku-siku.

Prosedur : Langkah-langkah menemukan konsep aturan sinus.

Aturan Sinus	
<p>Perhatikan gambar segitiga dibawah ini</p>  <p style="text-align: center;">Gambar 5.1 Aturan sinus pada sembarang segitiga</p> <p>Dalam segitiga ABC, panjang sisi-sisinya selalu sebanding dengan sinus sudut dihadapannya. Sehingga dapat dituliskan</p> $\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}$ <p>Dengan kata lain, aturan sinus dapat digunakan untuk menentukan unsur segitiga (sudut atau sisi) yang lain jika diketahui :</p> <ul style="list-style-type: none">Sisi, sudut, sudut (s-sd-sd)Sudut, sisi, sudut (sd-s-sd)Sisi, sisi sudut (s-s-sd)	

Pembuktian rumus aturan sinus pada segitiga lancip:



Gambar 5.2 Pembuktian aturan sinus pada segitiga lancip

1. Menentukan nilai $\sin \angle A$ pada $\triangle ADC$

$$\begin{aligned} \sin \angle A &= \frac{CD}{CA} \\ \Leftrightarrow CD &= AC \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow CD &= b \cdot \sin \angle A \dots (i) \end{aligned}$$

2. Menentukan nilai $\sin \angle B$ pada $\triangle BDC$

$$\begin{aligned} \sin \angle B &= \frac{CD}{BC} \\ \Leftrightarrow CD &= BC \cdot \sin \angle B \\ \Leftrightarrow CD &= a \cdot \sin \angle B \dots (ii) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (i) dan (ii), panjang garis tinggi $\triangle AEC$ dan $\triangle BEC$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} b \cdot \sin \angle A &= a \cdot \sin \angle B \\ \Leftrightarrow \frac{b \cdot \sin \angle A}{\sin \angle A \cdot \sin \angle B} &= \frac{a \cdot \sin \angle B}{\sin \angle A \cdot \sin \angle B} \\ \Leftrightarrow \frac{b}{\sin \angle A} &= \frac{a}{\sin \angle B} \dots (1) \end{aligned}$$

3. Menentukan nilai $\sin \angle A$ pada $\triangle AEB$

$$\begin{aligned} \sin \angle A &= \frac{BE}{AB} \\ \Leftrightarrow BE &= AB \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow BE &= c \cdot \sin \angle A \dots (iii) \end{aligned}$$

4. Menentukan nilai $\sin \angle C$ pada $\triangle CDB$

$$\begin{aligned} \sin \angle C &= \frac{BE}{BC} \\ \Leftrightarrow BE &= BC \cdot \sin \angle C \\ \Leftrightarrow BE &= a \cdot \sin \angle C \dots (iv) \end{aligned}$$

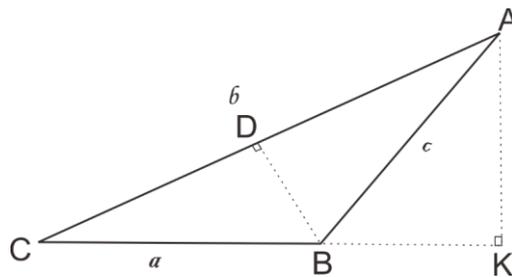
Berdasarkan persamaan (iii) dan (iv), panjang garis tinggi $\triangle ADB$ dan $\triangle CDB$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} a \cdot \sin \angle C &= c \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow \frac{c \cdot \sin \angle A}{\sin \angle A \cdot \sin \angle C} &= \frac{a \cdot \sin \angle C}{\sin \angle A \cdot \sin \angle C} \\ \Leftrightarrow \frac{a}{\sin \angle A} &= \frac{c}{\sin \angle C} \dots (2) \end{aligned}$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Pembuktian rumus aturan sinus pada segitiga tumpul:



Gambar 5.3 Pembuktian aturan sinus pada segitiga tumpul

1. Menentukan nilai $\sin \angle ABK$ pada $\triangle BAK$

$$\begin{aligned} \sin \angle ABK &= \frac{AK}{AB} \\ \Leftrightarrow \sin(180^\circ - \angle B) &= \frac{AK}{AB} \\ \Leftrightarrow \sin \angle B &= \frac{AK}{c} \\ \Leftrightarrow AK &= c \cdot \sin \angle B \quad \dots (v) \end{aligned}$$

2. Menentukan nilai $\sin \angle C$ pada $\triangle CAK$

$$\begin{aligned} \sin \angle C &= \frac{AK}{AC} \\ \Leftrightarrow AK &= AC \cdot \sin \angle C \\ \Leftrightarrow AK &= b \cdot \sin \angle C \quad \dots (vi) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (v) dan (vi), panjang garis tinggi $\triangle BAK$ dan $\triangle CAK$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} b \cdot \sin \angle C &= c \cdot \sin \angle B \\ \Leftrightarrow \frac{b}{\sin \angle B} &= \frac{c}{\sin \angle C} \quad \dots (3) \end{aligned}$$

3. Menentukan nilai $\sin \angle A$ pada $\triangle BAD$

$$\begin{aligned} \sin \angle A &= \frac{BD}{AB} \\ \Leftrightarrow BD &= AB \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow BD &= c \cdot \sin \angle A \quad \dots (vii) \end{aligned}$$

4. Menentukan nilai $\sin \angle C$ pada $\triangle CDB$

$$\begin{aligned} \sin \angle C &= \frac{BD}{BC} \\ \Leftrightarrow BD &= BC \cdot \sin \angle C \\ \Leftrightarrow BD &= a \cdot \sin \angle C \quad \dots (viii) \end{aligned}$$

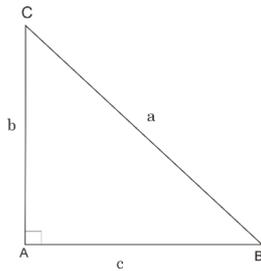
Berdasarkan persamaan (vii) dan (viii), panjang garis tinggi $\triangle BAD$ dan $\triangle CDB$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} a \cdot \sin \angle C &= c \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow \frac{c \cdot \sin \angle A}{\sin \angle A \cdot \sin \angle C} &= \frac{a \cdot \sin \angle C}{\sin \angle A \cdot \sin \angle C} \\ \Leftrightarrow \frac{c}{\sin \angle A} &= \frac{a}{\sin \angle C} \quad \dots (2) \end{aligned}$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Pembuktian rumus aturan sinus pada segitiga siku-siku:



Gambar 5.4 Pembuktian aturan sinus pada segitiga siku-siku

1. Menentukan nilai $\sin \angle A$ pada ΔABC

$$\sin \angle A = \sin 90^\circ = 1$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{a}{1}$$

Perhatikan garis BC

$$BC = a$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{a}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{a}{\sin \dots}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{a}{\sin \dots} \dots (1)$$

2. Menentukan nilai $\sin \angle B$ pada ΔABC

$$\sin \angle B = \frac{b}{a}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{b}{\sin \angle B} \dots (2)$$

3. Menentukan nilai $\sin \angle C$ pada ΔABC

$$\sin \angle C = \frac{c}{a}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{c}{\sin \angle C} \dots (3)$$

Berdasarkan persamaan (1), (2) dan (3) diperoleh

$$\frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = a = \frac{a}{1} = \frac{a}{\sin 90^\circ} = \frac{a}{\sin \angle A} \dots (4)$$

Berdasarkan persamaan (4) dapat disimpulkan aturan sinus yang berlaku pada segitiga siku-siku ABC adalah

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

E. Metode Pembelajaran

Pembelajaran matematika menggunakan model *guided discovery learning* dipadukan dengan metode *talking stick*.

Langkah-langkah pembelajaran dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Fase I, yaitu Menjelaskan tujuan/ mempersiapkan peserta didik
2. Fase II, yaitu orientasi siswa pada masalah

3. Fase III, yaitu merumuskan hipotesis
4. Fase IV, yaitu melakukan kegiatan penemuan
5. Fase V, yaitu mempresentasikan hasil kegiatan penemuan
6. Fase VI, yaitu mengevaluasi

F. Media dan Sumber Pembelajaran

Media Pembelajaran : LKPD I (Lembar Kerja Peserta Didik)

Sumber Belajar :

Buku matematika pegangan siswa Kemendikbud Kelas X Kurikulum 2013

G. Langkah – Langkah Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu	
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik		
Pendahuluan	1.	Guru membuka pembelajaran dengan mengucapkan salam dan mengajak peserta didik untuk berdo'a bersama	Peserta didik menjawab salam dan berdo'a bersama guru	3 menit
	2.	Guru memeriksa kehadiran dan kesiapan belajar peserta didik	Peserta menyiapkan diri baik secara fisik maupun mental untuk belajar	
	3.	Guru menyampaikan tujuan dan manfaat pembelajaran	Peserta didik mendengarkan tujuan pembelajaran	
Inti	1.	Guru menyampaikan apersepsi awal (Terlampir pada Apersepsi I) (Fase I: menjelaskan tujuan/ mempersiapkan peserta didik)	Peserta didik mendengarkan apersepsi yang diberikan guru	5 menit
	2.	Guru menjelaskan mengenai model pembelajaran yang akan digunakan yakni model pembelajaran <i>guided discovery learning</i> dipadukan dengan metode <i>talking stick</i>	Peserta didik mendengarkan penjelasan guru	2 menit

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
3.	Guru membagi peserta didik kedalam 8-9 kelompok dengan setiap kelompok terdiri atas 3-4 peserta didik. Pembagian dilakukan dengan menggabungkan dua meja yang berdekatan menjadi satu kelompok	Peserta didik berkumpul bersama kelompoknya	5 menit
	4.	Guru membagikan LKPD I mengenai aturan sinus kepada masing-masing peserta didik	
5.	Guru menyajikan masalah awal terkait materi aturan sinus yang sudah disiapkan di LKPD dan meminta peserta didik untuk mencoba menyelesaikan masalah tersebut dengan kelompoknya (Fase 2: orientasi siswa pada masalah) Dialog : “Bagaimana anak-anak? Adakah yang bisa menyelesaikan permasalahan tersebut?”	Peserta didik membaca dan mencoba memahami masalah awal yang telah diberikan	5 menit
6.	Guru membimbing peserta didik mengidentifikasi masalah awal serta merumuskan jawaban dari pertanyaan yang diajukan (Fase 3: merumuskan hipotesis) Dialog: 1. “Apakah kalian menemukan kesulitan dalam menentukan jarak antar satelit?” 2. “Coba identifikasi terlebih dahulu mengenai apa saja	Peserta didik menjawab pertanyaan yang diberikan guru dan mulai mengidentifikasi masalah yang diberikan	8 menit

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
		yang diketahui pada soal sehingga kalian dapat menentukan rumusan masalah yang akan kalian cari”	
	7.	Guru meminta peserta didik melakukan kegiatan penemuan dengan mengikuti langkah-langkah petunjuk dalam menemukan aturan sinus di LKPD pertemuan I (Fase 4 : Kegiatan Penemuan)	Peserta didik melakukan kegiatan penemuan dalam menemukan aturan sinus 12 menit
	8.	Guru memeriksa konjektur yang dibuat oleh peserta didik dengan cara berkeliling mengecek pekerjaan peserta didik dan memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk bertanya apabila ada yang tidak pahami mengenai hal di LKPD	Peserta didik fokus bertanya dan mengerjakan LKPD yang diberikan guru 5 menit
	9.	Guru bertanya mengenai rumus aturan sinus yang telah dikerjakan oleh peserta didik dan bersama-sama mengkonfirmasi hasil jawaban peserta didik	Peserta didik bersama guru menjawab mengenai rumus aturan sinus yang telah ditemukan
	10.	Guru meminta peserta didik berdiskusi kembali dengan teman sekelompok untuk menjawab permasalahan awal yang diberikan di LKPD beserta latihan soal yang diberikan (Talking Stick)	Peserta didik berdiskusi untuk menjawab permasalahan awal yang diberikan beserta soal latihan dengan menerapkan penggunaan rumus aturan sinus yang telah ditemukan 10 menit
	11.	Guru meminta peserta didik berhenti berdiskusi	Peserta didik berhenti berdiskusi 20 menit
	12.	Guru mengambil tongkat dan menyiapkan musik,	

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
	<p>kemudian guru menginformasikan bahwa akan dilakukan metode talking stick</p>		
13.	<p>Guru memberikan tongkat pada salah satu kelompok. Kemudian, perwakilan kelompok maju untuk bermain. Tongkat tadi kemudian diberikan dari kelompok satu ke kelompok lainnya dengan disertai musik. Ketika musik dihentikan oleh guru, kelompok yang menerima tongkat diwajibkan memilih salah satu anggotanya untuk mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya di depan kelas.</p> <p>(Fase 5: mempresentasikan hasil kegiatan penemuan)</p> <p>Tambahan: Guru dapat melakukan permainan berkali-kali sesuai dengan banyaknya latihan soal yang diujikan Kelompok yang sudah terpilih boleh melakukan presentasi lagi asalkan perwakilan kelompok yang presentasi tidak sama.</p>	<p>Peserta didik mengikuti instruksi guru</p>	
14.	<p>Guru bersama-sama peserta didik menarik kesimpulan dari hasil penemuan yang telah dilakukan dan memberikan penjelasan terkait penggunaan</p>	<p>Peserta didik bersama guru menyimpulkan materi pada pertemuan I</p>	10 menit

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
		aturan sinus pada segitiga sembarang (Fase 6: Evaluasi)	
Penutup	1.	Guru meminta peserta didik untuk mengumpulkan LKPD I	Peserta didik mengumpulkan LKPD I
	2.	Guru memberikan informasi mengenai materi yang akan diajarkan pada pertemuan berikutnya yakni aturan cosinus	Peserta didik mendengarkan dan memperhatikan informasi yang telah diberikan oleh guru
	3.	Guru menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam.	Peserta didik menjawab salam
Total			90 menit

H. Penilaian Hasil Belajar

Teknik : Tes

Bentuk : Uraian

Yogyakarta, November 2020

Mengetahui,
Guru pembimbing

Mahasiswa


Ria Zuliana, M.Pd
NIP. 19860709 200903 2 001


Badrul Laelatuz Zahro
NIM. 16600048

LAMPIRAN APERSEPSI RPP PERTEMUAN I

Kompetensi Dasar:

- 3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus

Indikator:

- 3.10.1 Menemukan konsep aturan sinus pada sembarang segitiga
- 3.10.3 Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus
- 4.10.1 Menentukan panjang sisi dan besar suatu segitiga menggunakan aturan sinus

Dialog I

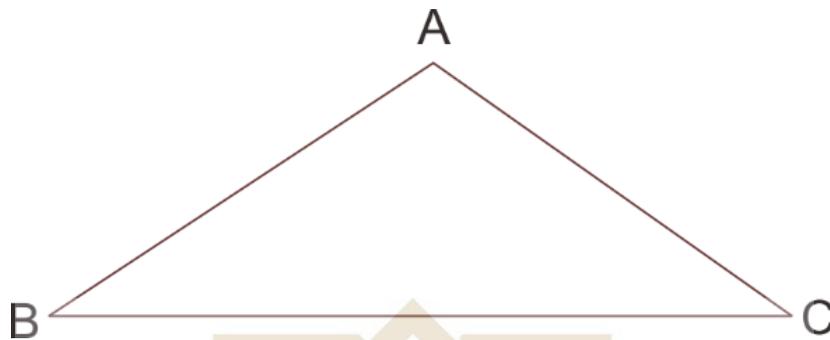
Guru: “Anak-anak mempelajari konsep aturan sinus dan cosinus tentu tak lepas dari pelajaran segitiga. Oleh karena itu, Ibu akan terlebih dahulu bertanya pada kalian beberapa hal terkait materi yang pernah kalian pelajari sebelumnya pada jenjang SMP yakni segitiga. Ada yang masih ingat bagian segitiga yakni sisi, sudut dan titik segitiga? Apakah kalian bisa mengidentifikasinya?”

Hipotesis

1. Peserta didik dapat menjawab pertanyaan guru “Ingat bu”
2. Peserta didik tidak dapat menjawab pertanyaan guru : “Tidak ingat bu”

Tanggapan guru

Guru: “Oke sebagian ada yang masih ingat sebagian ada yang sudah lupa ya. Oke kalau begitu coba perhatikan papan tulis di depan”



Gambar 5.5 Ilustrasi Gambar pada Lampiran I

Guru: “Dari gambar ΔABC , coba identifikasi mana yang merupakan bagian sisi, sudut dan titik sudutnya?”

Hipotesis

Peserta didik: “Bagian sisi yaitu sisi AB, BC, CA . Jumlah sisi, sudut, dan titik sudut masing-masing 3 dan jumlah sudutnya adalah 180 derajat.”

Dialog 2

Guru : “Selanjutnya, coba ingat kembali ada berapa jenis segitiga?”

Hipotesis

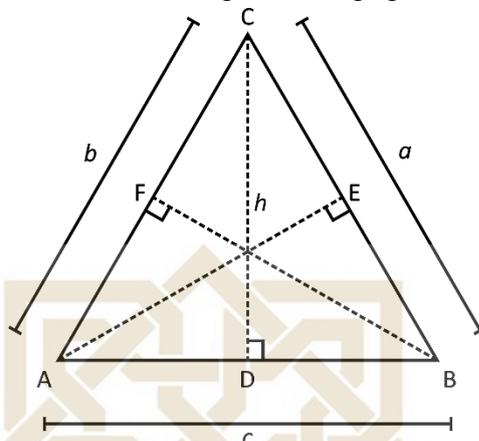
1. Peserta didik: “Ada tiga. Segitiga siku-siku, segitiga lancip dan segitiga tumpul”
2. Peserta didik: “Ditinjau dari sudut-sudutnya ada sudut siku-siku, lancip dan tumpul. Sedangkan jika ditinjau berdasarkan sisinya ada segitiga sama sisi, sama kaki dan segitiga sembarang”

Tanggapan

Guru: “Nah benar sekali, segitiga jika ditinjau dari sudut-sudutnya ada sudut siku-siku, lancip dan tumpul. Sedangkan jika ditinjau berdasarkan sisinya ada segitiga sama sisi, sama kaki dan segitiga sembarang.”

Dialog 3

Guru: “Masih ingatkah kalian dalam mempelajari segitiga maka tak mungkin lepas dari mempelajari garis berat, garis tinggi, garis sumbu dan garis bagi. Coba perhatikan LKPD kalian. Perhatikan gambar segitiga ABC”



Gambar 5.6 Ilustrasi garis tinggi segitiga pada Lampiran I

Guru: Manakah yang merupakan garis tinggi?”

Peserta didik: “garis h ”

Guru: “apakah dapat dibuat garis tinggi lain selain garis h ?”

Hipotesis

1. Peserta didik: “ya. Ada garis e yang ditarik garis dari titik A dan ada garis f yang ditarik dari garis b ”
2. Peserta didik : “tidak ada bu”

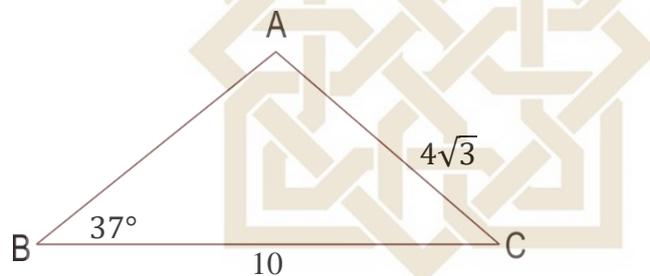
Tanggapan

1. Guru: “baiklah. Coba perhatikan LKPD kalian pada pokok permasalahan 1. Pahami dan coba jelaskan ap saja yang dapat kalian identifikasi”
2. Guru memberikan instruksi pada peserta didik dengan memintanya memerhatikan lebih detail hubungan antara garis h dengan garis CD dengan bersama-sama mengingat definisi garis tinggi.

Coba jika dilihat dari hubungan antara garis h dengan garis CD dapat dilihat bahwa garis tinggi adalah garis yang ditarik dari salah satu sudut yang tegak lurus di depan sudut.

LATIHAN SOAL PERTEMUAN I

1. Diketahui besar sudut B adalah 60° dan sudut C adalah 45° . Sedangkan panjang ruas AB adalah 8 cm. Tentukan unsur lain dalam ΔABC tersebut.
2. Pak Hendri memiliki dua petak tanah yang masing-masing berbentuk segitiga sembarang. Setiap titik sudut pada sebidang tanah ini diberi tonggak pembatas yang masing-masing dihubungkan oleh seutas tali. Pak Hendri berasumsi jika panjang tali pembatas AC pada tanah 1 lebih panjang dari tali pembatas PR pada tanah kedua dengan perbandingan 3:2. Beliau beralasan karena panjang $AC = 90 m^2$ dan panjang $PR = 60m^2$. Menurut anda, apakah benar alasan yang dikemukakan oleh pak Hendi? Selidiki dan kemukakan alasan anda!
3. Perhatikan gambar di bawah ini



$$(\sin 37^\circ = \frac{3}{5})$$

“Nilai $\sin \angle A$ pada segitiga ABC adalah $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ ”. Buktikan nilai kebenaran dari pernyataan tersebut dan kemukakan alasan anda!

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Alternatif Jawaban

No	Alternatif Jawaban	Indikator Kemampuan Berpikir Kritis	Skor
1.	<p>Diketahui:</p> $\angle B = 60^\circ$ $\angle C = 45^\circ$ $AB = 8 \text{ cm}$ <p>Ditanya: unsur lain dalam segitiga ABC</p>	Merumuskan masalah dengan jelas	0-3
	<p>Penyelesaian:</p> <p>Dari gambar tersebut, terlihat bahwa permasalahan ini dapat diselesaikan dengan aturan sinus. Jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180, sehingga sudut A dapat ditentukan sebagai berikut</p> $\angle A + \angle B + \angle C = 180$ $\angle A = 180 - (\angle B + \angle C)$ $\angle A = 180 - (60 + 45)$ $\angle A = 180 - (105)$ $\angle A = 75$ <p>Untuk mencari panjang AC dapat digunakan rumus aturan sinus</p> <p>Panjang AC adalah</p> $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$ $\Leftrightarrow \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\sin 45^\circ}$ $\Leftrightarrow \frac{AC}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{8}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow AC = \frac{8 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow AC = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow AC = \frac{8\sqrt{6}}{2}$ $\Leftrightarrow AC = 4\sqrt{6}$	Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)	
	<p>Jadi, unsur lain dalam segitiga ABC yakni $\angle A$ dan AC berturut-turut adalah 75° dan $4\sqrt{6} \text{ cm}$</p>	Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia	

2.	<p>Diketahui: $\angle A = 60$ $\angle B = 45$ $\angle P = 30$ $\angle Q = 45$ $BC = 40\sqrt{6}$ $QR = 30\sqrt{2}$</p>	Merumuskan masalah dengan jelas	0-4				
		Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta					
	<p>Ditanya: Kebenaran pernyataan Pak Hendri</p>	Mengevaluasi argumen yang					
	<p>Penyelesaian:</p> <p>Untuk menyelesaikan permasalahan diatas berlaku aturan sinus sebagai berikut:</p> <table border="1" data-bbox="373 792 912 1442"> <thead> <tr> <th data-bbox="373 792 644 958">Mencari nilai AC pada ABC (Tanah I)</th> <th data-bbox="644 792 912 958">Mencari nilai PR pada ABC (Tanah II)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="373 958 644 1442"> $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$ $\Leftrightarrow \frac{40\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} = \frac{AC}{\sin 45}$ $\Leftrightarrow \frac{40\sqrt{6}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{40\sqrt{6} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{20\sqrt{12}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{40\sqrt{3}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{80\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = 80$ </td> <td data-bbox="644 958 912 1442"> $\frac{PR}{\sin Q} = \frac{QR}{\sin P}$ $\Leftrightarrow \frac{PR}{\sin 45^\circ} = \frac{30\sqrt{2}}{\sin 30}$ $\Leftrightarrow \frac{PR}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = \frac{30\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = \frac{30}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = 60$ </td> </tr> </tbody> </table> <p>Berdasarkan hasil perhitungan, didapatkan nilai $BC = 80$ dan nilai $PR = 60$ m. sehingga perbandingan yang didapat adalah $80:60$ atau dapat disederhanakan $4:3$.</p> <p>Jadi, asumsi Pak Burhan benar mengenai panjang tali pembatas AC pada tanah 1 lebih panjang dari tali pembatas PR pada tanah kedua. Akan tetapi, alasan yang dikemukakan Pak Burhan salah. Alasan yang benar adalah perbandingan $4:3$ dengan panjang $AC = 80$ m dan panjang $PR = 60$ m.</p>	Mencari nilai AC pada ABC (Tanah I)	Mencari nilai PR pada ABC (Tanah II)	$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$ $\Leftrightarrow \frac{40\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} = \frac{AC}{\sin 45}$ $\Leftrightarrow \frac{40\sqrt{6}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{40\sqrt{6} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{20\sqrt{12}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{40\sqrt{3}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{80\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = 80$	$\frac{PR}{\sin Q} = \frac{QR}{\sin P}$ $\Leftrightarrow \frac{PR}{\sin 45^\circ} = \frac{30\sqrt{2}}{\sin 30}$ $\Leftrightarrow \frac{PR}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = \frac{30\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = \frac{30}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = 60$	diujikan	
Mencari nilai AC pada ABC (Tanah I)	Mencari nilai PR pada ABC (Tanah II)						
$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$ $\Leftrightarrow \frac{40\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} = \frac{AC}{\sin 45}$ $\Leftrightarrow \frac{40\sqrt{6}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{40\sqrt{6} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{20\sqrt{12}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{40\sqrt{3}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{80\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = 80$	$\frac{PR}{\sin Q} = \frac{QR}{\sin P}$ $\Leftrightarrow \frac{PR}{\sin 45^\circ} = \frac{30\sqrt{2}}{\sin 30}$ $\Leftrightarrow \frac{PR}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = \frac{30\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = \frac{30}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = 60$						

3.	Diketahui: $\angle B = 37$ $AC = 4\sqrt{3}$ $BC = 10$	Merumuskan masalah dengan jelas	0-3
	Ditanya: kebenaran pernyataan nilai $\sin \angle A$ pada segitiga ABC adalah $\frac{1}{2}\sqrt{3}$	Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)	
	Penyelesaian: Untuk menemukan nilai $\sin \angle A$ dapat menggunakan aturan sinus sebagai berikut. $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$ $\Leftrightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{4\sqrt{3}}{\sin 37}$ $\Leftrightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{3}{5}}$ $\Leftrightarrow \sin A = \frac{10 \cdot \frac{3}{5}}{4\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow \sin A = \frac{6}{4\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow \sin A = \frac{6}{4\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow \sin A = \frac{24\sqrt{3}}{48}$ $\Leftrightarrow \sin A = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\sin^{-1}(A) = 120$	Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta	
	Jadi, terbukti pernyataan "Nilai $\sin \angle A$ pada segitiga ABC adalah $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ " bernilai benar.		

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
 SUNAN KALIJAGA
 YOGYAKARTA

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN II

(RPP)

Sekolah	: SMA Negeri 1 Kasihan
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/ Semester	: X/ II (Dua)
Materi Pokok	: Aturan sinus dan cosinus
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit (1 kali pertemuan)

A. Kompetensi Inti

- KI 3 Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- KI 4 Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus	3.10.2 Menemukan konsep aturan cosinus pada sembarang segitiga
	3.10.4 Mengidentifikasi penggunaan aturan cosinus
4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus	4.10.2 Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan cosinus
	4.10.4 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan cosinus

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran diharapkan peserta didik dapat:

- 3.10.2 Menemukan konsep aturan cosinus pada sembarang segitiga setelah berdiskusi kelompok.
- 3.10.4 Mengidentifikasi penggunaan aturan cosinus melalui pembelajaran model *guided discovery* dengan metode *talking stick*.
- 4.10.2 Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan cosinus pada soal latihan.
- 4.10.4 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan cosinus pada soal latihan.

