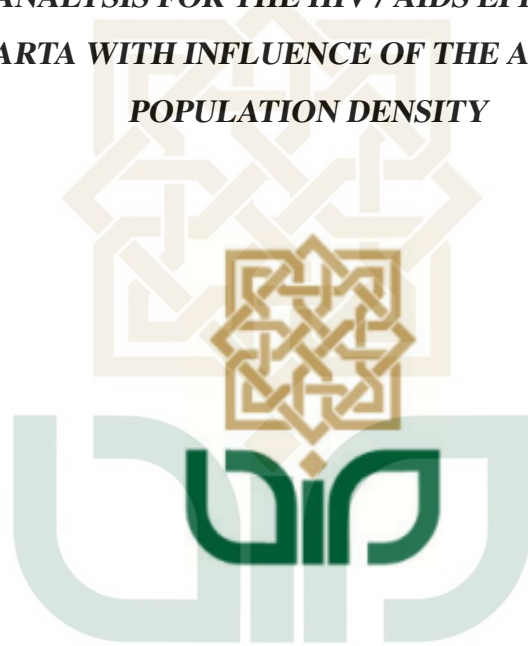


SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN EPIDEMIK HIV/AIDS DI
YOGYAKARTA DENGAN KELOMPOK UMUR DAN
KEPADATAN PENDUDUK**

***STABILITY ANALYSIS FOR THE HIV / AIDS EPIDEMIC MODEL IN
YOGYAKARTA WITH INFLUENCE OF THE AGE GROUP AND
POPULATION DENSITY***



**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

LENI LINDA SARI

17106010007

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2022



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-683/Un.02/DST/PP.00.9/03/2022

Tugas Akhir dengan judul : ANALISIS KESTABILAN EPIDEMIK HIV/AIDS DI YOGYAKARTA DENGAN KELOMPOK UMUR DAN KEPADATAN PENDUDUK

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : LENI LINDA SARI
Nomor Induk Mahasiswa : 17106010007
Telah diujikan pada : Rabu, 23 Maret 2022
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.

SIGNED

Valid ID: 623a99c16bae6



Penguji I

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.

SIGNED

Valid ID: 624519d29a20b



Penguji II

Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si.

SIGNED

Valid ID: 624570ca09cfd



Yogyakarta, 23 Maret 2022

UIN Sunan Kalijaga

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.

SIGNED

Valid ID: 6246eb6142729

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertandatangan dibawah ini:

Nama : Leni Linda Sari
NIM : 17106010019
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulissen diri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 07 Maret 2022



Leni Linda Sari

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Leni Linda Sari

NIM : 17106010007

Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Epidemik HIV/AIDS di Yogyakarta dengan Kelompok Umur dan Kepadatan Penduduk

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Pembimbing I

Dr. Muhammad Wakhid Musnora, S.Si., M.Si.
NIP. 19800402 20050 1 003

Yogyakarta, 07 Maret 2022

Pembimbing II

Dr. Sugiyanto, S.Si., S.T., M.Si.
NIP. 19800505 200801 1 028



Karya sederhana ini penulis persembahkan

untuk orang tua tercinta



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

”Ketahuilah, bahwa sesungguhnya kehidupan dunia itu hanyalah sebuah permainan dan sesuatu yang melalaikan, perhiasan, dan bermegah-megahan antara kamu serta berbangga-banggaan tentang banyaknya harta dan anak, seperti hujan yang tanam-tanamannya mengagumkan para petani; kemudian tanaman itu menjadi kering dan kamu lihat warnanya kuning kemudian menjadi hancur. Dan di akhirat (nanti) ada azab yang keras dan ampunan dari Allah serta keridaan-Nya. Dan kehidupan dunia ini tidak lain hanyalah kesenangan yang menipu ”

(QS.Al-Hadid : 20)

PRAKATA

Segala puji bagi Allah SWT atas nikmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "Analisis Kestabilan Epidemik HIV/AIDS di Yogyakarta dengan Kelompok Umur dan Kepadatan Penduduk" dapat terselesaikan guna memenuhi syarat untuk memperoleh gelar sarjana Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta. Selanjutnya shalawat serta salam senantiasa tercurah kepada manusia terbaik sepanjang zaman Nabi Muhammad SAW.

