

LAPORAN SKRIPSI
PENERAPAN METODE *EMPIRICAL BEST LINEAR*
***UNBIASED PREDICTION* (EBLUP) PADA MODEL**
PENDUGAAN AREA KECIL

**(Studi Kasus: Estimasi Tingkat Kemiskinan di Provinsi Papua
Tahun 2019)**



EMSA CITRA SAPUTRI
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
16610028
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2021

**PENERAPAN METODE *EMPIRICAL BEST LINEAR*
UNBIASED PREDICTION (EBLUP) PADA MODEL
PENDUGAAN AREA KECIL**

**(Studi Kasus: Estimasi Tingkat Kemiskinan di Provinsi Papua
Tahun 2019)**

SKRIPSI

Untuk memenuhi sebagian persyaratan mencapai derajat Sarjana S-1 Program
Studi Matematika



diajukan oleh:

EMSA CITRA SAPUTRI

16610028

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA

2021

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Emsa Citra Saputri
NIM : 16610028
Judul Skripsi : Penerapan Metode *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP) pada Model Pendugaan Area Kecil (Studi Kasus: Estimasi Tingkat Kemiskinan di Provinsi Papua Tahun 2019)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Pembimbing I



Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc.

NIP. 19750912 200801 2 015

Yogyakarta, 19 Mei 2021

Pembimbing II



Sri Utami Zuliana, Ph. D.

NIP. 19741003 200001 2 002



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1554/Un.02/DST/PP.00.9/08/2021

Tugas Akhir dengan judul : Penerapan Metode Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) pada Model Pendugaan Area Kecil (Studi Kasus: Estimasi Tingkat Kemiskinan di Provinsi Papua Tahun 2019)

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : EMSA CITRA SAPUTRI
Nomor Induk Mahasiswa : 16610028
Telah diujikan pada : Jumat, 06 Agustus 2021
Nilai ujian Tugas Akhir : A-

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang
Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 61224742e1023



Penguji I
Sri Utami Zuliana, S.Si., M.Sc., Ph.D.
SIGNED

Valid ID: 612104aec0f6e5



Penguji II
Sri Istiyarti Uswatun Chasanah, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6121d18e91d51



Yogyakarta, 06 Agustus 2021
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6123157ceac58

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Emsa Citra Saputri

NIM : 16610028

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 15 Juli 2021

Yang Menyatakan



Emsa Citra Saputri

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap doa dan rasa syukur kepada Allah SWT, skripsi ini saya persembahkan untuk:

Kedua orang tuaku yang selalu mendoakan, memberi semangat dan nasehat yang tidak bisa ternilai harganya demi keberhasilanku.

Semua keluarga besar, baik itu yang terikat darah ataupun tidak yang juga selalu memberikan doa dan motivasinya.

Almamater Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Teman-teman matematika angkatan 2016 yang telah bersama-sama berjuang menempuh pendidikan ini.



KATA PENGANTAR

Assalammu'alaikum Wr. Wb.

Puja dan puji syukur penulis senantiasa panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan semua rahmat dan hidayah-Nya sehingga skripsi yang berjudul “Penerapan Metode *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP) pada Model Pendugaan Area Kecil (Studi Kasus: Tingkat Kemiskinan di Provinsi Papua Tahun 2019)” dapat terselesaikan guna memenuhi syarat memperoleh gelar strata-1 di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga. Sholawat serta salam selalu senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah menjadi suri tauladan yang baik bagi umatnya.

Keberhasilan penulisan skripsi ini dapat selesai dengan lancar karena tidak lepas dari arahan, bimbingan, dan bantuan dari berbagai pihak baik itu secara moril maupun materil. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati izinkan penulis mengucapkan rasa terima kasih sedalam-dalamnya kepada:

1. Prof. Dr. Phil Al Makin, M.A., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

4. Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik dan dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan ilmu baik itu berupa nasehat dan kritik kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. Sri Utami Zuliana, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing skripsi II yang juga telah membantu memberikan ilmu baik itu berupa nasehat dan kritik kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Bapak/Ibu dosen dan staff Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta atas ilmu, bimbingan dan pelayanan selama perkuliahan sampai penyusunan skripsi ini selesai.
7. Bapak Sumarno dan Ibu Boniyem selaku orang tua penulis yang telah memberikan doa yang selalu dipanjatkan, kasih sayang, dukungan yang tidak dapat dihitung jumlahnya kepada penulis.
8. Semua keluarga besar baik itu yang berikatan darah atau tidak yang telah memberikan doa, perhatian, dukungan dan semangat yang tidak pernah berhenti kepada penulis.
9. Teman-teman penulis: Sriyanti, Nurul, Annisa, Vika, Yunida, Fitri, Zainul, Luthfi, Arif yang selalu menguatkan, memberikan dukungan, memberikan tambahan bumbu cerita yang nantinya akan menjadi sejarah bagi penulis.
10. Keluarga besar Matematika angkatan 2016 (Adit, Arrih, Aisyah, Ningsih, Lia, Faizah, Laras, Riska, Yenni, Fathul, Nenti, Jannah, Mukit, A'yun, Juan, Riaisah, Sherlin, Aqsal, Galih, Fadly, Cindy, Virda, Falih, Fatin, Saskia, Nadya, Astika, Bella, Wakhid, Rohman dan Fiqi yang kadang-kadang menemani dan memberikan dukungan selama menuntut ilmu 4 tahun ini.

11. Karang Taruna “IKADAYA PERDIKA” Karanggayam yang selalu memberikan banyak sekali pelajaran non-akademik maupun akademik.
12. Mas dan mbak “tetangga” yang selalu memberikan banyak sekali bantuan waktu kepada penulis.
13. Semua pihak yang telah memberikan doa dan dukungan kepada penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga Allah SWT menerima semua amal kebaikan dan memberikan balasan yang jauh lebih berlipat-lipat kebaikan atas semua pihak kepada penulis. Dengan demikian, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca dalam memberikan informasi yang baru.