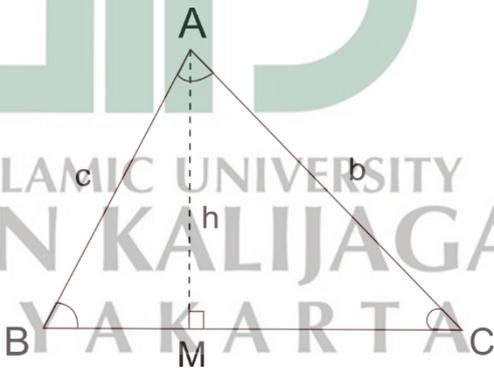
D. Materi Pelajaran

Fakta : Masalah kontekstual yang berhubungan dengan aturan cosinus.

Konsep : Perbandingan trigonometri, teorema *pythagoras*.

Prinsip : Aturan cosinus pada segitiga lancip, tumpul, dan siku-siku.

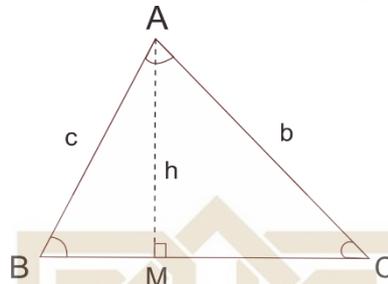
Prosedur : Langkah-langkah menemukan konsep aturan cosinus.

Aturan Cosinus	
Pertemuan Kedua	<p>Perhatikan gambar segitiga dibawah ini</p>  <p style="text-align: center;">(Gambar 5.7 Aturan cosinus pada sembarang segitiga)</p> <p>Dalam segitiga ABC, kuadrat salah satu sisi sama dengan jumlah kuadrat kedua sisi lainnya dikurangi dua kali perkalian dua sisi itu dengan cosinus sudut yang diapitnya.</p> <p>Hal ini dapat ditulis seperti dibawah ini :</p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$

Dengan kata lain, aturan cosinus dapat digunakan untuk menentukan unsur segitiga (sudut atau sisi) yang lain jika diketahui:

1. Sisi sudut sisi (s-sd-s)
2. Sisi, sisi, sisi (s-s-s)

Pembuktian rumus aturan cosinus pada segitiga lancip:



Gambar 5.8 Pembuktian aturan cosinus pada segitiga lancip

Perhatikan segitiga diatas, garis AM adalah garis tingg pada sisi c. Dengan menggunakan teorema pythagoras pada $\triangle BCD$, diperoleh:

Pada $\triangle ACM$, berlaku $b^2 = CM^2 + h^2$
 Pada $\triangle ABM$, berlaku $c^2 = BM^2 + h^2$

Dari ilustrasi gambar diperoleh:

$$BC = BM + MC$$

$$\Leftrightarrow a = BM + MC$$

$$\Leftrightarrow BM = a - MC \dots (i)$$

1. Substitusikan persamaan (i) ke persamaan $c^2 = BM^2 + h^2$, sehingga

$$c^2 = h^2 + (a - MC)^2$$

2. Pada $\triangle ACM$, $\cos \angle C = \frac{MC}{b}$, sehingga $MC = b \cdot \cos \angle C \dots(ii)$

Substitusikan persamaan (ii) ke persamaan $c^2 = h^2 + (a - MC)^2$

$$c^2 = h^2 + (a - MC)^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 = h^2 + (a - b \cdot \cos \angle C)^2$$

3. Pada $\triangle ACM$, $\sin \angle C = \frac{h}{b}$, sehingga $h = b \cdot \sin \angle C \dots(iv)$

Dari persamaan (iv) diperoleh

$$c^2 = h^2 + (a - b \cdot \cos \angle C)^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 = (b \cdot \sin \angle C)^2 + (a - b \cdot \cos \angle C)^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 = (b \cdot \sin \angle C)^2 + (a - b \cdot \cos \angle C)^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 = b^2 \cdot \sin^2 \angle C + (a^2 - 2ab \cdot \cos \angle C + b^2 \cdot \cos^2 \angle C)$$

$$\Leftrightarrow c^2 = b^2(\sin^2 \angle C + \cos^2 \angle C) + a^2 - 2ab \cdot \cos \angle C$$

$$\Leftrightarrow c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cdot \cos \angle C \dots(1)$$

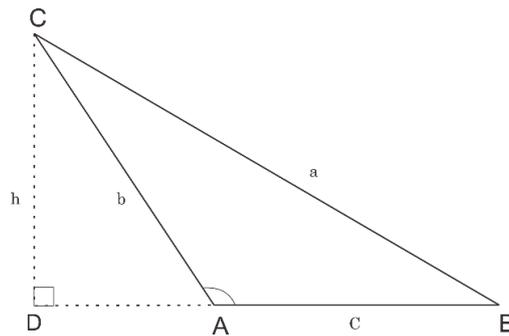
Dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama untuk $\triangle ABC$, dapat dibuktikan:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B \dots (2)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C \dots (3)$$

Persamaan (1),(2), dan (3) dinamakan aturan cosinus untuk $\triangle ABC$.

Pembuktian rumus aturan cosinus pada segitiga tumpul:



Gambar 5.8 Pembuktian aturan cosinus pada segitiga tumpul

3. Perhatikan segitiga diatas, dengan menggunakan teorema pythagoras pada segitiga siku-siku BCD dan ACD , diperoleh:
 $a^2 = h^2 + (BD)^2 \dots (1)$

4. Dengan menggunakan teorema pythagoras pada segitiga siku-siku ACD , diperoleh:

$$\begin{aligned} \sin \angle CAD &= \frac{h}{b} \\ \Leftrightarrow \sin(180 - \angle CAB) &= \frac{h}{b} \\ \Leftrightarrow \sin(180 - \angle A) &= \frac{h}{b} \\ \Leftrightarrow \sin \angle A &= \frac{h}{b} \\ \Leftrightarrow h &= b \cdot \sin \angle A \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \angle CAD &= \frac{AD}{b} \\ \Leftrightarrow \cos(180 - \angle CAB) &= \frac{AD}{b} \\ \Leftrightarrow \cos(180 - \angle A) &= \frac{AD}{b} \\ \Leftrightarrow -\cos \angle A &= \frac{AD}{b} \\ \Leftrightarrow AD &= b(-\cos \angle A) \\ \Leftrightarrow AD &= -b \cdot \cos \angle A \quad (3) \end{aligned}$$

5. Substitusi persamaan (2) dan (3) ke persamaan (1)

$$\begin{aligned} a^2 &= h^2 + BD^2 \\ \Leftrightarrow a^2 &= h^2 + (AB + AD)^2 \\ \Leftrightarrow a^2 &= (b \sin \angle A)^2 + (c - b \cos \angle A)^2 \\ \Leftrightarrow a^2 &= (b)^2 \sin^2 \angle A + c^2 - 2bc \cos \angle A + b^2 \cos^2 \angle A \\ \Leftrightarrow a^2 &= b^2 (\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A) + c^2 - 2bc \cos \angle A \\ \Leftrightarrow a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh aturan cosinus yang berlaku pada segitiga tumpul ΔABC adalah

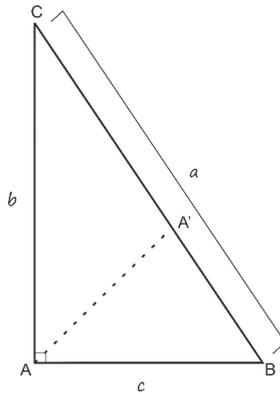
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

Dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama untuk ΔABC , dapat dibuktikan:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B \dots (2)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C \dots (3)$$

Pembuktian rumus aturan cosinus pada segitiga siku-siku:



Gambar 5.9 Pembuktian aturan cosinus pada pada segitiga siku-siku

Perhatikan bahwa pada gambar ΔABC , terdapat 3 segitiga siku-siku $BAC, AA'C, AA'B$

1. Berdasarkan gambar segitiga ABC , diperoleh

a) $a^2 = b^2 + c^2$

b) $b^2 = h^2 + A'C^2$
 $\Leftrightarrow b^2 = h^2 + (a - A'B)^2$

c) $c^2 = h^2 + A'B^2$
 $\Leftrightarrow c^2 = h^2 + (a - A'C)^2$

2. Tentukan nilai $\sin \angle B$ dan $\cos \angle B$ pada $\Delta AA'B$

$$\sin \angle B = \frac{h}{c}$$

$$\Leftrightarrow h = c \sin \angle B \dots (1)$$

$$\cos \angle B = \frac{A'B}{c}$$

$$\Leftrightarrow A'B = c \cos \angle B \dots (2)$$

3. Menentukan nilai b Berdasarkan persamaan (1) dan (2)

$$b^2 = h^2 + (a - A'B)^2$$

$$\Leftrightarrow b^2 = (c \sin \angle B)^2 + (a - A'B)^2$$

$$\Leftrightarrow b^2 = (c \sin \angle B)^2 + (a - c \cos \angle B)^2$$

$$\Leftrightarrow b^2 = (c^2 \sin^2 \angle B)^2 + (a^2 - 2ac \cos \angle B + c^2 \cos^2 \angle B)$$

$$\Leftrightarrow b^2 = c^2(\sin^2 \angle B + \cos^2 \angle B) + (a^2 - 2ac \cos \angle B)$$

$$\Leftrightarrow b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos \angle B \dots (i)$$

4. Menentukan nilai c Berdasarkan persamaan (1) dan (2)

$$\sin \angle C = \frac{h}{b}$$

$$\Leftrightarrow h = b \sin \angle C \dots (3)$$

$$\cos \angle C = \frac{A'C}{b}$$

$$\Leftrightarrow A'C = b \cos \angle C \dots (4)$$

	<p>Berdasarkan persamaan (3) dan (4), tentukan nilai c</p> $c^2 = h^2 + (a - A'C)^2$ $\Leftrightarrow c^2 = (b \sin \angle C)^2 + (a - A'C)^2$ $\Leftrightarrow c^2 = (b \sin \angle C)^2 + (a - b \cos \angle C)^2$ $\Leftrightarrow c^2 = (b^2 \sin^2 \angle C)^2 + (a^2 - 2ab \cos \angle C + b^2 \cos^2 \angle C)$ $\Leftrightarrow c^2 = b^2(\sin^2 \angle C + \cos^2 \angle C) + (a^2 - 2ab \cos \angle C)$ $\Leftrightarrow c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos \angle C \quad \dots \text{(ii)}$ <p>5. Perhatikan $\triangle ABC$, dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama seperti persamaan (i) dan (ii) diperoleh</p> $a^2 = b^2 + c^2$ $\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 + 0$ $\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 + 2ac \cos \angle B \quad \dots \text{(iii)}$ <p>Sehingga diperoleh aturan cosinus yang berlaku pada segitiga siku-siku $\triangle ABC$ adalah</p> $a^2 = b^2 + c^2 + 2ac \cos \angle B$ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos \angle B$ $c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos \angle C$
--	---

E. Metode Pembelajaran

Pembelajaran matematika menggunakan model *guided discovery learning* dipadukan dengan metode *talking stick*.

Langkah-langkah pembelajaran dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Fase I, yaitu menjelaskan tujuan pembelajaran
2. Fase II, yaitu orientasi siswa pada masalah
3. Fase III, yaitu merumuskan hipotesis
4. Fase IV, yaitu melakukan kegiatan penemuan
5. Fase V, yaitu mempresentasikan hasil kegiatan penemuan
6. Fase VI, yaitu mengevaluasi

F. Media dan Sumber Pembelajaran

Media pembelajaran : LKPD (Lembar Kerja Peserta Didik)

Sumber belajar :

Sukino.2008. Matematika untuk kelas XI SMA KTSP. Jakarta: Erlangga.

G. Langkah – Langkah Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu	
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik		
Pendahuluan	1.	Guru membuka pembelajaran dengan mengucapkan salam dan mengajak peserta didik untuk berdo'a bersama	Peserta didik menjawab salam dan berdo'a bersama guru	3 menit
	2.	Guru memeriksa kehadiran dan kesiapan belajar peserta didik	Peserta menyiapkan diri baik secara fisik maupun mental untuk belajar	
	3.	Guru menyampaikan tujuan dan manfaat pembelajaran	Peserta didik mendengarkan tujuan pembelajaran	
	1.	Guru menyampaikan apersepsi awal Dialog: "Anak-anak kemarin kita sudah mempelajari mengenai aturan sinus dan bagaimana cara mencari panjang sisi atau besar sudut pada segitiga sembarang. Nah, jika aturan sinus hanya dapat digunakan pada 3 kondisi seperti kemarin. Bagaimana jika mencari panjang sisi atau sudut diluar 3 kondisi tersebut? Nah, pada kesempatan hari ini kita akan belajar bersama materi aturan cosinus" (Fase I: menjelaskan tujuan/mempersiapkan siswa)	Peserta didik mendengarkan apersepsi yang diberikan guru	5 menit
	2.	Guru menjelaskan mengenai model pembelajaran yang akan digunakan yakni model pembelajaran <i>guided discovery learning</i> dipadukan dengan metode <i>talking stick</i> seperti pada pertemuan sebelumnya	Peserta didik mendengarkan penjelasan guru	

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu	
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik		
Inti	3.	Guru membagi peserta didik kedalam 8-9 kelompok dengan setiap kelompok terdiri atas 3-4 peserta didik. Pembagian dilakukan dengan menggabungkan dua meja yang berdekatan menjadi satu kelompok. Tambahan : Pembagian kelompok dapat dibuat dengan kelompok baru atau dengan kelompok yang sudah diatur sebelumnya	Peserta didik berkumpul bersama kelompoknya	5 menit
	4.	Guru membagikan LKPD pertemuan II mengenai aturan cosinus kepada masing-masing peserta didik	Peserta didik menerima LKPD pertemuan II tentang aturan cosinus	
	5.	Guru menyajikan masalah awal terkait materi aturan cosinus yang sudah disiapkan di LKPD dan meminta peserta didik untuk mencoba menyelesaikan masalah tersebut dengan kelompoknya (Fase 2: orientasi siswa pada masalah) Dialog : “Bagaimana anak-anak? Adakah yang bisa menyelesaikan permasalahan tersebut?”	Peserta didik membaca dan mencoba memahami masalah awal yang telah diberikan	5 menit
	6.	Guru membimbing peserta didik mengidentifikasi masalah awal serta merumuskan jawaban dari pertanyaan yang diajukan (Fase 3 : merumuskan hipotesis) Dialog:	Peserta didik menjawab pertanyaan yang diberikan guru dan mulai mengidentifikasi masalah yang diberikan	

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu	
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik		
	1. “Apakah kalian menemukan kesulitan dalam menentukan jarak antar kedua pesawat?” 2. “Coba identifikasi terlebih dahulu mengenai apa saja yang diketahui pada soal atau ilustrasikan ke dalam gambar sehingga kalian dapat menentukan rumusan masalah yang akan kalian cari”			
	7.	Guru meminta peserta didik melakukan kegiatan penemuan dengan mengikuti langkah-langkah petunjuk dalam menemukan aturan sinus di LKPD pertemuan II (Fase 4: Kegiatan penemuan)	Peserta didik melakukan kegiatan penemuan dalam menemukan aturan sinus	12 menit
	8.	Guru memeriksa konjektur yang dibuat oleh peserta didik dengan cara berkeliling mengecek pekerjaan peserta didik dan memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk bertanya apabila ada yang tidak pahami mengenai hal di LKPD II	Peserta didik fokus bertanya dan mengerjakan LKPD yang diberikan guru	5 menit
	9.	Guru bertanya mengenai rumus aturan cosinus yang telah dikerjakan oleh peserta didik dan bersama-sama mengkonfirmasi hasil jawaban peserta didik	Peserta didik bersama guru menjawab mengenai rumus aturan sinus yang telah ditemukan	
	10.	Guru meminta peserta didik berdiskusi kembali dengan teman	Peserta didik berdiskusi untuk menjawab permasalahan awal yang	10 menit

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
	sekelompok untuk menjawab permasalahan awal yang diberikan di LKPD beserta Latihan soal yang diberikan	diberikan beserta soal latihan dengan menerapkan penggunaan rumus aturan cosinus yang telah ditemukan	
	11. Guru meminta peserta didik berhenti berdiskusi	Peserta didik berhenti berdiskusi	20 menit
	12. Guru mengambil tongkat dan menyiapkan musik, kemudian guru menginformasikan bahwa akan dilakukan metode <i>talking stick</i>	Peserta didik bersiap mengikuti instruksi guru	
	13. Guru memberikan tongkat pada salah satu kelompok. Kemudian, perwakilan kelompok maju untuk bermain. Tongkat tadi kemudian diberikan dari kelompok satu ke kelompok lainnya dengan disertai musik. Ketika musik dihentikan oleh guru, kelompok yang menerima tongkat diwajibkan memilih salah satu anggotanya untuk mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya di depan kelas. (Fase 5: mempresentasikan hasil kegiatan penemuan) Tambahan: Guru dapat melakukan permainan berkali-kali sesuai dengan banyaknya latihan soal yang diujikan Kelompok yang sudah terpilih boleh melakukan	Peserta didik mengikuti instruksi guru	

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
		presentasi lagi asalkan perwakilan kelompok yang presentasi tidak sama.	
	14.	Guru bersama-sama peserta didik menarik kesimpulan dari hasil penemuan yang telah dilakukan dan memberikan penjelasan terkait penggunaan aturan cosinus pada segitiga sembarang (Fase 6: Evaluasi)	Peserta didik bersama guru menyimpulkan materi pada pertemuan I 10 menit
Penutup	1.	Guru meminta peserta didik untuk mengumpulkan LKPD II	Peserta didik mengumpulkan LKPD II 5 menit
	2.	Guru memberikan informasi mengenai materi yang akan diajarkan pada pertemuan berikutnya yakni mencari luas daerah segitiga sembarang dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus yang telah dipelajari sebelumnya	Peserta didik mendengarkan dan memperhatikan informasi yang telah diberikan oleh guru
	3.	Guru menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam.	Peserta didik menjawab salam.
Total			90 menit

H. Penilaian Hasil Belajar

Teknik : Tes

Bentuk : Uraian

Yogyakarta, November 2020

Mengetahui,

Guru pembimbing

Mahasiswa



Ria Zuliana, M.Pd
NIP. 19860709 200903 2 001



Badrul Laelatuz Zahro
NIM. 16600048



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

LAMPIRAN APERSEPSI RPP PERTEMUAN II

Kompetensi Dasar:

3. 10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus

Indikator:

3.10.2 Menemukan konsep aturan cosinus pada segitiga sembarang

3.10.4 Mengidentifikasi penggunaan aturan cosinus

4.10.2 Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan cosinus

4.10.4 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan cosinus

Dialog

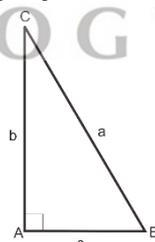
Guru : “Anak-anak, sebelum mempelajari mengenai aturan cosinus. Seperti halnya saat mempelajari aturan sinus. Ibu akan mengajak kalian untuk emengingat mengenai konsep Theorema Phytagoras yang pernah kalian pelajari pada jenjang SMP. Adakah dari kalian yang dapat menyebutkan mengenai Theorema tersebut?”

Hipotesis :

- Peserta didik : “ingat bu”
- Peserta didik: “Tidak Ingat bu”

Tanggapan

Guru : “Baiklah. Sebagian dari kalian masih ingat. Sebagian lagi belum mengingatnya ya, jadi mari kita perhatikan gambar yang ada di LKPD kalian.”



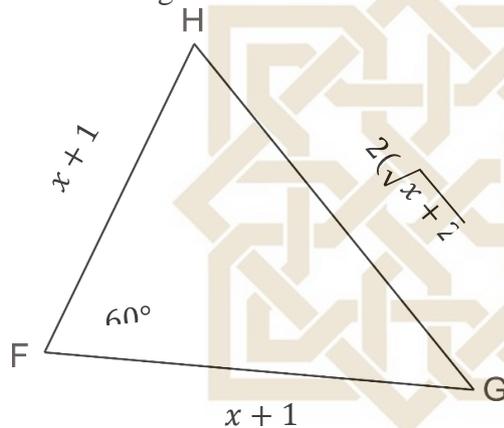
Guru : “Pada gambar ini belaku bahwa kuadrat panjang garis miring sama dengan penjumlahan dari kuadrat garis lainnya atau dapat ditulis

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

LATIHAN SOAL
(PERTEMUAN II)

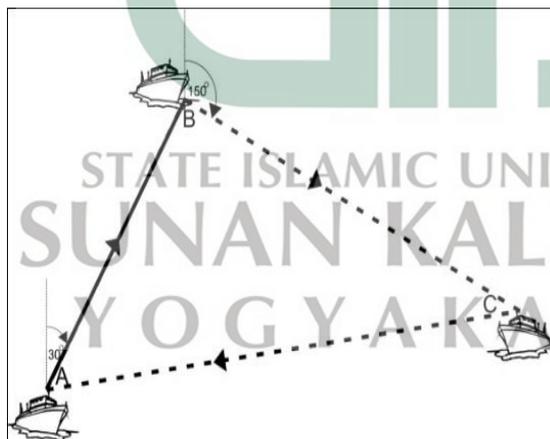
1. Pada segitiga PQR, panjang sisi PQ= 10 cm, QR = 9 cm dan PR = 8 cm. Tentukan nilai $\cos \angle Q$.

2. Perhatikan gambar berikut.



Berdasarkan gambar diatas, tentukan panjang sisi-sisi dari segitiga tersebut

3. Perhatikan gambar berikut ini!



Sebuah kapal pada pukul 06.00 dari pelabuhan A mulai bergerak 30° ke arah timur dari utara dan tiba di pelabuhan B setelah 4 jam bergerak. Pukul 13.00 kapal bergerak kembali dari pelabuhan B menuju pelabuhan C dengan memutar haluan 150° (dihitung dari gerak kapal) dan tiba di

pelabuhan C pukul 21.00. Kecepatan rata-rata kapal 50 *mil/jam*.

Berdasarkan informasi di atas, Berapa jarak tempuh kapal dari Pelabuhan C ke Pelabuhan A.

Alternatif Jawaban

No	Alternatif Jawaban	Indikator Kemampuan Berpikir Kritis	Skor
1.	<p>Diketahui:</p> <p>PQ = 10 cm QR = 9 cm PR = 8 cm</p> <p>Ditanya: nilai $\cos \angle Q$</p>	Merumuskan masalah dengan jelas	0-2
	<p>Penyelesaian:</p> <p>Berdasarkan informasi pada soal, diketahui panjang tiga sisi segitiga sehingga mencari nilai sudut dalam segitiga dapat menggunakan aturan cosinus</p> $\cos \angle Q = \frac{QR^2 + PQ^2 - PR^2}{2 \cdot QR \cdot PQ}$ $\cos \angle Q = \frac{p^2 + r^2 - q^2}{2pr}$ $\cos \angle Q = \frac{9^2 + 11^2 - 8^2}{2 \cdot 9 \cdot 11}$ $\cos \angle Q = \frac{81 + 121 - 64}{2(9)(11)}$ $\cos \angle Q = \frac{202 - 64}{198}$ $\cos \angle Q = \frac{117}{180}$ $\cos \angle Q = \frac{13}{20}$ <p>Sehingga nilai cosinus sudut terkecil ($\angle Q$) adalah $\frac{13}{20}$</p>	Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia	

<p>2. Diketahui:</p> $FH = x + 1$ $GH = 2\sqrt{x + 2}$ $FG = x + 1$ $\angle F = 60^\circ$		<p>Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)</p>	<p>0-4</p>
<p>Ditanya:</p> <p>Tentukan panjang sisi-sisi dari segitiga FGH.</p>		<p>Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia</p>	
<p>Penyelesaian:</p> <p>Untuk menyelesaikan permasalahan diatas, dapat diselesaikan menggunakan aturan cosinus</p> $GH^2 = FH^2 + FG^2 - 2 FH \cdot FG \cdot \cos 60$ $(2\sqrt{x + 2})^2 = (x + 1)^2 + (x + 2)^2 - 2 (x + 1)(x + 2) \cdot \cos 60$ $4 (x + 2) = (x + 1)^2 + (x + 2)^2 - [(x + 1)(x + 2)]$ $4x + 8 = (x^2 + 2x + 1) + (x^2 + 4x + 4) - (x^2 + 3x + 2)$ $4x + 8 = (2x^2 + 6x + 5) - x^2 - 3x - 2$ $4x + 8 = x^2 + 3x + 3$ $x^2 + 3x - 4x + 3 - 8 = 0$ $x^2 - x - 5 = 0$ $(x - 3)(x + 2) = 0$ <p>Sehingga nilai x yang ditemukan adalah $x = 3$ dan $x = -2$. Nilai x yang memenuhi adalah $x = 3$ sehingga panjang sisi-sisi segitiga tersebut adalah 4, 5 dan $2\sqrt{5}$.</p> <p>Jadi, panjang sisi-sisi segitiga tersebut adalah 4, 5 dan $2\sqrt{5}$.</p>			
<p>3. Diketahui:</p> <p>Dari A ke B membutuhkan 4 jam perjalanan</p> <p>Dari B ke C membutuhkan 8 jam perjalanan</p> $\angle ABU = 30^\circ$ $\angle ABC = 60^\circ$	<p>Ditanya: Berapa jarak tempuh kapal dari Pelabuhan C ke Pelabuhan A</p>	<p>Merumuskan masalah dengan jelas</p>	<p>0-4</p>

Penyelesaian:

Dari A ke B membutuhkan 4 jam perjalanan

Dari B ke C membutuhkan 8 jam perjalanan

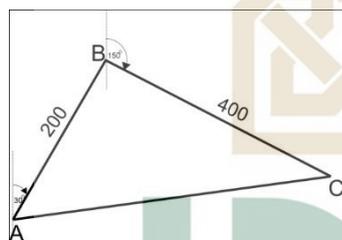
Berdasarkan informasi tersebut dapat dicari jarak antar pelabuhan.

Jarak A ke B = *waktu* × *kecepatan*

$$= 4 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 200 \text{ mil}$$

Jarak B ke C = *waktu* × *kecepatan*

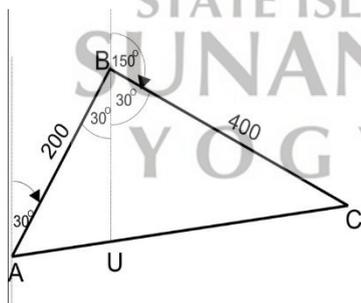
$$= 8 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 400 \text{ mil}$$



Untuk mengetahui panjang ruas garis AC digunakan aturan cosinus sebagai berikut:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) (\cos \angle ABC)$$

Karena besar $\angle ABC$ belum diketahui, maka akan dicari besar $\angle ABC$ terlebih dahulu.



$$\angle ABU = 30^\circ$$

$$\angle UCB = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\angle ABC = \angle ABU + \angle UBC$$

$$= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)

Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia

<p>Selanjutnya substitusi $\angle ABC = 60^\circ$ ke</p> $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) (\cos \angle ABC)$ $AAC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) (\cos \angle ABC)$ $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) (\cos \angle ABC)$ $AC^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) (\cos 60^\circ)$ $AC^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) \left(\frac{1}{2}\right)$ $AC^2 = 40000 + 160000 - 160000$ $AC^2 = 40000 + 160000 - 80000$ $AC^2 = 200000 - 80000$ $AC^2 = 120000$ $AC = \sqrt{120000}$ $AC = 200\sqrt{3}$ <p>Dari perhitungan di atas, diperoleh panjang ruas garis AC adalah $200\sqrt{3}$.</p>		
<p>Jadi, jarak tempuh kapal dari pelabuhan C ke A adalah $200\sqrt{3}$ mil.</p>		



RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN III

(RPP)

Sekolah	: SMA Negeri 1 Kasihan
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/ Semester	: X/ II (Dua)
Materi Pokok	: Aturan sinus dan cosinus
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit (1 kali pertemuan)

A. Kompetensi Inti

- KI 3 Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- KI 4 Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus	3.10.5 Menentukan luas daerah segitiga dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus
4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus	4.10.5 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran diharapkan peserta didik dapat:

- 3.10.5 Menentukan luas daerah segitiga sembarang dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus melalui pembelajaran model *guided discovery* dengan metode *talking stick*
- 4.10.5 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus pada latihan soal

D. Materi Pelajaran

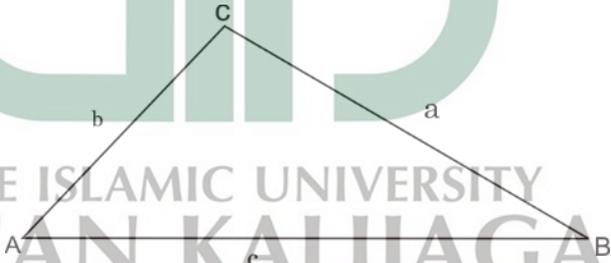
Fakta : Masalah Kontekstual yang berhubungan dengan luas segitiga sembarang

Konsep : luas segitiga, perbandingan trigonometri

Prinsip :

- 1) Luas segitiga jika diketahui dua besar sudut dan panjang satu sisinya
- 2) Luas segitiga jika diketahui dua panjang sisi dan besar satu sudutnya
- 3) Luas segitiga jika diketahui ketiga panjang sisinya

Prosedur : Langkah-langkah menentukan luas daerah pada sembarang segitiga

Luas Daerah Segitiga	
	<p>Perhatikan gambar segitiga dibawah ini</p>  <p style="text-align: center;">STATE ISLAMIC UNIVERSITY SUNAN KALIAGA YOGYAKARTA</p> <p style="text-align: center;">(Gambar 5.7 Luas Daerah Segitiga)</p> <p>a. Luas daerah segitiga jika diketahui panjang dua sisi dan besar sudut yang diapit oleh kedua sisi dapat ditentukan dengan rumus berikut.</p> $L = \frac{1}{2} ab \sin \angle C$ $L = \frac{1}{2} ac \sin \angle B$ $L = \frac{1}{2} bc \sin \angle A$ <p>b. Luas daerah segitiga jika diketahui panjang salah satu sisi dan besar dua sudutnya dapat ditentukan dengan rumus berikut.</p> $L = \frac{a^2 \cdot \sin \angle B \cdot \sin \angle C}{2 \sin \angle A}$

	$L = \frac{b^2 \cdot \sin \angle A \cdot \sin \angle C}{2 \sin \angle B}$ $L = \frac{c^2 \cdot \sin \angle A \cdot \sin \angle B}{2 \sin \angle C}$
	c. Luas daerah segitiga jika diketahui panjang ketiga sisinya dapat ditentukan dengan rumus berikut.
	$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
	dengan $s = \frac{1}{2} (a + b + c) = \frac{1}{2}$ keliling ΔABC .

