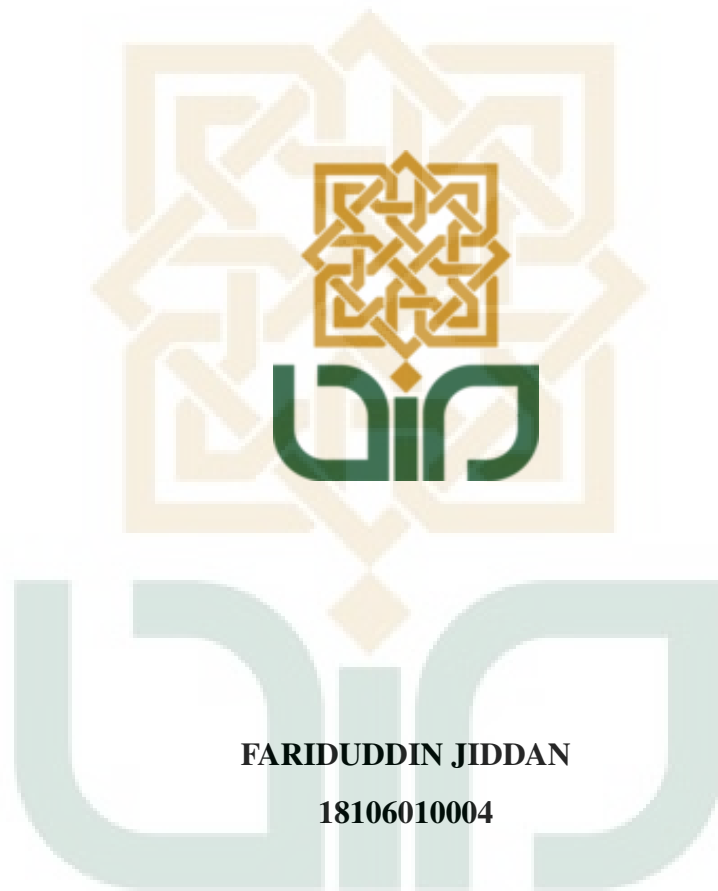


SKRIPSI

**ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL PADA MODEL
MATEMATIKA FENOMENA *KLITIH***



FARIDUDDIN JIDDAN

18106010004

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2022

**ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL PADA MODEL
MATEMATIKA FENOMENA *KLITIH***

Skripsi

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika



diajukan oleh

FARIDUDDIN JIDDAN

18106010004

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2022



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Fariduddin Jiddan

NIM : 18106010004

Judul Skripsi : Analisis dan Kontrol Optimal pada Model Matematika Fenomena *Klitih*

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 23 Februari 2022

Pembimbing

Dr. M. Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.

NIP: 19660731 200003 2 001



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-602/Un.02/DST/PP.00.9/03/2022

Tugas Akhir dengan judul : ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL PADA MODEL MATEMATIKA FENOMENA KLITIH

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : FARIDUDDIN JIDDAN
Nomor Induk Mahasiswa : 18106010004
Telah diujikan pada : Kamis, 10 Maret 2022
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.

SIGNED

Valid ID: 6232b26feaf93



Penguji I

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom

SIGNED

Valid ID: 622ef0cb4020a



Penguji II

Malahayati, S.Si., M.Sc

SIGNED

Valid ID: 6232be03df93f



Yogyakarta, 10 Maret 2022

UIN Sunan Kalijaga

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.

SIGNED

Valid ID: 623407d2e7f58

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Fariduddin Jiddan
NIM : 18106010004
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 23 Februari 2022



Fariduddin Jiddan

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua dan adik-adik tercinta,

Almamater tercinta, Program Studi Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta

serta

Para matematikawan di mana pun berada.



MOTTO

”Cepat, tepat, dapat.”

(Fariduddin Jiddan)

”Apapun yang terjadi, hidup ini indah. Hadapi dengan senyuman dan TETAP SEMANGAT!”

(Nyai Hj. Nok Aenul Latifah)



PRAKATA

Alhamdulillah rabbil'alamin, puji syukur atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat serta karunia-Nya berupa kesehatan jasmani maupun rohani sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "Analisis dan Kontrol Optimal pada Model Matematika Fenomena *Klitih*" guna memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Shalawat serta salam senantiasa tercurah limpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah membawa kita menuju jalan yang terang benderang.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya motivasi, bantuan, bimbingan serta arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Muhammad Wakhid Mustofa, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah membimbing, mengarahkan dan memotivasi penulis dalam penyusunan skripsi ini hingga dapat terselesaikan dengan baik.
2. Bapak Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom. selaku Dosen Penguji 1 sekaligus Ketua Program Studi Matematika dan ibu Malahayati, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Penguji 2 yang telah memberikan kritik dan saran agar skripsi ini menjadi lebih baik serta memotivasi penulis untuk terus belajar dan tidak mudah berpuas diri atas pencapaian selama ini.
3. Bapak/ibu dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah memberikan

banyak ilmu, pengalaman, keteladanan serta motivasi selama penulis menjalani masa studi. Semoga Allah SWT senantiasa membalas segala kebaikan bapak/ibu.

4. Bapak Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penasihat Akademik yang telah membimbing, memotivasi serta memberi saran kepada penulis selama menjalani masa studi.
5. Teman-teman konsentrasi Matematika Terapan yaitu Ika, Fajar, Evira, Nimas, Geistareza, Kintan, Marisa, Laila dan Astri yang saling mendukung dan memotivasi hingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini.
6. Teman-teman mahasiswa Matematika terkhusus angkatan 2018 yang telah menjadi tempat berbagi baik suka maupun duka selama lebih kurang tiga setengah tahun terakhir ini. Sukses selalu untuk kita semua, aamiin.
7. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kesalahan dan kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis berharap akan segala kritik dan saran yang bersifat membangun sehingga penelitian ini menjadi lebih baik dan berkualitas. Selain itu, penulis berharap semoga penulisan skripsi ini dapat memberikan manfaat dan menambah wawasan bagi penulis pribadi maupun pihak lain.