Wassalammu'alaikum Wr. Wb.

Sleman, 25 Mei 2021

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	ii
HALAMAN JUDUL.....	ii
HALAMAN PERSETUJUAN.....	iii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iv
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAAN	v
PERSEMBAHAN	vi
MOTTO	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xvii
DAFTAR SIMBOL.....	xviii
INTISARI.....	xx
ABSTRACT.....	xxi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Batasan Masalah.....	5
1.4 Tujuan Penelitian.....	6
1.5 Manfaat Penelitian.....	6
1.6 Tinjauan Pustaka	7
1.7 Sistematika Penulisan.....	10
1.8 Metode Penelitian.....	11

BAB II LANDASAN TEORI	12
2.1 Konsep Dasar Mendapatkan Data	12
2.1.1 Data	12
2.1.2 Populasi dan Sampel	15
2.1.3 Sensus dan Survei	17
2.2 Matrik	21
2.2.1 Operasi Matrik	22
2.2.2 Jenis-Jenis Matrik	25
2.2.3 Transpose Matrik	32
2.2.4 Bentuk Kuadratik dan Definit Positif.....	33
2.2.5 Matrik Partisi.....	33
2.2.6 Matrik dalam Sistem Linier	35
2.2.7 Diferenisasi Matrik.....	35
2.2.8 Translation-Invariant.....	39
2.3 Variabel Random.....	39
2.4 Distribusi Variabel Random.....	41
2.4.1 Distribusi Variabel Random Diskrit.....	41
2.4.2 Distribusi Variabel Random Kontinu.....	42
2.4.3 Distribusi Normal.....	44
2.4.4 Distribusi Normal Multivariat.....	45
2.4.5 Fungsi <i>Likelihood</i> dan <i>Log-Likelihood</i> Distribusi Normal Multivariat	46
2.5 Metode <i>Lagrange</i>	46
2.6 Deret <i>Taylor</i>	47
2.7 Metode Iterasi Newton-Raphson.....	48
2.8 Analisis Regresi.....	50
2.8.1 Analisis Regresi Sederhana.....	52
2.8.2 Analisis Regresi Berganda	52
2.8.3 Penyimpangan Dalam Analisis Regresi.....	53
2.8.4 General Linier Mixed Model (GLMM)	57
2.9 Estimasi	60
2.9.1 Teknik- Teknik Estimasi	60
2.9.2 Sifat-Sifat Estimator untuk Sampel Kecil (≤ 30)	69
2.9.3 Sifat-Sifat Estimator untuk Sampel Besar (> 30)	72
2.10 Kovariansi dan Analisis Korelasi	73
2.10.1 Korelasi Spearman	75
2.10.2 Analisis Korelasi Kendal Tau	77
2.10.3 Analisis Korelasi Product Momen Pearson	78

2.11	Mean Square Error	79
2.12	Variabel respon dan variabel penyerta	81
2.13	Pendugaan Area Kecil	81
2.13.1	Pendugaan Langsung	83
2.13.2	Pendugaan Tidak Langsung	84
2.14	Kemiskinan.....	87
BAB III METODE PENELITIAN		92
3.1	Jenis Penelitian	92
3.2	Metode Pengambilan Data	92
3.3	Populasi dan Sampel	93
3.4	Variabel Penelitian	93
3.5	Metode Penelitian.....	94
3.6	Alat Pengolah Data.....	94
3.7	Flowchart.....	95
BAB IV PEMBAHASAN.....		96
4.1	Pendugaan Langsung, Sintetik, dan Komposit.....	96
4.1.1	Pendugaan Langsung	96
4.1.2	Pendugaan Sintetik.....	97
4.1.3	Pendugaan Komposit	98
4.2	Pendugaan BLUP pada Model Fay-Herriot	99
4.3	Pendugaan MSE BLUP pada Model Fay-Herriot	103
4.4	Pendugaan EBLUP pada Model Fay-Herriot.....	104
4.5	MSE EBLUP pada Model Fay-Herriot	107
4.6	Estimasi MSE EBLUP pada Model Fay-Herriot	111
BAB V STUDI KASUS.....		113
5.1	Profil Provinsi Papua.....	113
5.2	Analisis deskriptif untuk data.....	117
5.3	Pengujian Asumsi Normalitas pada Data	117
5.4	Karakteristik Variabel Penyerta	120
5.5	Pendugaan Langsung.....	121
5.6	Pendugaan Tidak Langsung	124

BAB VI PENUTUP	131
6.1 Kesimpulan.....	131
6.2 Saran.....	133
DAFTAR PUSTAKA	135
LAMPIRAN.....	138
Lampiran 1.....	138
Lampiran 2.....	139
Lampiran 3.....	140
Lampiran 4.....	141
Lampiran 5.....	142
Lampiran 6.....	143
Lampiran 7.....	144
Lampiran 8.....	145
Lampiran 10.....	149
Lampiran 11.....	150
Lampiran 12.....	151
Lampiran 13.....	152
Lampiran 14.....	152
Lampiran 15.....	152
Lampiran 16.....	153
Lampiran 17.....	159
CURRICULUM VITAE.....	162

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka.....	9
Tabel 2.1 Koefisien Korelasi.....	75
Tabel 3.1 Variabel Penyerta.....	93
Tabel 5.1 Persentase Penduduk Miskin di Indonesia.....	115
Tabel 5.2 Analisis Deskriptif	117
Tabel 5.3 Nilai Korelasi Variabel Penyerta	120
Tabel 5.4 Variabel Respon (Jumlah Penduduk Miskin)	122
Tabel 5.5 Nilai Taksiran Pengaruh Tetap ($\hat{\beta}$) dengan Metode EBLUP.....	124
Tabel 5.6 Nilai Estimasi Komponen Variansi dengan Metode EBLUP	124
Tabel 5.7 Perbandingan Nilai Pendugaan Langsung dan EBLUP REML.....	125
Tabel 5.8 Perbandingan Nilai MSE Langsung dan EBLUP REML	127
Tabel 5.9 Perbandingan Nilai RRMSE Langsung dan EBLUP REML.....	129