E. Metode Pembelajaran

Pembelajaran matematika menggunakan model *guided discovery learning* dipadukan dengan metode *talking stick*.

Langkah-langkah pembelajaran dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Fase I, yaitu menjelaskan tujuan/mempersiapkan peserta didik
2. Fase II, yaitu orientasi siswa pada masalah
3. Fase III, yaitu merumuskan hipotesis
4. Fase IV, yaitu melakukan kegiatan penemuan
5. Fase V, yaitu mempresentasikan hasil kegiatan penemuan
6. Fase VI, yaitu mengevaluasi

F. Media dan Sumber Pembelajaran

Media Pembelajaran : LKPD (Lembar Kerja Peserta Didik)

Sumber Belajar :

Buku matematika pegangan siswa Kemendikbud Kelas X Kurikulum 2013

G. Langkah – Langkah Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
Pendahuluan	1.	Guru membuka pembelajaran dengan mengucapkan salam dan mengajak peserta didik untuk berdo'a bersama	Peserta didik menjawab salam dan berdo'a bersama guru
	2.	Guru memeriksa kehadiran dan kesiapan belajar peserta didik	Peserta menyiapkan diri baik secara fisik maupun mental untuk belajar
	3.	Guru menyampaikan tujuan dan manfaat pembelajaran	Peserta didik mendengarkan tujuan pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu	
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik		
Inti	1.	Guru menyampaikan apersepsi awal (Terlampir pada Apersepsi pertemuan III) (Fase I:menjelaskan tujuan pembelajaran)	Peserta didik mendengarkan apersepsi yang diberikan guru	3 menit
	2.	Guru menjelaskan mengenai model pembelajaran yang akan digunakan yakni model pembelajaran <i>guided discovery learning</i> dipadukan dengan metode <i>talking stick</i>	Peserta didik mendengarkan penjelasan guru	2 menit
	3.	Guru membagi peserta didik kedalam 8-9 kelompok dengan setiap kelompok terdiri atas 3-4 peserta didik. Pembagian dilakukan dengan menggabungkan dua meja yang berdekatan menjadi satu kelompok	Peserta didik berkumpul bersama kelompoknya	5 menit
	4.	Guru membagikan LKPD pertemuan III mengenai luas daerah segitiga kepada masing-masing peserta didik	Peserta didik menerima LKPD pertemuan I tentang aturan sinus	
	5.	Guru menyajikan masalah awal yang sudah disiapkan di LKPD terkait cara menentukan luas sebidang tanah yang berbentuk segitiga sembarang dan meminta peserta didik untuk mencoba mengidentifikasi masalah tersebut. (Fase 2: orientasi masalah) Dialog : “Bagaimana anak-anak? Adakah yang bisa	Peserta didik membaca dan mencoba memahami masalah awal yang telah diberikan	5 menit

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
		menyelesaikan permasalahan tersebut?"	
6.	<p>Guru membimbing peserta didik mengidentifikasi masalah awal serta merumuskan jawaban dari pertanyaan yang diajukan (Fase 3: merumuskan hipotesis)</p> <p>Dialog:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. "Apakah kalian menemukan kesulitan dalam menentukan luas tanah tersebut?" 2. "Coba identifikasi terlebih dahulu mengenai apa saja yang diketahui pada soal sehingga kalian dapat menentukan rumusan masalah yang akan kalian cari" 	<p>Peserta didik menjawab pertanyaan yang diberikan guru dan mulai mengidentifikasi masalah yang diberikan</p>	8 menit
7.	<p>Guru meminta peserta didik melakukan kegiatan penemuan dengan mengikuti langkah-langkah petunjuk dalam menemukan luas segitiga di LKPD. Diawali dengan menentukan luas segitiga jika diketahui panjang dua sisi dan besar sudut yang diapitnya, lalu luas segitiga jika diketahui panjang sisi dan besar 2 sudut nya, lalu yang terakhir luas segitiga ketika diketahui ketiga sisinya</p> <p>(Fase 4: Kegiatan penemuan)</p>	<p>Peserta didik melakukan kegiatan penemuan dalam menemukan konsep luas daerah segitiga sembarang</p>	12 menit
8.	<p>Guru memberikan intervensi yang sesuai untuk memandu perkembangan diskusi masing-masing kelompok</p>	<p>Peserta didik fokus bertanya dan mengerjakan LKPD yang diberikan guru</p>	5 menit

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
	sehingga peserta didik mampu menemukan konsep dan menggeneralisasikan aturan penentuan luas segitiga dengan karakteristik yang berbeda-beda		
9.	Guru meminta peserta didik berdiskusi kembali dengan teman sekelompok untuk menjawab permasalahan awal yang diberikan di LKPD beserta Latihan soal yang diberikan	Peserta didik berdiskusi untuk menjawab permasalahan awal yang diberikan beserta soal latihan	10 menit
10.	<i>(Talking Stick)</i> Guru meminta peserta didik berhenti berdiskusi	Peserta didik berhenti berdiskusi	20 menit
11.	Guru mengambil tongkat dan menyiapkan musik, kemudian guru menginformasikan bahwa akan dilakukan metode talking stick	Peserta didik bersiap mengikuti instruksi guru	
12.	Guru memberikan tongkat pada salah satu kelompok. Kemudian, perwakilan kelompok maju untuk bermain. Tongkat tadi kemudian diberikan dari kelompok satu ke kelompok lainnya dengan disertai musik. Ketika musik dihentikan oleh guru, kelompok yang menerima tongkat diwajibkan memilih salah satu anggotanya untuk mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya di depan kelas. (Fase 5 : mempresentasikan hasil diskusi) Tambahannya:	Peserta didik mengikuti instruksi guru	

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan		Alokasi Waktu
	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik	
		Guru dapat melakukan permainan berkai-kali sesuai dengan banyaknya latihan soal yang diujikan Kelompok yang sudah terpilih boleh melakukan presentasi lagi asalkan perwakilan kelompok yang presentasi tidak sama.	
	13.	Guru bersama-sama peserta didik menarik kesimpulan dari hasil penemuan yang telah dilakukan dan memberikan penjelasan ulang terkait penggunaan aturan penggunaan rumus pada tiga ketentuan yang berbeda (Fase 6: Evaluasi)	Peserta didik bersama guru menyimpulkan materi pada pertemuan I 10 menit
Penutup	1.	Guru meminta peserta didik untuk mengumpulkan LKPD III	Peserta didik mengumpulkan LKPD I 5 menit
	2.	Guru memberikan informasi mengenai materi yang akan diajarkan pada pertemuan berikutnya yakni mencari luas segitiga pada segitiga sembarang menggunakan aturan sinus dan cosinus	Peserta didik mendengarkan dan memperhatikan informasi yang telah diberikan oleh guru
	3.	Guru menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam.	Peserta didik menjawab salam
Total			90 menit

H. Penilaian Hasil Belajar

Teknik : Tes

Bentuk : Uraian

Yogyakarta, November 2020

Mengetahui,

Guru pembimbing

Mahasiswa



Ria Zuliana, M.Pd
NIP. 19860709 200903 2 001



Badrul Laelatuz Zahro
NIM. 16600048



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

LAMPIRAN APERSEPSI RPP PERTEMUAN III

Kompetensi Dasar :

3. 10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus

Indikator :

3.10.5 Menentukan luas daerah segitiga dengan menggunakan aturan sinus

4.10.2 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga dengan menggunakan aturan sinus

Dialog I

Guru : “Anak-anak pada kesempatan kali ini kita akan belajar mengenai cara menentukan luas segitiga pada segitiga sembarang. Kalian masih ingat mengenai cara mencari luas segitiga pada saat SMP dulu?”

Peserta didik : “iya ingat”

Guru : “Bagaimana cara menentukan luas segitiga jika dalam soal sudah diketahui alas dan tinggi dari segitiga tersebut?”

Peserta didik : “mencari luas segitiga dapat dilakukan dengan mengalikan alas dan tinggi segitiga lalu dibagi dua”

Guru : “Baik bagus. Selanjutnya coba kalian buka catatan kalian kembali mengenai aturan sinus dan cosinus yang telah dibahas pada pertemuan sebelumnya. Masih ingat? Coba apa rumus aturan sinus dan cosinus?”

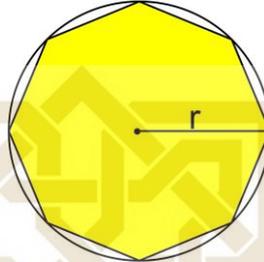
Peserta didik : “rumus aturan sinus adalah $\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}$.”

Sedangkan aturan cosinus adalah kuadrat salah satu sisi sama dengan jumlah kuadrat kedua sisi lainnya dikurangi dua kali perkalian dua sisi itu dengan cosinus sudut yang diapitnya.”

Guru : “nah bagus. Untuk membahas mengenai cara menentukan luas dibawah ini tentu akan sangat berkaitan juga dengan materi sebelumnya yakni aturan sinus dan cosinus”

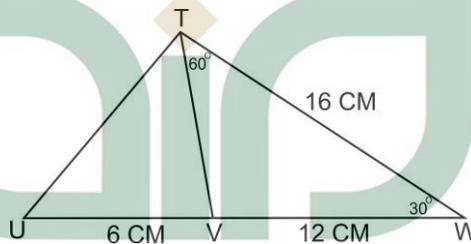
LATIHAN SOAL
(PERTEMUAN III)

1. Di dalam sebuah lingkaran dibuat segi delapan beraturan seperti gambar di bawah ini.



Diketahui bahwa luas segi delapan beraturan adalah $162\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Mira berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut kurang dari 8 cm. sedangkan Dista berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut lebih dari 8 cm. Menurut anda, pendapat siapa yang benar ? Kemukakan alasan anda!

2. Perhatikan gambar halaman rumah Rina berikut ini.



Rina sedang melakukan perbandingan luas antara taman dengan halaman belakang rumahnya. Jika dalam perhitungannya luas taman adalah $\frac{2}{5}$ dari luas halaman belakang. Alasannya luas halaman belakang rumahnya (ΔTUW) adalah 148 cm dan luas taman (ΔTVW) adalah 96 cm. menurut anda, apakah alasan yang dikemukakan Rina benar? Kemukan alasan anda!

Alternatif Jawaban

No	Alternatif Jawaban	Indikator Kemampuan Berpikir Kritis	Skor
1.	<p>Diketahui: Luas segi-8 beraturan = $162\sqrt{2} \text{ cm}^2$ Ditanya: pendapat yang benar mengenai soal dan alasannya</p> <hr/> <p>Penyelesaian: Luas segi-8 beraturan = $162\sqrt{2} \text{ cm}^2$ Segi-8 berada dalam lingkaran menandakan bahwa segi-8 merupakan segitiga sama kaki dengan panjang kedua kakinya merupakan panjang jari-jari lingkaran. sehingga besar sudut segi-8 tiap bagian adalah $\alpha = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ Luas satuan segitiga = $\frac{1}{2} \times a \times b \times \sin C$ $= \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin 45^\circ$ <i>Luas segi – 8 = 8 × luas satu segitiga</i> $162\sqrt{2} = 8 \times \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin 45$ $\Leftrightarrow 162\sqrt{2} = 8 \times \frac{1}{2} \times r \times r \times \frac{1}{2}\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow 162\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \times r^2$ $\Leftrightarrow r^2 = \frac{162\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow r^2 = 81$ $\Leftrightarrow r = \sqrt{81}$ $\Leftrightarrow r = 9$ Diperoleh jari-jari dari lingkaran tersebut adalah 9 cm Jadi, pendapat Dista bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut lebih dari 8 cm adalah benar dikarenakan $9 > 8$.</p>	<p>Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)</p> <hr/> <p>Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta</p>	0-2

<p>2. Diketahui: $UV = 6\text{ cm}$ $TW = 16\text{ cm}$ $WU = 18\text{ cm}$ $\angle TWU = 30^\circ$ luas ΔTUV : luas $\Delta TVW = 3 : 2$</p>	<p>Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta</p>	<p>0-4</p>
<p>Ditanya: Apakah alasan yang dikemukakan Rina benar?</p>		
<p>Penyelesaian: Alasan yang dikatakan oleh Rina Salah. Alasan: Luas $\Delta TUV = \frac{1}{2} \times TW \times WU \times \sin W$ Luas $\Delta TUV = \frac{1}{2} \times 16\text{ cm} \times 18\text{ cm} \times \sin 30^\circ$ Luas $\Delta TUV = \frac{1}{2} \times 16\text{ cm} \times 18\text{ cm} \times \frac{1}{2}$ Luas $\Delta TUV = 72\text{ cm}^2$ Jadi, luas ΔTUV adalah 72 cm^2. Luas $\Delta TVW = \frac{1}{2} \times TW \times WV \times \sin W$ Luas $\Delta TVW = \frac{1}{2} \times 16\text{ cm} \times 12\text{ cm} \times \sin 30^\circ$ Luas $\Delta TVW = \frac{1}{2} \times 16\text{ cm} \times 12\text{ cm} \times \frac{1}{2}$ Luas $\Delta TVW = 48\text{ cm}^2$ Jadi, luas ΔTVW adalah 48 cm^2. Luas ΔTUV : Luas $\Delta TVW = 72 : 48$ Luas ΔTUV : Luas $\Delta TVW = 3 : 2$</p>	<p>Mengevaluasi argumen yang diujikan</p>	
<p>Jadi, perbandingan Luas ΔTUV dan ΔTVW adalah $3 : 2$ Alasannya adalah karena ΔTUV memiliki luas 72 cm^2 dan ΔTVW memiliki luas 48 cm^2. Sedangkan Rina mengatakan bahwa ΔTUV memiliki luas 148 cm^2 dan ΔTVW memiliki luas 96 cm^2 artinya alasan Rina salah.</p>		



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

ATURAN SINUS & COSINUS

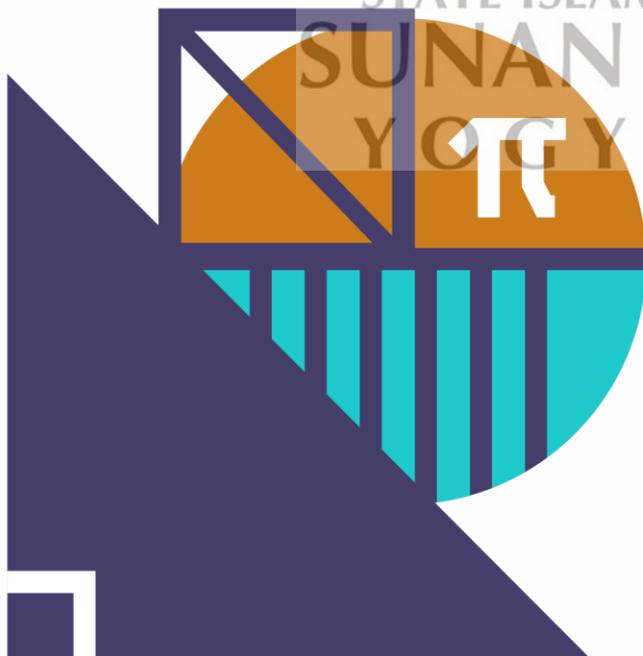
BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY
DENGAN METODE TALKING STICK

UNTUK SMA/MA
KELAS

X

SEMESTER GENAP

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



Nama :
Kelas/No.absen :
Sekolah :

MODEL *GUIDED DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK*

Pembelajaran pada LKPD yang disusun menggunakan model *guided discovery* dengan metode *talking stick*. Langkah-langkah yang terdapat dalam pembelajaran ini meliputi 6 fase yakni:

Fase I : menjelaskan tujuan/ mempersiapkan siswa

Pada tahap ini, guru mempersiapkan siswa untuk belajar dengan menjelaskan tujuan pembelajaran dan memberikan apersepsi awal sebelum masuk ke dalam materi.

Tahap ini dijabarkan pada *point A*. Mari mengingat

Fase II : Orientasi pada masalah

Pada tahap ini, guru melakukan orientasi dengan menyajikan masalah awal kepada siswa untuk dianalisa. Tahap ini dijabarkan pada *point B*. Mari mengidentifikasi masalah

Fase III : merumuskan hipotesis

Pada tahap ini, guru membantu siswa untuk menemukan hipotesis dari permasalahan yang disajikan pada tahap orientasi.

Fase IV : melakukan kegiatan penemuan

Pada tahap ini, guru membimbing siswa melakukan kegiatan penemuan melalui media Lembar kerja peserta didik. Tahap ini dijabarkan pada *point C*. Mari menemukan

Fase V : mempresentasikan hasil kegiatan penemuan

Pada tahap ini, siswa mempresentasikan hasil penemuannya ke depan kelas. Siswa melakukannya sesuai dengan metode *talking stick* yang telah dijelaskan guru yaitu dengan media tongkat dan iringan musik. Tahap ini dijabarkan pada *point D*. Mari mengaplikasikan

Fase VI : Evaluasi

Pada tahap ini, guru melakukan evaluasi dan penekanan akan prinsip pada materi yang sedang dipelajari

PETUNJUK PENGGUNAAN LKPD

1. Bacalah LKPD dengan cermat dan teliti
2. Baca dan pahami masalah yang diberikan
3. Ikuti langkah-langkah yang telah diberikan di LKPD
4. Diskusikan hasil pekerjaanmu dengan teman kelompokmu
5. Jawablah pertanyaan yang diajukan ke kolom yang telah disediakan
6. Presentasikan hasil diskusi ke depan kelas sesuai dengan petunjuk guru
7. Apabila menemui kesulitan, mintalah petunjuk tambahan pada guru

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

ATURAN SINUS & COSINUS

BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY
DENGAN METODE TALKING STICK

UNTUK SMA/MA
KELAS

X

SEMESTER GENAP

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



PERTEMUAN KE- 1

Kelompok :
Nama Anggota :

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

KOMPETENSI DASAR

- 3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
- 4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

INDIKATOR

- 3.10.1 Menemukan konsep aturan sinus pada segitiga sembarang
- 3.10.3 Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus
- 4.10.1 Menentukan panjang sisi dan besar sudut segitiga menggunakan aturan sinus
- 4.10.3 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus

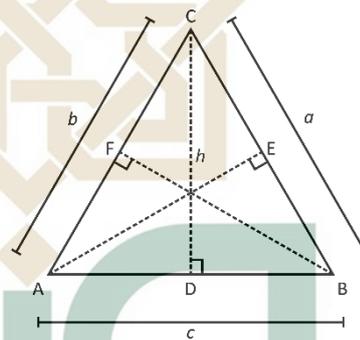
TUJUAN

- Setelah mengikuti proses pembelajaran diharapkan siswa dapat:
1. Menemukan konsep aturan sinus segitiga sembarang
 2. Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus
 3. Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan sinus dan cosinus
 4. Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus

A. MARI MENGINGAT

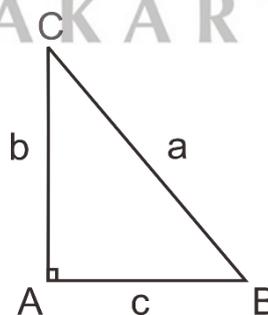
Sebelum belajar mengenai materi aturan sinus, mari mengingat kembali konsep garis tinggi dan perbandingan trigonometri segitiga siku-siku.

Garis Tinggi Segitiga



Ada berapa garis tinggi yang terdapat pada segitiga ABC? Sebutkan!

Perbandingan Trigonometri



$$\sin \angle B =$$

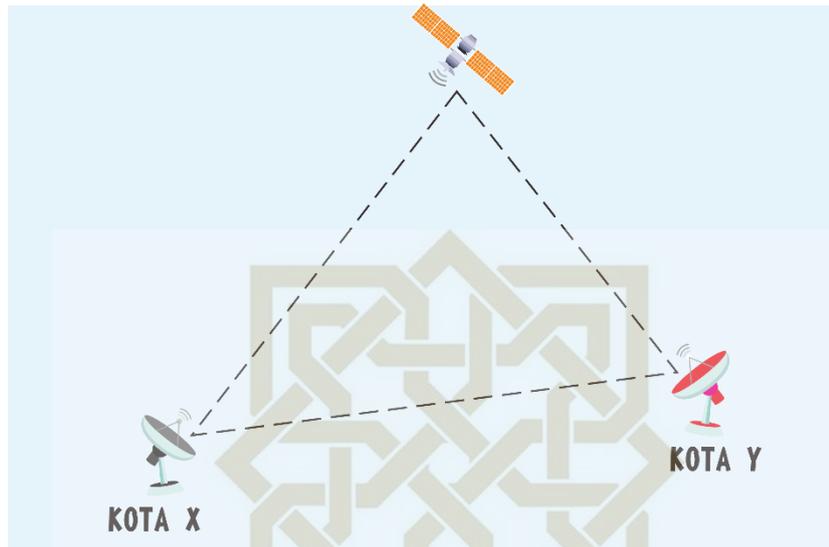
$$\cos \angle B =$$

$$\sin \angle C =$$

$$\cos \angle C =$$

B.

**MARI MENGIDENTIFIKASI
MASALAH**



Stasiun monitor di dua kota yang berbeda yakni kota X dan Y sedang melakukan pelacakan pada sebuah satelit yang sama. Stasiun monitor menggunakan radar untuk melakukan pelacakan pada satelit dengan tujuan untuk mengetahui apakah satelit tersebut melakukan orbit pada tempatnya. Jika jarak antara kota X dan Y adalah 200 km dan sudut elevasi satelit yang terbentuk oleh masing-masing kota adalah 60° dan 75° . ($\sqrt{3} \cong 1,732, \sqrt{6} \cong 2,449$)

Pertanyaan :

1. Dapatkah kalian menentukan berapa jarak antara satelit dan stasiun monitor kota X?
2. Dapatkah kalian menentukan berapa jarak antara satelit dan stasiun monitor kota Y?

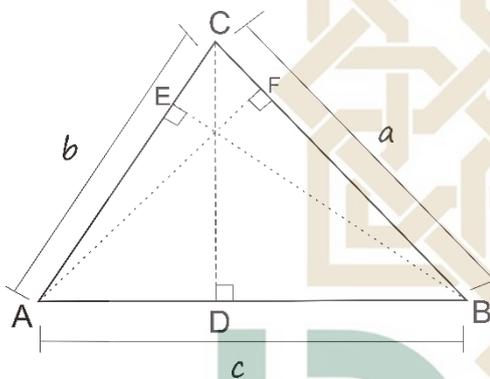
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

C. MARI MENEMUKAN

Untuk dapat menyelesaikan masalah awal diatas, ikuti langkah-langkah menemukan konsep aturan sinus pada kegiatan I (segitiga lancip), II (segitiga tumpul), dan III (segitiga siku-siku)

KEGIATAN I

Perhatikan gambar segitiga lancip dibawah ini



Ingat: garis CD , AE , BF adalah garis tinggi dari $\triangle ABC$

1

Perhatikan $\triangle ACD$ siku-siku di D . Tentukan nilai $\sin \angle A$

$$\sin \angle A = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow CD = \dots$$

$$\Leftrightarrow CD = \dots$$

(i)

2

Perhatikan $\triangle BCD$ siku-siku di D . Tentukan nilai $\sin \angle B$

$$\sin \angle B = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow CD = \dots$$

$$\Leftrightarrow CD = \dots$$

(ii)

Berdasarkan persamaan i dan ii, panjang garis tinggi $\triangle ACD$ dan $\triangle BCD$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow \frac{\dots}{\dots} &= \frac{\dots}{\dots} \end{aligned} \quad (1)$$

3

Perhatikan $\triangle ABE$ siku-siku di E. Tentukan nilai $\sin \angle B$

$$\begin{aligned} \sin \angle B &= \frac{\dots}{\dots} \\ \Leftrightarrow \frac{AE}{AB} &= \frac{\dots}{\dots} \\ \Leftrightarrow \frac{AE}{AB} &= \dots \end{aligned} \quad (\text{iii})$$

4

Perhatikan $\triangle BEC$ siku-siku di E. Tentukan nilai $\sin \angle C$

$$\begin{aligned} \sin \angle C &= \frac{\dots}{\dots} \\ \Leftrightarrow \frac{BE}{BC} &= \frac{\dots}{\dots} \\ \Leftrightarrow \frac{BE}{BC} &= \dots \end{aligned} \quad (\text{iv})$$

Berdasarkan persamaan (iii) dan (iv), panjang garis tinggi $\triangle ABE$ dan $\triangle BCD$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow \frac{\dots}{\dots} &= \frac{\dots}{\dots} \end{aligned} \quad (2)$$

5

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

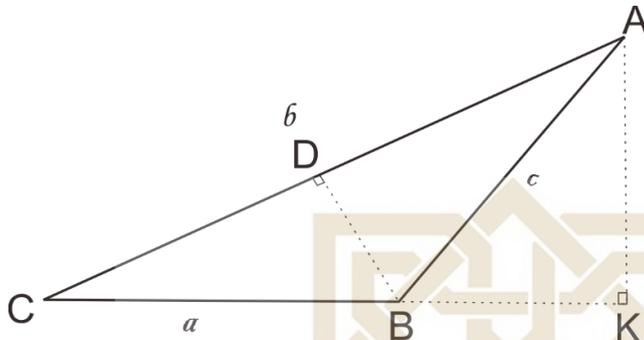
$$\frac{a}{\dots} = \frac{\dots}{\sin B} = \frac{c}{\dots}$$

Sehingga diperoleh aturan sinus yang berlaku pada segitiga lancip ABC adalah

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KEGIATAN II

Perhatikan gambar segitiga tumpul dibawah ini



1 Perhatikan $\triangle BAK$ siku-siku di K. tentukan nilai $\sin \angle ABK$

$$\begin{aligned} \sin \angle ABK &= \dots \\ \Leftrightarrow \sin(180^\circ - \dots) &= \dots \\ \Leftrightarrow \sin \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow \sin \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow AK &= \dots \quad (v) \end{aligned}$$

Dalam mengerjakan point 1, Ingat beberapa hal di bawah ini:

- $\angle ABK$ adalah pelurus dari $\angle ABC$
Sudut berpelurus = $\alpha + \beta = 180^\circ$
- Perbandingan trigonometri di kuadran II
 $\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$

2 Perhatikan $\triangle CAK$ siku-siku di K. tentukan nilai $\sin \angle C$

$$\begin{aligned} \sin C &= \dots \\ \Leftrightarrow AK &= \dots \\ \Leftrightarrow AK &= \dots \quad (vi) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (v) dan (vi), panjang garis tinggi $\triangle BAK$ dan $\triangle CAK$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow \dots &= \dots \quad (3) \end{aligned}$$

3 Perhatikan $\triangle BAD$. tentukan nilai $\sin \angle A$

$$\begin{aligned} \sin \angle A &= \frac{\dots}{\dots} \\ \Leftrightarrow BD &= \dots \\ \Leftrightarrow BD &= \dots \end{aligned} \quad (v)$$

4 Perhatikan $\triangle BCD$ siku-siku di D. Tentukan nilai $\sin \angle C$

$$\begin{aligned} \sin \angle C &= \frac{\dots}{\dots} \\ \Leftrightarrow BD &= \dots \\ \Leftrightarrow BD &= \dots \end{aligned} \quad (vi)$$

Berdasarkan persamaan (vii) dan (viii), panjang garis tinggi $\triangle BAD$ dan $\triangle BCD$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow \frac{\dots}{\dots} &= \frac{\dots}{\dots} \end{aligned} \quad (4)$$

5 Dari persamaan (3) dan (4) diperoleh

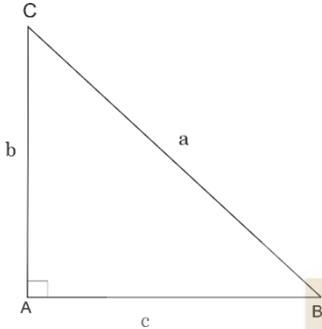
$$\frac{a}{\dots} = \frac{\dots}{\sin B} = \frac{c}{\dots}$$

Sehingga diperoleh aturan sinus yang berlaku pada segitiga tumpul ABC adalah

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KEGIATAN III

Perhatikan gambar segitiga siku-siku dibawah ini.