Penulis menyadari skripsi ini tidak akan selesai tanpa dukungan, bantuan, bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Oleh Karena itu, penulis mengucapkan terimakasih kepada

1. Ibu Dr.Hj.Khurul Wardati,M.Si selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta
2. Bapak Muchammad Abrori, S.Si.,M.Kom selaku ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Bapak Muhammad Zaki Riyanto, S.Si.,M.Si dan Ibu Pipit Pratiwi Rahayu S.Si.,M.Si selaku Dosen Penasihat Akademik Program Studi Matematika angkatan 2017.
4. Bapak Dr. Muhammad Wakhid Musthofa,S.Si.,M.Si selaku pembimbing I yang telah memberikan arahan, saran serta solusi penyelesaian kepada penulis sehingga penelitian ini dapat berjalan dengan baik.

5. Bapak Dr. Sugiyanto, S.Si, S.T, M.Si selaku pembimbing II yang telah memberikan arahan, saran serta solusi penyelesaian kepada penulis sehingga penelitian ini dapat berjalan dengan baik.
6. Bapak/Ibu dosen yang telah memberikan wawasan ilmu pengetahuan yang bermanfaat bagi penulis untuk dapat menyelesaikan penelitian ini.
7. Seluruh keluarga besar, orang tua, saudara dan kerabat yang selalu mendoakan dan menyemangati.
8. Keluarga besar Pondok Pesantren Tahfidzul Qur'an SahabatQu khususnya Asatidz/ah, Ammah - Ammah RTH angkatan 7, RutapQu angkatan 2 dan para santri yang selalu memberi dukungan, inspirasi dan motivasi pada penulis untuk dapat menyelesaikan hafalan Al-Quran dan kuliah.
9. Sahabat - sahabat Program Studi Matematika angkatan 2017 yang telah memberikan banyak bantuan, dukungan, dan kenangan indah selama perkuliahan.
10. Semua pihak yang memberi dukungan dan doa kepada penulis serta membantu penyelesaian penelitian ini yang tidak bisa penulis tuliskan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan dan jauh dari kata sempurna. Penulis berharap akan saran dan kritik agar kedepannya dapat menulis lebih baik lagi dan bermanfaat bagi banyak pihak.

Yogyakarta, 06 Maret 2022

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	i
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN	iii
SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
HALAMAN MOTTO	viii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR LAMBANG	xv
INTISARI	xvi
ABSTRACT	xvii
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Batasan Masalah	3
1.3. Tujuan Penelitian	4
1.4. Manfaat Penelitian	4
1.5. Tinjauan Pustaka	5
1.6. Metode Penelitian	6
1.7. Sistematika Penulisan	7
II DASAR TEORI	8
2.1. Tinjauan Biologis	8
2.2. Tinjauan Matematis	11

2.2.1.	Persamaan Diferensial	11
2.2.2.	Sistem Persamaan Diferensial	14
2.2.3.	Titik Keseimbangan	16
2.2.4.	Linearisasi	17
2.2.5.	Kestabilan Titik Keseimbangan	18
2.2.6.	Fungsi Lyapunov	22
2.2.7.	Prinsip Invariansi	25
III	PEMBAHASAN	27
3.1.	Formulasi Model	27
3.2.	Titik Keseimbangan Model	30
3.2.1.	Titik Keseimbangan Bebas Penyakit	31
3.2.2.	Titik Keseimbangan Kepunahan <i>Susceptible</i>	33
3.3.	Analisis Kestabilan Titik keseimbangan Bebas Penyakit	35
3.3.1.	Kestabilan Lokal Titik keseimbangan Bebas Penyakit	35
3.3.2.	Kestabilan Global Titik keseimbangan Bebas Penyakit	37
3.4.	Analisis Kestabilan Titik keseimbangan kepunahan <i>Susceptible</i>	38
3.4.1.	Kestabilan Lokal Titik keseimbangan Kepunahan <i>Susceptible</i>	38
3.4.2.	Kestabilan Global Titik keseimbangan Kepunahan <i>susceptible</i>	40
3.5.	Implementasi Model HIV/AIDS di Provinsi DIY	41
3.5.1.	Estimasi Nilai Parameter Model	43
3.5.2.	Analisis Nilai Ambang Rasio Reproduksi	47
3.5.3.	Analisis Kestabilan Model HIV/AIDS di Provinsi DIY	50
IV	PENUTUP	55
4.1.	Kesimpulan	55
4.2.	Saran	56