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Kurva Distribusi Normal.....	44
Gambar 3.1 <i>Flowchart</i>	95
Gambar 5.1 Peta Provinsi Papua.....	114
Gambar 5.2 Persentase Penduduk Miskin di Indonesia.....	115
Gambar 5.3 Grafik Jumlah Penduduk Miskin	116
Gambar 5.4 Plot Hasil dari Perhitungan Boxcox.....	118
Gambar 5.5 Grafik Data Penduduk Miskin yang Telah di Transformasi	120
Gambar 5.6 Scatterplot untuk Variabel Respon dan Variabel Penyerta	123
Gambar 5.7 Grafik Perbandingan Hasil Pendugaan	126
Gambar 5.8 Grafik Perbandingan MSE	128
Gambar 5.9 Grafik Perbandingan RRMSE.....	130

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Bukti Persamaan 4.10	138
Lampiran 2	Bukti Persamaan 4.11	139
Lampiran 3	Nilai Pendugaan BLUP	140
Lampiran 4	Bukti Persamaan 4.13	141
Lampiran 5	Bukti Nilai MSE BLUP	142
Lampiran 6	Bukti Persamaan 4.16	143
Lampiran 7	Bukti Modifikasi Aljabar dari R_R	144
Lampiran 8	Bukti Penyelesaian Persamaan Non-Linier R_R	145
Lampiran 9	Bukti Persamaan 4.19	148
Lampiran 10	Bukti Persamaan 4.21	149
Lampiran 11	Bukti Nilai $\frac{\partial \hat{\theta}_i^{BLUP}}{\partial \sigma_v^2}$	150
Lampiran 12	Bukti Nilai Ekspektasi $E \left[\left[\frac{\partial \left(\frac{\sigma_v^2}{(\sigma_v^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2)} [\hat{\theta}_i - X_i^T \beta] \right)}{\partial \sigma_v^2} \right] \left(\hat{\sigma}_v^2 - \sigma_v^2 \right) \right]^2$	151
Lampiran 13	Bukti Persamaan 4.25	152
Lampiran 14	Bukti Persamaan 4.26	152
Lampiran 15	Variabel Respon dan Variabel Penyerta	152
Lampiran 16	Script Analisis Pendugaan EBLUP dengan R	153
Lampiran 17	Output dalam Program R	159

DAFTAR SIMBOL

$f(x)$: fungsi dari x
η	: pengali <i>lagrange</i>
<i>i.i.d</i>	: <i>Independent Indentically Distributed</i>
m	: banyak area
θ_i	: parameter ke- i
$\hat{\theta}_i$: estimasi langsung terhadap parameter
$E\left(\hat{\theta}_i\right)$: nilai harapan dari estimasi terhadap parameter
Y	: variabel respon
X	: variabel penyerta
β	: koefisien regresi
$\hat{\beta}$: estimasi parameter koefisien regresi dari β
b_i	: konstanta ke- i
v_i	: pengaruh acak dari daerah ke- i
e_i	: <i>error</i> dari daerah ke- i
$\text{var}(Y)$: variansi variabel Y
δ	: vektor parameter dari sebuah variansi v_i dan e_i
σ_v^2	: komponen variansi dari v_i
$\sigma_{e_i}^2$: komponen variansi dari e_i

$\hat{\theta}_i^{BLUP}$: pendugaan BLUP

$\hat{\theta}_i^{EBLUP}$: pendugaan EBLUP

$MSE \left[\left(\hat{\theta}_i^{BLUP} \right) \right]$: pendugaan MSE BLUP

$MSE \left[\left(\hat{\theta}_i^{EBLUP} \right) \right]$: pendugaan MSE EBLUP

MSE : *Mean Square Error*

RRMSE : *Relative Root Mean Square Error*

ML : *Maximum Likelihood*

REML : *Restricted Maximum Likelihood*

tr : *trace*

Penerapan Metode *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP) pada Pendugaan Area Kecil

(Studi Kasus: Estimasi Tingkat Kemiskinan di Provinsi Papua Tahun 2019)

Oleh: Emsa Citra Saputri (16610028)

INTISARI

Metode yang digunakan untuk mendapatkan data diantaranya adalah sensus dan survei. Di Indonesia lembaga yang diberikan kepercayaan untuk melakukan sensus dan survei adalah Badan Pusat Statistika (BPS). Objek yang menjadi pengamatan dalam sensus adalah semua elemen yang ada didalam populasi. Sedangkan survei hanya sebagian elemen yang ada didalam populasi. Data yang dihasilkan dalam survei ini dirancang untuk area yang luas. Permasalahan akan muncul apabila ingin mendapatkan informasi yang areanya kecil seperti desa, kecamatan atau kabupaten. Salah satu upayanya adalah dengan melakukan pendugaan hingga area yang kecil tanpa menambahkan jumlah sampel yaitu pendugaan area kecil.

Tujuan dari konsep pendugaan area kecil adalah untuk meningkatkan keakuratan pendugaan terhadap parameter dengan metode pendugaan tidak langsung. Pendugaan tidak langsung bekerja dengan cara meminjam informasi dari area lain yang memiliki karakteristik yang hampir sama, biasa disebut dengan variabel penyerta. Pendugaan tidak langsung salah satunya adalah *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP).

Pada penelitian ini, metode yang digunakan adalah EBLUP berbasis level area di mana untuk mengestimasi parameter pengaruh tetap β menggunakan *Maximum Likelihood* (ML) dan komponen variansi σ_v^2 dengan *Restricted Maximum Likelihood* (REML). Selanjutnya untuk melihat seberapa akurat hasil yang diperoleh menggunakan *Relative Root Mean Square Error* (RRMSE). Kasus tersebut kemudian diaplikasikan untuk mengestimasi tingkat kemiskinan di Provinsi Papua. Diperoleh bahwa nilai RRMSE dari estimasi langsung lebih besar dari estimasi dengan EBLUP meskipun ada beberapa kabupaten yang hasilnya lebih kecil. Hal ini dikarenakan pemilihan variabel penyerta yang belum tepat.