1

Perhatikan ΔABC , tentukan nilai $\sin \angle A$.

$$\angle A = \dots$$

$$\sin \angle A = \sin \dots = \dots$$

Perhatikan garis BC

$$BC = a$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{a}{1}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{\dots}{\sin \dots}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{a}{\sin \dots} \dots (1)$$

Ingat: Dalam menentukan nilai $\sin \angle A$, ingat bahwa ΔABC siku-siku di A.

2

Perhatikan ΔABC , tentukan nilai $\sin \angle B$.

$$\sin \angle B = \dots$$

$$\Leftrightarrow a = \dots \dots (2)$$

3

Pada ΔABC , tentukan nilai $\sin \angle C$.

$$\sin \angle C = \dots$$

$$\Leftrightarrow a = \dots \dots (3)$$

4

Berdasarkan persamaan (1), (2) dan (3) diperoleh

$$\frac{\dots}{\sin B} = \frac{c}{\dots} = a = \frac{a}{\dots} = \frac{a}{\sin 90^\circ} = \frac{a}{\dots} \dots (4)$$

Berdasarkan persamaan (4) dapat disimpulkan aturan sinus yang berlaku pada segitiga siku-siku ABC adalah

Kesimpulan:

D. MARI MENGAPLIKASIKAN

Terapkan rumus aturan sinus yang kamu dapat pada soal masalah awal



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

LATIHAN SOAL

1. Diketahui besar sudut B adalah 60° dan sudut C adalah 45° . Sedangkan panjang ruas AB adalah 8 cm. Tentukan unsur lain dalam segitiga ABC tersebut.

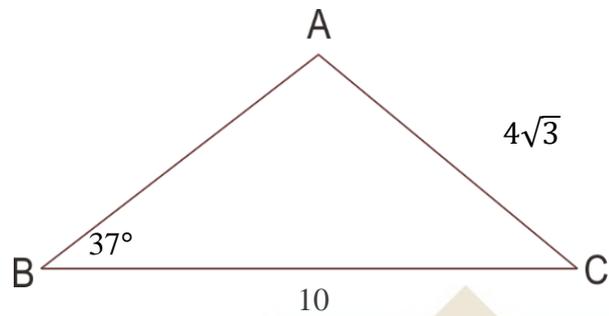
Penyelesaian

2. Pak Hendi memiliki dua petak tanah yang masing-masing berbentuk segitiga sembarang. Setiap titik sudut pada sebidang tanah ini diberi tonggak pembatas yang masing-masing dihubungkan oleh seutas tali. Pak Hendi berasumsi jika Panjang tali pembatas AC pada tanah 1 lebih panjang dari tali pembatas PR pada tanah kedua dengan perbandingan 3:2. Beliau beralasan karena panjang AC = $90 m^2$ dan panjang PR = $60 m^2$. Menurut anda, apakah benar alasan yang dikemukakan oleh pak Burhan? Selidiki dan kemukakan alasan anda!

Penyelesaian:

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

3. Perhatikan gambar di bawah ini



$$(\sin 37 = \frac{3}{5})$$

Nilai $\sin \angle A$ pada segitiga ABC adalah $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Buktikan nilai kebenaran dari pernyataan tersebut dan kemukakan alasan anda !

Penyelesaian:



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

ATURAN SINUS & COSINUS

BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY
DENGAN METODE TALKING STICK

UNTUK SMA/MA
KELAS

X

SEMESTER GENAP

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



PERTEMUAN KE- 2

Kelompok :
Nama Anggota :

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

KOMPETENSI DASAR

- 3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
- 4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

INDIKATOR

- 3.10.2 Menemukan konsep aturan cosinus pada segitiga sembarang
- 3.10.4 Mengidentifikasi penggunaan aturan cosinus
- 4.10.2 Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan cosinus
- 4.10.4 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan cosinus

TUJUAN

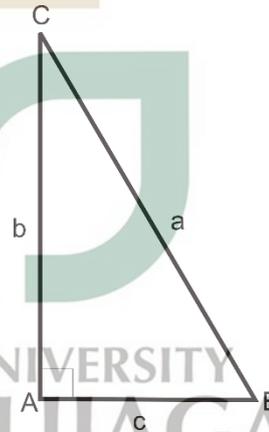
- Setelah mengikuti proses pembelajaran diharapkan siswa dapat:
1. Menemukan konsep aturan sinus segitiga sembarang
 2. Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus
 3. Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan sinus dan cosinus
 4. Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus

A. MARI MENGINGAT

Sebelum belajar mengenai aturan cosinus, mari terlebih dahulu mengingat mengenai Teorema Pythagoras yang pernah dipelajari pada saat jenjang SMP.

Teorema Pythagoras

Diketahui segitiga siku-siku ABC dengan a, b, c merupakan panjang masing-masing sisi segitiga.

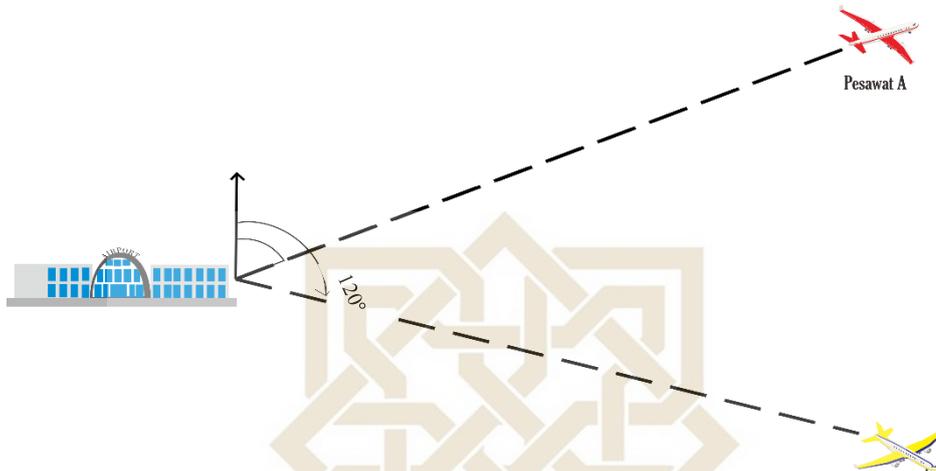


Pada $\triangle ABC$ berlaku teorema Pythagoras:

$$a^2 = \dots + \dots$$

B.

**MARI MENGIDENTIFIKASI
MASALAH**



Pada sebuah Bandara, tidak jarang ditemukan pesawat yang memiliki jadwal keberangkatan yang sama walaupun dengan tujuan yang berbeda. Untuk mengatasi hal ini pihak bandara mengatur agar pesawat-pesawat ini terbang bersamaan dengan landaan terbang yang berbeda. Hal ini terjadi pula pada Bandara Kota X. Dua pesawat yakni pesawat A dan B memiliki jadwal keberangkatan yang sama yakni pukul 14.00 WIB. Sesuai prosedur, Dua pesawat ini meninggalkan bandara X secara bersamaan dengan landasan terbang yang berbeda. Pesawat A terbang pada arah 60 dengan kecepatan 400 km/jam sedangkan pesawat B terbang dengan arah 120 pada kecepatan 525 km/jam.

Berdasarkan informasi ini, dapatkah kalian menentukan berapa jarak antara kedua pesawat tersebut setelah terbang selama 1 jam?

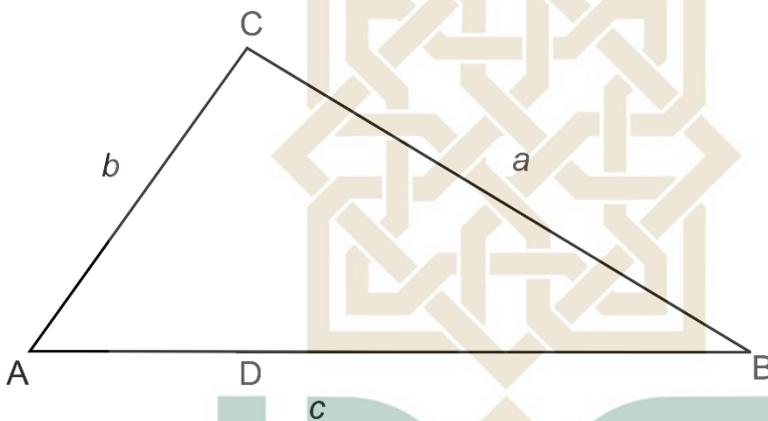
C. MARI MENEMUKAN

Cara yang dapat kamu lakukan untuk mengukur jarak tersebut adalah dengan menggunakan aturan cosinus! Cari konsep rumus aturan cosinus dengan mengikuti kegiatan di bawah ini

KEGIATAN I

Menemukan Aturan cosinus pada segitiga sembarang

Perhatikan gambar segitiga dibawah ini



1 Gambarlah garis tinggi pada segitiga ABC

2 Berdasarkan langkah 1, terbentuk dua buah segitiga siku-siku yakni segitiga
Dan segitiga

3

Dengan menggunakan teorema Pythagoras pada segitiga pertama dan segitiga kedua, dapat ditunjukkan sebagai berikut

Pada segitiga ...

$$\begin{aligned} & \dots^2 = \dots^2 + \dots^2 \\ \Leftrightarrow & \dots^2 = \dots^2 - \dots^2 \\ \Leftrightarrow & \dots^2 = \dots^2 - \dots^2 \quad \dots \text{ (i)} \end{aligned}$$

Pada segitiga ...

$$\begin{aligned} & \dots^2 = \dots^2 + \dots^2 \\ \Leftrightarrow & \dots^2 = \dots^2 - \dots^2 \\ \Leftrightarrow & \dots^2 = \dots^2 - \dots^2 \quad \dots \text{ (ii)} \end{aligned}$$

4

Persamaan kuadrat pada segitiga pertama dan kedua dapat dituliskan sebagai berikut (menghasilkan persamaan iii)

$$\dots^2 = \dots^2$$

5

Pada segitiga ACD, $\cos A = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$, maka $x = \dots$

Selanjutnya, substitusikan nilai $x = \dots$ ke dalam persamaan (iii)

$$\begin{aligned} & \dots^2 = \dots^2 - \dots^2 + \dots \\ \Leftrightarrow & \dots^2 = \dots^2 - \dots^2 + \dots \\ \Leftrightarrow & \dots^2 = \dots \end{aligned}$$

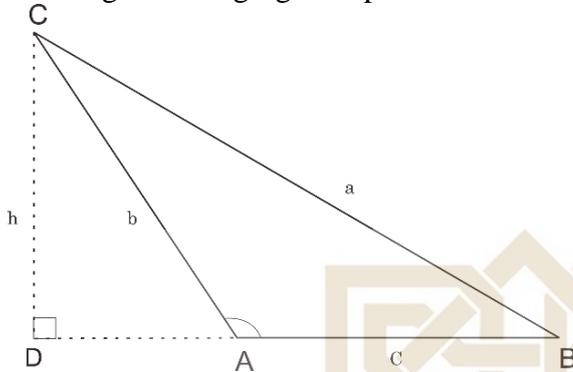
Cara ini dapat digunakan untuk dua keadaan yaitu

$$c^2 = \dots$$

$$b^2 = \dots$$

KEGIATAN II

Perhatikan gambar segitiga tumpul dibawah ini



1

Dengan menggunakan teorema pythagoras pada segitiga siku-siku BCD dan ACD , diperoleh:

$$a^2 = \dots + \dots \quad \dots (1)$$

2

Dengan menggunakan teorema pythagoras pada segitiga siku-siku ACD , diperoleh:

$$\begin{aligned} \sin \angle CAD &= \dots \\ \Leftrightarrow \sin(180 - \angle CAB) &= \dots \\ \Leftrightarrow \sin \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow h &= \dots \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \cos \angle CAD &= \dots \\ \Leftrightarrow \cos(180 - \angle CAB) &= \dots \\ \Leftrightarrow \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow AD &= \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Dalam mengerjakan point 2 dan 3, ingat beberapa hal di bawah ini:

a. $\angle CAD$ adalah pelurus dari $\angle CAB$

$$\text{Sudut berpelurus} = \alpha + \beta = 180^\circ$$

b. Perbandingan trigonometri di kuadran II

$$\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$$

3

Substitusi persamaan (2) dan (3) ke persamaan (1)

$$a^2 = h^2 + BD^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = h^2 + (AB + AD)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \dots^2 + \dots^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \dots$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \dots$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \dots$$

Sehingga diperoleh aturan cosinus yang berlaku pada segitiga tumpul ΔABC adalah

$$a^2 = \dots$$

Dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama diperoleh:

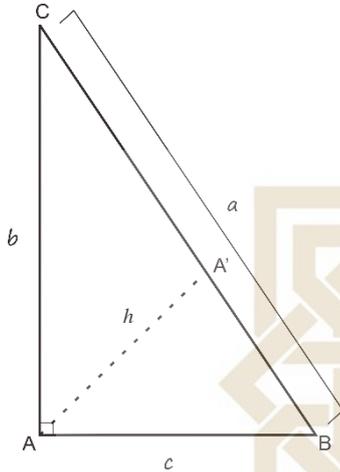
$$b^2 = \dots$$

$$c^2 = \dots$$

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KEGIATAN III

Menemukan Aturan cosinus pada segitiga siku-siku



Perhatikan bahwa pada gambar $\triangle ABC$, terdapat 3 segitiga siku-siku $BAC, AA'C, AA'B$.

1 Berdasarkan gambar segitiga ABC , dapat diperoleh:

$$\begin{aligned} 1) \quad & a^2 = \dots + \dots \\ 2) \quad & b^2 = h^2 + A'C^2 \\ & \Leftrightarrow b^2 = \dots + (a - \dots)^2 \\ 3) \quad & c^2 = h^2 + A'B^2 \\ & \Leftrightarrow c^2 = \dots + (a - \dots)^2 \end{aligned}$$

2 Perhatikan $\triangle AA'B$. Tentukan nilai $\sin \angle B$ dan $\cos \angle B$

$$\begin{aligned} \sin \angle B &= \dots \\ \Leftrightarrow h &= \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \angle B &= \dots \\ \Leftrightarrow A'B &= \dots \dots (2) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2), tentukan nilai b

$$\begin{aligned} b^2 &= h^2 + (a - A'B)^2 \\ \Leftrightarrow b^2 &= (c \sin \angle B)^2 + (\dots - \dots)^2 \\ \Leftrightarrow b^2 &= \dots \dots (i) \end{aligned}$$

3 Perhatikan $\Delta AA'C$. Tentukan nilai $\sin \angle C$ dan $\cos \angle C$

$$\begin{aligned} \sin \angle C &= \frac{h}{a} \\ \Leftrightarrow h &= a \sin \angle C \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \angle C &= \frac{A'C}{a} \\ \Leftrightarrow A'C &= a \cos \angle C \quad \dots (4) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (4), tentukan nilai c

$$\begin{aligned} c^2 &= h^2 + (a - A'C)^2 \\ \Leftrightarrow c^2 &= (a \sin \angle C)^2 + (a - a \cos \angle C)^2 \\ \Leftrightarrow c^2 &= a^2 \sin^2 \angle C + a^2 (1 - \cos \angle C)^2 \\ \Leftrightarrow c^2 &= a^2 \sin^2 \angle C + a^2 (1 - 2 \cos \angle C + \cos^2 \angle C) \\ \Leftrightarrow c^2 &= a^2 \sin^2 \angle C + a^2 - 2a^2 \cos \angle C + a^2 \cos^2 \angle C \\ \Leftrightarrow c^2 &= a^2 (\sin^2 \angle C + \cos^2 \angle C) - 2a^2 \cos \angle C + a^2 \cos^2 \angle C \\ \Leftrightarrow c^2 &= a^2 - 2a^2 \cos \angle C + a^2 \cos^2 \angle C \quad \dots (ii) \end{aligned}$$

4 Perhatikan ΔABC , dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama seperti persamaan (i) dan (ii) diperoleh

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A \\ \Leftrightarrow a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos 90^\circ \\ \Leftrightarrow a^2 &= b^2 + c^2 - 0 \quad \dots (iii) \end{aligned}$$

Ingat :

Pada segitiga ΔABC , $\angle B = 90^\circ$ $\cos \angle A = \cos 90^\circ = 0$, sehingga $2bc \cos \angle A = 2bc \cos 90 = 0$.

Sehingga diperoleh aturan cosinus yang berlaku pada segitiga siku-siku ΔABC adalah

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \\ b^2 &= a^2 - c^2 \\ c^2 &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Kesimpulan:

D. MARI MENGAPLIKASIKAN

Terapkan rumus aturan cosinus yang kamu dapat pada soal masalah awal

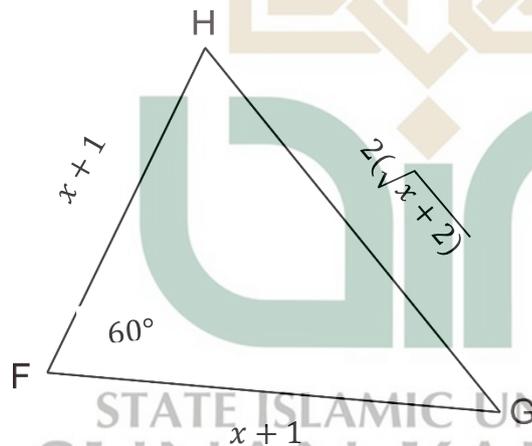

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

LATIHAN SOAL

1. Pada segitiga PQR, panjang sisi $PQ = 7$ cm, $QR = 5$ cm dan $PR = 3$ cm.
Tentukan nilai $\cos P$

Penyelesaian :

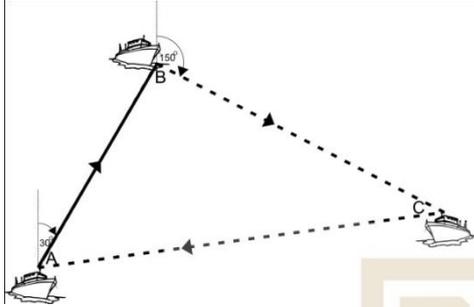
2. Perhatikan gambar berikut.



Berdasarkan gambar diatas, tentukan panjang sisi-sisi dari segitiga tersebut

Penyelesaian :

3. Perhatikan gambar berikut ini!



Sebuah kapal mulai bergerak dari pelabuhan A pada pukul 06.00 dengan arah 30° dan tiba di pelabuhan B setelah 4 jam bergerak. Pukul 13.00 kapal bergerak kembali dari pelabuhan B menuju pelabuhan C dengan memutar haluan 150° dan tiba di pelabuhan C pukul 21.00. kecepatan rata-rata kapal 50 mil/jam .

Berdasarkan informasi di atas, Berapa jarak tempuh kapal dari Pelabuhan C ke Pelabuhan A.

Penyelesaian:

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

ATURAN SINUS & COSINUS

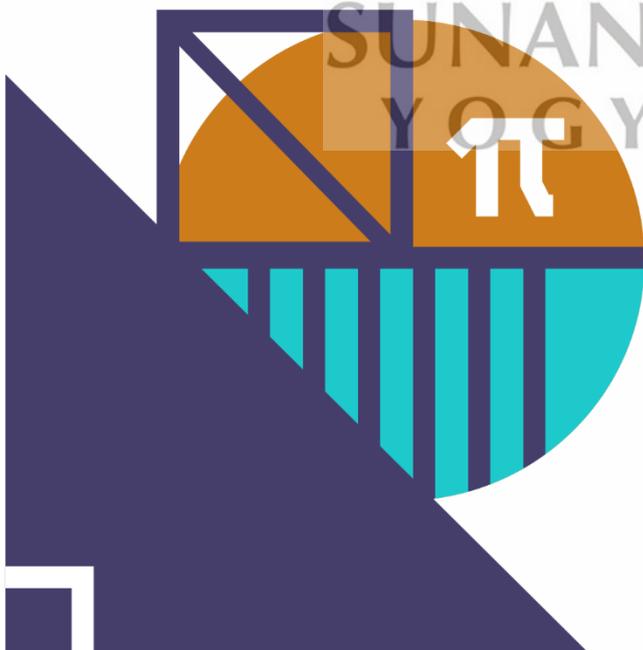
BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY
DENGAN METODE TALKING STICK

UNTUK SMA/MA
KELAS

X

SEMESTER GENAP

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



PERTEMUAN KE- 3

Kelompok :
Nama Anggota :

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

KOMPETENSI DASAR

- 3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
- 4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

INDIKATOR

- 3.10.5 Menentukan luas daerah segitiga sembarang dengan menggunakan aturan sinus
- 4.10.5 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus

TUJUAN

- Setelah mengikuti proses pembelajaran diharapkan siswa dapat:
- menentukan luas daerah segitiga sembarang dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus melalui pembelajaran *guided discovery* dengan metode *talking stick*
 - menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga dengan menggunakan

A. MARI MENINGAT

Sebelum belajar mengenai aturan cosinus, mari terlebih dahulu mengingat mengenai konsep luas segitiga yang pernah dipelajari pada saat jenjang SMP.

Luas Segitiga

Diketahui segitiga siku-siku ABC dengan a , b , c merupakan panjang masing-masing sisi segitiga.

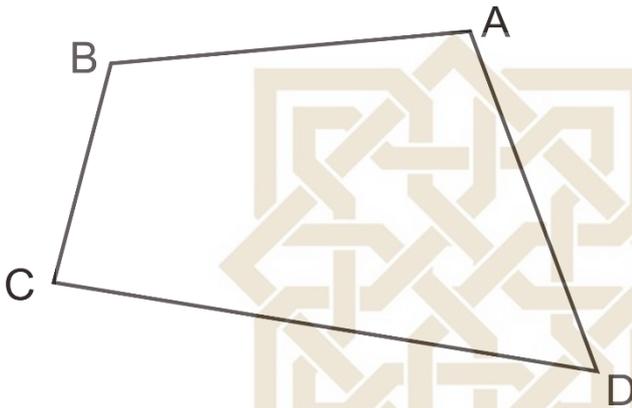


Pada ΔABC berlaku luas segitiga :

$$L \Delta ABC = \dots$$

B.**MARI MENGIDENTIFIKASI
MASALAH**

Pak Hendri memiliki sebidang tanah berbentuk segi empat. Tanah itu dibatasi oleh tonggak-tonggak A, B, C, D . Jarak tonggak A ke $B = 40\text{ m}$, B ke $C = 30\text{ m}$, C ke $D = 50\text{ m}$, D ke $A = 60\text{ m}$, dan B ke $D = 50\text{ m}$.



Berdasarkan keterangan ini, Dapatkah kalian membuat ilustrasi bentuk tanah Pak Hendri

1. Identifikasi jenis-jenis segitiga yang terbentuk dari hasil partisi tanah Pak Hendri?
2. Dapatkah kalian membantu Pak Hendri mengukur luas tanah yang beliau miliki?