Yogyakarta, 14 Maret 2022

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMBANG	xiv
INTISARI	xv
ABSTRACT	xvi
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	4
1.3. Batasan Masalah	4
1.4. Tujuan Penelitian	4
1.5. Metode Penelitian	5
1.6. Manfaat Penelitian	6
1.7. Tinjauan Pustaka	6
1.8. Sistematika Penulisan	7
II LANDASAN TEORI	9

2.1. <i>Klitih</i>	9
2.2. Model Matematika	10
2.3. Persamaan Diferensial	10
2.3.1. Persamaan Diferensial Biasa	11
2.3.2. Persamaan Diferensial Parsial	11
2.3.3. Orde	11
2.3.4. Derajat	12
2.3.5. Persamaan Diferensial Linear	12
2.3.6. Persamaan Diferensial Non Linear	13
2.3.7. Sistem Persamaan Diferensial	13
2.3.8. Sistem Persamaan Diferensial Linear	14
2.3.9. Sistem Persamaan Diferensial Non Linear	15
2.4. Titik Ekuilibrium	16
2.5. Kestabilan Sistem Linear	17
2.5.1. Nilai Eigen dan Vektor Eigen	18
2.5.2. Persamaan Karakteristik	19
2.6. Kestabilan Sistem Non Linear	25
2.6.1. Linearisasi	25
2.7. Kriteria <i>Routh</i>	30
2.8. Bilangan Reproduksi Dasar	32
2.9. Masalah Kontrol Optimal	34
2.9.1. <i>Pontryagin Maximum Principle</i>	35
2.10. Metode Runge Kutta	36
III PEMBAHASAN	38
3.1. Fenomena <i>Klitih</i>	38
3.2. Formulasi Model	41

3.3. Analisis Model	45
3.3.1. Titik Ekuilibrium	46
3.3.1.1. Titik Ekuilibrium Bebas <i>Klitih</i>	46
3.3.1.2. Titik Ekuilibrium Koeksistensi	47
3.3.2. Bilangan Reproduksi Dasar	48
3.3.3. Analisis Kestabilan Lokal di Sekitar Titik Ekuilibrium	49
3.3.3.1. Kestabilan Lokal Titik Ekuilibrium Bebas <i>Klitih</i>	50
3.3.3.2. Kestabilan Lokal Titik Ekuilibrium Koeksistensi	52
3.4. Kontrol Optimal	57
3.4.1. Model Matematika Fenomena <i>Klitih</i> disertai Kontrol	58
3.4.2. Formulasi dan Penyelesaian Kontrol Optimal	58
3.4.3. Penyelesaian Numerik Masalah Kontrol Optimal	61
IV SIMULASI NUMERIK	66
4.1. Estimasi Parameter	66
4.2. Simulasi Numerik Kestabilan Titik Ekuilibrium dan Bilangan Re-	
produksi Dasar	67
4.3. Simulasi Numerik Model Matematika Fenomena <i>Klitih</i>	68
V PENUTUP	72
5.1. Kesimpulan	72
5.2. Saran	74
DAFTAR PUSTAKA	75
LAMPIRAN	82
A SKRIP PROGRAM MAPLE	82
B SKRIP PROGRAM MATLAB	84

DAFTAR TABEL

2.1 Tabel <i>Routh</i>	31
3.1 Keterangan dari Notasi Model Matematika Fenomena <i>Klitih</i>	43
3.2 Tabel <i>Routh</i> Titik Ekuilibrium Bebas <i>Klitih</i>	51
3.3 Tabel <i>Routh</i> Titik Ekuilibrium Koeksistensi	54
4.1 Data Kejahatan <i>Klitih</i>	67
4.2 Nilai Parameter Model Matematika Fenomena <i>Klitih</i>	67

DAFTAR GAMBAR

1.1 <i>Flowchart</i> Alur Penelitian	5
3.1 Diagram Kompartemen Model Matematika Fenomena <i>Klitih</i>	44
4.1 Dinamika Subpopulasi <i>Susceptible</i> dengan dan Tanpa Kontrol	69
4.2 Dinamika Subpopulasi Geng <i>Klitih</i> dengan dan Tanpa Kontrol	69
4.3 Dinamika Subpopulasi <i>Recovered</i> dengan dan Tanpa Kontrol	70
4.4 Simulasi Variabel Kontrol $u(t)$	71

DAFTAR LAMBANG

λ	: Nilai eigen
$\Re(\lambda)$: Bagian real dari nilai eigen
J_x	: Matriks Jacobian
\mathcal{R}_0	: Bilangan reproduksi dasar
$\mathcal{J}(u(t))$: Fungsi objektif masalah kontrol optimal
A	: Konstanta pembobot fungsi objektif
\mathcal{H}	: Fungsi Hamiltonian
$x(t)$: Variabel <i>state</i>
$\lambda(t)$: Variabel <i>co-state</i>
$u(t)$: Variabel kontrol
$T(t)$: Total populasi remaja pada saat t
$S(t)$: Jumlah remaja yang rentan masuk ke dalam geng <i>klitih</i> pada saat t
$K(t)$: Jumlah remaja anggota geng <i>klitih</i> pada saat t
$R(t)$: Jumlah remaja yang keluar dari geng <i>klitih</i> pada saat t
Λ	: Jumlah peserta didik baru pada suatu sekolah
μ	: Tingkat kelulusan peserta didik dari sekolah tiap tahun
α	: Tingkat keberhasilan pembinaan aksi <i>klitih</i> di sekolah
β	: Tingkat perekrutan anggota geng <i>klitih</i>
ρ	: Probabilitas pelaku <i>klitih</i> yang telah tertangkap kembali melakukan aksi <i>klitih</i>
γ	: Tingkat penindakan polisi terhadap aksi <i>klitih</i>