Kata kunci: Area Kecil, EBLUP, Level Area, ML, REML, RRMSE, Kemiskinan

**Application of the Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP)
Method in Small Area Estimation**

(Case Study: Estimated Poverty Rate in Papua Province in 2019)

By: Emsa Citra Saputri (16610028)

ABSTRACT

The methods used to obtain data include census and surveys. In Indonesia, the agency entrusted with conducting censuses and surveys is the Central Statistics Agency (BPS). The objects that are observed in the census are all elements in the population. While the survey is only part of the elements that exist in the population. The data generated in this survey is designed for a large area. Problems will arise if you want to get information in a small area such as a village, sub-district or district. One of the efforts is to estimate up to a small area without adding the number of samples, namely estimating a small area.

The purpose of the concept of small area estimation is to increase the accuracy of estimation of parameters by indirect estimation method. Indirect estimation works by borrowing information from other areas that have almost the same characteristics, commonly referred to as accompanying variables. One of the indirect estimates is Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP).

In this study, the method used is EBLUP based on area level where to estimate the influence parameter, we use Maximum Likelihood (ML) and the variance component with Restricted Maximum Likelihood (REML). Next, to see how accurate the results are using the Relative Root Mean Square Error (RRMSE). The case is then applied to estimate the poverty rate in Papua Province. It was found that the RRMSE value from the direct estimate was greater than the estimate with EBLUP although there were some districts whose results were smaller. This is because the selection of the accompanying variables is not right.

Keywords: Small Area Estimation, EBLUP, Area Level, ML, REML, RRMSE, Poverty

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika adalah suatu disiplin ilmu yang mempelajari sekumpulan konsep dan metode pengumpulan, penyajian, analisis, dan interpretasi data sampai pada pengambilan keputusan (Qudratullah M. F., 2012). Statistika dibagi menjadi 2 kelompok, yaitu statistika deskriptif dan statistika inferensia. Statistika deskriptif adalah statistika yang isinya tentang proses mengumpulkan, menyajikan dan mengolah data seperti membuat tabel, grafik, dan perhitungan yang menentukan nilai statistika. Statistika inferensia adalah statistika yang isinya tentang hubungan pada pengambilan keputusan. Statistik inferensia berhubungan pada penaksiran tentang karakteristik populasi, penentuan ada tidaknya hubungan karakteristik dalam populasi hingga pembuatan populasi.

Seiring berkembangnya ilmu statistika, banyak metode yang dapat digunakan untuk memperoleh data, diantaranya adalah sensus dan survei. Sensus dan survei mempunyai peran dalam pengambilan keputusan yang berdasarkan pada data. Sensus adalah cara pengambilan data dan informasi dengan mengamati semua elemen yang ada di sebuah populasi. Hasil dari sebuah sensus bukanlah estimasi sehingga hasilnya lebih akurat. Karena hasil dari sensus lebih akurat maka dapat digunakan sebagai kerangka atau acuan dalam kegiatan survei. Sedangkan survei adalah cara pengambilan data dan informasi dengan mengamati sebagian elemen yang ada di sebuah populasi. Hasil dari survei berupa estimasi sehingga kesalahan *sampling* dapat terjadi. Tetapi kesalahan tersebut juga dapat diatur dan diukur.

Survei lebih sering dilakukan dibandingkan dengan sensus karena survei lebih mudah untuk diamati dan biaya yang dikeluarkan lebih kecil.

Selama ini survei rutin yang dilakukan oleh pemerintah dalam sebuah negara hanya dirancang untuk memperoleh informasi data skala nasional (Malik, Hoyyi, & Ispriyanti, 2014). Permasalahan timbul apabila dari hasil survei ingin dicari informasi untuk lingkup area yang lebih kecil, misalnya pada level provinsi, kabupaten/kota, kecamatan bahkan kelurahan. Sebuah area dikatakan kecil apabila di area tersebut merupakan bagian dari wilayah populasi baik berdasarkan geografis, ekonomi, sosial budaya ataupun yang lainnya (Rao, 2003).

Dalam survei terbagi menjadi 2 pendugaan, yaitu pendugaan langsung (*direct estimator*) dan pendugaan tidak langsung (*indirect estimator*). Pendugaan langsung adalah pendugaan terhadap parameter populasi yang ada di wilayah yang didasarkan pada data contoh yang didapat dari wilayah tersebut. Pendugaan secara langsung umumnya didasarkan pada teknik penarikan contoh (*sampling technique*). Jenis-jenis pendugaan langsung di antaranya *simple random sampling, cluster sampling*, dan sebagainya. Apabila area kecil diduga dengan pendugaan langsung akan menghasilkan variansi yang besar meskipun penduga tak bias. Untuk mengatasi permasalahan tersebut harus memperhatikan “meminjam” informasi dari area sekitarnya yang dihubungkan dengan suatu model yang disebut sebagai pendugaan tidak langsung. Pendugaan area kecil termasuk dalam pendugaan tidak langsung karena membutuhkan informasi tambahan dari area lain disekitarnya. Informasi tambahan dari area lain itu yang disebut sebagai variabel penyerta (*auxiliary variable*) yang memiliki hubungan dengan variabel yang sedang diamati.

Pendugaan terhadap parameter pada area kecil dapat didekati dengan 2 jenis metode, yaitu metode berbasis model (*model based estimator*) dan metode berbasis rancangan (*design based estimator*). Pendugaan langsung termasuk kedalam pendugaan dengan basis rancangan. Jika pendugaan dengan basis model, terdiri dari 3 metode yaitu *Empirical Bayes* (EB), *Hierarchical Bayes* (HB) dan *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP). Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah *EBLUP*.

Metode EBLUP adalah penyelesaian model pengaruh campuran dengan meminimumkan *Mean Square Error* (MSE) yang diperoleh dengan asumsi komponen variansinya sudah diketahui. Model yang menjadi dasar (model *Fay-Herriot*) dalam pengembangan pendugaan area kecil didasarkan pada bentuk *Generalized Linear Mixed Model* (GLMM).