Petunjuk :

Coba identifikasi partisi segitiga tersebut ke dalam 3 macam segitiga jika diketahui jumlah sisi dan besar sudutnya

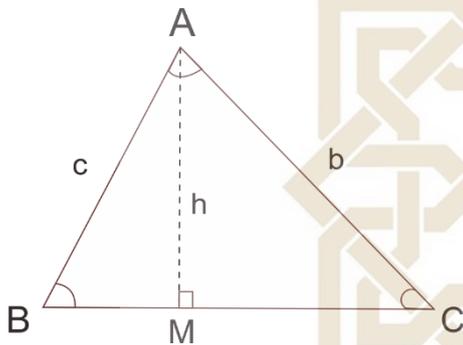
1. Segitiga yang diketahui panjang kedua sisinya dan besar satu sudut yang diapitnya
2. Segitiga yang diketahui panjang satu sisi dan besar dua sudutnya
3. Segitiga yang diketahui panjang ketiga sisinya

C. MARI MENEMUKAN

Lengkapilah langkah-langkah menentukan luas segitiga sembarang di bawah ini

Luas segitiga jika diketahui panjang dua sisi dan besar satu sudutnya

Perhatikan gambar segitiga dibawah ini



1 Perhatikan $\triangle ABM$. tentukan nilai $\sin \angle B$

$$\begin{aligned} \sin \angle B &= \frac{h}{c} \\ \Leftrightarrow AM &= h \\ \Leftrightarrow h &= c \sin \angle B \end{aligned} \quad (i)$$

Substitusikan nilai h pada persamaan (i) ke dalam rumus luas segitiga

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi} \\ \Leftrightarrow L_{ABC} &= \frac{1}{2} \times BC \times h \\ \Leftrightarrow L_{ABC} &= \frac{1}{2} \times BC \times c \sin \angle B \end{aligned} \quad (ii)$$

2 Perhatikan $\triangle ACM$. tentukan nilai $\sin \angle C$

$$\begin{aligned} \sin \angle C &= \frac{h}{b} \\ \Leftrightarrow AM &= h \\ \Leftrightarrow h &= b \sin \angle C \end{aligned} \quad (vi)$$

Substitusikan nilai h pada persamaan (iii) ke dalam rumus luas segitiga

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi} \\ \Leftrightarrow L_{ABC} &= \frac{1}{2} \times BC \times h \\ \Leftrightarrow L_{ABC} &= \frac{1}{2} \times BC \times b \sin \angle C \end{aligned} \quad (iv)$$

3

Pada $\triangle ABC$ berlaku $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ sehingga nilai $\sin \angle C = \dots$

Substitusikan nilai nilai $\sin \angle C$ pada persamaan pada persamaan $L = \frac{1}{2} \times a \cdot b \sin \angle C$

$$L = \frac{1}{2} \times a \cdot b \sin \angle C$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

Sehingga luas segitiga sembarang dengan jenis segitiga yang diketahui panjang dua sisi dan besar satu sudutnya dapat ditunjukkan sebagai berikut

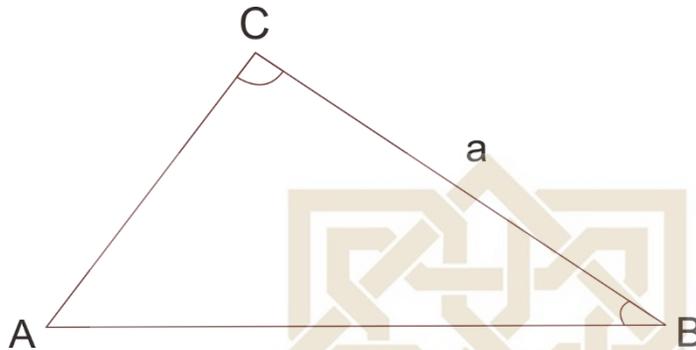
$$L = \dots$$

$$L = \dots$$

$$L = \dots$$

Luas segitiga jika diketahui panjang satu sisi dan besar dua sudutnya

Perhatikan gambar segitiga dibawah ini



1

Dari aturan sinus yang telah kita pelajari sebelumnya, diketahui

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \dots$$
$$\Leftrightarrow a = \dots$$

2

Substitusikan nilai $a = \dots$. ke dalam rumus segitiga $L = \frac{1}{2} ab \sin \angle C$

$$L = \frac{1}{2} \dots \times b \times \sin \angle C$$
$$= \dots$$
$$= \dots$$

Dengan cara yang sama dapat dibuktikan bahwa

$$L_{ABC} = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$$

$$L_{ABC} = \frac{c^2 \sin A \sin B}{2 \sin C}$$

Sehingga luas segitiga sembarang dengan jenis segitiga yang diketahui panjang satu sisi dan besar dua sudutnya dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$L_{ABC} = \dots$$

$$L_{ABC} = \dots$$

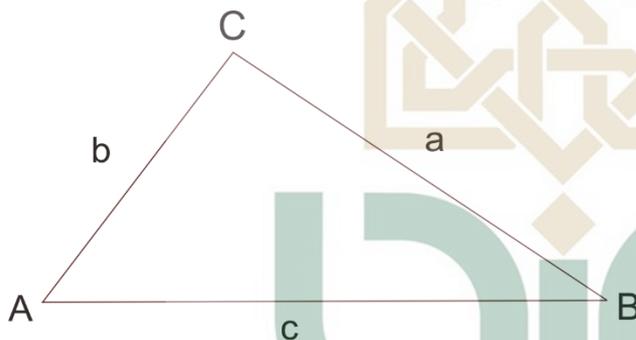
$$L_{ABC} = \dots$$

Luas segitiga jika diketahui panjang ketiga sisinya

Dalam menemukan rumus luas segitiga jenis ini, perlu mengingat mengenai identitas trigonometri dan aturan cosinus yang telah dipelajari sebelumnya

Identitas Trigonometri :	Aturan cosinus
$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$
$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$	$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
$\sin^2 A = (1 + \cos A)(1 - \cos A)$	

Perhatikan segitiga senbarang dibawah ini



1 Uraikan persamaan dibawah ini

$$\begin{aligned} \sin^2 A &= (1 + \cos A)(1 - \cos A) \\ \sin^2 A &= (1 + \dots)(1 - \dots) \\ \sin^2 A &= \left(\frac{\dots}{\dots}\right)\left(\frac{\dots}{\dots}\right) \\ \sin^2 A &= \dots \\ \sin^2 A &= \dots \\ \sin^2 A &= \dots \\ \sin A &= \end{aligned}$$

Ingat :

$$(b + c)^2 = b^2 + 2bc + c^2$$

$$(b - c)^2 = b^2 - 2bc + c^2$$

Perhatikan nilai $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$. Dari persamaan ini diperoleh

$$\begin{aligned}(a + b + c) &= 2s \\(b + c - a) &= (a + b + c) - 2a = 2s - 2a = 2(s - a) \\(a + b - c) &= (a + b + c) - 2c = 2s - 2c = 2(s - c) \\(a - b + c) &= (a + b + c) - 2b = 2s - 2b = 2(s - b)\end{aligned}$$

2 Substitusikan persamaan nilai s ke dalam $\sin \angle A$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\sin A &= \frac{1}{2bc} \sqrt{\quad\quad\quad} \\ \sin A &= 4 \cdot \frac{1}{2bc} \sqrt{\quad\quad\quad} \\ \sin A &= \frac{2}{bc} \sqrt{\quad\quad\quad} \dots (i)\end{aligned}$$

3 Substitusikan persamaan (i) pada rumus luas ΔABC .

$$\begin{aligned}L &= \frac{1}{2} bc \sin \angle A \\ \Leftrightarrow L &= \\ \Leftrightarrow L &= \end{aligned}$$

Sehingga luas segitiga sembarang dengan jenis segitiga yang diketahui panjang ketiga sisinya dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$L =$$

Dengan a, b, c adalah panjang sisi segitiga dan s adalah setengah keliling segitiga dengan rumus $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$.

Kesimpulan:

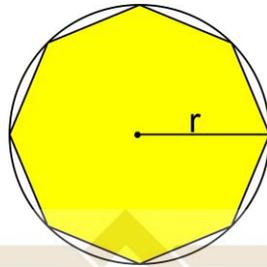
D. MARI MENGAPLIKASIKAN

Terapkan rumus aturan cosinus yang kamu dapat pada soal masalah awal


STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

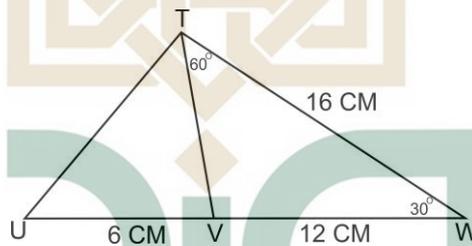
LATIHAN SOAL

1. Di dalam sebuah lingkaran dibuat segi delapan beraturan seperti gambar di bawah ini.



Diketahui bahwa luas segi delapan beraturan adalah $162\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Mira berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut kurang dari 8 cm. sedangkan Dista berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut lebih dari 8 cm. Menurut anda, pendapat siapa yang benar ? Kemukakan alasan anda!

2. Perhatikan gambar halaman rumah Rina berikut ini.



Rina sedang melakukan perbandingan luas antara taman dengan halaman belakang rumahnya. Jika dalam perhitungannya, Rina menyimpulkan bahwa perbandingan luas taman dan halaman belakang rumahnya adalah 3:2. Alasannya luas halaman belakang rumahnya (ΔTUW) adalah 148 cm dan luas taman (ΔTVW) adalah 96 cm. menurut anda, apakah alasan yang dikemukakan Rina benar ? Kemukan alasan anda!

**LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK
(PEDOMAN GURU)**



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



**LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK
(PEDOMAN GURU)**

ATURAN SINUS & COSINUS

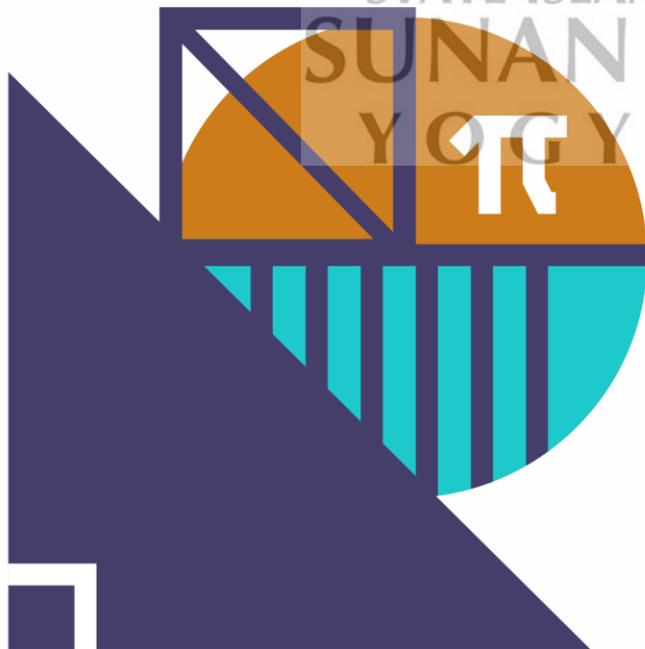
**BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY
DENGAN METODE TALKING STICK**

UNTUK SMA/MA
KELAS

X

SEMESTER GENAP

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



Nama Guru :

Sekolah :

MODEL *GUIDED DISCOVERY* DENGAN METODE *TALKING STICK*

Pembelajaran pada LKPD yang disusun menggunakan model *guided discovery* dengan metode *talking stick*. Langkah-langkah yang terdapat dalam pembelajaran ini meliputi 6 fase yakni:

Fase I : menjelaskan tujuan/ mempersiapkan siswa

Pada tahap ini, guru mempersiapkan siswa untuk belajar dengan menjelaskan tujuan pembelajaran dan memberikan apersepsi awal sebelum masuk ke dalam materi.

Tahap ini dijabarkan pada *point A*. Mari mengingat

Fase II : Orientasi pada masalah

Pada tahap ini, guru melakukan orientasi dengan menyajikan masalah awal kepada siswa untuk dianalisa. Tahap ini dijabarkan pada *point B*. Mari mengidentifikasi masalah

Fase III : merumuskan hipotesis

Pada tahap ini, guru membantu siswa untuk menemukan hipotesis dari permasalahan yang disajikan pada tahap orientasi.

Fase IV : melakukan kegiatan penemuan

Pada tahap ini, guru membimbing siswa melakukan kegiatan penemuan melalui media Lembar kerja peserta didik. Tahap ini dijabarkan pada *point C*. Mari menemukan

Fase V : mempresentasikan hasil kegiatan penemuan

Pada tahap ini, siswa mempresentasikan hasil penemuannya ke depan kelas. Siswa melakukannya sesuai dengan metode *talking stick* yang telah dijelaskan guru yaitu dengan media tongkat dan iringan musik. Tahap ini dijabarkan pada *point D*. Mari mengaplikasikan

Fase VI : Evaluasi

Pada tahap ini, guru melakukan evaluasi dan penekanan akan prinsip pada materi yang sedang dipelajari

PETUNJUK PENGGUNAAN LKPD

1. Bacalah LKPD dengan cermat dan teliti
2. Baca dan pahami masalah yang diberikan
3. Ikuti langkah-langkah yang telah diberikan di LKPD
4. Diskusikan hasil pekerjaanmu dengan teman kelompokmu
5. Jawablah pertanyaan yang diajukan ke kolom yang telah disediakan
6. Presentasikan hasil diskusi ke depan kelas sesuai dengan petunjuk guru
7. Apabila menemui kesulitan, mintalah petunjuk tambahan pada guru

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK
(PEDOMAN GURU)

ATURAN SINUS & COSINUS

BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY
DENGAN METODE TALKING STICK

UNTUK SMA/MA
KELAS

X

SEMESTER GENAP

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PERTEMUAN KE- 1

Kelompok :
Nama Anggota :

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

KOMPETENSI DASAR

- 3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
- 4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

INDIKATOR

- 3.10.1 Menemukan konsep aturan sinus pada segitiga sembarang
- 3.10.3 Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus
- 4.10.1 Menentukan panjang sisi dan besar sudut segitiga menggunakan aturan sinus
- 4.10.3 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus

TUJUAN

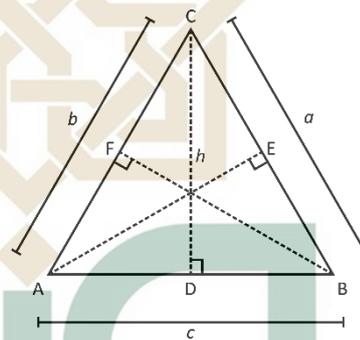
- Setelah mengikuti proses pembelajaran diharapkan siswa dapat:
1. Menemukan konsep aturan sinus segitiga sembarang
 2. Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus
 3. Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan sinus dan cosinus
 4. Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus

Guru memberikan apersesepsi awal pada peserta didik (dialog apersesepsi I terlampir)

A. MARI MENGINGAT

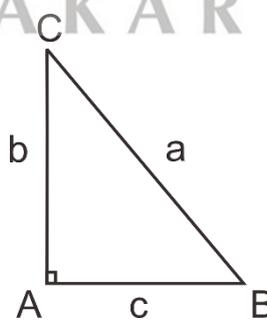
Sebelum belajar mengenai materi aturan sinus, mari mengingat kembali konsep garis tinggi dan perbandingan trigonometri segitiga siku-siku.

Garis Tinggi Segitiga



Ada berapa garis tinggi yang terdapat pada segitiga ABC ? **Ada 3 garis tinggi**
Sebutkan! **Garis h, garis E dan garis F**

Perbandingan Trigonometri



$$\sin \angle B = \frac{b}{a}$$

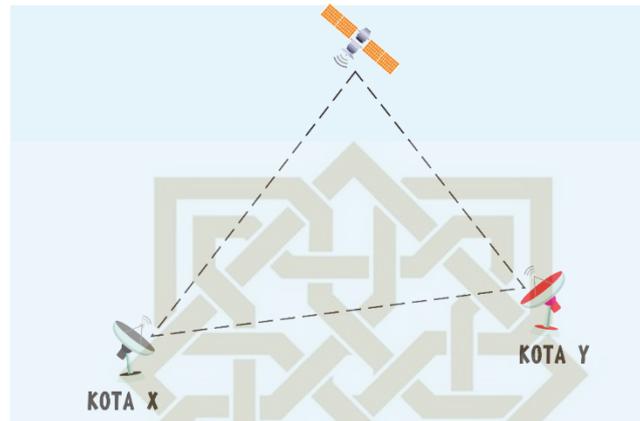
$$\cos \angle B = \frac{c}{a}$$

$$\sin \angle C = \frac{c}{a}$$

$$\cos \angle C = \frac{b}{a}$$

B. MARI MENGIDENTIFIKASI MASALAH

Guru membimbing siswa untuk mengidentifikasi masalah awal yang diberikan. Hal ini bertujuan untuk menuntun siswa menuju konsep aturan sinus



Stasiun monitor di dua kota yang berbeda yakni kota X dan Y sedang melakukan pelacakan pada sebuah satelit yang sama. Stasiun monitor menggunakan radar untuk melakukan pelacakan pada satelit dengan tujuan untuk mengetahui apakah satelit tersebut melakukan orbit pada tempatnya. Jika jarak antara kota X dan Y adalah 200 km dan sudut elevasi satelit yang terbentuk oleh masing-masing kota adalah 60° dan 75° . ($\sqrt{3} \cong 1,732, \sqrt{6} \cong 2,449$)

Pertanyaan :

1. Dapatkah kalian menentukan berapa jarak antara satelit dan stasiun monitor kota X?
2. Dapatkah kalian menentukan berapa jarak antara satelit dan stasiun monitor kota Y?

Catatan :

Pada tahap ini, guru dapat mengarahkan peserta didik ke dalam pertanyaan yang mengacu pada perumusan hipotesis seperti:

1. “Apakah yang membuat kalian sulit menyelesaikan permasalahan diatas?”
2. Cobalah identifikasi apakah lintasan yang diilustrasikan berbentuk segitiga siku-siku?”
3. Jika siswa sudah bisa mengidentifikasi lintasan yang berbentuk segitiga sembarang, guru dapat mengarahkan siswa ke pernyataan yang diketahui dalam soal yakni jika diketahui jarak suatu tempat dan besar sudut nya. maka kalian dapat menggunakan aturan sinus

C. MARI MENEMUKAN

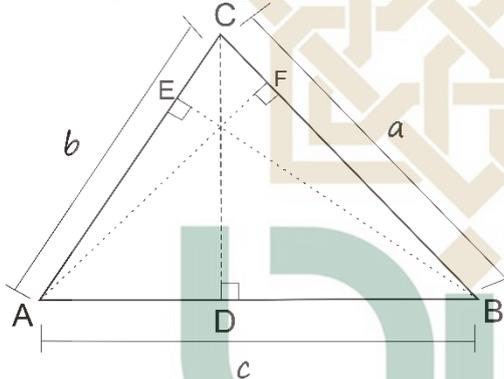
Guru membagi siswa menjadi kelompok kecil yang terdiri maksimal 4 siswa dengan cara berhitung. Selanjutnya, guru mengarahkan siswa untuk menemukan konsep aturan sinus melalui kegiatan I, II, dan III dengan kelompok kecilnya.

Untuk dapat menyelesaikan masalah awal diatas, ikuti langkah-langkah menemukan konsep aturan sinus pada kegiatan I (segitiga lancip), II (segitiga tumpul), dan III (segitiga siku-siku)

KEGIATAN I

Menemukan Aturan Sinus untuk Segitiga Lancip

Perhatikan gambar segitiga lancip dibawah ini



Ingat: garis CD , AE , BF adalah garis tinggi dari $\triangle ABC$

1 Perhatikan $\triangle ADC$ siku-siku di D . Tentukan nilai $\sin \angle A$

$$\begin{aligned}\sin \angle A &= \frac{CD}{AC} \\ \Leftrightarrow CD &= AC \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow CD &= b \cdot \sin \angle A \quad (i)\end{aligned}$$

2 Perhatikan $\triangle BDC$ siku-siku di D . Tentukan nilai $\sin \angle B$

$$\begin{aligned}\sin \angle B &= \frac{CD}{BC} \\ \Leftrightarrow CD &= BC \cdot \sin \angle B \\ \Leftrightarrow CD &= a \cdot \sin \angle B \quad (ii)\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (i) dan (ii), panjang garis tinggi $\triangle ACD$ dan $\triangle BCD$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}b \cdot \sin \angle A &= a \cdot \sin \angle B \\ \Leftrightarrow \frac{a}{\sin \angle A} &= \frac{b}{\sin \angle B} \quad (1)\end{aligned}$$

3

Perhatikan $\triangle AEB$ siku-siku di E. Tentukan nilai $\sin \angle B$

$$\begin{aligned}\sin \angle B &= \frac{BE}{AB} \\ \Leftrightarrow BE &= AB \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow BE &= c \cdot \sin \angle A\end{aligned}\quad (iii)$$

4

Perhatikan $\triangle BEC$ siku-siku di E. Tentukan nilai $\sin \angle C$

$$\begin{aligned}\sin \angle C &= \frac{BE}{BC} \\ \Leftrightarrow BE &= BC \cdot \sin \angle C \\ \Leftrightarrow BE &= a \cdot \sin \angle C\end{aligned}\quad (iv)$$

Berdasarkan persamaan (iii) dan (iv), panjang garis tinggi $\triangle ABE$ dan $\triangle BCD$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned}a \cdot \sin \angle C &= c \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow \frac{a}{\sin \angle A} &= \frac{c}{\sin \angle C}\end{aligned}\quad (2)$$

5

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}$$

Sehingga diperoleh aturan sinus yang berlaku pada segitiga lancip ABC adalah

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}$$

Catatan:

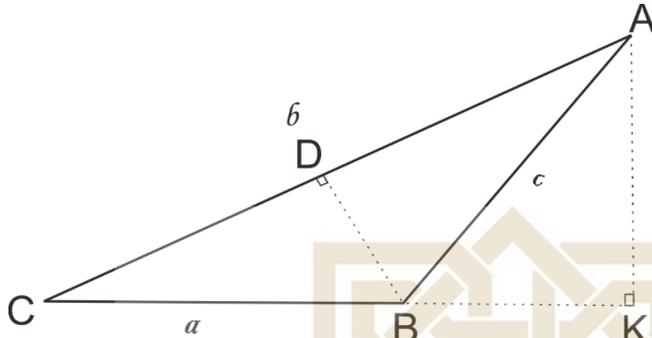
Guru diharapkan berkeliling untuk melihat seberapa jauh kerja siswa dalam mengerjakan kegiatan 1. Setelah dirasa sebagian besar siswa sudah mampu menyelesaikan kegiatan 1, Guru dapat memberikan arahan kegiatan 2 yakni mengenai perbedaan mencari aturan sinus pada segitiga lancip dan pada segitiga tumpul dengan pernyataan sebagai berikut.

“Bukti menggunakan segitiga lancip mengharuskan kita menggambar dua garis tinggi di dalam segitiga. Dalam kasus segitiga sebarang lain yakni segitiga tumpul dua garis tinggi berada di daerah luar segitiga, sehingga pembuktian yang dilakukan pun akan sedikit berbeda. Pembuktian ini dilakukan dengan membuat satu garis tinggi di dalam segitiga dan diluar segitiga”

KEGIATAN II

Menemukan Aturan Sinus untuk Segitiga Tumpul

Perhatikan gambar segitiga tumpul dibawah ini



1 Perhatikan $\triangle BAK$ siku-siku di K. tentukan nilai $\sin \angle ABK$

$$\begin{aligned}\sin \angle ABK &= \frac{AK}{AB} \\ \Leftrightarrow \sin(180^\circ - \angle B) &= \frac{AK}{AB} \\ \Leftrightarrow \sin \angle B &= \frac{AK}{c} \\ \Leftrightarrow AK &= c \cdot \sin \angle B \quad \text{(v)}\end{aligned}$$

Pada tahap ini, peserta didik dapat diingatkan terkait materi sebelumnya mengenai sudut berpelurus dan perbandingan trigonometri di kuadran II. Hal ini memudahkan siswa mengerjakan point 1, terutama pada langkah ke 2 dan 3.

a. $\angle ABK$ adalah pelurus dari $\angle ABC$
Sudut berpelurus = $\alpha + \beta = 180^\circ$

b. Perbandingan trigonometri di kuadran II
 $\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$

2 Perhatikan $\triangle CAK$ siku-siku di K. tentukan nilai $\sin \angle C$

$$\begin{aligned}\sin \angle C &= \frac{AK}{AC} \\ \Leftrightarrow AK &= AC \cdot \sin \angle C \\ \Leftrightarrow AK &= b \cdot \sin \angle C \quad \dots \text{(vi)}\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (v) dan (vi), panjang garis tinggi $\triangle BAK$ dan $\triangle CAK$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}b \cdot \sin \angle C &= c \cdot \sin \angle B \\ \Leftrightarrow \frac{b}{\sin \angle B} &= \frac{c}{\sin \angle C} \quad \text{(3)}\end{aligned}$$

3

Perhatikan $\triangle BAD$. Tentukan nilai $\sin \angle A$

$$\begin{aligned}\sin \angle A &= \frac{BD}{AB} \\ \Leftrightarrow BD &= AB \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow BD &= c \cdot \sin \angle A\end{aligned}\quad (\text{vii})$$

4

Perhatikan $\triangle BCD$. Tentukan nilai $\sin \angle C$

$$\begin{aligned}\sin \angle C &= \frac{BD}{BC} \\ \Leftrightarrow BD &= BC \cdot \sin \angle C \\ \Leftrightarrow BD &= a \cdot \sin \angle C\end{aligned}\quad (\text{viii})$$

Berdasarkan persamaan (vii) dan (viii), panjang garis tinggi $\triangle BAD$ dan $\triangle BCD$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned}a \cdot \sin \angle C &= c \cdot \sin \angle A \\ \Leftrightarrow \frac{a}{\sin \angle A} &= \frac{c}{\sin \angle C}\end{aligned}\quad (4)$$

5

Dari persamaan (3) dan (4) diperoleh

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin \angle C}$$

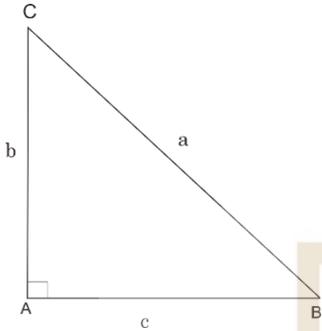
Sehingga diperoleh aturan sinus yang berlaku pada segitiga tumpul ABC adalah

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin \angle C}$$

KEGIATAN III

Menemukan Aturan Sinus untuk Segitiga Siku-siku

Perhatikan gambar segitiga siku-siku dibawah ini.



1 Perhatikan $\triangle ABC$, tentukan nilai $\sin \angle A$.

$$\begin{aligned}\angle A &= 90^\circ \\ \sin \angle A &= \sin 90^\circ = 1\end{aligned}$$

Perhatikan garis BC

$$\begin{aligned}BC &= a \\ \Leftrightarrow a &= \frac{a}{1} \\ \Leftrightarrow a &= \frac{a}{\sin 90^\circ} \\ \Leftrightarrow a &= \frac{a}{\sin \angle A} \dots (1)\end{aligned}$$

Pada tahap ini, guru perlu memberikan penekanan bahwa $\triangle ABC$ siku-siku di A.

Berdasarkan hal tersebut, dapat ditulis bahwa $a = \frac{a}{1} = \frac{a}{\sin 90^\circ} = \frac{a}{\sin \angle A}$

2 Perhatikan $\triangle ABC$, tentukan nilai $\sin \angle B$.

$$\begin{aligned}\sin \angle B &= \frac{b}{a} \\ \Leftrightarrow a &= \frac{b}{\sin \angle B} \dots (2)\end{aligned}$$

3 Pada $\triangle ABC$, tentukan nilai $\sin \angle C$.

$$\begin{aligned}\sin \angle C &= \frac{c}{a} \\ \Leftrightarrow a &= \frac{c}{\sin \angle C} \dots (3)\end{aligned}$$

4 Berdasarkan persamaan (1), (2) dan (3) diperoleh

$$\frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = a = \frac{a}{1} = \frac{a}{\sin 90^\circ} = \frac{a}{\sin \angle A} \dots (4)$$

Berdasarkan persamaan (4) dapat disimpulkan aturan sinus yang berlaku pada segitiga siku-siku ABC adalah

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}$$

Jadi, kesimpulan yang dapat kita ambil dari kegiatan penemuan diatas adalah

KESIMPULAN

Aturan sinus yang berlaku untuk sembarang segitiga ABC dengan $\angle A, \angle B$ dan $\angle C$ adalah sudut-sudut pada segitiga a, b, c berturut-turut adalah

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Secara umum, aturan sinus dipakai untuk menentukan unsur-unsur dalam suatu segitiga apabila unsur-unsur yang lain telah diketahui. Kemungkinan unsur-unsur yang diketahui itu adalah:

- 1) Sisi, sudut, sudut (s, sd, sd)
- 2) Sudut, sisi, sudut (sd, s, sd)
- 3) Sisi, sisi, sudut (s, s, sd)

D. MARI MENGAPLIKASIKAN

Setelah siswa selesai menyimpulkan hasil penemuan pada kegiatan 1 dan 2, guru dapat meminta siswa mengaplikasikan rumus yang telah didapat pada kegiatan penemuan ke masalah awal yang belum dapat diselesaikan pada awal pembelajaran

Catatn :

Evaluasi pemahaman siswa dilakukan dengan meminta siswa maju untuk mengerjakan soal yang diberikan. Hal ini dilakukan berdasarkan langkah-langkah dalam metode *talking stick* yakni guru menggunakan tongkat disertai iringan musik. Tongkat digunakan untuk menunjuk siswa yang mendapat giliran presentasi, sementara iringan musik digunakan untuk mengatur tempo dan kecepatan tongkat dalam berpindah ke tangan antar siswa. Siswa yang mendapat tongkat saat musik berhenti adalah siswa yang mendapat giliran untuk mempresentasikan hasil belajar kelompoknya. (Keterangan lebih rinci dapat dilihat pada langkah-langkah pembelajaran di RPP.

Terapkan rumus aturan sinus yang kamu dapat pada soal masalah awal

Pada masalah awal, diketahui:

$$\angle ZXY = 60^\circ$$

$$\angle XYZ = 75^\circ$$

$$XY = 200 \text{ km}$$

Permasalahan ini dapat diselesaikan dengan aturan sinus.

Jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180, sehingga sudut A dapat ditentukan sebagai berikut

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180$$

$$\angle Z = 180 - (\angle X + \angle Y)$$

$$\angle Z = 180 - (60 + 75)$$

$$\angle Z = 180 - (135)$$

$$\angle Z = 45$$

Untuk mencari jarak antara satelit dengan kedua kota dapat digunakan rumus aturan sinus

Mencari jarak satelit dengan Kota Y	Mencari jarak satelit dengan Kota X
$\frac{XY}{\sin Z} = \frac{YZ}{\sin X}$ $\Leftrightarrow \frac{XY}{\sin 45} = \frac{YZ}{\sin 60}$ $\Leftrightarrow \frac{200}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{YZ}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow YZ = \frac{(200) (\frac{1}{2}\sqrt{3})}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow YZ = \frac{200\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow AC = \frac{200\sqrt{6}}{2}$ $\Leftrightarrow AC = 100\sqrt{6}$ <p>Jadi, jarak satelit dengan kota Y adalah $100\sqrt{6}$ km atau ekuivalen dengan 244,9 km</p>	$\frac{YZ}{\sin X} = \frac{XZ}{\sin Y}$ $\Leftrightarrow \frac{YZ}{\sin 60} = \frac{XZ}{\sin 75}$ $\Leftrightarrow \frac{100\sqrt{6}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{XZ}{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}$ $\Leftrightarrow XZ = \frac{(100\sqrt{6}) (\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4})}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow XZ = \frac{100\sqrt{3}+300}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow XZ = \frac{300+300\sqrt{3}}{3}$ $\Leftrightarrow XZ = 206,5$ <p>Jadi, jarak satelit dengan kota X adalah 206,5 km</p>

Setelah siswa dapat mengerjakan permasalahan awal, guru dapat memberikan soal yang lebih kompleks untuk melatih kemampuan berpikir kritis siswa dengan mengerjakan latihan soal I. Selanjutnya, siswa dapat mempresentasikan kembali hasil pekerjaannya dengan mengikuti langkah *talking stick* yang telah dilakukan sebelumnya

LATIHAN SOAL I

1. Diketahui besar sudut B adalah 60° dan sudut C adalah 45° . Sedangkan panjang ruas AB adalah 8 cm. Tentukan unsur lain dalam segitiga ABC tersebut.

