TRANSFORMASI FOURIER MULTIPLIKATIF DAN APLIKASINYA PADA PERSAMAAN DIFERENSIAL MULTIPLIKATIF

Skripsi
Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika

Aurizan Himmi Azhar
NIM 17106010014

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2021

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-2369/Un.02/DST/PP.00.9/12/2021

Tugas Akhir dengan judul	: TRANSFORMASI FOURIER MULTIPLIKATIF DAN APLIKASINYA PADA PERSAMAAN DIFERENSIAL MULTIPLIKATIF

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama	: AURIZAN HIMMI AZHAR
Nomor Induk Mahasiswa	: 17106010014
Telah diujikan pada	: Jumat, 17 Desember 2021
Nilai ujian Tugas Akhir	: A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR

Ketua Sidang

Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 61c2c97627f48

Penguji I

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 61c2bf1c0d760

Penguji II

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 61c2bc65adfd5

KEMENTERIAN AGAMA
UIN SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA

Yogyakarta, 17 Desember 2021
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 61c2d40a5d0ff

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Aurizan Himmi Azhar
NIM	: 17106010014
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 4 Desember 2021

Aurizan Himmi Azhar

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp : -

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama	: Aurizan Himmi Azhar
NIM	: 17106010014
Judul Skripsi	: Transformasi Fourier Multiplikatif dan Aplikasinya pada Persamaan Diferensial Multiplikatif

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalamProgram Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 4 Desember 2021
Pembimbing I

Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si.
NIP: 19800505 200801 1 028

MOTTO

"Kalau seorang sungguh-sungguh menginginkan sesuatu, seisi jagat raya juga akan bahu membahu membantu orang itu untuk mewujudkannya" - Sang Alkemis.

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini penulis persembahkan untuk:
Almamater tercinta
Jurusan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Sunan Kalijaga
Yogyakarta

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahi robbil'alamin, penulis mengucapkan segala puji dan syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta karunia-Nya kepada penulis sehingga penyusunan skripsi yang berjudul "Transformasi Fourier Multiplikatif dan Aplikasinya pada Persamaan Diferensial Multiplikatif" ini dapat terselesaikan dengan tepat waktu. Shalawat beserta salam tak lupa penulis panjatkan kepada Nabi Muhammad SAW yang kita harapkan syafaatnya di yaumul akhir nanti.

Skripsi ini disusun dengan maksud untuk memperoleh gelar Sarjana dalam bidang matematika (S.Mat). Penyusunan skripsi ini tentu melibatkan banyak orang yang telah memberikan bimbingan, dukungan, motivasi dan semangat untuk penulis sehingga penulis mampu untuk menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. Phil Al Makin, MA., selaku rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

2. Dr. Khurul Wardati, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

3. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

4. Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc., dan Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Penasehat Akademik mahasiswa matematika angkatan 2017 UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

5. Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah banyak membantu dan membimbing penulis dalam menyusun skripsi ini.

6. Segenap dosen serta karyawan Fakultas Sains dan Teknologi yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan studi di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

7. Bapak Umar Suharyo dan Ibu Himmatul Ulya, S.Pd.i. selaku orang tua penulis yang telah memberikan cinta, kasih sayang serta doa kepada penulis serta selalu mendoakan penulis sehingga penulis mampu untuk menyelesaikan skripsi ini.

8. Adik-adik yang penulis sayangi, Hafiz Multazam Azhar dan Arsel Himma Azhar yang telah memberikan semangat, dukungan dan selalu mendukung dan mendoakan penulis untuk suksesnya penulis menyusun skripsi ini.

9. Moh Slamet Sutrimo dan M. Wahyudin Afrizqi yang telah berkenan menjadi kawan, sahabat dan teman penulis.

10. Teman-teman matematika angkatan 2017 yang telah memberikan dukungan dan menghadirkan momen-momen indah selama perkuliahan di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta kepada penulis.

11. Kawan-kawan FORSMAD yang telah mengajarkan penulis arti sebuah dialektika kehidupan.

12. Sahabat-sahabat Korp SPEKTRUM yang telah menemani penulis mengarungi samudra perkuliahan.

13. Sahabat-sahabat PMII Rayon Aufklarung yang sangat tangguh dan gigih dalam berjuang menghadapi tantangan, suka dan duka bersama.