Metode EBLUP termasuk metode yang lebih sederhana karena tidak membutuhkan penentuan sebaran prior atau posterior seperti EB dan HB. Metode EBLUP lahir dari pendugaan *Best Linear Unbiased Prediction* (BLUP), karena dalam pendugaan BLUP diasumsikan komponen variansi diketahui padahal komponen variansi itu sulit untuk dicari sehingga diperlukan pendugaan terhadap komponen variansi melalui data contoh. Cara kerja metode EBLUP dengan mensubstitusikan komponen variansi yang tidak diketahui ini kedalam penduga BLUP. Untuk melihat hasil estimasi apakah akurat atau tidak menggunakan nilai *Relative Root Mean Square Error* (RRMSE). Nilai RRMSE yang dicari adalah pada metode pendugaan langsung dan metode EBLUP.

Masalah tentang kemiskinan merupakan salah satu masalah yang dihadapi oleh berbagai negara di dunia karena masalah kemiskinan akan saling berkaitan dengan sektor lainnya. Dalam sebuah negara, data mengenai kemiskinan sangat dibutuhkan untuk mengevaluasi kebijakan pemerintah yang dilakukan secara berkala agar semua warga negara dapat merasakan kesejahteraan. Berdasarkan laporan Badan Pusat Statistika pada bulan Maret tahun 2019 jumlah penduduk miskin di Indonesia sebesar 25,14 juta atau 9,41 persen dari jumlah penduduk di Indonesia. Penerapan pendugaan terhadap parameter dengan metode EBLUP dalam area kecil di penelitian ini akan menggunakan data sekunder yang didapat dari *website* BPS baik itu tingkat kabupaten, provinsi maupun nasional. Data yang digunakan adalah data yang mempunyai keterkaitan dengan tingkat kemiskinan di Provinsi Papua pada tahun 2019.

Dalam melakukan pengukuran kemiskinan BPS menggunakan konsep pemenuhan kebutuhan dasar. Berdasarkan konsep tersebut, kemiskinan adalah ketidakmampuan dari sisi ekonomi untuk memenuhi semua kebutuhan dasar dan bukan makanan yang diukur menurut garis kemiskinan. Apabila penduduk memiliki rata-rata pengeluaran per kapita per bulan di bawah garis kemiskinan maka penduduk tersebut dikatakan miskin. Garis kemiskinan di Provinsi Papua tahun 2019 berada di angka Rp 540.099/kapita/bulan. Dan jumlah penduduk miskin sebesar 926.360 jiwa atau sekitar 27,53%.

1.2 Rumusan Masalah

- a. Bagaimana langkah-langkah menentukan metode *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* pada model pendugaan area kecil?
- b. Bagaimana perkiraan hasil analisis model pendugaan area kecil dengan metode langsung dan metode tidak langsung (metode EBLUP)?
- c. Bagaimana pengaplikasian metode EBLUP pada model pendugaan area kecil terhadap estimasi tingkat kemiskinan di Provinsi Papua tahun 2019?

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, pembahasan mengenai teori dan analisis data dibatasi mengenai area yang mempunyai lingkup wilayah kecil dengan metode yang digunakan adalah EBLUP. Di mana model yang akan dibangun adalah model level area (*basic area level model*) hal ini dikarenakan dalam penelitian ini dibutuhkan data-data pendukung yang hanya ada dalam area kecil tersebut. Untuk mendapatkan model EBLUP menggunakan penduga estimasi BLUP, pencarian MSE pada estimasi BLUP dengan bantuan *Maximum Likelihood* (ML) dan *Restricted Maximum Likelihood* (REML) untuk mendapatkan dugaan pengaruh acak. Setelah pendugaan acak diketahui maka diperoleh pendugaan EBLUP yang selanjutnya juga dicari MSE pada estimasi EBLUP. Untuk mengetahui seberapa baik pendugaan antara yang langsung dan tidak langsung maka dengan menggunakan *Relative Root Mean Square Error* (RRMSE).

Penerapan penelitian ini difokuskan pada area kecil dengan metode EBLUP dalam memodelkan tingkat kemiskinan di Provinsi Papua tahun 2019. *Software* yang digunakan dalam penelitian ini adalah *software* R 4.0.3.

1.4 Tujuan Penelitian

- a. Untuk mengetahui langkah-langkah menentukan metode EBLUP pada model pendugaan area kecil.
- b. Untuk menduga prakiraan hasil analisis pendugaan area kecil dengan metode langsung dan metode tidak langsung (metode EBLUP).
- c. Untuk mengetahui pengaplikasian metode EBLUP pada model pendugaan area kecil terhadap Tingkat Kemiskinan di Provinsi Papua Tahun 2019.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain:

- a. Bagi penulis sebagai tambahan dalam hal wawasan, pengetahuan dan informasi tentang metode EBLUP pada model pendugaan area kecil. Dengan bertambahnya wawasan, pengetahuan dan informasi, penulis dapat menerapkannya sehingga dapat melakukan penelitian ini.
- b. Bagi perpustakaan Universitas Islam Negeri (UIN) Sunan Kalijaga Yogyakarta adalah dapat memberikan referensi tambahan yang bermanfaat tentang metode EBLUP pada model pendugaan area kecil sehingga dapat dijadikan saranan untuk mengembangkan wawasan ilmu tersebut.

- c. Bagi pembaca adalah dapat menambah wawasan keilmu pengetahuan dan kedepannya dapat dikembangkan lebih lanjut lagi. Serta dapat memberikan gambaran mengenai Tingkat Kemiskinan di Provinsi Papua Tahun 2019.

1.6 Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka pada penelitian ini didiskripsikan dan dipelajari melalui beberapa sumber diantaranya buku, makalah, skripsi, jurnal baik itu jurnal matematika maupun yang lain, dan sumber lainnya yang mempunyai relevansi dengan objek pembahasan.