DAFTAR PUSTAKA	57
A SIMULASI NUMERIK DENGAN PROGRAM MATLAB	60



DAFTAR TABEL

3.2	Estimasi Jumlah Penduduk Provinsi DIY	42
3.3	Estimasi $y(A_{maks})$	45
3.4	Estimasi nilai parameter model	46



DAFTAR LAMBANG

N	: populasi total
S_a	: jumlah populasi <i>susceptible</i> anak-anak
S_d	: jumlah populasi <i>susceptible</i> dewasa
I_a	: jumlah populasi <i>infected</i> anak-anak
I_d	: jumlah populasi <i>infected</i> dewasa
β_1	: laju kelahiran perkapita <i>susceptible</i> dewasa
β_2	: laju kelahiran perkapita <i>infected</i> dewasa
η_1	: laju kelahiran perkapita <i>susceptible</i> dewasa
η_2	: laju kelahiran perkapita <i>infected</i> dewasa
μ	: laju kematian alami dari subpopulasi anak
α	: laju kematian alami dari subpopulasi dewasa
γ	: angka kematian perkapita dari penyakit
ν	: laju kontak <i>susceptible</i> dewasa dan <i>infected</i> dewasa
m	: parameter kompetisi internal
ξ	: proporsi bayi terinfeksi yang lahir dari ibu yang terinfeksi
R_0	: nilai ambang rasio reproduksi <i>infected</i>
R_1	: nilai ambang rasio reproduksi <i>susceptible</i>
R_2	: nilai ambang laju kontak <i>infectious</i>
E	: titik ekuilibrium <i>infectious</i>
\mathbb{R}^n	: himpunan bilangan riil di dimensi n
$\Re(\lambda_i)$: bagian riil nilai eigen ke i

INTISARI

ANALISIS KESTABILAN EPIDEMIK HIV/AIDS DI YOGYAKARTA DENGAN KELOMPOK UMUR DAN KEPADATAN PENDUDUK

Oleh

LENI LINDA SARI

17106010007

HIV/AIDS merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh sehingga mengakibatkan imunitas tubuh menjadi berkurang. Dalam penelitian ini akan dikaji model matematika SI (*Susceptible-Infected*) untuk menganalisis kestabilan model epidemik HIV/AIDS khususnya di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY) berdasarkan kelompok umur dan kepadatan penduduk. Kelompok umur dibagi menjadi 2 subpopulasi yaitu anak-anak dan dewasa. Analisa yang dilakukan yakni menentukan kestabilan lokal dan global dari titik kesetimbangan model bebas penyakit maupun kepunahan *susceptible* yang diperoleh menggunakan kombinasi analisis persamaan karakteristik dari matriks jacobian dan prinsip invariansi *Lyapunov-La Salle* atau menggunakan kondisi nilai ambang rasio reproduksi *susceptible* (R_1), rasio reproduksi *infected* (R_0), dan laju kontak *infectious* (R_2). Untuk kasus data HIV/AIDS di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY) dengan populasi awal tahun 2016, diperoleh $R_0 = 0,027$, $R_1 = 114,25$, $R_2 = 0,93$. Model epidemik HIV/AIDS mempunyai satu titik kesetimbangan bebas penyakit $E_1^* = (924.280, 179.402, 0, 0)$. Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah stabil asimtotik global, artinya jika nilai-nilai parameter tidak berubah maka tidak ada individu yang terinfeksi dan subpopulasi *susceptible* anak dan dewasa menuju nilai positif yang konstan.