Penyelesaian :

Diketahui :

$$\angle B = 60^\circ$$

$$\angle C = 45^\circ$$

$$AB = 8 \text{ cm}$$

Penyelesaian :

Dari gambar tersebut, terlihat bahwa permasalahan ini dapat diselesaikan dengan aturan sinus.

Jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180, sehingga sudut A dapat ditentukan sebagai berikut

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180$$

$$\angle A = 180 - (\angle B + \angle C)$$

$$\angle A = 180 - (60 + 45)$$

$$\angle A = 180 - (105)$$

$$\angle A = 75$$

Untuk mencari panjang AC dapat digunakan rumus aturan sinus

Panjang AC adalah

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\sin 45^\circ}$$

$$\Leftrightarrow \frac{AC}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{8}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow AC = \frac{8 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow AC = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow AC = \frac{8\sqrt{6}}{2}$$

$$\Leftrightarrow AC = 4\sqrt{6}$$

Sehingga diperoleh panjang AC adalah $4\sqrt{6}$ cm.

4. Pak Hendi memiliki dua petak tanah yang masing-masing berbentuk segitiga sembarang. Setiap titik sudut pada sebidang tanah ini diberi tonggak pembatas yang masing-masing dihubungkan oleh seutas tali Pak Hendi berasumsi jika Panjang tali pembatas AC pada tanah 1 lebih panjang dari tali pembatas PR pada tanah kedua dengan perbandingan 3:2. Beliau beralasan karena panjang AC = $90 m^2$ dan panjang PR = $60 m^2$. Menurut anda, apakah benar alasan yang dikemukakan oleh pak Burhan? Selidiki dan kemukakan alasan anda!

Penyelesaian :

Diketahui

$$\angle A = 60$$

$$\angle B = 45$$

$$\angle P = 30$$

$$\angle Q = 45$$

$$BC = 40\sqrt{6}$$

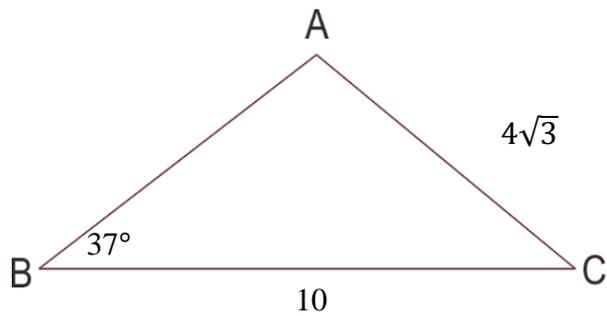
$$QR = 30\sqrt{2}$$

Untuk menyelesaikan permasalahan diatas berlaku aturan sinus sebagai berikut:

Mencari nilai AC pada ABC (Tanah I)	Mencari nilai PR pada ABC (Tanah II)
$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$ $\Leftrightarrow \frac{40\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} = \frac{AC}{\sin 45}$ $\Leftrightarrow \frac{40\sqrt{6}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{40\sqrt{6} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{20\sqrt{12}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{40\sqrt{3}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = \frac{80\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow BC = 80$	$\frac{PR}{\sin Q} = \frac{QR}{\sin P}$ $\Leftrightarrow \frac{PR}{\sin 45^\circ} = \frac{30\sqrt{2}}{\sin 30}$ $\Leftrightarrow \frac{PR}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = \frac{30\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = \frac{30}{\frac{1}{2}}$ $\Leftrightarrow PR = 60$

Berdasarkan hasil perhitungan, didapatkan nilai BC = 80 dan nilai PR = 60 m. sehingga perbandingan yang didapat adalah 80:60 atau dapat disederhanakan 4:3. Jadi, asumsi Pak Burhan benar mengenai panjang tali pembatas AC pada tanah 1 lebih panjang dari tali pembatas PR pada tanah kedua. Akan tetapi, alasan yang dikemukakan Pak Burhan salah. Alasan yang benar adalah perbandingan 4:3 dengan panjang AC = 80 m dan panjang PR = 60.

5. Perhatikan gambar di bawah ini



$$(\sin 37 = \frac{3}{5})$$

Nilai $\sin \angle A$ pada segitiga ABC adalah $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Buktikan nilai kebenaran dari pernyataan tersebut dan kemukakan alasan anda!

Penyelesaian:

Diketahui

$$\angle B = 37$$

$$AC = 4\sqrt{3}$$

$$BC = 10$$

Untuk menemukan nilai $\sin \angle A$ dapat menggunakan aturan sinus sebagai berikut.

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{4\sqrt{3}}{\sin 37}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{3}{5}}$$

$$\Leftrightarrow \sin A = \frac{10 \cdot \frac{3}{5}}{4\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \sin A = \frac{6}{4\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \sin A = \frac{6}{4\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \sin A = \frac{24\sqrt{3}}{48}$$

$$\Leftrightarrow \sin A = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\sin^{-1}(A) = 120$$

Jadi, terbukti pernyataan "Nilai $\sin \angle A$ pada segitiga ABC adalah $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ " bernilai benar.



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (PEDOMAN GURU)

ATURAN SINUS & COSINUS

BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY
DENGAN METODE TALKING STICK

UNTUK SMA/MA
KELAS

X

SEMESTER GENAP



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PERTEMUAN KE- 2

Kelompok :
Nama Anggota :

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

ATURAN COSINUS

KOMPETENSI DASAR

- 3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
- 4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

INDIKATOR

- 3.10.2 Menemukan konsep aturan cosinus pada segitiga sembarang
- 3.10.4 Mengidentifikasi penggunaan aturan cosinus
- 4.10.2 Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan cosinus
- 4.10.4 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan cosinus

TUJUAN

- Setelah mengikuti proses pembelajaran diharapkan siswa dapat:
1. Menemukan konsep aturan sinus segitiga sembarang
 2. Mengidentifikasi penggunaan aturan sinus
 3. Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan sinus dan cosinus
 4. Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus

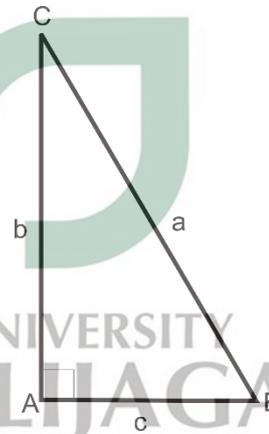
A. MARI MENGINGAT

Sebelum belajar mengenai aturan cosinus, mari terlebih dahulu mengingat mengenai Teorema Pythagoras yang pernah dipelajari pada saat jenjang SMP.

Guru memberikan apersepsi awal pada peserta didik (Dialog apersepsi II terlampir)

Teorema Pythagoras

Diketahui segitiga siku-siku ABC dengan a , b , c merupakan panjang masing-masing sisi segitiga.



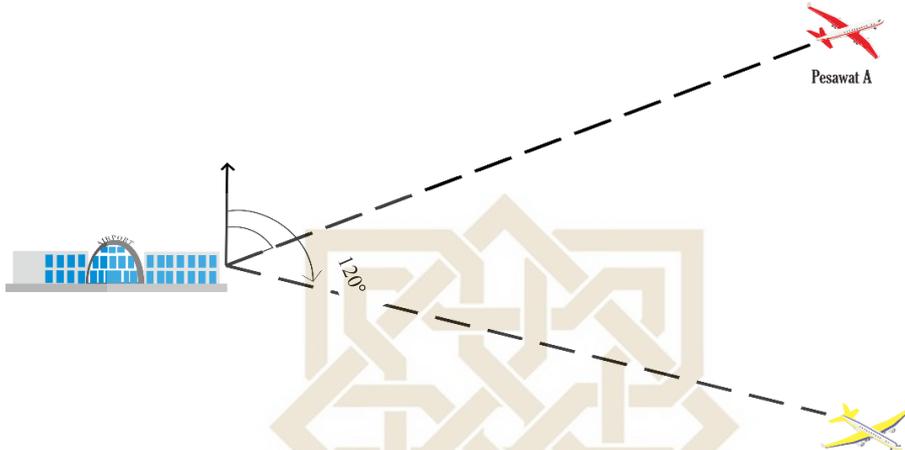
Pada $\triangle ABC$ berlaku teorema Pythagoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

B.

MARI MENGIDENTIFIKASI MASALAH

Guru membimbing siswa untuk mengidentifikasi masalah awal yang diberikan. Hal ini bertujuan untuk menuntun siswa menuju konsep aturan cosinus



Pada sebuah Bandara, tidak jarang ditemukan pesawat yang memiliki jadwal keberangkatan yang sama walaupun dengan tujuan yang berbeda. Untuk mengatasi hal ini pihak bandara mengatur agar pesawat-pesawat ini terbang bersamaan dengan landaan terbang yang berbeda. Hal ini terjadi pula pada Bandara Kota X. Dua pesawat yakni pesawat A dan B memiliki jadwal keberangkatan yang sama yakni pukul 14.00 WIB. Sesuai prosedur, Dua pesawat ini meninggalkan bandara X secara bersamaan dengan landasan terbang yang berbeda. Pesawat A terbang pada arah 60° dengan kecepatan 400 km/jam sedangkan pesawat B terbang dengan arah 120° pada kecepatan 525 km/jam .

Berdasarkan informasi ini, dapatkah kalian menentukan berapa jarak antara kedua pesawat tersebut setelah terbang selama 1 jam?

Catatan :

Pada tahap ini, guru dapat mengarahkan peserta didik ke dalam pertanyaan yang mengacu pada perumusan hipotesis seperti:

1. “Apakah yang membuat kalian sulit menyelesaikan permasalahan diatas?”
2. Cobalah identifikasi apakah lintasan yang diilustrasikan berbentuk segitiga siku-siku?”
3. Jika siswa sudah bisa mengidentifikasi lintasan yang berbentuk segitiga sembarang, guru dapat mengarahkan siswa ke pernyataan yang diketahui dalam soal yakni jika diketahui jarak suatu tempat dan besar sudut nya, maka kalian dapat menggunakan aturan cosinus

B. MARI MENEMUKAN

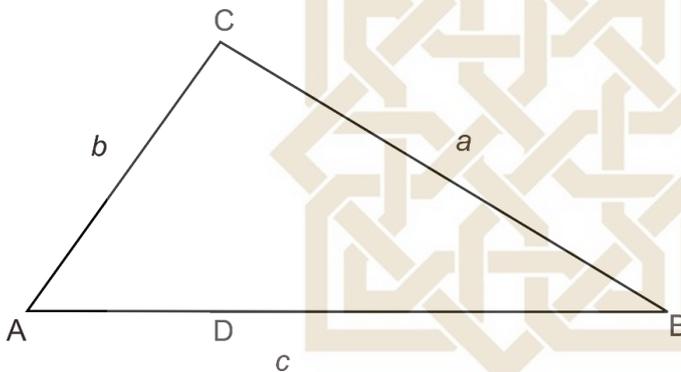
Guru membagi siswa menjadi kelompok kecil yang terdiri maksimal 4 siswa dengan cara berhitung. Selanjutnya, guru mengarahkan siswa untuk menemukan konsep aturan cosinus melalui kegiatan I, II dan III.

Cara yang dapat kamu lakukan untuk mengukur jarak tersebut adalah dengan menggunakan aturan cosinus! Cari konsep rumus aturan cosinus dengan mengikuti kegiatan di bawah ini

KEGIATAN I

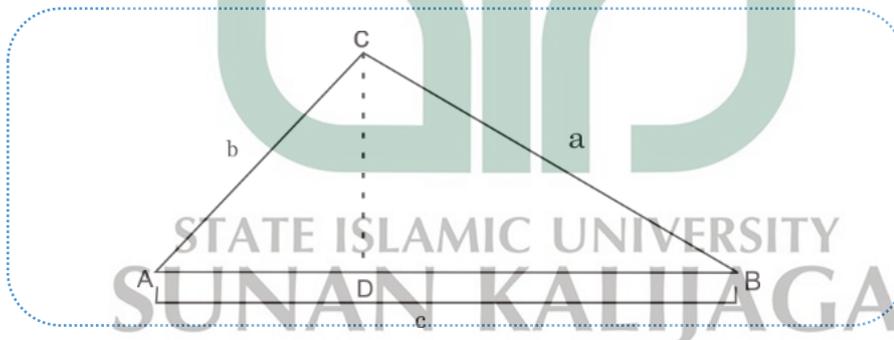
Menemukan Aturan cosinus pada segitiga Lancip

Perhatikan gambar segitiga dibawah ini.



1

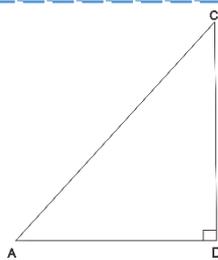
Gambarlah garis tinggi pada segitiga ABC



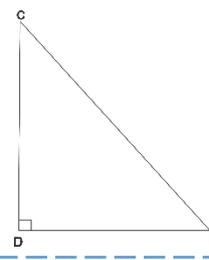
2

Berdasarkan langkah 1, terbentuk dua buah segitiga siku-siku yakni segitiga ACD dan segitiga BCD

Segitiga ACD



Segitiga BCD



3

Dengan menggunakan teorema Pythagoras pada segitiga pertama dan segitiga kedua, dapat ditunjukkan sebagai berikut

Pada segitiga ACD

$$AC^2 = CD^2 + AD^2$$

$$\Leftrightarrow CD^2 = AC^2 - AD^2$$

$$\Leftrightarrow h^2 = b^2 - x^2 \quad \dots \text{(i)}$$

Pada segitiga BCD

$$BC^2 = CD^2 + BD^2$$

$$\Leftrightarrow CD^2 = BC^2 - BD^2$$

$$\Leftrightarrow h^2 = a^2 - (c - x)^2 \quad \dots \text{(ii)}$$

4

Persamaan kuadrat pada segitiga pertama dan kedua dapat dituliskan sebagai berikut (menghasilkan persamaan iii)

$$h^2 = h^2$$

$$\Leftrightarrow b^2 - x^2 = a^2 - (c - x)^2$$

$$\Leftrightarrow b^2 - x^2 = a^2 - (c^2 - 2cx + x^2)$$

$$\Leftrightarrow b^2 - x^2 = a^2 - c^2 + 2cx - x^2$$

$$\Leftrightarrow b^2 = a^2 - c^2 + 2cx \dots \text{(iii)}$$

5

Pada segitiga ACD, $\cos A = \frac{AD}{AC} = \frac{x}{b}$, maka $x = b \cos A$

Selanjutnya, substitusikan nilai $x = b \cos A$ ke dalam persamaan (iii)

$$b^2 = a^2 - c^2 + 2cx$$

$$\Leftrightarrow b^2 = a^2 - c^2 + 2c \cdot b \cos A$$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama diperoleh:

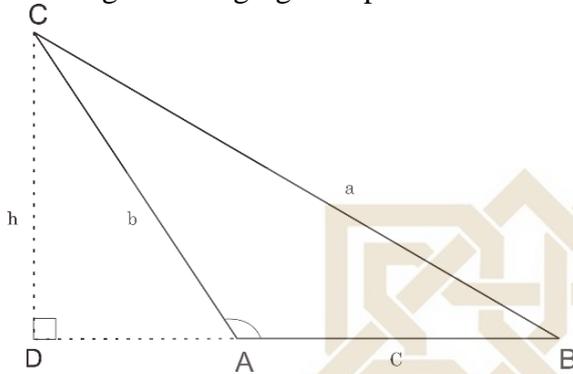
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$$

KEGIATAN II

Menemukan Aturan cosinus pada segitiga tumpul

Perhatikan gambar segitiga tumpul dibawah ini



1

Dengan menggunakan teorema pythagoras pada segitiga siku-siku BCD dan ACD , diperoleh:

$$a^2 = h^2 + (BD)^2 \quad \dots (1)$$

2

Dengan menggunakan teorema pythagoras pada segitiga siku-siku ACD , diperoleh:

$$\begin{aligned} \sin \angle CAD &= \frac{h}{b} \\ \Leftrightarrow \sin(180 - \angle CAB) &= \frac{h}{b} \\ \Leftrightarrow \sin(180 - \angle A) &= \frac{h}{b} \\ \Leftrightarrow \sin \angle A &= \frac{h}{b} \\ \Leftrightarrow h &= b \cdot \sin \angle A \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \angle CAD &= \frac{AD}{b} \\ \Leftrightarrow \cos(180 - \angle CAB) &= \frac{AD}{b} \\ \Leftrightarrow \cos(180 - \angle A) &= \frac{AD}{b} \\ \Leftrightarrow -\cos \angle A &= \frac{AD}{b} \\ \Leftrightarrow AD &= b(-\cos \angle A) \\ \Leftrightarrow AD &= -b \cdot \cos \angle A \quad (3) \end{aligned}$$

Dalam mengerjakan point 2 dan 3, ingat beberapa hal di bawah ini:

- $\angle CAD$ adalah pelurus dari $\angle CAB$
Sudut berpelurus = $\alpha + \beta = 180^\circ$
- Perbandingan trigonometri di kuadran II
 $\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$
 $\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$

3 Substitusi persamaan (2) dan (3) ke persamaan (1)

$$a^2 = h^2 + BD^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = h^2 + (AB + AD)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = (b \sin \angle A)^2 + (c - b \cos \angle A)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = (b)^2 \sin^2 \angle A + c^2 - 2bc \cos \angle A + b^2 \cos^2 \angle A$$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 (\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A) + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

4 Sehingga diperoleh aturan cosinus yang berlaku pada segitiga tumpul ΔABC adalah

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

Dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama diperoleh:

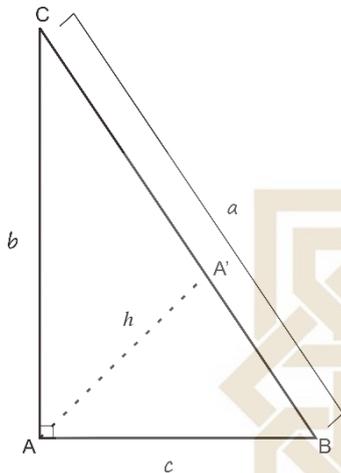
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$$

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KEGIATAN III

Menemukan Aturan cosinus pada segitiga siku-siku



Perhatikan bahwa pada gambar $\triangle ABC$, terdapat 3 segitiga siku-siku $BAC, AA'C, AA'B$.

1 Berdasarkan gambar segitiga ABC , dapat diperoleh:

$$\begin{aligned} 1) \quad & a^2 = b^2 + c^2 \\ 2) \quad & b^2 = h^2 + A'C^2 \\ & \Leftrightarrow b^2 = h^2 + (a - A'B)^2 \\ 3) \quad & c^2 = h^2 + A'B^2 \\ & \Leftrightarrow c^2 = h^2 + (a - A'C)^2 \end{aligned}$$

2 Perhatikan $\triangle AA'B$. Tentukan nilai $\sin \angle B$ dan $\cos \angle B$

$$\begin{aligned} \sin \angle B &= \frac{h}{c} \\ \Leftrightarrow h &= c \sin \angle B \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \angle B &= \frac{A'B}{c} \\ \Leftrightarrow A'B &= c \cos \angle B \dots (2) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2), tentukan nilai b

$$\begin{aligned} b^2 &= h^2 + (a - A'B)^2 \\ \Leftrightarrow b^2 &= (c \sin \angle B)^2 + (a - A'B)^2 \\ \Leftrightarrow b^2 &= (c \sin \angle B)^2 + (a - c \cos \angle B)^2 \\ \Leftrightarrow b^2 &= (c^2 \sin^2 \angle B)^2 + (a^2 - 2ac \cos \angle B + c^2 \cos^2 \angle B) \\ \Leftrightarrow b^2 &= c^2(\sin^2 \angle B + \cos^2 \angle B) + (a^2 - 2ac \cos \angle B) \\ \Leftrightarrow b^2 &= c^2 + a^2 - 2ac \cos \angle B \quad \dots (i) \end{aligned}$$

3 Perhatikan $\Delta AA'C$. Tentukan nilai $\sin \angle C$ dan $\cos \angle C$

$$\sin \angle C = \frac{h}{b}$$
$$\Leftrightarrow h = b \sin \angle C \dots (3)$$

$$\cos \angle C = \frac{A'C}{b}$$
$$\Leftrightarrow A'C = b \cos \angle C \dots (4)$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (4), tentukan nilai b

$$c^2 = h^2 + (a - A'C)^2$$
$$\Leftrightarrow c^2 = (b \sin \angle C)^2 + (a - A'C)^2$$
$$\Leftrightarrow c^2 = (b \sin \angle C)^2 + (a - b \cos \angle C)^2$$
$$\Leftrightarrow c^2 = (b^2 \sin^2 \angle C)^2 + (a^2 - 2ab \cos \angle C + b^2 \cos^2 \angle C)$$
$$\Leftrightarrow c^2 = b^2 (\sin^2 \angle C + \cos^2 \angle C) + (a^2 - 2ab \cos \angle C)$$
$$\Leftrightarrow c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos \angle C \dots (ii)$$

4 Perhatikan ΔABC , dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama seperti persamaan (i) dan (ii) diperoleh

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 + 0$$
$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 + 2ac \cos \angle B \dots (iii)$$

Ingat :

Pada segitiga ΔABC , $\angle B = 90^\circ$ $\cos \angle A = \cos 90^\circ = 0$, sehingga $2bc \cos \angle A = 2bc \cos 90 = 0$.

Sehingga diperoleh aturan cosinus yang berlaku pada segitiga siku-siku ΔABC adalah

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2ac \cos \angle B$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos \angle B$$
$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos \angle C$$

Jadi, kesimpulan yang dapat kita ambil dari kegiatan penemuan diatas adalah

KESIMPULAN

Aturan cosinus yang berlaku untuk sembarang segitiga ABC dengan panjang sisi a, b, c berturut-turut adalah

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$$

Secara umum, aturan cosinus dipakai untuk menentukan unsur-unsur dalam suatu segitiga apabila unsur-unsur yang lain telah diketahui. Kemungkinan unsur-unsur yang diketahui itu adalah:

- 1) Sisi, sudut, sisi (s, sd, s)
- 2) Sisi, sisi, sisi (s, s, s)

C. MARI MENGAPLIKASIKAN

Setelah siswa selesai menyimpulkan hasil penemuan pada kegiatan 1 dan 2, guru dapat meminta siswa mengaplikasikan rumus yang telah didapat pada kegiatan penemuan ke masalah awal yang belum dapat diselesaikan pada awal pembelajaran

Terapkan rumus aturan cosinus yang kamu dapat pada soal masalah awal

Penyelesaian:

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2(AO)(BO) (\cos \angle AOB)$$

$$AB^2 = 400^2 + 525^2 - 2(400)(525) (\cos 60^\circ)$$

$$AB^2 = 400^2 + 525^2 - 2(400)(525) \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$AB^2 = 160000 + 275625 - 2(210000) \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$AB^2 = 160000 + 275625 - 210000$$

$$AB^2 = 435625 - 210000$$

$$AB^2 = 225625$$

$$AB = \sqrt{225625}$$

$$AB = 475$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh panjang ruas garis AB adalah 475. Sehingga jarak antara pesawat A dan pesawat B yang terbang selama satu jam adalah 475 km

Catatan :

Evaluasi pemahaman siswa dilakukan dengan meminta siswa maju untuk mengerjakan soal yang diberikan. Hal ini dilakukan berdasarkan langkah-langkah dalam metode *talking stick* yakni guru menggunakan tongkat disertai iringan musik. Tongkat digunakan untuk menunjuk siswa yang mendapat giliran presentasi, sementara iringan musik digunakan untuk mengatur tempo dan kecepatan tongkat dalam berpindah ke tangan antar siswa. Siswa yang mendapat tongkat saat musik berhenti adalah siswa yang mendapat giliran untuk mempresentasikan hasil belajar kelompoknya. (keterangan lebih rinci dapat dilihat pada langkah-langkah pembelajaran di RPP

Setelah siswa dapat mengerjakan permasalahan awal, guru dapat memberikan soal yang lebih kompleks untuk melatih kemampuan berpikir kritis siswa dengan mengerjakan latihan soal I. selanjutnya, siswa dapat mempresentasikan kembali hasil pekerjaannya dengan mengikuti langkah *talking stick* yang telah dilakukan sebelumnya

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

LATIHAN SOAL II

1. Pada segitiga PQR, panjang sisi PQ= 7 cm, QR = 5 cm dan PR = 3 cm.
Tentukan nilai cos P

Penyelesaian :

Diketahui :

PQ= 10 cm, QR = 9 cm dan PR = 8 cm

Berdasarkan informasi pada soal, diketahui panjang tiga sisi segitiga sehingga mencari nilai sudut dalam segitiga dapat menggunakan aturan cosinus

$$\cos \angle Q = \frac{QR^2 + PQ^2 - PR^2}{2 \cdot QR \cdot PQ}$$

$$\cos \angle Q = \frac{p^2 + r^2 - q^2}{2pr}$$

$$\cos \angle Q = \frac{9^2 + 11^2 - 8^2}{2 \cdot 9 \cdot 10}$$

$$\cos \angle Q = \frac{81 + 121 - 64}{2 \cdot (9)(11)}$$

$$\cos \angle Q = \frac{202 - 64}{198}$$

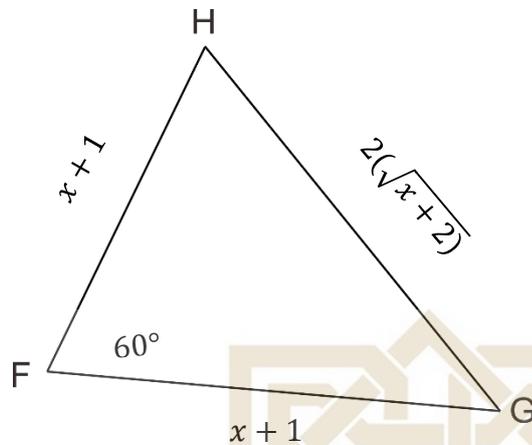
$$\cos \angle Q = \frac{117}{180}$$

$$\cos \angle Q = \frac{13}{20}$$

Sehingga nilai cosinus sudut terkecil ($\angle Q$) adalah $\frac{13}{20}$

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2. Perhatikan gambar berikut.



Berdasarkan gambar diatas, tentukan panjang sisi-sisi dari segitiga tersebut

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan permasalahan diatas, dapat diselesaikan menggunakan aturan cosinus

$$GH^2 = FH^2 + FG^2 - 2 FH \cdot FG \cdot \cos 60$$

$$(2\sqrt{x+2})^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2 - 2(x+1)(x+2) \cdot \cos 60$$

$$4(x+2) = (x+1)^2 + (x+2)^2 - [(x+1)(x+2)]$$

$$4x+8 = (x^2+2x+1) + (x^2+4x+4) - (x^2+3x+2)$$

$$4x+8 = (2x^2+6x+5) - x^2 - 3x - 2$$

$$4x+8 = x^2+3x+3$$

$$x^2+3x-4x+3-8=0$$

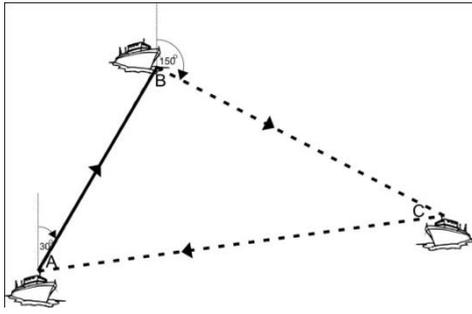
$$x^2-x-5=0$$

$$(x-3)(x+2)=0$$

Sehingga nilai x yang ditemukan adalah $x = 3$ dan $x = -2$.