INTISARI

Analisis dan Kontrol Optimal pada Model Matematika Fenomena *Klitih*

Oleh

Fariduddin Jiddan

18106010004

Klitih merupakan suatu fenomena kenakalan remaja yang terjadi di Daerah Istimewa Yogyakarta. Fenomena ini berupa tindakan penganiayaan yang dilakukan sekelompok remaja pelajar sekolah anggota geng *klitih* terhadap masyarakat umum yang dilakukan pada malam hari. Model matematika fenomena *klitih* dikonstruksi menjadi tiga subpopulasi yang berbentuk sistem persamaan diferensial non linear dan terdiri dari tiga persamaan. Model tersebut memiliki dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas *klitih* dan titik ekuilibrium koeksistensi. Berdasarkan model yang terbentuk, selanjutnya dilakukan analisis kestabilan dengan linearisasi model di sekitar titik ekuilibriumnya. Untuk mengontrol pertumbuhan geng *klitih*, maka diberikan suatu variabel kontrol yang berupa pengawasan oleh orang tua. Masalah kontrol optimal pada model matematika fenomena *klitih* adalah untuk meminimumkan subpopulasi geng *klitih* dan meminimumkan biaya kontrol yang diperlukan untuk melakukan pengawasan. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas *klitih* tidak stabil, titik ekuilibrium koeksistensi stabil asimtotik lokal dan penyebaran anggota geng *klitih* akan terus terjadi. Dinamika subpopulasi geng *klitih* berdasarkan grafik hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa pemberian variabel kontrol berupa pengawasan oleh orang tua sangat efektif untuk menekan laju pertumbuhan geng *klitih*.

Kata kunci : Fenomena *klitih*, model matematika, kontrol optimal, pelajar sekolah.

ABSTRACT

Analysis and Optimal Control on The Mathematical Model of The Klitih

Phenomenon

By

Fariduddin Jiddan

18106010004

Klitih is a juvenile delinquency phenomenon that happen in The Special Region of Yogyakarta. This phenomenon is in the form of acts of persecution by a group of teenage school students who are members of the klitih gang against the general public which is carried out at night. The mathematical model of the klitih phenomenon is constructed into three subpopulations in the form of a system of non-linear differential equations and consists of three equations. The model has two equilibrium points, namely klitih-free equilibrium point and coexistence equilibrium point. Based on the formed model, stability analysis is then carried out by linearizing the model around the equilibrium point. To control the growth of klitih gangs then given a control variable in the form of supervision by parents. The optimal control problem in the mathematical model of the klitih phenomenon is to minimize the subpopulation of the klitih gang and minimize the control costs required to carry out surveillance. The numerical simulation results show that klitih-free equilibrium point is unstable, coexistence equilibrium point is locally asymptotically stable and the spread of klitih gang members will continue to occur. The dynamics of subpopulation of the klitih gang based on the graph of the numerical simulation results show that the provision of a control variable in the form of parental supervision is very effective in suppressing the growth rate of the klitih gang.

Key words : *Klitih phenomenon, mathematical model, optimal control, school students.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Selama hidup di dunia, manusia melalui beberapa fase kehidupan. Kehidupan manusia diawali dari masa kandungan, kemudian lahir menjadi bayi, tumbuh menjadi anak-anak, berkembang saat remaja, matang menjadi dewasa dan diakhiri dengan kematian. Masa remaja adalah masa peralihan dari masa anak-anak menuju dewasa. Saat fase remaja, manusia mengalami perubahan dalam hal fisik, pemikiran, emosional dan sosial. Masa peralihan ini merupakan masa di mana manusia sedang mencari identitas diri, masa mencoba-coba hal baru tanpa mempertimbangkan baik atau buruknya hal tersebut, perlu adanya pendampingan agar tidak terjerumus ke hal-hal negatif. Bentuk negatif dari perilaku remaja adalah kenakalan remaja.

Fenomena *klitih* merupakan salah satu bentuk dari perilaku kenakalan remaja. Aksi *klitih* merupakan tindakan penganiayaan yang dilakukan oleh sekelompok remaja anggota geng untuk menunjukkan eksistensinya dan dilakukan pada malam hari dengan korban merupakan masyarakat umum Yogyakarta. Berdasarkan data dari POLDA DIY mengenai tindak penganiayaan di jalanan, pada tahun 2017 dilaporkan tercatat 41 kasus, tahun 2018 tercatat 59 kasus, dan pada tahun 2019 terdapat sebanyak 35 kasus (Maria, 2019) serta pada tahun 2020 tercatat 52 kasus dan pada tahun 2021 meningkat menjadi 58 kasus (Hernawan, 2022). Pada Januari 2022 ada beberapa kasus *klitih* yang terjadi, antara lain

1. Sabtu, 1 Januari 2022 sekitar pukul 05.00 WIB seorang pemuda mengalami

pembacokan oleh sekelompok remaja yang diduga geng *klitih* di sebelah timur perempatan Lempuyangan. Korban mengalami luka tiga lapis dengan lebar luka 10 cm dan langsung dilarikan ke Rumah Sakit Bethesda.