Kata Kunci : *Pemodelan HIV/AIDS, titik ekuilibrium, prinsip invariansi Lyapunov-La Salle.*

ABSTRACT

STABILITY ANALYSIS FOR THE HIV / AIDS EPIDEMIC MODEL IN YOGYAKARTA WITH INFLUENCE OF THE AGE GROUP AND POPULATION DENSITY

By

LENI LINDA SARI

17106010007

HIV/AIDS is a disease caused by a virus that attacks the immune system, resulting in reduced immunity. In this study, the SI (Susceptible-Infected) mathematical model will be studied to analyze the stability of the HIV/AIDS epidemic model, especially in the Special Region of Yogyakarta (DIY) based on age groups and population density. The age group is divided into 2 subpopulations, children and adults. The analysis carried out is to determine the local and global stability of the model equilibrium point in free of disease and extinction susceptible, obtained using a combination of analysis of the characteristic equations of the Jacobi matrix and the principle of invariance *Lyapunov-La Salle* or using a threshold value condition. reproduction rate susceptible (R_1), reproduction rate infected (R_0), and contact rate infectious (R_2). For cases of HIV/AIDS in the Province of the Special Region of Yogyakarta (DIY) with an initial population in 2016, obtained $R_0 = 0.027$, $R_1 = 114.25$, $R_2 = 0.93$. The HIV/AIDS epidemic model has a disease-free equilibrium point $E_1^* = (924, 280, 179, 402, 0, 0)$. The disease-free equilibrium point is globally asymptotically stable, meaning that if the parameter values do not change, then there are no infected individuals and the susceptible sub population of children and adults is towards a constant positive value.

Keywords: *modelling of HIV/AIDS, equilibrium point, principle of invariance Lyapunov La Salle*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

HIV atau Human Immunodeficiency Virus merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh sehingga mengakibatkan imunitas tubuh menjadi berkurang. Seseorang yang positif terinfeksi HIV dalam jangka waktu lima hingga sepuluh tahun kemudian orang tersebut akan mengidap AIDS (Acquired Immunodeficiency Syndrome). Endemi HIV ini masih menjadi masalah serius di dalam dunia kesehatan. Sampai saat ini belum ada obat untuk menangani HIV dan AIDS. Akan tetapi, ada obat untuk memperlambat perkembangan penyakit tersebut, dan dapat meningkatkan harapan hidup penderita HIV (ODHA). Estimasi jumlah orang dengan HIV di Indonesia pada tahun 2018 sebanyak 641.675 orang dengan jumlah infeksi baru sebanyak 46.372 orang dan kematian sebanyak 38.734 orang, yang dimana kasusnya rata-rata meningkat ditiap tahunnya (Depkes RI, 2014).

Penularan HIV dapat terjadi disebabkan oleh beberapa hal diantaranya yaitu melakukan hubungan seks baik itu heteroseksual ataupun homoseksual dengan penderita HIV, kontak langsung dengan darah penderita HIV, transmisi perinatal dan pemakaian jarum suntik secara bergantian di kalangan pengguna narkoba. Berdasarkan faktor resiko penularan HIV dominan terjadi pada heteroseksual dan pemakaian jarum suntik secara bergantian di kalangan pengguna narkoba (infoDATIN, 2020).

Daerah Istimewa Yogyakarta merupakan salah satu provinsi di Indonesia yang memiliki potensi di bidang pariwisata, pendidikan, dan budaya . Diketahui jumlah kasus HIV/AIDS di DIY cukup banyak. Misalkan pada tahun 2019 sendiri kasus HIV/AIDS di DIY sudah menunjukkan warna merah, yang artinya sudah sangat berbahaya dan harus segera dihentikan (Media Indonesia, 4 Desember 2019). Oleh karena itu, dibutuhkan peran semua pihak mulai dari masyarakat, praktisi kesehatan dan pemerintah agar penanggulangan dan pencegahan meluasnya HIV/AIDS bisa semakin ditekan.