Nilai x yang memenuhi adalah $x = 3$ sehingga panjang sisi-sisi segitiga tersebut adalah 4, 5 dan $2\sqrt{5}$.

3. Perhatikan gambar berikut ini!



Sebuah kapal mulai bergerak dari pelabuhan A pada pukul 06.00 dengan arah 30° dan tiba di pelabuhan B setelah 4 jam bergerak. Pukul 13.00 kapal bergerak kembali dari pelabuhan B menuju pelabuhan C dengan memutar haluan 150°

dan tiba di pelabuhan C pukul 21.00. kecepatan rata-rata kapal 50 mil/jam .

Berdasarkan informasi di atas, Berapa jarak tempuh kapal dari Pelabuhan C ke Pelabuhan A.

Penyelesaian:

Dari A ke B membutuhkan 4 jam perjalanan

Dari B ke C membutuhkan 8 jam perjalanan

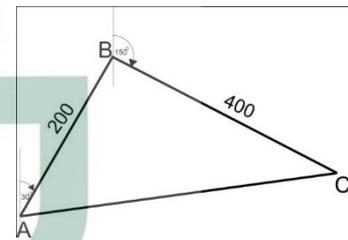
Berdasarkan informasi tersebut dapat dicari jarak antar pelabuhan.

Jarak A ke B = *waktu* \times *kecepatan*

$$= 4 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 200 \text{ mil}$$

Jarak B ke C = *waktu* \times *kecepatan*

$$= 8 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 400 \text{ mil}$$

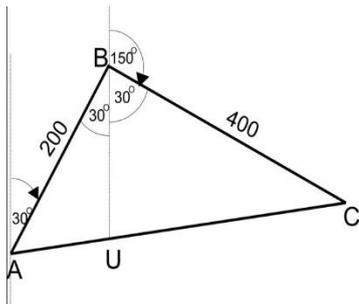


Untuk mengetahui panjang ruas garis AC digunakan aturan cosinus sebagai berikut:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) (\cos \angle ABC)$$

Karena besar $\angle ABC$ belum diketahui, maka akan dicari besar $\angle ABC$ terlebih dahulu.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



$$\angle ABU = 30^\circ$$

$$\angle UCB = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \angle ABU + \angle UBC \\ &= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ\end{aligned}$$

Selanjutnya substitusi $\angle ABC = 60^\circ$ ke

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) (\cos \angle ABC)$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) (\cos \angle ABC)$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) (\cos \angle ABC)$$

$$AC^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) (\cos 60^\circ)$$

$$AC^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$AC^2 = 40000 + 160000 - 160000$$

$$AC^2 = 40000 + 160000 - 80000$$

$$AC^2 = 200000 - 80000$$

$$AC^2 = 120000$$

$$AC = \sqrt{120000}$$

$$AC = 200\sqrt{3}$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh panjang ruas garis AC adalah $200\sqrt{3}$.

Sehingga jarak tempuh kapal dari pelabuhan C ke A adalah $200\sqrt{3}$ mil.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (PEDOMAN GURU)

ATURAN SINUS & COSINUS

BERBASIS MODEL GUIDED DISCOVERY
DENGAN METODE TALKING STICK

UNTUK SMA/MA
KELAS

X

SEMESTER GENAP



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PERTEMUAN KE- 3

Kelompok :
Nama Anggota :

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

KOMPETENSI DASAR

3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
4. 10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

INDIKATOR

3.10.5 Menentukan luas daerah segitiga sembarang dengan menggunakan aturan sinus
4.10.5 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus

TUJUAN

Setelah mengikuti proses pembelajaran diharapkan siswa dapat:

1. menentukan luas daerah segitiga sembarang dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus melalui pembelajaran *guided discovery* dengan metode *talking stick*
2. menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga dengan menggunakan aturan sinus dan cosinus

A. MARI MENINGAT

Guru memberikan apersepsi awal pada peserta didik (dialog apersepsi III terlampir)

Sebelum belajar mengenai aturan cosinus, mari terlebih dahulu mengingat mengenai konsep luas segitiga yang pernah dipelajari pada saat jenjang SMP.

Luas Segitiga

Diketahui segitiga siku- siku ABC dengan a , b , c merupakan panjang masing-masing sisi segitiga.



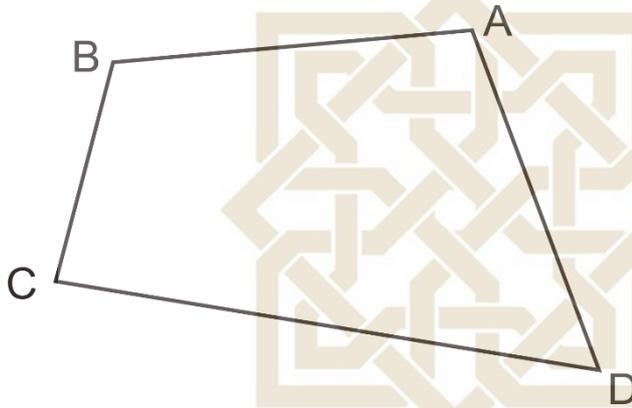
Pada $\triangle ABC$ berlaku luas segitiga :

$$L \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

B. MARI MENGIDENTIFIKASI MASALAH

Guru membimbing siswa untuk mengidentifikasi masalah awal yang diberikan. Hal ini bertujuan untuk menuntun siswa menuju konsep Luas segitiga sembarang

Pak Hendri memiliki sebidang tanah berbentuk segi empat. Tanah itu dibatasi oleh tonggak-tonggak A, B, C, D . Jarak tonggak A ke $B = 40\text{ m}$, B ke $C = 30\text{ m}$, C ke $D = 50\text{ m}$, D ke $A = 60\text{ m}$, dan B ke $D = 50\text{ m}$.



Berdasarkan keterangan ini, Dapatkah kalian membuat ilustrasi bentuk tanah Pak Hendri

1. Identifikasi jenis-jenis segitiga yang terbentuk dari hasil partisi tanah Pak Hendri?
2. Dapatkah kalian membantu Pak Hendri mengukur luas tanah yang beliau miliki?

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

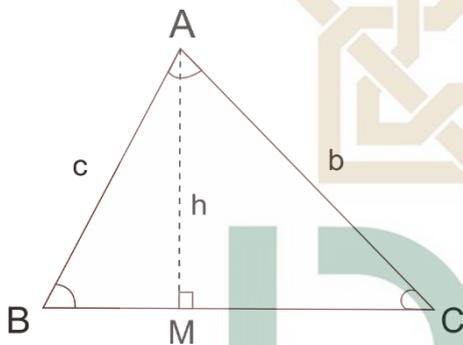
B. MARI MENEMUKAN

Guru membagi siswa menjadi kelompok kecil yang terdiri maksimal 4 siswa dengan cara berhitung. Selanjutnya, guru mengarahkan siswa untuk menemukan konsep luas segitiga melalui kegiatan-kegiatan dibawah ini.

Untuk dapat menyelesaikan masalah awal diatas, ikuti langkah-langkah menemukan konsep luas segitiga sembarang di bawah ini.

Luas segitiga jika diketahui panjang dua sisi dan besar satu sudutnya

Perhatikan gambar segitiga dibawah ini



1 Perhatikan $\triangle ABM$, Tentukan nilai $\sin \angle B$

$$\begin{aligned}\sin \angle B &= \frac{AM}{AB} \\ \Leftrightarrow AM &= AB \cdot \sin \angle B \\ \Leftrightarrow h &= c \cdot \sin \angle B \dots \quad (i)\end{aligned}$$

Substitusikan nilai h pada persamaan (i) ke dalam rumus luas segitiga

$$\begin{aligned}L &= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi} \\ \Leftrightarrow L_{ABC} &= \frac{1}{2} \times BC \cdot AM \\ \Leftrightarrow L_{ABC} &= \frac{1}{2} \times a \cdot c \sin \angle B \dots \quad (ii)\end{aligned}$$

2 Perhatikan $\triangle ACM$. Tentukan nilai $\sin \angle C$

$$\begin{aligned}\sin \angle C &= \frac{AM}{AC} \\ \Leftrightarrow AM &= AC \cdot \sin \angle C \\ \Leftrightarrow h &= b \cdot \sin \angle C \dots \quad (vi)\end{aligned}$$

Substitusikan nilai h pada persamaan (iii) ke dalam rumus luas segitiga

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi} \\ \Leftrightarrow L_{ABC} &= \frac{1}{2} \times BC \cdot AM \\ \Leftrightarrow L_{ABC} &= \frac{1}{2} \times a \cdot b \sin \angle C \end{aligned} \quad (\text{iv})$$

3

Pada $\triangle ABC$ berlaku $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ sehingga nilai $\sin \angle C = \frac{c}{a} \sin A$

Substitusikan nilai nilai $\sin \angle C$ pada persamaan pada persamaan $L = \frac{1}{2} \times a \cdot b \sin \angle C$

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \times a \cdot b \sin \angle C \\ &= \frac{1}{2} \times a \cdot b \left(\frac{c}{a} \sin A \right) \\ &= \frac{1}{2} \times bc \sin \angle A \end{aligned}$$

Sehingga luas segitiga sembarang dengan jenis segitiga yang diketahui panjang dua sisi dan besar satu sudutnya dapat ditunjukkan sebagai berikut

$$L = \frac{1}{2} ab \sin \angle C$$

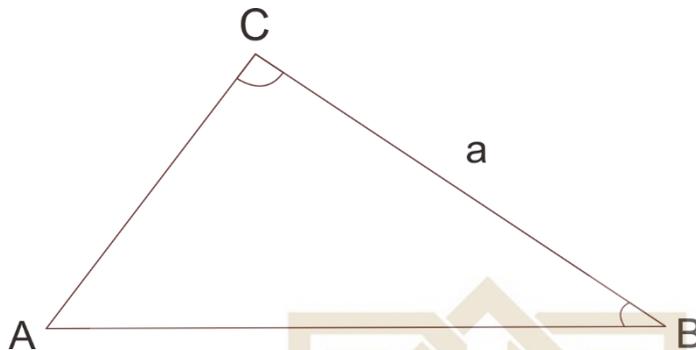
$$L = \frac{1}{2} ac \sin \angle B$$

$$L = \frac{1}{2} bc \sin \angle A$$

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Luas segitiga jika diketahui panjang satu sisi dan besar dua sudutnya

Perhatikan gambar segitiga dibawah ini



1

Dari aturan sinus yang telah kita pelajari sebelumnya, diketahui

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B}$$
$$\Leftrightarrow a = \frac{b \cdot \sin \angle A}{\sin \angle B}$$

2

Substitusikan nilai $a = \frac{b \cdot \sin \angle A}{\sin \angle B}$ ke dalam rumus segitiga $L = \frac{1}{2} ab \sin \angle C$

$$L = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin \angle C$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{b \cdot \sin \angle A}{\sin \angle B} \cdot b \sin \angle C$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b^2 \sin \angle A \sin \angle C}{\sin \angle B} \right)$$
$$= \frac{b^2 \sin \angle A \sin \angle C}{2 \sin \angle B}$$

Dengan cara yang sama dapat dibuktikan bahwa

$$L \triangle ABC = \frac{a^2 \sin \angle B \sin \angle C}{2 \sin \angle A}$$
$$L \triangle ABC = \frac{c^2 \sin \angle A \sin \angle B}{2 \sin \angle C}$$

Sehingga luas segitiga sembarang dengan jenis segitiga yang diketahui panjang satu sisi dan besar dua sudutnya dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$L \triangle ABC = \frac{b^2 \sin \angle A \sin \angle C}{2 \sin \angle B}$$
$$L \triangle ABC = \frac{a^2 \sin \angle B \sin \angle C}{2 \sin \angle A}$$
$$L \triangle ABC = \frac{c^2 \sin \angle A \sin \angle B}{2 \sin \angle C}$$

Catatan:

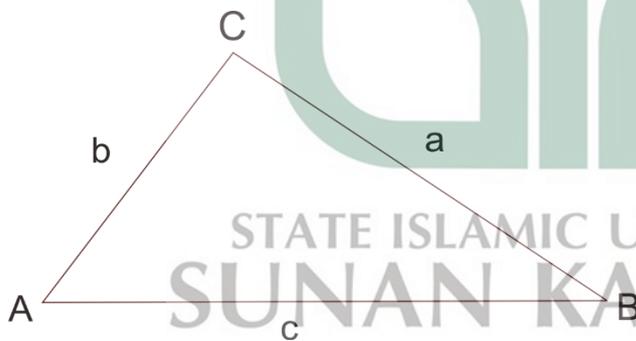
Guru diharapkan berkeliling untuk melihat seberapa jauh kerja siswa dalam mengerjakan kegiatan penemuannya. Setelah dirasa sebagian besar siswa sudah mampu menyelesaikan beberapa point kegiatan, Guru dapat memberikan ke point penemuan selanjutnya

Luas segitiga jika diketahui panjang ketiga sisinya

Dalam menemukan rumus luas segitiga jenis ini, perlu mengingat mengenai identitas trigonometri dan aturan cosinus yang telah dipelajari sebelumnya

Identitas Trigonometri :	Aturan cosinus
$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$
$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$	$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
$\sin^2 A = (1 + \cos A)(1 - \cos A)$	

Perhatikan gambar segitiga dibawah ini



Ingat :

$$(b + c)^2 = b^2 + 2bc + c^2$$

$$(b - c)^2 = b^2 - 2bc + c^2$$

1

Uraikan persamaan dibawah ini

$$\sin^2 A = (1 + \cos A)(1 - \cos A)$$

$$\sin^2 A = \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \left(1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

$$\sin^2 A = \left(\frac{2bc + (b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}\right) \left(\frac{2bc - (b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}\right)$$

$$\sin^2 A = \left(\frac{2bc + b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \left(\frac{2bc - b^2 - c^2 + a^2}{2bc}\right)$$

$$\sin^2 A = \left(\frac{2bc + b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \left(\frac{2bc - b^2 - c^2 + a^2}{2bc}\right)$$

$$\sin^2 A = \left(\frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc} \right) \left(\frac{-(b-c)^2 + a^2}{2bc} \right)$$

$$\sin^2 A = \frac{(b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)}{(2bc)^2}$$

$$\sin A = \frac{1}{2bc} \sqrt{(b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)}$$

Perhatikan nilai $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$. Dari persamaan ini diperoleh

$$(a+b+c) = 2s$$

$$(b+c-a) = (a+b+c) - 2a = 2s - 2a = 2(s-a)$$

$$(a+b-c) = (a+b+c) - 2c = 2s - 2c = 2(s-c)$$

$$(a-b+c) = (a+b+c) - 2b = 2s - 2b = 2(s-b)$$

2 Substitusikan persamaan nilai s ke dalam $\sin A$, sehingga diperoleh:

$$\sin A = \frac{1}{2bc} \sqrt{2s \cdot 2(s-a) \cdot 2(s-c) \cdot 2(s-b)}$$

$$\sin A = 4 \cdot \frac{1}{2bc} \sqrt{s(s-a)(s-c)(s-b)}$$

$$\sin A = \frac{2}{bc} \sqrt{s(s-a)(s-c)(s-b)} \dots (i)$$

3 Substitusikan persamaan (i) pada rumus luas ΔABC .

$$L = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{1}{2} bc \cdot \frac{2}{bc} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\Leftrightarrow L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Sehingga luas sembarang segitiga dengan jenis segitiga yang diketahui panjang ketiga sisinya dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Dengan a, b, c adalah panjang sisi segitiga dan s adalah setengah keliling segitiga dengan rumus $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

KESIMPULAN

Luas segitiga jika diketahui panjang dua sisi dan besar satu sudutnya	Luas segitiga jika diketahui panjang satu sisi dan besar dua sudutnya
$L = \frac{1}{2} ab \sin \angle C$	$L_{ABC} = \frac{b^2 \sin A \sin C}{2 \sin B}$
$L = \frac{1}{2} ac \sin \angle B$	$L_{ABC} = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$
$L = \frac{1}{2} bc \sin \angle A$	$L_{ABC} = \frac{c^2 \sin A \sin B}{2 \sin C}$
Luas segitiga jika diketahui panjang ketiga sisinya	
$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ dengan rumus $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$.	

C. MARI MENGAPLIKASIKAN

Setelah siswa selesai menyimpulkan hasil penemuan pada kegiatan sebelumnya, guru dapat meminta siswa mengaplikasikan rumus yang telah didapat pada kegiatan penemuan ke masalah awal yang belum dapat diselesaikan pada awal pembelajaran

Catatan :

Evaluasi pemahaman siswa dilakukan dengan meminta siswa maju untuk mengerjakan soal yang diberikan. Hal ini dilakukan berdasarkan langkah-langkah dalam metode *talking stick* yakni guru menggunakan tongkat disertai iringan musik. Tongkat digunakan untuk menunjuk siswa yang mendapat giliran presentasi, sementara iringan musik digunakan untuk mengatur tempo dan kecepatan tongkat dalam berpindah ke tangan antar siswa. Siswa yang mendapat tongkat saat musik berhenti adalah siswa yang mendapat giliran untuk mempresentasikan hasil belajar kelompoknya. (Keterangan lebih rinci dapat dilihat pada langkah-langkah pembelajaran di RPP)

Penyelesaian :

Untuk menghitung luas tanah pak Hendri kita terlebih dahulu harus mengategorikan luas tanah yang berbentuk segitiga tersebut ke beberapa kategori berdasarkan banyaknya besar sudut atau panjang sisi yang diketahui.

Diketahui :

$$AB=40 \text{ m}$$

$$BC =30\text{m}$$

$$CD= 50 \text{ m}$$

$$AD= 60 \text{ m}$$

$$BD= 50\text{m}$$

Jika segiempat $ABCD$ ditarik garis dari titik A ke C , maka akan diperoleh dua buah segitiga yakni $\triangle ABC$ dan $\triangle ACD$.

Ditanya: Luas $ABCD$?

Jawab :

Luas $\triangle ABC$ dicari dengan rumus luas segitiga, yaitu $L = \frac{1}{2} \text{ alas} \times \text{tinggi}$

Luas $\triangle ACD$ dapat ditentukan jika panjang AC diketahui.

Luas $ABCD = \text{luas } \triangle ABC + \text{luas } \triangle ACD$

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, diperoleh

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = (40)^2 + (30)^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = 1600 + 900$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = \sqrt{2500}$$

$$\Leftrightarrow AC = 50$$

Untuk $\triangle ACD$ berlaku $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$, sehingga

$$s = \frac{1}{2}(50 + 50 + 60) = 80 \text{ m}$$

$$(s - a) = 80 - 50 = 30$$

$$(s - b) = 80 - 50 = 30$$

$$(s - c) = 80 - 60 = 20$$

$$\text{luas } \triangle ACD = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)} = \sqrt{80 \times 30 \times 30 \times 20} = 1200 \text{ m}^2$$

Untuk $\triangle ABC$ berlaku $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$, sehingga

$$s = \frac{1}{2}(30 + 40 + 50) = 60 \text{ m}$$

$$(s - a) = 60 - 30 = 30$$

$$(s - b) = 60 - 40 = 20$$

$$(s - c) = 60 - 50 = 10$$

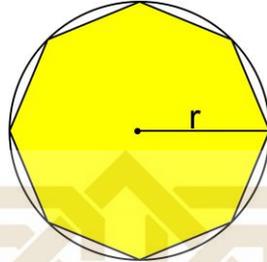
$$\text{luas } \triangle ABC = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)} = \sqrt{60 \times 30 \times 20 \times 10} = 600 \text{ m}^2$$

$$\text{Luas tanah } ABCD = \text{luas } \triangle ACD + \text{luas } \triangle ABC = 1200 + 600 = 1800$$

Jadi, luas tanah tersebut adalah 1800 m^2

LATIHAN SOAL

1. Di dalam sebuah lingkaran dibuat segi delapan beraturan seperti gambar di bawah ini.



Diketahui bahwa luas segi delapan beraturan adalah $162\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Mira berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut kurang dari 8 cm. sedangkan Dista berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut lebih dari 8 cm. Menurut anda, pendapat siapa yang benar ? Kemukakan alasan anda!

Penyelesaian:

Diketahui :

$$\text{Luas segi-8 beraturan} = 162\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

Segi-8 berada dalam lingkaran menandakan bahwa segi-8 merupakan segitiga sama kaki dengan panjang kedua kakinya merupakan panjang jari-jari lingkaran. sehingga besar sudut segi-8 tiap bagian adalah

$$\alpha = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$\text{Luas satuan segitiga} = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin C$$

$$= \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin 45^\circ$$

$$\text{Luas segi-8} = 8 \times \text{luas satu segitiga}$$

$$162\sqrt{2} = 8 \times \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow 162\sqrt{2} = 8 \times \frac{1}{2} \times r \times r \times \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 162\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \times r^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \frac{162\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

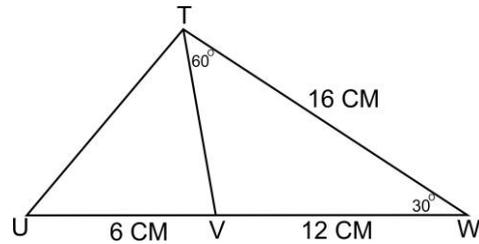
$$\Leftrightarrow r^2 = 81$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{81}$$

$$\Leftrightarrow r = 9$$

Diperoleh jari-jari dari lingkaran tersebut adalah 9 cm.

2. Perhatikan gambar halaman rumah Rina berikut ini.



Rina sedang melakukan perbandingan luas antara taman dengan halaman belakang rumahnya. Jika dalam perhitungannya, Rina menyimpulkan bahwa perbandingan luas taman dan halaman belakang rumahnya adalah 3:2. Alasannya luas halaman belakang rumahnya (ΔTUV) adalah 148 cm dan luas taman (ΔTVW) adalah 96 cm. menurut anda, apakah alasan yang dikemukakan Rina benar? Kemukan alasan anda!

Penyelesaian:

Diketahui:

$$UV = 6 \text{ cm} \qquad TW = 16 \text{ cm}$$

$$WU = 18 \text{ cm} \qquad \angle TWU = 30^\circ$$

$$\text{luas } \Delta TUV : \text{luas } \Delta TVW = 3:2$$

Ditanyakan:

Apakah alasan yang dikemukakan Rina benar?

Jawab:

Alasan yang dikatakan oleh Rina Salah.

Alasan:

$$\text{Luas } \Delta TUV = \frac{1}{2} \times TW \times WU \times \sin W$$

$$\text{Luas } \Delta TUV = \frac{1}{2} \times 16 \text{ cm} \times 18 \text{ cm} \times \sin 30^\circ$$

$$\text{Luas } \Delta TUV = \frac{1}{2} \times 16 \text{ cm} \times 18 \text{ cm} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{Luas } \Delta TUV = 72 \text{ cm}^2$$

Jadi, luas ΔTUV adalah 72 cm^2 .

$$\text{Luas } \Delta TVW = \frac{1}{2} \times TW \times WV \times \sin W$$

$$\text{Luas } \Delta TVW = \frac{1}{2} \times 16 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times \sin 30^\circ$$

$$\text{Luas } \Delta TVW = \frac{1}{2} \times 16 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{Luas } \Delta TVW = 48 \text{ cm}^2$$

Jadi, luas ΔTVW adalah 48 cm^2 .

Luas ΔTUV : Luas ΔTVW = 72 : 48

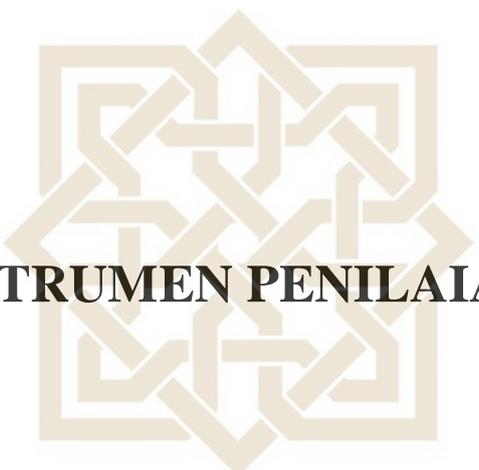
Luas ΔTUV : Luas ΔTVW = 3 : 2

Jadi, perbandingan Luas ΔTUV dan ΔTVW adalah 3 : 2

Alasannya adalah karena ΔTUV memiliki luas 72 cm^2 dan ΔTVW memiliki luas 48 cm^2 . Sedangkan Rina mengatakan bahwa ΔTUV memiliki luas 148 cm^2 dan ΔTVW memiliki luas 96 cm^2 artinya alasan Rina salah.



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



INSTRUMEN PENILAIAN



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

INSTRUMEN PENILAIAN

KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS

Mata Pelajaran : Matematika Wajib
Kelas/Program : X/MIPA
Materi : Aturan Sinus dan Cosinus
Alokasi Waktu : 90 Menit

Petunjuk Umum

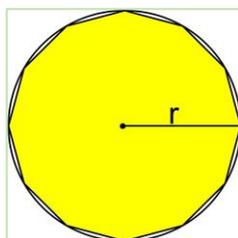
- a. Tuliskan nama, nomor presensi, dan kelas pada lembar jawab yang sudah tersedia.
- b. Tulis jawaban secara sistematis dan jelas.
- c. Dilarang menggunakan alat bantu hitung seperti kalkulator dan *handphone*.

Petunjuk Khusus

- a. Berdoalah terlebih dahulu sebelum mengerjakan soal.
- b. Kerjakan soal dengan sebaik-baiknya. Mulailah dengan mengerjakan soal yang kamu anggap mudah terlebih dahulu.
- c. Periksa kembali jawaban kamu sebelum dikumpulkan.

Soal

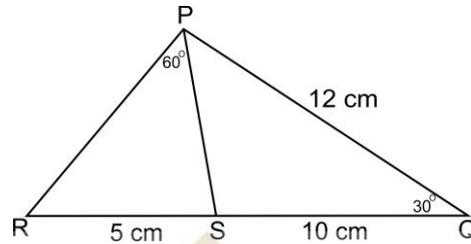
1. Diketahui $\triangle ABC$ memiliki panjang sisi a yang 4 cm lebih panjang dari setengah panjang sisi b . Panjang sisi c adalah 1 cm lebih panjang dari setengah jumlah panjang sisi a dan panjang sisi b sama dengan dua kali panjang sisi c . Keliling dari $\triangle ABC$ adalah 52 cm, hitunglah luas dari $\triangle ABC$!
2. Di dalam sebuah lingkaran dibuat segi dua belas beraturan seperti gambar di bawah ini.



Diketahui bahwa luas segi dua belas beraturan diatas adalah 432 cm^2 . Desi berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut kurang dari 9 cm. sedangkan Yana

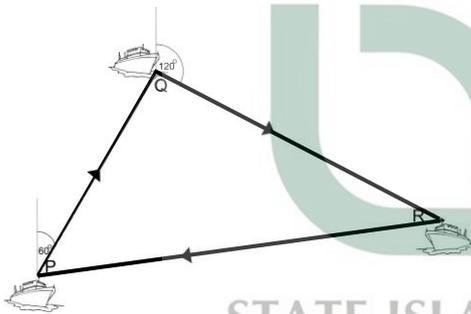
berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut lebih dari 9 cm. Menurut anda, pendapat siapa yang benar ? Kemukakan alasan anda!

3. Perhatikan gambar halaman rumah Irfan berikut ini.



Irfan ingin mengetahui perbandingan membandingkan luas ΔPQR dan ΔPQS . Dalam proses pengerjaannya, Irfan menyimpulkan bahwa luas ΔPQR dan ΔPQS memiliki perbandingan 3:2. Alasannya karena luas ΔPQR dan ΔPQS masing-masing adalah 45 cm^2 dan 30 cm^2 cm. Menurut anda, benarkah kesimpulan dan alasan yang dikemukakan oleh Irfan? Berikan pendapatmu!

4. Perhatikan gambar berikut ini!



Sebuah kapal mulai bergerak dari pelabuhan P pada pukul 12.00 dengan arah 60° dan tiba di pelabuhan Q pada pukul 16.00. Setelah beristirahat selama 2 jam kapal bergerak kembali dari pelabuhan Q menuju pelabuhan R dengan memutar haluan 120° dan tiba di pelabuhan R pukul 02.00. Kecepatan rata-rata kapal 50 mil/jam .