2. Rabu, 12 Januari 2022 seorang pemuda bernama Tegar Leonardo (21) mengalami penganiayaan oleh lima orang remaja yang diduga geng *klitih*. Kejadian ini terjadi pada sekitar pukul 05.00 WIB di Jalan Veteran, Umbulharjo, Kota Yogyakarta. Akibat penganiayaan ini korban harus mendapat perawatan intensif di rumah sakit.
3. Jumat, 21 Januari 2022 telah terjadi aksi penganiayaan dua orang pemuda oleh lima orang pelaku yang diduga *klitih* di Jalan Magelang Km 5,5, Sinduadi, Mlati, Sleman, pada pukul 22.45 WIB. Selanjutnya, korban dibawa ke RSA UGM untuk mendapatkan perawatan.
4. Sabtu, 22 Januari 2022 sekitar pukul 02.00 WIB terjadi aksi perusakan mobil yang melintas di Jalan Kenteng – Cangakan, Sentolo, Kulon Progo yang dilakukan oleh lima orang remaja yang diduga *klitih*.
5. Jumat, 28 Januari 2022 terjadi aksi pelemparan batu yang terjadi di Jalan AM Sangaji, Kota Yogyakarta terhadap satu unit mobil oleh orang tak dikenal yang diduga *klitih*. Aksi ini menyebabkan kaca depan mobil tersebut pecah dan serpihannya mengenai pemilik mobil yang bernama Asep Taryanto (51) beserta istrinya.

Aksi *klitih* yang banyak terjadi di masyarakat tentunya membuat masyarakat resah, maka perlu dicari solusi untuk mengatasi kejadian ini.

Dari sudut pandang hukum, *klitih* dapat dikategorikan sebagai tindak pidana penganiayaan. Pelaku *klitih* ini dapat dijerat dengan Pasal 351 Kitab Undang-

Undang Hukum Pidana tentang Tindak Pidana Penganiayaan. Jika pelaku aksi *klitih* berusia di bawah 17 tahun, maka proses peradilannya merujuk pada Undang-Undang Nomor 11 Tahun 2012 tentang Sistem Peradilan Pidana Anak. Selain itu, jika aksi *klitih* dilakukan secara berkelompok maka dapat dikenakan Pasal 55 Kitab Undang-Undang Hukum Pidana (KUHP).

Untuk menangani kasus *klitih* tidak cukup dengan hanya melalui upaya hukum. Menurut Sosiolog Kriminal UGM, Drs. Soeprpto, S.U., *klitih* merupakan permasalahan kompleks sehingga penyelesaiannya diperlukan upaya sistematis dan integratif (Aditi, 2022). Upaya sistematis harus dilakukan mulai dari keluarga, lembaga pendidikan, lembaga agama, lembaga pemerintah serta masyarakat. Akan tetapi, pondasi dasar untuk penanganan aksi *klitih* adalah pada aspek keluarga.

Bidang hukum dan sosiologi memiliki cara tersendiri dalam menangani aksi *klitih*. Pada penelitian ini, penanganan dan penyelesaian aksi *klitih* akan ditinjau dari sudut pandang ilmu matematika yaitu melalui pendekatan model matematika. Pemodelan matematika sebagai salah satu cabang ilmu matematika khususnya matematika terapan dapat digunakan sebagai alat untuk mencari solusi dari berbagai permasalahan nyata. Dalam penelitian ini, model matematika fenomena *klitih* akan diformulasikan berdasarkan model matematika geng. Penelitian tentang model matematika geng telah dilakukan pada tahun 2013 oleh Sooknanan et al. dengan judul *Catching A Gang—A Mathematical Model of The Spread of Gangs in A Population Treated as An Infectious Disease*.

Berdasarkan penelitian terdahulu, penulis tertarik untuk membahas model matematika fenomena *klitih* yang disertai variabel kontrol. Penambahan variabel kontrol ke dalam model bertujuan untuk mengetahui apakah kontrol yang diberikan dapat berpengaruh untuk mengurangi aksi *klitih* atau tidak. Dengan melakukan

penelitian ini, penulis berharap dapat memberikan pandangan baru mengenai fenomena *klitih* dari sudut pandang ilmu matematika dan dapat memberi saran serta masukan dalam penanganan aksi *klitih* kepada pihak-pihak berwenang.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Bagaimana model matematika fenomena *klitih*?
2. Bagaimana analisis kestabilan di sekitar titik ekuilibrium dari model matematika fenomena *klitih*?
3. Bagaimana formulasi dan penyelesaian masalah kontrol optimal dari model matematika fenomena *klitih*?
4. Bagaimana simulasi numerik dari model matematika fenomena *klitih*?

1.3. Batasan Masalah

Penelitian ini hanya berfokus membahas model matematika fenomena *klitih*, analisis kestabilan titik ekuilibrium, penyelesaian kontrol optimal dan simulasi secara numerik. Metode penyelesaian kontrol optimal yang digunakan adalah *Pontryagin Maximum Principle*, penyelesaian secara numerik menggunakan metode Runge Kutta serta simulasi numerik dengan program *Maple* dan *MATLAB*.