Ilmu matematika dalam perkembangannya dapat digunakan untuk mengungkapkan dan mengukur suatu kejadian berbagai fenomena yang terjadi di alam ini. Ilmu matematika telah terbukti banyak membantu dalam menyelesaikan permasalahan pengukuran ataupun perhitungan masalah pada fenomena yang terjadi dalam kehidupan manusia. Salah satu cabang matematika yang digunakan dalam mengukur ataupun merepresentasikan sebuah fenomena dalam kehidupan manusia adalah model matematika. Model matematika dapat menjadi solusi dalam berbagai permasalahan, baik permasalahan sosial, ekonomi, kesehatan dan masih banyak lagi (Aswan, 2018). Oleh karena itu matematika pun dapat turut memberikan peranan penting dalam mencegah tingginya kasus HIV/AIDS di dunia. Berdasarkan mekanisme penularan model HIV, model matematika dapat membantu komunitas medis dan ilmiah untuk memahami dan mengantisipasi penyebarannya pada populasi yang berbeda dan mengevaluasi efektivitas potensial dari pendekatan yang berbeda supaya epidemi dapat terkendali (Hyman dan Stanley, 1988).

Penelitian sebelumnya mengenai pemodelan matematika pada kasus HIV/AIDS telah cukup banyak diteliti seperti penelitian yang dilakukan oleh Dwi Haryanto dkk (2015) yang menggunakan model matematika SIA (*Susceptible* , *Infected* , dan *AIDS Cases*) . Kemudian Isnaini Mahuda (2020) yang membahas model matemati-

ka pada penyebaran HIV/AIDS pada pengguna narkoba melalui jarum suntik dimana populasinya terdiri dari 2 populasi utama yaitu populasi pengguna narkoba dan populasi jarum suntik yang dimana penelitiannya menggunakan model SEIA (*Susceptible, Exposed, Infected dan AIDS*). Kemudian, Amir Tjolleng dkk (2013) yang menggunakan model SIR (*Susceptible, Infected and Recovered*) dalam menganalisis dinamika perkembangan HIV/AIDS di Sulawesi Utara, kemudian oleh Marsudi dan Kwardiniya (2014) yang membahas model SI dengan kelompok umur dan kepadatan penduduk untuk menganalisis dinamika HIV/AIDS di Indonesia.

Berdasarkan dari penelitian-penelitian yang dilakukan sebelumnya, penelitian yang akan kami lakukan yakni menggunakan model epidemi SI (*Susceptible, Infected*) yang digunakan untuk mengetahui dinamika perkembangan kasus HIV/AIDS di Provinsi DIY berdasarkan kelompok umur dan kepadatan penduduk yang merujuk pada jurnal oleh Marsudi dan Kwardiniya (2014) berjudul “Analisis Kestabilan Epidemik HIV/AIDS dengan Kelompok Umur dan Kepadatan Penduduk”, yang disesuaikan dengan data kasus HIV/AIDS di Provinsi DIY. Penelitian ini diharapkan dapat menghasilkan bahan pertimbangan dalam pencegahan HIV/AIDS di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta.

1.2. Batasan Masalah

Fokus penelitian ini mengenai model matematika SI (*Susceptible, Infected*) yang merupakan model dasar dari epidemi dengan asumsi bahwa individu yang terinfeksi penyakit tidak bisa sembuh. Penyakit yang didekati dengan model ini adalah penyakit HIV/AIDS yang mempunyai sifat penderitanya tidak bisa disembuhkan, karena sampai saat ini belum ada obat untuk menyembuhkan penyakit HIV/AIDS. Model ini akan dideskripsikan dengan dibagi dalam 2 subpopulasi usia yaitu

kelompok anak-anak (0-14 tahun) dan kelompok dewasa (15 tahun keatas). Kemudian berdasarkan epidemiologi masing-masing subpopulasi tersebut terdiri dari 2 kelompok yaitu *susceptible* (anak- anak dan dewasa) serta *infected* (anak-anak dan dewasa). Kelompok *susceptible* merupakan sekelompok populasi rentan penyakit HIV/AIDS sedangkan kelompok *infected* merupakan sekelompok populasi terinfeksi penyakit HIV/AIDS. Sehingga diperoleh empat subpopulasi yaitu *susceptible* anak, *susceptible* dewasa, *infected* anak serta *infected* dewasa.