Penelitian jurnal M. Adi Sidauruk, Dian Kurniasari dan Widiarti yang dikeluarkan oleh FMIPA Universitas Lampung (2013) membahas mengenai *Karakteristik Pendugaan Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) pada Pendugaan Area Kecil*. Metode EBLUP ini diaplikasikan pada data kontinu dengan metode penduganya adalah Generalized Least Squares (GLS). Pendugaan pada data kontinu dengan EBLUP yang ada pada area kecil akan menghasilkan penduga yang bias tetapi memiliki variansi yang minimum. Dengan demikian untuk menghasilkan penduga yang akurat adalah dengan MSE yang kecil atau berdasarkan nilai akar kuadrat (RMSE). Software yang digunakan R 2.10.1 untuk mendapatkan pendugaan terhadap parameter.

Penelitian jurnal I Sriliana, E Sunandi dan U Rafflesia yang dikeluarkan oleh FMIPA Universitas Negeri Semarang (2017) membahas mengenai *Pemodelan Kemiskinan di Provinsi Bengkulu Menggunakan Small Area Estimation dengan Pendekatan Semiparametrik Penalized Spline*. Pendekatan yang digunakan adalah

semiparametrik karena model yang dihasilkan lebih fleksibel. Pendugaan terhadap pengaruh tetap juga menggunakan metode ML. Regresi *penalized spline* termasuk dalam metode smothing dengan pencarian titik-titik knot. Untuk pemilihan titik knot menggunakan *Generalized Cross Validation (GCV)*.

Penelitian Lia Lionita Haryanto (2018) membahas tentang Metode *Spatial Empirical Best Linear Unbiased Prediction (SEBLUP)* pada Pendugaan Area Kecil dengan *Matrix Contiguity Tipe Rook*. SEBLUP adalah salah satu dari metode pada pendugaan area kecil untuk data jenis kontinu dengan memperhatikan pengaruh acak area yang berkorelasi spasial. Matriks pembobot yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Rook Contiguity* selanjutnya diselesaikan dengan algoritma *Fisher Scoring* karena estimasi parameternya sulit dicari.

Penelitian Hary Merdeka (2019) membahas tentang *Perbandingan Metode EBLUP dan Modifikasi pada EBLUP dalam Menduga Indikator Kemiskinan di Kabupaten Bogor* di mana untuk modifikasi EBLUP akan membentuk 2 model yaitu semua pengaruh tetapnya diberi pengaruh yang berbeda. Untuk model 1 pengaruh tetapnya bersifat *fixed effect* dan model 2 pengaruh tetap untuk pencilan bersifat *fixed effect* dan bukan pencilan bersifat *random effect* dan pendugaan terhadap komponen ragam dilakukan dengan metode ML. Untuk pendugaan secara langsung menggunakan rumus indeks keparahan kemiskinan yang diinfokan oleh Badan Pusat Statistik (BPS). Penyeleksian terhadap variabel penyerta dengan mengamati ada atau tidaknya multikolinearitas dan dengan metode *stepwise*. Penerapan dari penelitian ini untuk menduga indikator kemiskinan di Kabupaten Bogor dengan menggunakan *software* bantuan R.

Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No	Nama Peneliti	Judul	Metode	Studi Kasus
1.	M. Adi Sidauruk, Dian Kurniasari, Widiarti (2013)	<i>Karakteristik Pendugaan Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) pada Pendugaan Area Kecil (jurnal)</i>	Metode penduga untuk parameter adalah <i>Generalized Least Squares (GLS)</i>	
2.	I Sriliana, E Sunandi dan U Rafflesia (2017)	<i>Pemodelan Kemiskinan di Provinsi Bengkulu Menggunakan Small Area Estimation dengan Pendekatan Semiparametrik Penalized Spline (jurnal)</i>	Pendekatan semiparametrik <i>penalized spline</i> , ML, REML, GCV	Pemodelan Kemiskinan di Provinsi Bengkulu
3.	Lia Lionita Haryanto (2018)	<i>Metode Spatial Empirical best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) pada Pendugaan Area Kecil dengan Matrix Contiguity Rook (skripsi)</i>	ML, REML, algoritma <i>Fisher Scoring</i> , pendekatan dengan <i>Matrix Contiguity Rook</i>	Menduga jumlah keluarga prasejarah kota Bandar Lampung tahun 2015
4.	Hary Merdeka (2019)	<i>Perbandingan Metode EBLUP dan Modifikasi Pada EBLUP dalam Menduga Indikator Kemiskinan di Kabupaten Bogor (disertasi)</i>	MSE, ML, <i>Fixed Effect</i> , <i>Random Effect</i> , Indeks Kearifan Kemiskinan, Regresi Stepwise	Menduga Indikator Kemiskinan di Kabupaten Bogor
5.	Emsa Citra Saputri (2021)	<i>Penerapan Metode Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) pada Model Pendugaan Area Kecil</i>	ML, REML, algoritma <i>Fisher Scoring</i> , MSE, RRMSE	Mengestimasi Tingkat Kemiskinan di Provinsi Papua Tahun 2019

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah memahami penulisan penelitian ini secara keseluruhan, penulis menggunakan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan ini membahas mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penulisan, tinjauan pustaka sistematika penulisan, dan metode penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab landasan teori ini menyajikan konsep dasar mendapatkan data, matriks, distribusi variabel random, metode lagrange, deret Taylor pendugaan area kecil, penduga langsung, penduga tidak langsung, estimasi ML, estimasi REML, variabel respon, variabel penyerta, MSE, RRMSE.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab metodologi penelitian ini menjelaskan tentang jenis penelitian, metode pengumpulan data, variabel penelitian, pengolahan data dan *flowchart*.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab pembahasan ini menjelaskan mengenai pendugaan langsung, metode EBLUP, pendugaan area kecil, penyeleksian variabel penyerta, estimasi ML, estimasi REML, estimasi MSE, estimasi RRMSE pemilihan MSE terkecil.