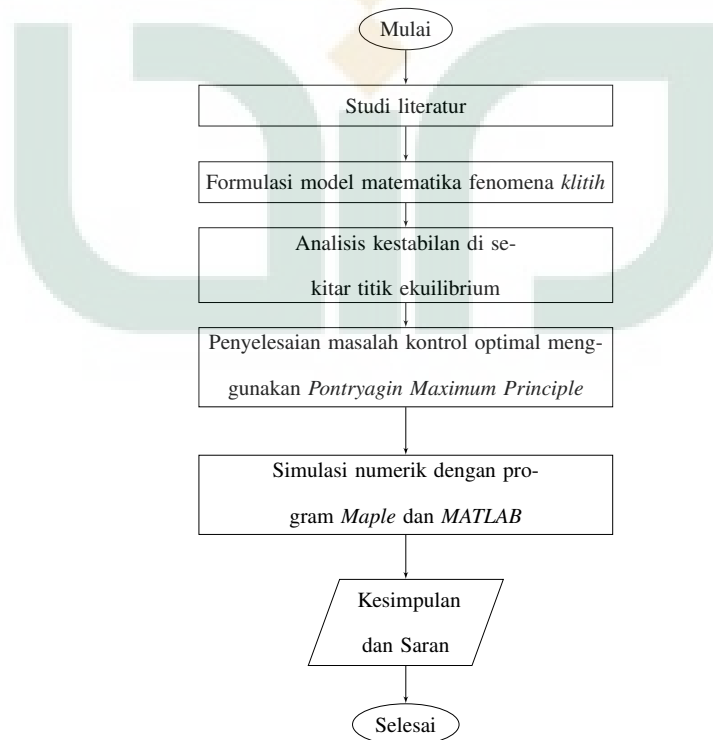
1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, diperoleh tujuan penelitian sebagai berikut:

1. Mengkonstruksi model matematika fenomena *klitih*.
2. Menganalisis kestabilan di sekitar titik ekuilibrium dari model matematika fenomena *klitih*.
3. Menentukan formulasi dan penyelesaian masalah kontrol optimal model matematika fenomena *klitih*.
4. Mengetahui simulasi numerik model matematika fenomena *klitih*.

1.5. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dan *problem solving*. Studi literatur digunakan untuk mempelajari jurnal utama serta jurnal pendukung, buku atau artikel lain yang berkaitan dengan penelitian ini, baik dari aspek *klitih* maupun aspek matematis. Berikut alur penelitian yang akan penulis gunakan untuk menyusun skripsi yang disajikan dalam bentuk *flowchart* berikut



Gambar 1.1 *Flowchart* Alur Penelitian

1.6. Manfaat Penelitian

Hasil yang diperoleh dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat antara lain sebagai berikut:

1. Sebagai referensi dan menambah wawasan mengenai model matematika fenomena *klitih* bagi akademisi khususnya dalam bidang matematika.
2. Memberikan saran dan masukan kepada Kepolisian, Pemerintah, pihak sekolah dan pihak lain yang berwenang untuk mengurangi aksi *klitih*.

1.7. Tinjauan Pustaka

Dalam melakukan penelitian, penulis mengacu pada jurnal yang berjudul *Catching A Gang–A Mathematical Model of The Spread of Gangs in A Population Treated as An Infectious Disease*. yang ditulis oleh Sooknanan et al. sebagai referensi utama. Jurnal ini membahas tentang model matematika geng yang dianggap sebagai infeksi menular yang ditulis pada tahun 2013. Referensi lain yang penulis acu sebagai tinjauan pustaka adalah jurnal yang ditulis oleh Sooknanan and Commissioning yang berjudul *A mathematical model for the treatment of delinquent behaviour* yang membahas model matematika kenakalan remaja dengan subpopulasi remaja nakal ringan dan serius yang ditulis pada tahun 2018.

Selain dari aspek matematis, penulis juga melakukan tinjauan pustaka dari aspek *klitih*. Pamungkas (2018) pada skripsinya yang berjudul *Fenomena Klithih sebagai Bentuk Kenakalan Remaja dalam Perpektif Budaya Hukum di Kota Yogyakarta* membahas mengenai faktor penyebab aksi *klitih*, upaya yang dilakukan oleh kepolisian dalam mengurangi aksi *klitih* dan efek aksi *klitih* terhadap masyarakat di Kota Yogyakarta dalam perspektif budaya hukum. Skripsi oleh Dwitama (2019)

yang berjudul *Pola Interaksi Geng "Klitih" di Yogyakarta* yang membahas bagaimana latar belakang terbentuknya geng *klitih* yaitu karena keinginan untuk balas dendam, menunjukkan eksistensi dan adanya rasa solidaritas serta membahas juga pola interaksi yang terjadi antar anggota *klitih* yang dimulai sejak perekrutan hingga menjadi alumni geng *klitih*. Dari teori matematis, penulis merujuk kepada buku-buku yang terkait teori yang dibutuhkan untuk membahas penelitian ini antara lain buku tentang model matematika, persamaan diferensial, matriks, sistem dinamik, metode numerik dan kontrol optimal.

1.8. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada penelitian ini terdiri dari 5 bab dengan rincian sebagai berikut

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang uraian dari latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini menjelaskan teori-teori yang diperlukan untuk membahas model matematika fenomena *klitih* yaitu definisi *klitih*, model matematika, persamaan diferensial, titik ekuilibrium, kestabilan sistem, linearisasi, kriteria *Routh*, bilangan reproduksi dasar, teori kontrol optimal, metode *Pontryagin Maximum Principle* dan metode Runge Kutta.

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini membahas fenomena *klitih*, formulasi dan analisis model, formulasi dan penyelesaian kontrol optimal serta penyelesaian masalah kontrol optimal secara numerik.

BAB IV SIMULASI NUMERIK

Bab ini menjelaskan hasil simulasi numerik yang diperoleh dari *software Maple* dan *MATLAB*.

BAB V PENUTUP

Bab ini memaparkan kesimpulan atas pertanyaan pada rumusan masalah dan saran dari penulis kepada pembaca terkait penanganan aksi *klitih* dan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.



BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan yaitu analisis model, kontrol optimal dan simulasi numerik serta interpretasi hasil simulasi terkait model matematika fenomena *klitih* dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Model matematika fenomena *klitih* dikembangkan berdasarkan model matematika geng dengan populasi tertutup yaitu remaja (pelajar sekolah menengah) di Daerah Istimewa Yogyakarta yang terdiri dari tiga subpopulasi yaitu *Susceptible S*, *Geng Klitih K* dan *Recovered R*. Model yang disusun adalah berupa sistem persamaan diferensial non linear yang terdiri dari tiga persamaan yaitu

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \Lambda - \beta SK - (\alpha + \mu) S \\ \frac{dK}{dt} &= \beta SK - (\alpha + \mu + \gamma) K + \rho R \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma K - (\alpha + \mu + \rho) R.\end{aligned}$$

2. Model matematika fenomena *klitih* memiliki dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas *klitih* $E_0 (S^*, K^*, R^*) = \left(\frac{\Lambda}{\alpha + \mu}, 0, 0 \right)$ dan titik ekuilibrium koeksistensi $E_1 (S_1, K_1, R_1)$ dengan

$$\begin{aligned}S_1 &= \frac{(\alpha + \mu + \gamma)(\alpha + \mu + \rho) - \gamma\rho}{\beta(\alpha + \mu + \rho)} \\ K_1 &= \frac{\Lambda\beta(\alpha + \mu + \rho) - (\alpha + \mu)((\alpha + \mu + \gamma)(\alpha + \mu + \rho) - \gamma\rho)}{\beta((\alpha + \mu + \gamma)(\alpha + \mu + \rho) - \gamma\rho)}\end{aligned}$$

$$R_1 = \frac{\gamma(\Lambda\beta(\alpha + \mu + \rho) - (\alpha + \mu)((\alpha + \mu + \gamma)(\alpha + \mu + \rho) - \gamma\rho))}{\beta(\alpha + \mu + \rho)((\alpha + \mu + \gamma)(\alpha + \mu + \rho) - \gamma\rho)}$$

serta memiliki bilangan reproduksi dasar

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\beta\Lambda}{(\alpha + \mu)(\alpha + \mu + \gamma)}.$$

Titik ekuilibrium bebas *klitih* E_0 akan stabil asimtotik lokal jika memenuhi $\mathcal{R}_0 < 1$ dan $(\alpha + \mu + \rho)(1 - \mathcal{R}_0) > \gamma\rho$. Selanjutnya, titik ekuilibrium koeksistensi E_1 akan stabil asimtotik lokal jika memenuhi $c_1 > 0$, $c_3 > 0$ dan $c_1c_2 - c_3 > 0$.

3. Masalah kontrol optimal pada model matematika fenomena *klitih* diformulasikan berdasarkan model matematika fenomena *klitih* yang diberi variabel pengontrol $u(t)$ berupa pengawasan oleh orang tua. Tujuan dari masalah kontrol optimal tersebut adalah untuk meminimumkan subpopulasi geng *klitih* dan meminimumkan biaya yang dibutuhkan untuk melakukan pengawasan. Penyelesaian masalah kontrol optimal ini diselesaikan dengan menggunakan *Pontryagin Maximum Principle*.
4. Hasil simulasi numerik dari kestabilan titik ekuilibrium menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas *klitih* tidak stabil, titik ekuilibrium koeksistensi stabil asimtotik lokal dan untuk nilai $\mathcal{R}_0 > 1$ mengindikasikan bahwa penyebaran geng *klitih* akan terus terjadi dalam populasi remaja di Yogyakarta atau dengan kata lain geng *klitih* tidak akan punah. Dinamika subpopulasi geng *klitih* K berdasarkan grafik hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa setelah diberikan pengontrol $u(t)$ berupa pengawasan orang tua terjadi penurunan signifikan anggota geng *klitih* sehingga dapat disimpulkan bahwa pengawasan orang tua sangat efektif untuk menekan laju pertumbuhan geng *klitih*.

5.2. Saran

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab sebelumnya serta berdasarkan kesimpulan di atas, maka penulis dapat memberikan saran-saran sebagai berikut:

1. Para orang tua remaja hendaknya mengawasi dan membatasi anak-anaknya dalam bergaul sehingga tidak bergaul dengan sembarang orang bahkan hingga melakukan aksi *klitih*. Di samping itu, para orang tua juga sebaiknya memberikan perhatian lebih supaya anak merasa diperhatikan dengan baik serta tidak memanjakan anak-anaknya secara berlebihan.
2. Pada penelitian ini, model matematika yang dikonstruksi diasumsikan tertutup yaitu penambahan dan pengurangan populasi remaja (pelajar sekolah) berupa perpindahan pelajar antar sekolah dan adanya kasus pelajar *drop out* tidak diperhitungkan, diharapkan pada penelitian selanjutnya agar mempertimbangkan dua hal tersebut.
3. Analisis kestabilan dari model pada penelitian ini adalah kestabilan lokal di sekitar titik ekuilibrium karena hanya menganalisis berdasarkan hasil linearisasi dari sistem persamaan diferensial non linear, penelitian selanjutnya diharapkan agar dapat menganalisis kestabilan global dari model.
4. Dalam memperoleh nilai parameter model, ada beberapa parameter yang hanya diasumsikan saja, untuk penelitian selanjutnya diharapkan semua parameter diperoleh berdasarkan data riil di lapangan.
5. Masalah kontrol optimal pada penelitian ini hanya melibatkan satu variabel kontrol yaitu berupa pengawasan oleh orang tua, pada penelitian selanjutnya diharapkan adanya penambahan variabel kontrol baru dari aspek lain seperti pihak sekolah atau lembaga agama.