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memformulasikan model matematika yang dapat menerangkan sifat-sifat dari dinamika epidemik HIV/AIDS dengan pengaruh kelompok umur dan kepadatan penduduk (kompetisi internal) di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta.
2. Melakukan analisis kestabilan dari titik kesetimbangan yang diperoleh dari model.
3. Melakukan simulasi numerik dari data kasus HIV/AIDS di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta.

1.4. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian, yaitu:

1. Memberikan pengetahuan pemodelan matematika penyakit epidemik HIV/AIDS.

2. Sebagai bahan pertimbangan bagi pemerintah maupun pihak yang berkepentingan lainnya dalam menyusun strategi penanggulangan HIV/AIDS khususnya di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta.

1.5. Tinjauan Pustaka

Penelitian ini merujuk pada beberapa penelitian yang relevan, yaitu sebagai berikut :

1. Penelitian oleh Marsudi dan Kwardiniya (2014) berjudul "*Analisis Kestabilan Epidemik HIV/AIDS dengan Kelompok Umur dan Kepadatan Penduduk*" yang membahas dinamika global melalui model SI dengan dua kelompok usia yang eksplisit dan menerapkan temuan tersebut pada dinamika HIV/AIDS di Indonesia.
2. Penelitian yang diperkenalkan oleh Lopez,dkk (2007) yang berjudul "*A simple SI Model with Two Age Groups and Its Application To US HIV Epidemics: To Treat Or Not to Treat*" yang membahas dinamika global model SI sederhana dengan dua kelompok usia yang eksplisit dan menerapkan temuan tersebut pada dinamika HIV di Amerika Serikat.
3. Penelitian oleh Listyawati dan R.Suprayogo (2018) yang berjudul "*DIY Rentan terhadap HIV dan AIDS*". Penelitian ini mendeskripsikan perkembangan kasus HIV/AIDS, faktor penyebab, dan dampak penularan HIV/AIDS di Provinsi DIY.

1.6. Metode Penelitian

Penulisan dan penyusunan penelitian ini menggunakan metode studi literatur, yaitu dengan mempelajari dan menghubungkan beberapa sumber literatur yang membahas mengenai pemodelan matematika terkait HIV/AIDS. Topik yang menjadi inti pembahasan penelitian ini yaitu menganalisis kestabilan epidemik dari suatu model HIV/AIDS dengan kelompok umur dan kepadatan penduduk di Provinsi DIY.

Penelitian akan dilakukan menggunakan data sekunder berupa data demografik data empirik penyakit HIV/AIDS di DIY. Data demografik diperoleh dari Biro Pusat Statistik DIY, adapun data empirik penyakit HIV/AIDS diperoleh dari Dinas Kesehatan DIY maupun dari literatur – literatur yang relevan. Tahap-tahap penelitian yang akan dilakukan yaitu:

1. Mengestimasi parameter- parameter model dinamika epidemik HIV/AIDS dengan pengaruh kelompok umur dan kepadatan penduduk.
2. Memformulasikan model deterministik (model SI) dengan bentuk sistem persamaan diferensial nonlinear.
3. Menentukan titik kesetimbangan dari model yang diperoleh.
4. Melakukan analisis kestabilan terhadap titik kesetimbangan lokal dan global.
5. Mengimplementasikan model pada data kasus HIV/AIDS di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY).
6. Melakukan simulasi numerik dengan program Matlab.

1.7. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ditujukan untuk memberi gambaran umum mengenai alur penulisan dan pembahasan penelitian ini, secara garis besar sistematika nya sebagai berikut :

BAB 1 PENDAHULUAN

Pada bab ini terdiri latar belakang dan permasalahan, tujuan penelitian, tinjauan pustaka, metodologi penelitian dan sistematika penulisan. Bab ini merupakan suatu pengantar untuk mempermudah dalam memahami penelitian ini secara keseluruhan dan sebagai gambaran umum tentang topik penelitian yang dibahas.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini membahas tentang teori-teori yang akan digunakan dalam penulisan dan penyusunan penelitian ini baik pada segi biologis maupun matematis.

BAB III PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas pembentukan model epidemik HIV/AIDS dari parameter-parameter yang diperoleh yang kemudian dianalisis kestabilan dari titik kesetimbangan model dan implementasinya pada kasus epidemik HIV/AIDS di Provinsi DIY.