BAB V STUDI KASUS

Pada bab studi kasus ini menjelaskan tentang pengestimasiian tingkat kemiskinan di Provinsi Papua tahun 2019. Di mana akan dilakukan penganalisisan dengan menggunakan metode yang telah dibahas pada bab sebelumnya.

BAB VI KESIMPULAN

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan dari bab-bab sebelumnya yang sudah dibahas dan saran atas semua kekurangan dari penelitian yang telah dilakukan.

1.8 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan studi pustaka karena penelitian ini bersumber dari skripsi, jurnal, buku dan referensi lain yang didapat dari situs-situs internet. Adapun penyelesaian studi kasus dalam penelitian ini menggunakan *software R 4.0.3*

BAB VI

PENUTUP

Pendugaan terhadap area kecil yang diestimasi dengan metode EBLUP telah dijelaskan dalam pembahasan sebelumnya dan diaplikasikan untuk mengestimasi tingkat kemiskinan di Provinsi Papua tahun 2019, sehingga diperoleh kesimpulan dan saran sebagai berikut:

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan perumusan masalah dan hasil penelitian yang telah dilakukan dan dijelaskan di bab-bab sebelumnya maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Berikut adalah langkah-langkah yang dilakukan untuk menentukan metode EBLUP pada pendugaan area kecil:
 - a. Menentukan variabel respon dan variabel penyerta yang akan dianalisis dengan metode EBLUP
 - b. Menentukan estimasi parameter pengaruh tetap $\hat{\beta}$ dengan menggunakan metode ML dan σ_v^2 dengan metode REML
 - c. Menentukan nilai MSE dan RRMSE
 - d. Membandingkan nilai RRMSE dari hasil pendugaan secara langsung dan dengan metode EBLUP REML

2. Salah satu teknik yang digunakan untuk menduga sebuah parameter yang memiliki ukuran sampel relatif kecil adalah pendugaan area kecil. Dalam teknik ini dibutuhkan informasi tambahan yang mempunyai hubungan disetiap areanya. Karena areanya kecil, maka pendugaan secara langsung akan menghasilkan *standar error* yang besar. Sehingga diperlukan pendugaan tidak langsung, salah satunya adalah metode EBLUP. Model dasar dari EBLUP adalah model linier efek campuran, di mana parameter variansi diestimasi dengan menggunakan metode ML untuk $\hat{\beta}$ dan REML dan σ_v^2 . Untuk mengetahui seberapa baik pendugaan yang dihasilkan antara pendugaan langsung dan pendugaan tidak langsung dengan metode EBLUP maka perlu dicari nilai RRMSE. Selanjutnya nilai RRMSE tersebut dibandingkan untuk dianalisis, pendugaan langsung atau pendugaan tidak langsung dengan metode EBLUP yang lebih baik.
3. Pada penelitian ini, hasil analisisnya diaplikasikan untuk mengestimasi tingkat kemiskinan di Provinsi Papua tahun 2019. Dengan variabel responnya berupa jumlah penduduk miskin dan variabel penyertainya ada 3 yaitu persentase penduduk miskin yang tamat SD/SLTP (X1), persentase penduduk miskin usia 15 tahun yang tidak bekerja (X2), persentase penduduk miskin usia 15 tahun yang bekerja di sektor informal (X3). Dapat disimpulkan bahwa model dari metode EBLUP dengan REML adalah:

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}_i^{EBLUP} &= \hat{\beta}_1 (\text{Persen_Tamat_SD/SLTP}) + \hat{\beta}_2 (\text{Persen_Tidak_Bekerja}) \\
&\quad + \hat{\beta}_3 (\text{Persen_Bekerja_Informal}) + \frac{\sigma_v^2}{(\sigma_v^2 + \sigma_{e_i}^2)} \\
&\quad \left[\hat{\theta}_i - \left(\begin{aligned} &\hat{\beta}_1 (\text{Persen_Tamat_SD/SLTP}) + \hat{\beta}_2 (\text{Persen_Tidak_Bekerja}) \\ &+ \hat{\beta}_3 (\text{Persen_Bekerja_Informal}) \end{aligned} \right) \right] \\
&= -0.022 (\text{Persen_Tamat_SD/SLTP})_i + 0.059 (\text{Persen_Tidak_Bekerja})_i \\
&\quad + 0.060 (\text{Persen_Bekerja_Informal})_i + \frac{(-304.520)}{((-304.520) + \sigma_{e_i}^2)} \\
&\quad \left[\hat{\theta}_i - \left(\begin{aligned} &-0.022 (\text{Persen_Tamat_SD/SLTP})_i + 0.059 (\text{Persen_Tidak_Bekerja})_i \\ &+ 0.060 (\text{Persen_Bekerja_Informal})_i \end{aligned} \right) \right]
\end{aligned}$$

dengan $i = 1, 2, \dots, 29$.

Pendugaan tidak langsung dengan metode EBLUP menghasilkan nilai pendugaan RRMSE yang lebih kecil dibandingkan dengan RRMSE hasil pendugaan langsung. Oleh karena itu, hasil pendugaan tidak langsung dengan metode EBLUP untuk mengestimasi tingkat kemiskinan di Provinsi Papua tahun 2019 lebih baik dibandingkan dengan hasil pendugaan langsung. Walaupun ada beberapa kabupaten yang nilai RRMSE dengan pendugaan tidak langsung lebih besar dibandingkan dengan pendugaan langsung. Hal ini dikarenakan pemilihan variabel penyerta yang belum tepat.

6.2 Saran

Pada penelitian ini penulis membatasi permasalahan yang akan dibahas yaitu dengan metode pendugaan EBLUP dan model yang dibangun berbasis level area. Metode yang digunakan untuk menaksir nilai variansi adalah REML. Dengan

demikian penelitian pendugaan terhadap area kecil dapat dikembangkan lebih luas, ada beberapa saran yang akan disampaikan penulis diantaranya sebagai berikut:

1. Metode yang digunakan dalam pendugaan area kecil selanjutnya adalah EBLUP dengan menyertakan pengaruh *Spatial* EBLUP (SEBLUP), model multivariat, atau metode *Robust* EBLUP. Dapat menggunakan metode EB atau HB.
2. Pada penelitian ini, model yang dibangun berbasis level area. Untuk penelitian selanjutnya dapat dibahas mengenai model berbasis level unit.
3. Pada penelitian ini, metode yang digunakan untuk menaksir nilai variansi adalah REML. Metode lain yang dapat digunakan dalam penelitian selanjutnya seperti metode ML atau metode *momen*.