DAFTAR PUSTAKA

- Adi, Y. A. (2021). *A Within-host Tuberculosis Model Using Optimal Control*. JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika), 5(1):162–170.
- Adit, A. (2022). *Sosiolog Kriminal UGM: Pencegahan Klitih dengan Cara Ini*. <https://www.kompas.com/edu/read/2022/01/14/060700271/sosiolog-kriminal-ugm--pencegahan-klitih-dengan-cara-ini?page=all>, accessed on 14 Feb 2022.
- Aditya, R. and Nariswari, A. V. (2022). *Klitih Kembali Teror Warga Yogyakarta, Pemuda Jadi Korban Pembacokan*. <https://www.suara.com/news/2022/01/02/084315/klitih-kembali-teror-warga-yogyakarta-pemuda-jadi-korban-pembacokan?page=all>, accessed on 13 Feb 2022.
- Anton, H. and Rorres, C. (2014). *Elementary Linear Algebra : Application Version*. Wiley, 11th edition.
- Apriani, R. (2018). *Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal pada Model Matematika Kenakalan Remaja*. Bachelor's thesis, Universitas Airlangga.
- Boyce, W. E., DiPrima, R. C., and Meade, D. B. (2017). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problem*. John Wiley and Sons, 11th edition.
- Burden, R. L. and Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis*. Brooks/Cole, 9th edition.

- Candra, D. (2018). *Peran Kepolisian dalam Menanggulangi Perbuatan Klitih yang Disertai Tindakan Kejahatan di Daerah Istimewa Yogyakarta*. Bachelor's thesis, Universitas Muhammadiyah Yogyakarta.
- CNN Indonesia (2022). *Masih Bebas Bersyarat, Pelaku Klitih di Yogyakarta Bacok Pemotor*. <https://www.cnnindonesia.com/nasional/20220125111701-12-750841/masih-bebas-bersyarat-pelaku-klitih-di-yogyakarta-bacok-pemotor>. accessed on 26 Jan 2022.
- DiStefano, J. J., Stubberud, A. R., and Williams, I. J. (2014). *Feedback and Control Systems*. McGraw Hill, 3rd edition.
- Driessche, P. v. d. and Watmough, J. (2002). *Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission*. *Mathematical Biosciences*, 180(1):29–48.
- Dwitama, M. R. A. (2019). *Pola Interaksi Geng Klitih di Yogyakarta*. Bachelor's thesis, Universitas Sebelas Maret.
- Edwards, C. H., Penney, D. E., and Calvis, D. (2015). *Differential Equations and Boundary Value Problem : Computing and Modeling*. Pearson Education, 5th edition.
- Ferima, C. A. (2016). *Analisis Sistem dan Kontrol Optimal pada Model Kinerja Lembaga Komisi Pemberantasan Korupsi (KPK)*. Master's thesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Fuadi, A., Muti'ah, T., and Hartosujono (2019). *Faktor-faktor Determinasi Perilaku Klitih*. *Jurnal Spirits*, 9(2):88–98.

Giordano, F. R., Fox, W. P., and Horton, S. B. (2014). *A First Course in Mathematical Modeling*. Brooks/Cole, 5th edition.

Handoko (2017). *Tinjauan Kriminologis Terhadap Kejahatan yang Dilakukan oleh Pelaku Aksi Klitih di Daerah Istimewa Yogyakarta*. Bachelor's thesis, Universitas Muhammadiyah Yogyakarta.

Hernawan, A. (2022). *Tak Ada Ruang Gratis untuk Anak Muda, Klitih di Jogja Makin Menggila*. <https://mojok.co/liputan/susul/tak-ada-ruang-gratis-untuk-anak-muda-klitih-di-jogja-makin-menggila/>. accessed on 9 Jan 2022.

Ilma, R. F. (2020). *Klitih: Miniatur Kehidupan Gangster ala Pelajar Jogja*. <https://rizqonafi.wordpress.com/2020/02/12/klitih-miniatur-kehidupan-gangster-ala-pelajar-jogja/>. accessed on 29 Dec 2021.

Khoerunnisa and Adi, Y. A. (2021). *MASALAH KONTROL OPTIMAL PADA PENYEBARAN COVID-19 DI JAWA TENGAH DENGAN VAKSINASI*. *Jurnal Matematika UNAND*, 10(4):538–552.

Kuntadi (2022). *Cegah Kejahatan Jalanan, Polres Kulonprogo Amankan 5 Remaja Bawa Sabuk Berujung Gir*. <https://yogya.inews.id/berita/cegah-kejahatan-jalanan-polres-kulonprogo-amankan-5-remaja-bawa-sabuk-berujung-gir>. accessed on 13 Feb 2022.

Leon, Y. (2022a). *Hendak Tebus Obat untuk Istrinya yang Sakit, Asep Malah Jadi Korban Klitih di Yogyakarta*. <https://semarang.bisnis.com/read/20220129/535/1494838/hendak-tebus-obat-untuk->

[istrinya-yang-sakit-asep-malah-jadi-korban-klitih-di-yogyakarta](#). accessed on 13 Feb 2022.

Leon, Y. (2022b). *Polisi Ringkus Lima Remaja Pelaku Klitih di Jogja*. <https://www.solopos.com/polisi-ringkus-lima-remaja-pelaku-klitih-di-jogja-1242510>. accessed on 13 Feb 2022.

Lestari, P. (2020). *Kontrol Optimal pada Model Dinamika Merokok dengan Kampanye Anti Rokok, Permen Karet Nikotin dan Pengobatan*. Bachelor's thesis, Univeristas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.

Lismawati, T. (2016). *Analisis Kestabilan dan Desain Kendali Optimal untuk Model Penyakit Tuberkulosis dengan Exogenous Reinfection*. Bachelor's thesis, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.