BAB IV PENUTUP

Bab penutup ini terdiri dari kesimpulan akhir dari penelitian dan saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB IV

PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil penulis setelah menyelesaikan penelitian ini adalah:

1. Untuk penyakit tanpa *recovery*, model epidemik HIV/AIDS dengan kelompok umur dan kepadatan penduduk yaitu

$$\begin{aligned}\frac{dS_a}{dt} &= \beta_1 S_d + (1 - \xi)\beta_2 I_d - \eta_1 S_a - \mu S_a - m S_a N \\ \frac{dS_d}{dt} &= \eta_1 S_a - \frac{v S_d I_d}{S_d + I_d} - \alpha S_d - m S_d N \\ \frac{dI_a}{dt} &= \xi \beta_2 I_d - \eta_2 I_a - \mu I_a - \gamma I_a - m I_a N \\ \frac{dI_d}{dt} &= \eta_2 I_a + \frac{v S_d I_d}{S_d + I_d} - \alpha I_d - \gamma I_d - m I_d\end{aligned}\tag{4.1}$$

2. Terdapat satu titik kesetimbangan bebas penyakit yang fisibel jika rasio reproduksi *susceptible* lebih besar dari satu ($R_1 > 1$). Titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil asimtotik lokal jika rasio reproduksi *infected* kurang dari satu dan jumlah laju kontak infeksi dan rasio reproduksi *infected* kurang dari satu ($R_0 < 1$ dan $R_0 + R_2 \leq 1$), dan jika rasio reproduksi *susceptible* lebih besar dari invers perkalian peluang hidup dari masa anak-anak *susceptible* dan peluang mati selama masa dewasa *susceptible* $R_1 > \frac{(\eta_1 + \mu)(v + \alpha)}{\eta_1 \alpha}$ maka titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik global.
3. Jika rasio reproduksi *infected* lebih besar dari satu dan bayi yang lahir dari perempuan hamil terinfeksi adalah infeksi ($R_0 > 1$ dan $\epsilon = 1$) maka ter-

dapat satu titik kesetimbangan kepunahan *susceptible*. Titik kesetimbangan kepunahan *susceptible* akan stabil asimtotik lokal jika rasio reproduksi *susceptible* kurang dari atau sama dengan satu ($R_1 \leq 1$) dan jika rasio reproduksi *infected* (R_0) lebih besar dari $\frac{\mu + \eta_2 + \gamma}{\eta_2}$ maka titik kesetimbangan kepunahan *susceptible* stabil asimtotik global.

4. Untuk kasus data HIV/AIDS di Provinsi DIY diketahui nilai ambang rasio reproduksi *susceptible* $R_1 = 114,25$, rasio reproduksi *infected* $R_0 = 0,027$ dan laju infeksi $R_2 = 0,93$. Model epidemik HIV/AIDS dengan kelompok umur dan kepadatan penduduk mempunyai satu titik kesetimbangan bebas penyakit $E_1^* = (924.280, 179.402, 0, 0)$ yang stabil asimtotik global setelah kira-kira 6 tahun.

4.2. Saran

Setelah membahas dan mengimplementasikan model epidemik HIV/AIDS dengan kelompok umur dan kepadatan penduduk di Provinsi DIY, penulis menyarankan untuk penelitian selanjutnya dapat menambahkan pengaruh lain seperti berdasarkan jenis kelamin, profesi dan sebagainya. Kemudian dapat diterapkan pada wilayah lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Aliyah, 2007, *Sistem Persamaan Diferensial Linier dan Sistem Persamaan Tak Linier*, UIN Maulana Malik Ibrahim, Malang.
- Anton, H., dan Rorres, C, 2005, *Elementary Linear Algebra, Ninth Edition* , John Wiley and Sons, USA.
- Aswan , 2018 , *Pembatasan Dinamika Merokok dengan Menggunakan Pendekatan Model Matematika*, skripsi, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Alauddin , Makassar.
- Departemen Kesehatan RI, 2014, *Profil Kesehatan Indonesia*, <http://www.depkes.go.id/>, diakses 1 Maret 2021.
- Dinas Kesehatan DIY, 2020, *Profil Kesehatan DIY Tahun 2019*, <http://www.dinkes.jogjaprovo.go.id>, Diakses 24 Februari 2021.
- Greub, Werner, dan W.H Greub. 1978. *Multilinear Algebra*, Springer-Verlag, New York.
- Haryanto, Dwi dkk, 2015 , *Pemodelan Matematika dan Analisis Kestabilan Model pada Penyebaran HIV-AIDS*. Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster), 04(2), 101 – 110.
- Humas DIY , 2019 , *Penanggulangan AIDS Jadi Kewajiban Bersama*. <https://jogjaprovo.go.id/berita/detail/gubernur-himbau-pencegahan-penularan-hiv-aids> , Diakses 1 Maret 2021.