14. Saudara-saudara UKM JQH Al-Mizan yang telah mengisi kehausan akan belajar Alqur'an.

15. Teman-teman KKN kelompok 87 Kutamendala, terimakasih telah memberikan momen-momen kekeluargaan yang begitu indah kepada penulis.

16. Pihak-pihak lainnya yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu yang turut memberikan dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan skipsi ini.

Penulis sadar bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, kritik dan saran sangat diharapkan sehingga skripsi ini dapat lebih baik lagi. Penulis juga berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis maupun pembaca.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta, 22 Desember 2021

Penulis

Aurizan Himmi Azhar

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMBANG

σ	sigma	F_m	fungsi multiplikatif
ζ	zeta	α	alpha
π	pi	ξ	xi
x, y	sumbu horizontal	ϕ	phi
$\frac{d}{dx}$	turunan 1 ke x	z	sumbu vertikal
D_x	turunan x	$\frac{d^2}{dx^2}$	turunan 2 ke x
$f^*(t)$	fungsi diferensial multiplikatif 1 dalam t	$\ln$	ln
$f^{**}(t)$	fungsi diferensial multiplikatif 2 dalam t	$\int$	integral lipat 1
$\int\int$	integral lipat 2	$\lim$	limit
k	konstanta	δ	delta
Δ	Delta	ϵ	epsilon
$\mathcal{F}$	fungsi transformasi Fourier	e	bilangan euler
$\in$	anggota	$\mathbb{R}$	bilangan real
$\exists$	ada	$\mathbb{C}$	bilangan cacah
n	bilangan ke-n	$\mathbb{Z}$	bilangan bulat
$\square$	akhir sebuah bukti	∞	infinity/tak terhingga

INTISARI

TRANSFORMASI FOURIER MULTIPLIKATIF DAN APLIKASINYA PADA PERSAMAAN DIFERENSIAL MULTIPLIKATIF

Oleh
Aurizan Himmi Azhar
NIM. 17106010014

Kalkulus mutiplikatif adalah salah satu jenis kalkulus non-Newtonian. Konsep dalam kalkulus multiplikatif didasarkan pada perpindahan peran operasi penjumlahan dan pengurangan dalam kalkulus Newton menjadi operasi perkalian dan pembagian. Penelitian ini berisi tentang kalkulus multiplikatif, transformasi Fourier multiplikatif dan aplikasinya pada persamaan diferensial multiplikatif. Kemudian, Simulasi numerik persamaan diferensial multiplikatif juga ditambahkan agar memudahkan pemahaman pembaca. Permasalahan yang diangkat berfokus pada kalkulus multiplikatif yang merupakan cabang dari kalkulus non-Newtonian. Metode penelitian yang digunakan adalah metode deskriptif melalui studi literatur, yaitu membahas topik masalah secara teoritis dan konseptual yang berkaitan dengan penggunaan metode numerik dalam menganalisis dan menemukan solusi dari suatu persamaan diferensial multiplikatif. Hasil pembahasan skripsi yang diperoleh adalah transformasi Fourier multiplikatif dapat digunakan sebagi alternatif penyelesaian persamaan diferensial multiplikatif dan metode Adams Bashforth-Moulton multiplikatif dapat digunakan sebagai metode penyelesaian persamaan diferensial multiplikatif biasa.

Kata Kunci : *Kalkulus Multiplikatif, Transformasi Fourier Multiplikatif, Persamaan Diferensial Multiplikatif, Metode Adams Bashforth-Moulton Multiplikatif*

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Kalkulus merupakan bagian ilmu matematika, sebagai alat yang digunakan untuk menganalisis perubahan pada besaran fisik. Michael Grossman dan Robert Katz pada 1972, menyatakan bahwa beberapa jenis kalkulus selain kalkulus Newton (kalkulus biasa) dapat dikonstruksi secara independen, dan disebut kalkulus non-Newtonian (Riza, dkk, 2009). Semua jenis kalkulus tersebut menyediakan perspektif yang berbeda dalam mendekati permasalahan tertentu. Permasalahan matematis yang sulit diselesaikan dengan suatu jenis kalkulus, dinyatakan dengan mudah menggunakan jenis kalkulus lain (Riza, dkk, 2009). Salah satu jenis kalkulus non-Newtonian adalah kalkulus multiplikatif. Konsep dalam kalkulus multiplikatif didasarkan pada perpindahan peran operasi penjumlahan dan pengurangan dalam kalkulus Newton menjadi operasi perkalian dan pembagian (Bashirov, dkk, 2008).