Luenberger, D. G. (1979). *Introduction to Dynamic Systems : Theory, Models and Applications*. John Wiley and Sons.

Maria, L. H. A. (2019). *Analisis Pelaku Klitih yang Disertai dengan Kejahatan Berdasarkan Criminal Profiling di POLDA Daerah Istimewa Yogyakarta*. Bachelor's thesis, Universitas Ahmad Dahlan.

Naidu, D. S. (2002). *Optimal Control Systems*. CRC Press.

Ndii, M. Z. and Adi, Y. A. (2020). *Modelling the transmission dynamics of COVID-19 under limited resources*. Commun. Math. Biol. Neurosci., 2020:Article-ID.

Ndii, M. Z. and Adi, Y. A. (2021). *Understanding the effects of individual awareness and vector controls on malaria transmission dynamics using multiple optimal control*. Chaos, Solitons & Fractals, 153:111476.

- Nugroho, R. S. (2021). *Menyelidik Awal Mula Munculnya Klitih di Yogyakarta*. <https://www.kompas.com/tren/read/2020/01/14/060000165/menyelisik-awal-mula-munculnya-klitih-di-yogyakarta?page=all>. accessed on 28 Nov 2021.
- Oktavira, B. A. (2020). *Jerat Hukum bagi Pelaku 'Klitih' di Yogyakarta*. <https://www.hukumonline.com/klinik/a/jerat-hukum-bagi-pelaku-klitih-di-yogyakarta-1t5e3d2d9f5f3a7>. accessed on 14 Feb 2022.
- Olsder, G. and Woude, J. v. d. (2003). *Mathematical Systems Theory*. Delft University Press, 2nd edition.
- Pamungkas, Z. (2018). *Fenomena Klitih Sebagai Bentuk Kenakalan Remaja dalam Perspektif Budaya Hukum di Kota Yogyakarta*. Bachelor's thesis, Universitas Islam Indonesia.
- Perasso, A. (2018). *An Introduction to The Basic Reproduction Number in Mathematical Epidemiology*. ESAIM: Proceeding and Surveys, 62.
- Perko, L. (2001). *Differential Equations and Dynamical Systems*. Springer, 3rd edition.
- Riyadi, A., Suyono, H., and Hayati, E. N. (2021). *Pola Asuh Orang Tua Pada Remaja Pelaku Klitih di D.I. Yogyakarta*. *Jurnal Penelitian Kesejahteraan Sosial*, 20(1):91–102.
- Rizky, N. M. (2015). *Analisis Model Matematika MSEIR untuk Penyebaran Penyakit Tuberkulosis*. Bachelor's thesis, Universitas Negeri Yogyakarta.

- Ross, S. L. (1989). *Introduction to Ordinary Differential Equations*. John Wiley and Sons, 4th edition.
- Salam, F. (2016). *Darurat Klitih di Yogyakarta*. <https://tirto.id/darurat-klitih-di-yogyakarta-cbH7>. accessed on 28 Nov 2021.
- Saptoyo, R. D. A. (2021). *Trending #YogyaTidak Aman, Apa Itu Klitih, dan Penyebabnya...* <https://www.kompas.com/tren/read/2021/12/29/082900165/trending-yogyatidak-aman-apa-itu-klitih-dan-penyebabnya-?page=all>. accessed on 23 Feb 2022.
- Sarwono, R. B. (2017). *Mengendalikan Kegaduhan Sosial “Klithih” dengan Ketahanan Keluarga*. In *Proceeding Seminar dan Lokakarya Nasional Bimbingan dan Konseling Berbasis KKNI*, pages 190–201.
- Seno, Y. (2021). *Klitih di Jogja Makin Bajingan, Awas Amukan Warga*. <https://mojok.co/pojokan/klitih-di-jogja-makin-bajingan-awas-amukan-warga/>. accessed on 29 Dec 2021.
- Septiani, I. D. and Zuhdy, M. (2020). *Penegakan Hukum Pidana Terhadap Perbuatan Klitih yang Disertai Kekerasan di Wilayah Hukum Kabupaten Bantul*. *Indonesian Journal of Criminal Law and Criminology (IJCLC)*, 1(2):108–116.
- Setyawan, P. (2022). *5 Pelaku Klitih Ini Dibekuk Polsek Mlati Sleman Usai Keroyok 2 Pemuda*. <https://yogya.inews.id/berita/5-pelaku-klitih-ini-dibekuk-polsek-mlati-sleman-usai-keroyok-2-pemuda>. accessed on 13 Feb 2022.
- Sooknanan, J., Bhatt, B., and Comissiong, D. M. (2013). *Catching A Gang—A Ma-*

- thematical Model of The Spread of Gangs in A Population Treated as An Infectious Disease*. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 83(1):25–43.
- Sooknanan, J. and Comissiong, D. (2018). *A mathematical model for the treatment of delinquent behaviour*. Socio-Economic Planning Sciences, 63:60–69.
- Sugiyanto and Mugiyono, S. (2011). *Persamaan Diferensial Biasa*. SUKA Press.
- Tiyono, M. I. (2018). *Model Matematika Pengaruh Minuman Beralkohol bagi Kesehatan Masyarakat*. Bachelor's thesis, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
- Widodo (2011). *Diktat Pengantar Model Matematika*. Departemen Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada.
- Widowati and Sutimin (2007). *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro.
- Wulandari, T. (2021). *Apa Itu Klitih dan Penyebabnya? Awalnya Punya Makna Netral*. <https://www.detik.com/edu/detikpedia/d-5875442/apa-itu-klitih-dan-penyebabnya-awalnya-punya-makna-netral>. accessed on 23 Feb 2022.