- Hyman, J.M, dan E.A Stanley , 1988 , *Using Mathematical Models to Understand the AIDS Epidemik*, Math. Biosci. Vol 90 hal 415-433.
- Khalil, H. K., 1996, *Nonlinear Systems 2nd Edition*, Prentice-hall, Upper Saddle River.
- Kocak,H dan Hole, J.K., 1991, *Dynamical and Bifurcation*, Spinger- Verlag, New York.
- Listyawati dan Suprayogo, R. 2018 , *Diy Rentan terhadap HIV dan AIDS*, Media Informasi Penelitian Kesejahteraan Sosial, 42(2) , 115-130.
- Lopez, R., Kuang, Y. dan Tridane, A., 2007, *A Simple SI with Two age groups and Its Application to US HIV epidemics: To Treat or Not to Treat*, Journal of Biological Systems 2007, 15, 169-184.
- Luenberger, D.G., 1979, *Introduction to Dynamical System Theory, Models, and Applications*, Wiley and Sons,Inc, Canada .
- Mahendra, Gerry Katon dan Hari Akbar Sugiantoro, 2018, *Manajemen Pelayanan Penanggulangan HIV/AIDS di Kota Yogyakarta*, IJPA-The Indonesian Journal of Public Administration. 4(1), 2.
- Mahuda, Isnaini., 2020, *Model Matematika Penyebaran HIV/AIDS pada Pengguna Narkoba melalui Jarum Suntik* Jurnal Statistik dan Matematika, 2(1) , 45-56.
- Marquez, H.J., 2003 , *Nonlinier Control System Analysis and Design*, New York: Wiley.
- Marsudi dan Kwardiniya , 2011 *Analisis Kestabilan Epidemik HIV/AIDS dengan Kelompok Umur dan Kepadatan Penduduk* , Journal of Environmental Engineering and Sustainable Technology, 1(2), 1.

- Olders, G.J dan J.W van der Woude, 2004, *Mathematical System Theory*, University of Technology, Belanda.
- Perko, Lawrence, 2001, *Differential Equations and Dynamical System Third Edition*, Springer-Verlag, New York .
- Purwaningsih, Sri Sunarti dan Widyatun., 2008, *Perkembangan HIV dan AIDS di Indonesia : Tinjauan Sosio Demografis*, 3(2).
- Pusat Data dan Informasi Kementerian Kesehatan RI (InfoDATIN), 2014, Situasi dan Analisis HIV AIDS, diakses 1 Maret 2021.
- Richardson, 1997, *HIV Manual untuk Tenaga Kesehatan*, EGC, Jakarta.
- Ross, Shepley.L., 1984., *Introduction to Ordinary Differential Equations*, John Wiley and Sons, USA .
- Sugiyanto dan Mugiyono, 2011, *Persamaan Diferensial Biasa*, SUKA-Press UIN Sunan Kalijaga, Yogyakarta.
- Tjolleng A, Komalig HAH, Prang JD. 2013, *Dinamika Perkembangan HIV/AIDS di Sulawesi Utara Menggunakan Model Persamaan Diferensial Nonlinear SIR (Susceptible, Infectious, and Recovered)*. Jurnal Ilmiah Sains Universitas Sam Ratulangi, 13(1), 1.
- Trijatmo R, dkk, 2002, *Sindroma AIDS Penanggulangannya Dalam Praktek Dokter Gigi*, Jakarta: EGC.