Konsep dasar kalkulus salah satunya adalah turunan. Turunan dalam kalkulus Newton banyak digunakan untuk menyatakan proses fisik tertentu ke bentuk persamaan diferensial. Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan pada fungsi yang tidak diketahui (Boyce dan DiPrima, 2009). Jika fungsi tersebut adalah fungsi dari satu variabel, maka persamaan itu disebut persamaan diferensial biasa (PDB). Turunan dalam kalkulus multiplikatif dapat digunakan untuk menyatakan proses tertentu ke bentuk persamaan diferensial biasa multiplikatif (PDBM), yaitu persamaan yang memuat turunan multiplikatif pada fungsi dari satu variabel yang tidak diketahui (Bashirov, dkk, 2008). Orde PDB atau PDBM adalah tingkat tertinggi turunannya. Jika terdapat syarat awal pada PDB dan PDBM di suatu nilai variabel bebasnya, maka masalah penyelesaian PDB dan PDBM yang memenuhi syarat awal tersebut, disebut masalah nilai awal PDB dan masalah nilai awal PDBM (Boyce dan DiPrima, 2009 serta Kurpinar dan Gurefe, 2010).

Transformasi Fourier tentu saja merupakan salah satu transformasi integral yang paling terkenal dan bersaing dengan Transformasi Laplace sebagai yang paling umum berguna. Sejak diperkenalkan oleh Fourier pada awal 1800-an, itu telah digunakan dalam aplikasi yang tak terhitung banyaknya dan telah, dengan sendirinya, menyebabkan pengembangan transformasi lainnya. Hari ini transformasi Fourier adalah alat mendasar dalam ilmu teknik. Pentingnya telah ditingkatkan oleh perkembangan generalisasi pada abad kedua puluh yang memperluas rangkaian fungsi yang dapat ditransformasikan Fourier dan dengan pengembangan algoritma yang efisien untuk menghitung diskrit versi transformasi Fourier.

Penelitian ini menggunakan konsep integral multiplikatif yang telah didefinisikan dengan transformasi Fourier multiplikatif dan telah ditetapkan beberapa sifat-sifatnya yang sesuai dengan transformasi Fourier klasik. penelitian ini juga mendefinisikan invers dari multiplikatif Transformasi Fourier. Penelitian ini memperoleh solusi dari beberapa diferensial multiplikatif persamaan dengan menerapkan transformasi Fourier multiplikatif dan inversnya.

Masalah nilai awal persamaan diferensial perlu diselesaikan untuk memenuhi tujuan tertentu. Dalam bidang sains dan teknik terdapat masalah terkait laju pertumbuhan atau laju peluruhan dinyatakan sebagai masalah nilai awal PDB dengan penyelesaian yang bersifat eksponensial (Bashirov, dkk, 2008 serta Riza dan Aktore, 2015). Masalah nilai awal tersebut tidak selalu dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu digunakan metode numerik untuk menentukan penyelesaian pendekatannya (Riza , dkk, 2009). Berdasarkan penelitian Riza, dkk , 2009, Riza dan Eminaga, 2014, Riza dan Aktore, 2015, serta Aktore, 2011, metode numerik yang dikonstruksi berdasarkan kalkulus multiplikatif sesuai digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai awal tersebut, dengan akurasi hasil lebih baik dibandingkan menggunakan metode numerik yang dikonstruksi berdasarkan kalkulus Newton.

Metode numerik yang telah dikembangkan berdasarkan kalkulus multiplikatif untuk menyelesaikan PDB, diantaranya metode Runge-Kutta multiplikatif oleh Dorota Aniszewska, metode multiplicative nite di erence oleh Riza, dkk, 2009 dan metode Adams Bashforth-Moulton multiplikatif (ABMM) oleh Kurpinar dan Gurefe ,2010. Metode ABMM bersifat stabil tak bersyarat (unconditional stabel) untuk sembarang orde, dan menghasilkan akurasi lebih baik dibandingkan metode Runge-Kutta multiplikatif dalam menyelesaikan masalah nilai awal tertentu (Kurpinar dan Gurefe, 2010). Metode ABMM termasuk metode multi-langkah, sementara metode Runge-Kutta dan nite di erence termasuk metode satu langkah. Metode multi-langkah dapat menyimpan informasi hasil beberapa langkah sebelumnya, sehingga dapat lebih efektif menangkap lintasan penyelesaiannya dibandingkan metode satu langkah (Chapra dan Canale, 2010).

Penelitian ini muncul didasari E-Jurnal yang berjudul "Multiplicative Fourier Transform and its Applications to Multiplicative Differential Equations" oleh Aarif Hussain Bhat, Javid Majid, Tafazul Rehman Shah, Imtiyaz Ahmad Wani dan Renu Jain(2019). Kemudian Penulis tertarik untuk menjabarkan jurnal tersebut serta melengkapinya, untuk kepentingan keilmuan akademik. Penulis menambahkan simulasi numerik kedalam penelitian ini supaya pembaca dapat lebih memahami penelitian ini. Penulis berharap penelitian ini bisa menunjang pemahaman pembaca dalam materi transformasi Fourier multiplikatif , aplikasinya pada persamaan diferensial multiplikatif serta penyelesaian diferensial multiplikatif orde satu dengan metode Adams Bashforth-Moulton multiplikatif.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan pada bagian di atas, dapat dirumuskan beberapa masalah yang akan dibahas, diantaranya sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk kalkulus multiplikatif?
2. Bagaimana bentuk transformasi Fourier multiplikatif?
3. Bagaimana aplikasi transformasi Fourier multiplikatif dalam persamaan differensial multiplikatif?
4. Bagaimana simulasi metode Adams Bashforth–Moulton multiplikatif Untuk penyelesaian persamaan diferensial biasa multiplikatif?

1.3 Tujuan Penelitian

Pada skripsi ini akan dirumuskan beberapa masalah antara lain sebagai berikut:

1. Mengetahui bentuk kalkulus multiplikatif.
2. Mengetahui bentuk transformasi Fourier multiplikatif.
3. Mengetahui aplikasi transformasi Fourier multiplikatif dalam persamaan differensial multiplikatif.
4. Mengetahui simulasi metode Adams Bashforth–Moulton multiplikatif Untuk penyelesaian persamaan diferensial biasa multiplikatif.

1.4 Batasan Masalah

Dari identifikasi masalah yang telah diungkapkan di atas, maka penelitian ini dibatasi untuk:

1. Kalkulus multiplikatif yang meliputi diferensial multiplikatif, integral multiplikatif, sert pendahuluan persamaan diferensial multiplikatif.
2. Transformasi Fourier multiplikatif.
3. Aplikasi transformasi Fourier multiplikatif pada persamaan differensial multiplikatif.
4. metode Adams Bashforth–Moulton multiplikatif Untuk penyelesaian persamaan diferensial biasa multiplikatif.

1.5 Manfaat Penelitian

Dari tujuan penelitian di atas, maka manfaat yang didapat dari penelitian ini adalah:

1. Dapat memberikan penegtahuan bahwa ilmu matematika dapat dikaitkan dengan penerapannya dalam masalah fisis.
2. Dapat memberikan penjelasan mengenai transformasi Fourier multiplikatif dan aplikasinya pada persamaan differensial multiplikatif.
3. Dapat memberikan simulasi metode Adams Bashforth–Moulton multiplikatif Untuk penyelesaian persamaan diferensial biasa multiplikatif.
4. Dapat dijadikan sebagai referensi penelitian selanjutnya.

1.6 Tinjauan Pustaka

Pada penulisan skripsi ini mengacu pada literatur-literatur sebagai landasan teori yang sesuai dengan pembahasan skripsi ini. Beberapa pengertian mengenai dasar persamaan diferensial mengacu pada buku yang ditulis oleh Sugiyanto dan Slamet Mugiyono (2011). Adapun beberapa tinjauan pustaka yang digunakan sebagai rujukan utama yaitu :

1. E-jurnal yang berjudul "Multiplicative Adams Bashforth–Moulton methods" oleh Emine Misirli dan Yusuf Gurefe (2010). Jurnal tersebut berisi tentang metode Adams Bashforth-Moulton versi multiplikatif untuk menyelesaiakan solusi numerik dari persamaan diferensial multiplikatif.
2. Skripsi yang berjudul "Metode Adams Bashforth–Moulton Multiplikatif Untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Multiplikatif" oleh Arif Setiawan (2014), mahasiswa Universitas Sebelas Maret. Skripsi ini berisi tentang mengkonstruksi ulang metode ABMM orde empat, serta menyusun dan menerapkan algoritmanya untuk menyelesaikan masalah nilai awal PDB yang dapat dinyatakan ke masalah nilai awal persamaan diferensial biasa multiplikatif (PDBM).
3. E-jurnal yang berjudul "Multiplicative Fourier Transform and its Applications to Multiplicative Differential Equations" oleh Aarif Hussain Bhat, Javid Majid, Tafazul Rehman Shah, Imtiyaz Ahmad Wani dan Renu Jain(2019). Jurnal tersebut berisi tentang kalkulus multiplikatif, transformasi Fourier multiplikatif serta aplikasi transformasi Fourier multiplikatif pada persamaan diferensial multiplikatif.

Penelitian ini berbeda dengan penelitian terdahulu. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian pada jurnal acuan adalah adanya simulasi persamaan diferensial multiplikatif, sehingga penelitian ini melengkapi penelitian sebelum ini. Pada penelitian sebelumnya, tidak terdapat simulasi numerik tentang pembahasan penyelesaian persamaan diferensial multiplikatif. Perbedaan penelitian ini dapat disajikan dalam bentuk 1.1 berikut

Tabel 1.1: Tinjauan Pustaka

No	Nama Penulis	Judul Penelitian	Hasil Penelitian
1	Emine Misirli dan Yusuf Gurefe (2010)	*Multiplicative Adams Bashforth–Moulton methods*	metode Adams Bashforth-Moulton versi multiplikatif untuk menyelesaiakan solusi numerik dari persamaan diferensial multiplikatif
2	Arif Setiawan (2014)	*Metode Adams Bashforth–Moulton Multiplikatif Untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Multiplikatif*	mengkonstruksi ulang metode ABMM orde empat, serta menyusun dan menerapkan algoritmanya untuk menyelesaikan masalah nilai awal PDB yang dapat dinyatakan ke masalah nilai awal persamaan diferensial biasa multiplikatif (PDBM)
3	Aarif Hussain Bhat, Javid Majid, Tafazul Rehman Shah, Imtiyaz Ahmad Wani dan Renu Jain (2019)	*Multiplicative Fourier Transform and its Applications to Multiplicative Differential Equations*	kalkulus multiplikatif, transformasi Fourier multiplikatif serta aplikasi transformasi Fourier multiplikatif pada persamaan diferensial multiplikatif
4	Aurizan Himmi Azhar (2021)	*Transformasi Fourier Multiplikatif dan Aplikasinya Pada Persamaan Differensial Multiplikatif*	kalkulus multiplikatif, transformasi Fourier multiplikatif serta aplikasinya pada persamaan diferensial multiplikatif beserta simulasi numerik penyelesaian persamaan diferensial biasa multiplikatif (PDBM) dengan menggunakan metode Adams Bashforth–Moulton multiplikatif

1.7 Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi mudah dipahami, digunakan sistematika penulisan sebagai gambaran menyeluruhnya. Dengan perincian sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini menyajikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan membahas teori-teori dasar yang mendukung penyelesaian rumusan masalah pada bab selanjutnya. Materi yang akan dijadikan landasan teori yaitu penjelasan tentang kalkulus dasar (diferensial dan integral kalkulus), transformasi Fourier, persamaan diferensial, eksponensial interpolasi pembagian mundur Newton, metode Adams Bashforth-Moulton, dan eror metode numerik pada penyelesaian PDB.

BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan metode yang digunakan dalam penelitian yang meliputi alur penelitian dan langkah kerja.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan tentang teori multiuplikatif kalkulus (diferensial multiplikatif, intergral multiplikatif, dan pendahuluan persamaan differensial multiplikatif), transformasi Fourier multiplikatif, aplikasi transformasi Fourier multiplikatif pada persamaan diferensial multiplikatif, metode Adams Bashforth multiplikatif orde empat, metode Adams Moulton multiplikatif orde empat, dan metode Adams Bashforth-Moulton multiplikatif orde empat.

BAB V SIMULASI NUMERIK

Pada bab ini dibahas simulasi numerik tentang penggunaan *software* maple 18, penerapan metode Adams Bashforth-Moulton multiplikatif orde empat untuk penyelesaian PDBM orde satu ditambah hasil dari solusi yang berupa grafik yang dapat memberikan gambaran dari hasil penelitian yang dilakukan, dan perbandingan hasil perhitungan metode ABM orde empat dan metode ABMM orde empat pada contoh PDBM orde satu.

BAB VI PENUTUP

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan akhir dari penelitian dan saran untuk pengembangan pada penelitian selanjutnya.

BAB 6

PENUTUP

Pada bab ini akan diberikan kesimpulan dan saran yang diambil dari pembahasan tugas akhir yang telah dijelaskan sebelumnya. Kesimpulan dan saran diberikan untuk memperingkas tentang tugas akhir ini. Kesimpulan dan saran ini merupakan bagaian yang penting untuk sebuat tugas akhir.

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan penelitian pada skripsi ini, penulis mendapatkan kesimpulan sembagi berikut

1. Bentuk kalkulus multiplikatif yang diperoleh dari pembahasan penelitian skripsi bisa dilihat dari persaaman berikut

   (a) Misalkan $g : R \longrightarrow R^+$ menjadi fungsi positif. Differensial multiplikatif dari fungsi g diberikan oleh

   $$\frac{d^*g}{dt} = g^*(t) = \lim_{h \to 0} \left(\frac{g(t+h)}{g(t)} \right)^{\frac{1}{h}}$$

   (b) Misalkan terdapat fungsi terbatas positif dan g adalah integral Riemann pada $[a, b]$, integral multiplikatif didefinisikan sebagai

   $$\int_{-\infty}^{\infty} g(t)dt = exp\left(\int_a^b \ln g(t)dt\right) = e^{\left(\int_a^b \ln g(t)dt\right)}$$

   (c) Bentuk umum persamaan differensial multiplikatif

   $$g^*(x) = f(t, g(t))$$

2. Bentuk umum transformasi Fourier multiplikatif dapat dilihat dari persamaan berikut

$$\mathcal{F}_m\{f(t)\} = F_m(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)^{e^{ipt}} dt = e^{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ipt} \ln f(t)dt} = e^{\mathcal{F}\{\ln f(t)\}}$$

3. Aplikasi transformasi Fourier multiplikatif dalam persamaan differensial multiplikatif bisa didapatkan melalui persamaan berikut

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_m\left\{f^{*2n}f(t)\right\} &= F_m(p)\}^{(-p^2)^n} && , dimana\, n \;=\; 1,3,5,\ldots \\ &= F_m(p)\}^{(p^2)^n} && , dimana\, n \;=\; 2,4,6,\ldots \end{aligned}$$

4. Berdasarkan hasil simulasi numerik dengan menimbang nilai eror, akurasi dan efisiensi hasil metode ABMM orde empat lebih baik dibandingkan metode ABM orde empat dalam menyelesaikan jenis masalah nilai awal Persamaan Diferensial orde satu. Sehingga dapat disimpulkan persamaan diferensial multiplikatif orde satu lebih dianjurkan diselesaikan dengan metode ABMM.

6.2 Saran

Pada Tugas Akhir ini aplikasi transformasi Fourier multiplikatif bisa menjadi alternatif peneyelesaian persamaan diferensial multiplikatif, penulis ingin menyarankan pembaca yang tertarik untu melanjutkan penelitian tentang penyelesaian persamaan diferensial multiplikatif orde dua atau lebih. Atau bisa dengan mengubah metode yang telah penulis gunakan dengan metode yang berberbeda.

Pada Tugas Akhir ini telah di sampaikan tentang kalkulus multiplikatif, mungkin bagi pembaca yang berminat dengan topik penelitian ini, selanjutnya dapat dilakukan penelitian tentang sifat dan penggunaan kalkulus multiplikatif kompleks pada metode numerik untuk menyelesaikan persamaan diferensial multiplikatif.

Demikian saran yang dapat penulis sampaikan, semoga skripsi ini dapat menambah rasa ingin tahu pembaca dan menjadi inspirasi bagi pembaca untuk mengembangkan penelitian lebih lanjut tentang transformasi Fourier multiplikatif dan aplikasinya pada persamaan diferensial multiplikatif.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Agarwal, M. 2012. *No Title Persistence and Optimal Harvesting of Prey-Predator Model with Holling Type III Functional Response*. International Journal of Engineering, Science and Technology, 4(3), 78–96

[2] Aktöre, Hatice. 2011. *Multiplicative Runge-Kutta Methods*. Eastern Mediterranean University (EMU).

[3] Atkinson, K., Weimin Han, dan David E. Stewart.2011. *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations*. Wiley.

[4] Bashirov, A.E., dkk. 2011, *On modeling with multiplicative differential equations*, Appl. Math. J. Chin. Univ. 26 (4), pp. 425–438.

[5] Bashirov, A.E., E. Misirli, dan A. Özyapıcı. 2008. *Multiplicative calculus and its applications*. J. Math. Anal. Appl. 337, pp. 36–48.

[6] Beerends, R. J., dkk.. 2003. *Fourier and Laplace Transforms*. New York: Cambridge University Press.

[7] Boyce, W. E., dan DiPrima, R. C.. 2009. *Elementary differential equations and boundary valueproblems*. Wiley.

[8] Burden, R. L. dan J. D. Faires. 2011. *Numerical Analysis*. Brooks/Cole, Cengage Learning.

[9] Campbell, D.. 1999. *Multiplicative calculus and student projects*. Primus 9 (4).

[10] Chapra, Steven C. dan Raymond P. Canale. 2010. *Numerical Methods for Engineers*. McGraw-Hill.

[11] Grossman, M. dan R. Katz. 1972. *Non-Newtonian Calculus*. Lee Press. Pigeo Cove, MA.

[12] Hussain Bhat, Aarif, dkk. 2019. *Multiplicative Fourier Transform and its Applications to Multiplicative Differential Equations*, Comp. and Math. Sci..

[13] Kurpinar, Emine Misirli dan Yusuf Gurefe. 2010. *Multiplicative Adams Bashforth–Moulton methods*. Springer Science+Business Media, LLC.

[14] Marwan dan Said Munzir. 2009. *Persamaan Diferensial*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

[15] N. Yalcin, E.Celik, dan A.Gokdogan. 2016. *Multiplicative Laplace transform and its applications*. Optik.

[16] Pamuntjak, R.J. dan Santoso Widiarti, 1990, Persamaan Diferensial Biasa, Bandung: ITB.

[17] Purcell,Edwin J,dkk. 2010. *Kalkulus Jilid 2 Edisi Kesembilan*, Jakarta: Erlangga.

[18] Riza, M., A. Ozyapici, dan E. Misirli. 2009. *Multiplicative finite difference methods*. Q. Appl. Math., 67, 745–754.

[19] Riza, Mustafa dan Hatice Aktöre. 2015. *The Runge–Kutta method in geometric multiplicative calculus*. Cambridge University Press.

[20] Riza, M. dan BuĞÇE EminaĞA. 2014. *Bigeometric Calculus and Runge Kutta Method*. Cornell University.

[21] Setiawan, Arif. 2014. *Metode Adams Bashforth–Moulton Multiplikatif Untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Multiplikatif*, Skripsi. Tidak Diterbitkan, Jurusan Sains Matematika F-MIPA UNS: Surakarta.

[22] Stanley, D.. 1999. *A multiplicative calculus*. Primus IX (4).

[23] Sugiyanto dan Slamet Mugiyono. 2011. *Persamaan Diferensial Biasa*. Yogyakarta: SUKA-Press UIN Sunan Kalijaga.