DAFTAR PUSTAKA

- Amaliana, L. (2012). *Penaksiran Mean Square Error (MSE) Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) pada Model Fay-Herriot*. Depok: Universitas Indonesia.
- Anton, H. (1987). *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Anton, H., & Rorres, C. (2000). *Elementary Linear Algebra, 8th Edition*. Canada: John Wiley and Sons.
- Bain, L., & Engelhardt, M. (1992). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Boston: Duxbury Press.
- Barnes, R. J. (2006). Matrix Differentiation. *Springs Journal*.
- Baskoro, A. A. (2019). *Model Regresi Nonparametrik Spline Kuadratik*. skripsi. Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga.
- Boediono, & Koster, W. (2001). *Teori dan Aplikasi Statistika dan Probabilitas: Sederhana, Lugas dan Mudah Dimengerti*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- BPS. (2009). *Pedoman Pencacah Sensus Penduduk 2010*. Jakarta.
- Casella, G., & Berger, L. (2002). *Statistical Inference*. Duxbury: Odsworth and Books/Cole.
- Datta, G., & Lahiri, P. (2000). *A Unified Measure of Uncertainty of Estimated Best Linear Unbiased Prediction in Small Area Estimation Problems*. University of Georgia and University of Nebraska-Lincoln.
- Demidenko, E. (2004). *Mixed Model: Theory and Applications*. Canada: John Wiley and Sons, Inc.
- Ghosh, M., & Rao, J. (1994). Small Area Estimation: an Appraisal (with discussion). *Statistical Science*. Vol.9, 55-93.
- Gujarati, D. (1978). *Ekonometrika Dasar*. Jakarta: Erlangga.

- Gunawan, S. (2007). *Ekonometrika Pengantar*. Yogyakarta: BPFE.
- Harinaldi. (2005). *Prinsip-Prinsip Statistika untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Erlangga.
- Harsanti, R. (2006). *Penerapan Metode Empirical best Linear Unbiased Prediction pada Model Small Area Estimation dalam Pendugaan Tingkat Pengangguran di Kota Bogor*. Bogor: Institut Pertanian Bogor.
- Hartono, J. (2004). *Metodelogi Penelitian*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta.
- Hasan, I. (2001). *Pokok-pokok Materi Statistika 1 (Statistika Deskriptif)*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Kurnia, A. dan K.A. Notodipuro. (2005b). Aplikasi Metode Bayes pada Small Area Estimation. *Aplikasi Metode Bayes pada Small Area Estimation, Makalah disampaikan pada Seminar Nasional Statistika VII. ITS Surabaya, 2005b*.
- Longford, N. (2005). *Missing Data and Small Area Estimation: Modern Analytical Equipment for the Survey Statistician*. New York: Springer Science + Business Media, Inc.
- M.Imrona. (2009). *Aljabar Linear Dasar*. Jakarta: Erlangga.
- Magnus, J. R., & Neudecker, H. (1999). *Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics*. USA: Third Edition, Wiley.
- Malik, N. F., Hoyyi, A., & Ispriyanti, D. (2014). Pendugaan Angka Putus Sekolah di Kabupaten Semarnag dengan Metode Prediksi Tak Bias Linier Terbaik Empirik pada Model Pendugaan Area Kecil. *Jurnal Gaussian, Volume 3, Nomor 1, Tahun 2014, Halaman 101-110*, 101.
- Purcell, E. J. (2003). *Calculus (Vol.8)*. New York: Prentice Hall, Inc.
- Qudratullah, M. F. (2009). *Hangout Pengantar Statistika Matematika*. Yogyakarta: Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga .
- Qudratullah, M. F. (2012). *Statistika*. Yogyakarta: Suka Pres.

- Qudratullah, M. F. (2013). *Analisis Regresi Terapan*. Yogyakarta.
- R. N. Kackar., & Harville. D. A. (1984). Approximation for Standars Errors of Estimators of Fixed and Random Effects in Mixed Linear Models. American: American Statistical Association.
- Rainaudi, R. S. (2018). *Perbandingan Metode Momen dan Maximum Likelihood Estimation pada Pendugaan Area Kecil dengan Model Beta-Binomial Negatif*. Skripsi. Lampung: Universitas Lampung.
- Rao, J. (2003). *Small Area Estimation*. New Jersey: John Willey & Sons, Inc.
- Rarasati, I. P. (2012). *Estimasi Parameter Distribusi Gamma dengan Metode Bayes*. skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.
- Rencher, A. C., & Schaalje, G. (2008). *Linear Model in Statistics Second Edition*. Hoboken, New Jersey: John and Sons, Inc.
- Supama, R. C. (2003). *Kalkulus I*. Yogyakarta: Jurusan Matematika FMIPA UGM.
- Supangat, A. (2007). *Statistika Dalam Kajian Deskriptif, Inferensi, dan Nonparametrik*. Jakarta: KENCANA PRENADA MEDIA GROUP.
- Supranto, J. (2008). *Statistik(Teori dan Aplikasi)*. Erlangga.
- Walpole, R. d. (1995). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan Edisi ke-4*. Alih bahasa oleh Sembiring, R.K. Bandung: ITB.
- Widarjono, A. (2015). *Statistika Terapan Dengan Excel & SPSS*. Yogyakarta: UPP STIM YKPN.
- Widyanara, R. N. (2018). *Estimasi Restricted Maximum Likelihood Model Fay-Herriot pada Kasus Small Area Estimation Berdasarkan Metode Empirical Best Linear Unbiased Prediction*. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.