Berdasarkan informasi di atas, Miftah ingin mengetahui jarak tempuh kapal dari Pelabuhan R ke Pelabuhan P. Berikut adalah hasil pekerjaan yang telah Miftah lakukan. Penyelesaian:

Dari P ke Q membutuhkan 4 jam perjalanan

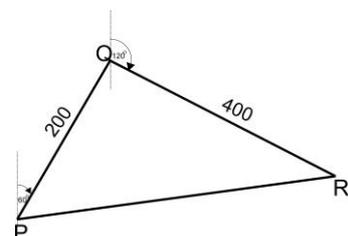
Dari Q ke R membutuhkan 8 jam perjalanan

Berdasarkan informasi tersebut dapat dicari jarak antar pelabuhan.

Jarak P ke Q = *waktu* \times *kecepatan*

$$= 4 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 200 \text{ mil}$$

Jarak Q ke R = *waktu* \times *kecepatan*

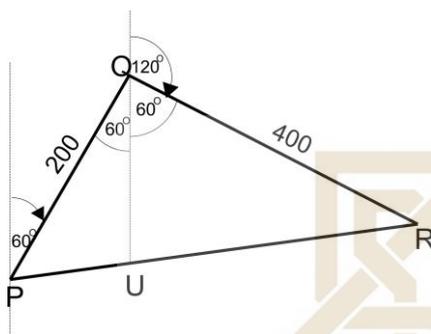


$$= 8 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 400 \text{ mil}$$

Untuk mengetahui panjang ruas garis PR digunakan aturan cosinus sebagai berikut:

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos \angle PQR)$$

Karena besar $\angle PQR$ belum diketahui, maka akan dicari besar $\angle PQR$ terlebih dahulu.



$$\angle PQU = 60^\circ$$

$$\angle UQR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle PQR &= \angle PQU + \angle UQR \\ &= 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \end{aligned}$$

Selanjutnya substitusi $\angle ABC = 30^\circ$ ke

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos \angle PQR)$$

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos 60^\circ)$$

$$PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) (\cos 60^\circ)$$

$$PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$PR^2 = 40000 + 160000 - 80000$$

$$PR^2 = 200000 - 80000$$

$$PR^2 = 120000$$

$$PR = \sqrt{120000}$$

$$PR = 200\sqrt{3}$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh panjang ruas garis PR adalah $200\sqrt{3}$. Sehingga jarak tempuh kapal dari pelabuhan R ke P adalah $200\sqrt{3}$ mil.

Berdasarkan penyelesaian yang telah dilakukan Miftah, menurut Anda apakah cara penyelesaiannya sudah benar? Berikan alasannya!

LEMBAR JAWAB INSTRUMEN PENILAIAN

Nama :

No. Presensi :

Kelas :



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KISI-KISI INSTRUMEN PENILAIAN

KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS PESERTA DIDIK

Nama Sekolah : SMA N 1 Kasihan

Kelas/ Semester : X/ II

Mata Pelajaran : Matematika Wajib

Materi : Aturan sinus dan cosinus

Alokasi Waktu : 90 Menit

Jumlah Soal : 4 Butir soal uraian

Kompetensi Dasar:

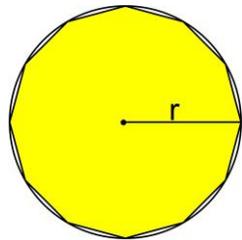
3.9 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus

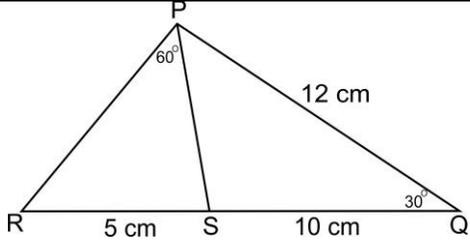
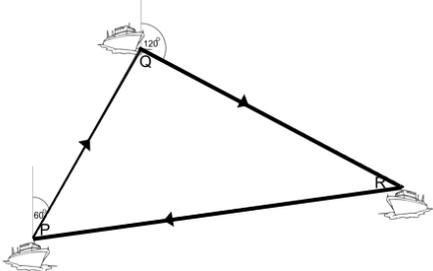
4.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

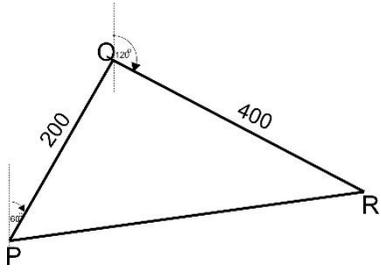
Indikator Kemampuan Berpikir Kritis:

1. Merumuskan masalah dengan jelas
2. Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)
3. Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia
4. Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta
5. Menilai bukti yang diberikan berdasarkan data
6. Mengevaluasi argumen yang diujikan

Nomor Soal	Indikator Pencapaian Kompetensi	Indikator Kemampuan Berpikir Kritis	Indikator Soal	Soal Uraian
1.	4.10.5 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga menggunakan aturan sinus dan cosinus	<p>Merumuskan masalah dengan jelas</p> <p>Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)</p> <p>Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia</p>	<p>Peserta didik diminta untuk mencari panjang sisi segitiga jika diketahui kelilingnya.</p> <p>Peserta didik diminta menentukan luas segitiga jika diketahui panjang ketiga sisinya</p>	<p>Diketahui ΔABC memiliki panjang sisi a yang 4 cm lebih panjang dari setengah panjang sisi b. Panjang sisi c adalah 1 cm lebih panjang dari setengah jumlah panjang sisi a dan panjang sisi b sama dengan dua kali panjang sisi c. Keliling dari ΔABC adalah 52 cm, hitunglah luas dari ΔABC!</p>

2	4.10.3	Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan sinus	Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)	Peserta didik diminta menentukan panjang jari-jari lingkaran jika diketahui luas segi-n beraturan dalam lingkaran	Di dalam sebuah lingkaran dibuat segi dua belas beraturan seperti gambar di bawah ini.
	4.10.5	Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga menggunakan aturan sinus dan cosinus	Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta	Peserta didik diminta memeriksa kebenaran dan mengevaluasi pernyataan yang diberikan	 <p>Diketahui bahwa luas segi dua belas beraturan di atas adalah 432 cm^2. Koko berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut kurang dari 9 cm. sedangkan Raja berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut lebih dari 9 cm. Menurut anda, pendapat siapa yang benar? Kemukakan alasan anda!</p>
3	4.10.5	Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai luas daerah segitiga menggunakan	Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta	Peserta didik diminta menentukan luas dua buah bidang dan membandingkan luas keduanya	Perhatikan gambar halaman rumah Irfan berikut ini.

	<p>aturan sinus dan cosinus</p>	<p>Mengevaluasi argumen yang diujikan</p>	<p>Peserta didik diminta memeriksa kebenaran dan mengevaluasi pernyataan berdasarkan informasi yang diberikan</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>Irfan ingin mengetahui perbandingan luas ΔPQR dan ΔPQS. Dalam proses pengerjaannya, Beni menyimpulkan bahwa luas ΔPQR dan ΔPQS memiliki perbandingan 3:2. Alasannya karena luas ΔPQR dan ΔPQS masing-masing adalah 45 cm^2 dan 30 cm^2 cm. Menurut anda, benarkah kesimpulan dan alasan yang dikemukakan oleh Irfan? Berikan pendapatmu!</p>
<p>4</p>	<p>4.10.2 Menentukan panjang sisi dan besar sudut suatu segitiga menggunakan aturan cosinus</p>	<p>Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)</p>	<p>Peserta didik diminta menemukan kesalahan pada proses pengerjaan soal aplikasi aturan cosinus.</p>	<p>Perhatikan gambar di bawah ini.</p> <div style="text-align: center;">  </div>

	<p>4.10.4 Menyelesaikan permasalahan kontekstual mengenai aturan cosinus</p>	<p>Menilai bukti yang diberikan dan membuat keputusan tentang kesimpulan berdasarkan data</p> <hr/> <p>Mengevaluasi argumen yang diujikan</p>		<p>Sebuah kapal mulai bergerak dari pelabuhan P pada pukul 12.00 dengan arah 60° dan tiba di pelabuhan Q pada pukul 16.00. Setelah beristirahat selama 2 jam kapal bergerak kembali dari pelabuhan Q menuju pelabuhan R dengan memutar haluan 120° dan tiba di pelabuhan R pukul 02.00. Kecepatan rata-rata kapal 50 mil/jam.</p> <p>Berdasarkan informasi di atas, Miftah ingin mengetahui jarak tempuh kapal dari Pelabuhan R ke Pelabuhan P. Berikut adalah hasil pekerjaan yang telah Miftah lakukan.</p> <p>Penyelesaian: Dari P ke Q membutuhkan 4 jam Dari Q ke R membutuhkan 8jam</p>  <p>Berdasarkan informasi tersebut dapat dicari jarak antar pelabuhan.</p>
--	--	---	--	--



Jarak P ke Q = waktu \times kecepatan

$$= 4 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 200 \text{ mil}$$

Jarak Q ke R = waktu \times kecepatan

$$= 8 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 400 \text{ mil}$$

Untuk mengetahui panjang ruas garis PR digunakan aturan cosinus sebagai berikut:

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos \angle PQR)$$

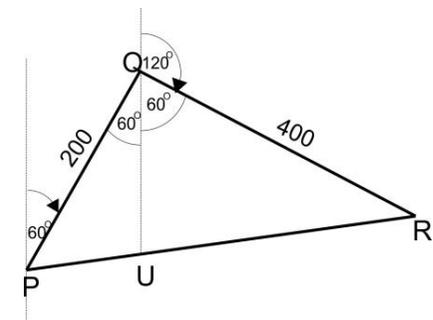
Karena besar $\angle PQR$ belum diketahui, maka akan dicari besar $\angle PQR$ terlebih dahulu.

$$\angle PQU = 60^\circ$$

$$\angle UQR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle PQR = \angle PQU + \angle UQR$$

$$= 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$



				$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos \angle PQR)$ $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos 60^\circ)$ $PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) (\cos 60^\circ)$ $PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) \left(\frac{1}{2}\right)$ $PR^2 = 40000 + 160000 - 80000$ $PR^2 = 200000 - 80000$ $PR^2 = 120000$ $PR = \sqrt{120000}$ $PR = 200\sqrt{3}$ <p>Dari perhitungan di atas, diperoleh panjang ruas garis PR adalah $200\sqrt{3}$. Sehingga jarak tempuh kapal dari pelabuhan R ke P adalah $200\sqrt{3} \text{ mil}$. Berdasarkan penyelesaian yang telah dilakukan Miftah, menurut Anda apakah cara penyelesaiannya sudah benar? Berikan alasannya!</p>
--	--	--	--	--

ALTERNATIF PENSKORAN

INSTRUMEN PENILAIAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS PESERTA DIDIK

Nomor Soal	Soal	Alternatif Jawaban	Skor
1	Diketahui ΔABC memiliki panjang sisi a yang 4 cm lebih panjang dari setengah panjang sisi b . Panjang sisi c adalah 1 cm lebih panjang dari setengah jumlah panjang sisi a dan panjang sisi b sama dengan dua kali panjang sisi c . Keliling dari ΔABC adalah 52 cm, hitunglah luas dari ΔABC !	<p>Diketahui :</p> $a = \frac{1}{2}b + 4 \dots (i)$ $c = \left(\frac{a+b}{2} + 1\right) \dots (ii)$ <p>Substitusi persamaan (1) ke persamaan (2)</p> $c = \left(\frac{a+b}{2} + 1\right)$ $\Leftrightarrow c = \left(\frac{\frac{1}{2}b+4+b}{2} + 1\right)$ $\Leftrightarrow c = \left(\frac{\frac{3}{2}b+4}{2} + 1\right)$ $\Leftrightarrow c = \frac{3}{4}b + 2 + 1$ $\Leftrightarrow c = \frac{3}{4}b + 3$ <p>Mencari keliling dari segitiga</p> $Keliling = a + b + c$ $\Leftrightarrow 52 = \left(\frac{1}{2}b + 4\right) + b + \left(\frac{3}{4}b + 3\right)$ $\Leftrightarrow 52 = \frac{1}{2}b + b + \frac{3}{4}b + 4 + 3$	0-6

$$\Leftrightarrow 52 - 7 = \frac{9}{4}b$$

$$\Leftrightarrow 45 = \frac{9}{4}b$$

$$\Leftrightarrow 45 \times 4 = 9b$$

$$\Leftrightarrow \frac{45 \times 4}{9} = b$$

$$\Leftrightarrow 5 \times 4 = b$$

$$\Leftrightarrow b = 20$$

Sehingga didapat nilai a dan c

$$a = \frac{1}{2}b + 4 = \frac{1}{2} \times 20 + 4 = 10 + 4 = 14$$

$$c = \frac{1}{2}(a + b) + 1$$

$$= \frac{1}{2}(14 + 20) + 1$$

$$c = \frac{1}{2}(34) + 1 = 17 + 1 = 18$$

Jadi $a = 14 \text{ cm}$, $b = 20 \text{ cm}$ dan $c = 18 \text{ cm}$

Untuk menentukan luas segitiga, gunakan rumus mencari luas segitiga jika diketahui ketiga sisinya

Mencari nilai s

$$s = \frac{1}{2} \times \text{keliling } \Delta PQR = \frac{1}{2} \cdot 52 = 26$$

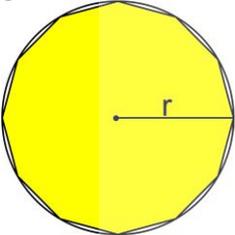
$$\text{luas } \Delta PQR = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

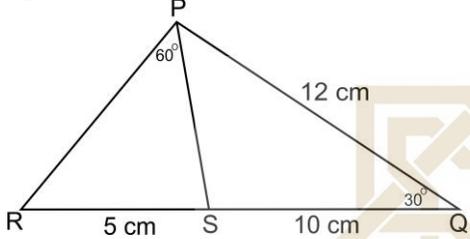
$$= \sqrt{26(26-14)(26-20)(26-18)}$$

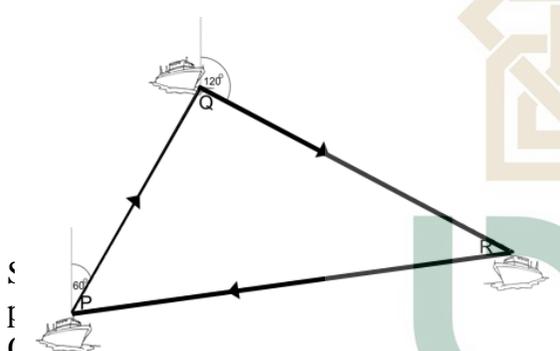
$$= \sqrt{26(12)(6)(8)}$$

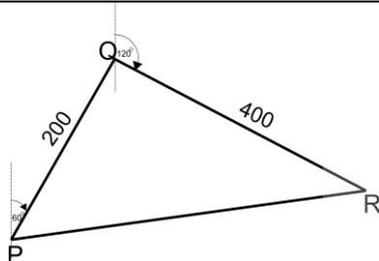
$$= \sqrt{14976}$$

$$= \sqrt{24 \times 24 \times 26}$$

		$= 24\sqrt{26}$ Jadi, luas ΔPQR adalah $24\sqrt{26}$ cm	
2	<p>Di dalam sebuah lingkaran dibuat segi dua belas beraturan seperti gambar di bawah ini.</p>  <p>Diketahui bahwa luas segi dua belas beraturan diatas adalah 432 cm^2. Desi berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut kurang dari 9 cm. sedangkan Yana berpendapat bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut lebih dari 9 cm. Menurut anda, pendapat siapa yang benar ? Kemukakan alasan anda!</p>	<p>Diketahui :</p> <p>Luas segi-12 beraturan = 432 cm^2</p> <p>Segi-12 berada dalam lingkaran menandakan bahwa segi-8 merupakan segitiga sama kaki dengan panjang kedua kakinya merupakan panjang jari-jari lingkaran. sehingga besar sudut segi-12 tiap bagian adalah</p> $\alpha = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ <p>Luas satuan segitiga = $\frac{1}{2} \times a \times b \times \sin C$</p> $= \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin 30^\circ$ <p>Luas segi - 12 = $12 \times \text{luas satu segitiga}$</p> $\Leftrightarrow 432 = 12 \times \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin 30^\circ$ $\Leftrightarrow 432 = 12 \times \frac{1}{2} \times r \times r \times \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow 432 = 3 \times r^2$ $\Leftrightarrow r^2 = \frac{432}{3}$ $\Leftrightarrow r^2 = 144$ $\Leftrightarrow r = \sqrt{144} = 12$ <p>Diperoleh jari-jari dari lingkaran tersebut adalah 12 cm.</p> <p>Sehingga pendapat Yana bahwa panjang jari-jari lingkaran tersebut lebih dari 9 cm adalah benar dikarenakan $12 > 9$.</p>	0-5

<p>3</p>	<p>Perhatikan gambar halaman rumah Irfan berikut ini.</p>  <p>Irfan ingin mengetahui perbandingan membandingkan luas ΔPQR dan ΔPQS. Dalam proses pengerjaannya, Irfan menyimpulkan bahwa luas ΔPQR dan ΔPQS memiliki perbandingan 3:2. Alasannya karena luas ΔPQR dan ΔPQS masing-masing adalah 45 cm^2 dan 30 cm^2 cm. Menurut anda, benarkah kesimpulan dan alasan yang dikemukakan oleh Irfan? Berikan pendapatmu !</p>	<p>Diketahui:</p> <p>$QS = 10 \text{ cm}$ $PQ = 12 \text{ cm}$ $QR = 15 \text{ cm}$ $\angle PQR = 30^\circ$ $\text{luas } \Delta TUW : \text{luas } \Delta TVW = 3:2$</p> <p>Ditanyakan: Apakah alasan yang dikemukakan Irfan benar? Jawab: Alasan yang dikatakan oleh Irfan benar. Alasan: $\text{Luas } \Delta PQR = \frac{1}{2} \times PQ \times QR \times \sin Q$ $\text{Luas } \Delta PQR = \frac{1}{2} \times 12 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} \times \sin 30^\circ$ $\text{Luas } \Delta PQR = \frac{1}{2} \times 12 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} \times \frac{1}{2}$ $\text{Luas } \Delta PQR = 45 \text{ cm}^2$ Jadi, luas ΔPQR adalah 45 cm^2.</p> $\text{Luas } \Delta PQS = \frac{1}{2} \times QS \times PQ \times \sin Q$ $\text{Luas } \Delta PQS = \frac{1}{2} \times 10 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times \sin 30^\circ$ $\text{Luas } \Delta PQS = \frac{1}{2} \times 10 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times \frac{1}{2}$ $\text{Luas } \Delta PQS = 30 \text{ cm}^2$ Jadi, luas ΔPQS adalah 30 cm^2 . $\text{Luas } \Delta PQR : \text{Luas } \Delta PQS = 45 : 30$ $\text{Luas } \Delta PQR : \text{Luas } \Delta PQS = 3 : 2$	<p>0-7</p>
----------	--	--	------------

		<p>Jadi, perbandingan Luas ΔPQR dan ΔPQS adalah 3 : 2</p> <p>Alasannya adalah karena ΔPQR memiliki luas 45 cm^2 dan ΔPQS memiliki luas 30 cm^2. Sehingga kesimpulan dan alasan yang dikemukakan oleh Irfan benar.</p>	
4	<p>Perhatikan gambar di bawah ini .</p>  <p>1 P pada pelabuhan selama 2 jam kapal bergerak kembali dari pelabuhan Q menuju pelabuhan R dengan memutar haluan 120° dan tiba di pelabuhan R pukul 02.00. Kecepatan rata-rata kapal 50 mil/jam. Berdasarkan informasi di atas, Miftah ingin mengetahui jarak tempuh kapal dari Pelabuhan R ke Pelabuhan P. Berikut adalah hasil pekerjaan yang telah Miftah lakukan.</p> <p>Penyelesaian: Dari P ke Q membutuhkan 4 jam perjalanan Dari Q ke R membutuhkan 8 jam perjalanan</p>	<p>Penyelesaian yang sudah dilakukan Miftah masih terdapat kesalahan yaitu pada bagian berikut:</p> $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos \angle PQR)$ $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos 60^\circ)$ $PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) (\cos 60^\circ)$ $PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) \left(\frac{1}{2}\right)$ $PR^2 = 40000 + 160000 - 160000$ $PR^2 = 200000 - 160000$ $PR^2 = 40000$ $PR = \sqrt{40000}$ $PR = 200$ <p>Alasan: Pada bagian tersebut Miftah melakukan kesalahan dalam melakukan perhitungan di baris keempat. Miftah melakukan kesalahan perhitungan bahwa $\cos 120^\circ = \frac{1}{2}$, sedangkan yang benar adalah nilai $\cos 120^\circ = \left(-\frac{1}{2}\right)$.</p>	0-4



Berdasarkan informasi tersebut dapat dicari jarak antar pelabuhan.

$$\begin{aligned} \text{Jarak P ke Q} &= \text{waktu} \times \text{kecepatan} \\ &= 4 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 200 \text{ mil} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jarak Q ke R} &= \text{waktu} \times \text{kecepatan} \\ &= 8 \text{ jam} \times 50 \frac{\text{mil}}{\text{jam}} = 400 \text{ mil} \end{aligned}$$

Untuk mengetahui panjang ruas garis PR digunakan aturan cosinus sebagai berikut:

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos \angle PQR)$$

Karena besar $\angle PQR$ belum diketahui, maka akan dicari besar $\angle PQR$ terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} \angle PQU &= 60^\circ \\ \angle UQR &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \\ \angle PQR &= \angle PQU + \angle UQR \end{aligned}$$

Karena dari baris keempat Miftah sudah melakukan kesalahan perhitungan, maka pada baris selanjutnya juga salah. Hal tersebut berakibat pada hasil akhir atau kesimpulan yang Miftah peroleh juga bernilai salah.

Hasil perhitungan yang benar adalah sebagai berikut:

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos \angle PQR)$$

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos 60^\circ)$$

$$PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) (\cos 60^\circ)$$

$$PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$PR^2 = 40000 + 160000 + 8000$$

$$PR^2 = 200000 + 80000$$

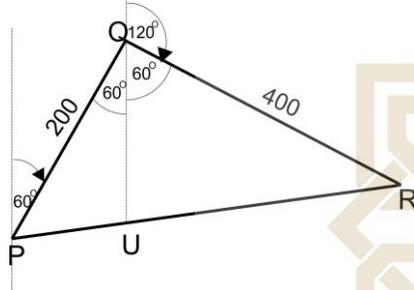
$$PR^2 = 280000$$

$$PR = \sqrt{280000}$$

$$PR = 200\sqrt{7}$$

Jadi jarak tempuh kapal dari pelabuhan R ke P adalah $200\sqrt{7}$ mil.

$$= 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$



$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos \angle PQR)$$

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2(PQ)(QR) (\cos 60^\circ)$$

$$PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) (\cos 60^\circ)$$

$$PR^2 = 200^2 + 400^2 - 2(200)(400) \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$PR^2 = 40000 + 160000 - 80000$$

$$PR^2 = 200000 - 80000$$

$$PR^2 = 120000$$

$$PR = \sqrt{120000}$$

$$PR = 200\sqrt{3}$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh panjang ruas garis PR adalah $200\sqrt{3}$. Sehingga jarak tempuh kapal dari pelabuhan R ke P adalah $200\sqrt{3} \text{ mil}$.

Berdasarkan penyelesaian yang telah dilakukan Miftah, menurut Anda apakah cara penyelesaiannya sudah benar? Berikan alasannya!

PEDOMAN PENSKORAN

SOAL PRETEST KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS PESERTA DIDIK

No Soal	Indikator Kemampuan Berpikir Kritis	Respon peserta didik terhadap masalah	Skor	Skor Maksimal
1.	Merumuskan masalah dengan jelas	Peserta didik tidak dapat menganalisa informasi yang tersirat dalam soal yang diberikan	0	1
		Peserta didik dapat mengidentifikasi hal-hal yang diketahui dalam soal yang diberikan dengan cara menuliskan persamaan model matematikanya	1	
	Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)	Peserta didik tidak dapat menemukan penyelesaian dari soal yang diberikan	0	2
		Peserta didik dapat menentukan panjang dua sisi segitiga	1	
		Peserta didik dapat menentukan panjang dari ketiga sisi segitiga	2	
	Menarik kesimpulan yang tepat dari berbagai informasi yang tersedia	peserta didik tidak dapat menghitung luas segitiga ΔABC	0	3
		Peserta didik dapat menghitung nilai s dan luas segitiga tapi belum benar	1	
		Peserta didik dapat menghitung nilai s akan tetapi luas segitiga tapi belum benar	2	
		Peserta didik dapat menentukan nilai s dan memberikan kesimpulan mengenai luas segitiga dengan benar	3	

2.	Menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan (pertanyaan, jawaban atau argumen)	Peserta didik tidak dapat menganalisa asumsi dan pokok-pokok permasalahan dalam soal	0	2
		Peserta didik dapat menuliskan asumsi mengenai karakteristik dari segi dua belas dalam lingkaran	1	
		Peserta didik dapat menuliskan asumsi mengenai karakteristik dari segi dua belas dalam lingkaran serta menentukan besar sudut α	2	
3.	Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta	Peserta didik tidak dapat menentukan cara penyelesaian soal	0	3
		Peserta didik dapat menentukan cara penyelesaian soal terkait luas segitiga menggunakan aturan sinus	1	
		Peserta didik dapat menentukan nilai r (jari-jari) lingkaran. Akan tetapi belum tepat dalam memberi kesimpulan	2	
		Peserta didik dapat menentukan nilai r (jari-jari) lingkaran serta menarik kesimpulan terkait kebenaran dari argumen yang diberikan	3	
3.	Memeriksa kebenaran suatu kesimpulan (pernyataan) berdasarkan fakta	Peserta didik tidak dapat menentukan cara penyelesaian soal	0	3
		Peserta didik dapat menentukan cara penyelesaian soal terkait perbandingan luas segitiga	1	
		Peserta didik dapat menentukan luas segitiga. Akan tetapi belum tepat dalam memberi kesimpulan	2	

		Peserta didik dapat menentukan luas segitiga serta menarik kesimpulan terkait kebenaran dari argument yang diberikan	3	
	Mengevaluasi argumen yang diujikan	Jika peserta didik tidak menuliskan jawaban apapun	0	4
		Jika peserta didik menuliskan bahwa jawaban Miftah itu benar tetapi alasannya benar	1	
		Jika peserta didik menuliskan bahwa jawaban Miftah itu benar tetapi alasannya salah	2	
		Jika peserta didik menuliskan bahwa jawaban Miftah itu benar tetapi alasannya kurang sesuai dengan alternatif jawaban	3	
		Jika peserta didik menuliskan bahwa jawaban Miftah itu benar disertai dengan alasan yang tepat sesuai dengan alternatif jawaban	4	
4.	Menilai bukti yang diberikan berdasarkan data	Peserta didik tidak dapat menemukan kesalahan pengerjaan dalam penyelesaian dari soal yang diberikan	0	2
		Peserta didik dapat menemukan pada bagian mana kesalahan pengerjaan itu dilakukan	1	
		Peserta didik dapat menemukan pada bagian mana kesalahan pengerjaan itu dilakukan dan memberikan pernyataan terkait evaluasi yang harus dilakukan	2	

Mengevaluasi argumen yang diujikan	Peserta didik tidak melakukan perhitungan	0	2
	Peserta didik dapat menentukan nilai PR	1	
	Peserta didik dapat menentukan nilai PR disertai dengan kesimpulan mengenai rumusan masalah dalam soal	2	
Skor Maksimal			25

$$\text{Skor} = \frac{\text{Skor yang diperoleh}}{\text{skor maksimal}} \times 100$$



 STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
 YOGYAKARTA

DAFTAR PUSTAKA

Sukino. 2008. Matematika untuk kelas XI SMA KTSP. Jakarta: Erlangga

Wulandari, Diah. 2019. Modul matematika wajib untuk kelas X SMA. Yogyakarta:
SMA Muhammadiyah 3 Yogyakarta

Buku matematika pegangan siswa Kemendikbud Kelas X Kurikulum 2013



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UIN SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA