

SKRIPSI

**ANALISIS REGRESI ROBUST ESTIMASI M PEMBOBOT
WELSCH DAN ESTIMASI LTS**

(Studi kasus: Faktor yang mempengaruhi angka kasus tuberkulosis
di Jawa Timur tahun 2023)



ADE SURYANTI
21106010076
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2025

ANALISIS REGRESI ROBUST ESTIMASI M PEMBOBOT

WELSCH DAN ESTIMASI LTS

(Studi kasus: Faktor yang mempengaruhi angka kasus tuberkulosis
di Jawa Timur tahun 2023)

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat Sarjana S-1
Program Studi Matematika



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
diajukan oleh
ADE SURYANTI
21106010076

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2025



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Ade Suryanti

NIM : 21106010076

Judul Skripsi : Analisis Regresi Robust Estimasi M Pembobot Welsch dan Estimasi LTS
(Studi Kasus: Faktor yang Mempengaruhi Angka Kasus Tuberkulosis di
Jawa Timur tahun 2023)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 05 Desember 2025

Pembimbing

Sri Utami Zuliana, S.Si., M.Sc., Ph.D.

NIP: 19741003 200003 2 002



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-2504/Un.02/DST/PP.00.9/12/2025

Tugas Akhir dengan judul : Analisis Regresi Robust Estimasi M Pembobot Welsch dan Estimasi LTS

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : ADE SURYANTI
Nomor Induk Mahasiswa : 21106010076
Telah diujikan pada : Senin, 15 Desember 2025
Nilai ujian Tugas Akhir : A/B

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Sri Utami Zuliana, S.Si., M.Sc., Ph.D.
SIGNED

Valid ID: 6943b92c454d0



Penguji I

Muhamad Rashif Hilmi, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6943ad846d595



Penguji II

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 694260d045bfd



Yogyakarta, 15 Desember 2025
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6944c0314e3ed

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ade Suryanti
NIM : 21106010076
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 08 Desember 2025



Ade Suryanti

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

KARYA SEDERHANA INI PENULIS PERSEMBAHKAN UNTUK:
KEDUA ORANG TUA PENULIS, DAE DAN MAMA, ABANG AWAN, TRI,
IMAM, DAN ALIF YANG TELAH MEMBERIKAN DO'A, KASIH
DAN CINTA NYA YANG TAK TERBATAS.
KELUARGA DEKAT, SAHABAT, TEMAN DEKAT, DAN SEMUA ORANG-ORANG
YANG
PERNAH SAYA KENAL.
ALMAMATER KAMPUS TERCINTA YANG BANYAK MEMBERIKAN
WARNA DALAM HIDUP SELAMA 4 TAHUN UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUNAN KALIJAGA YOGYAKARTA.

"MATEMATIKA ANGGARAN 2021 TERCINTA"

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

MOTTO

”Hidup bukan saling mendahului. Bermimpilah sendiri-sendiri.”



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunianya yang tak ternilai harganya berupa keimanan, kesabaran, kekuatan dan kelancaran. Shalawat serta salam semoga selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Analisis Regresi Robust Estimasi M Pembobot Welsch dan Estimasi LTS."

Mengenai skripsi ini, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada pembimbing skripsi penulis, Ibu Sri Utami Zuliana, S.Si.,M.Sc.,Ph.D., atas bimbingan, saran, dan pendampingannya selama proses pengerjaan tugas akhir. Selain itu penulis juga ingin mengucapkan terima kasih dan apresiasi kepada:

1. Bapak Prof. Noorhaidi S.Ag.,M.A., M.Phil., Ph.D., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ibu Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Ibu Dr. Epha Diana Supandi, S.Si.,S.Sc., selaku ketua Program Studi Matematika.
4. Seluruh dosen program studi Matematika dan staf fakultas Sains dan Teknologi yang senantiasa memberikan ilmu dan layanan terbaik kepada penulis dari awal hingga akhir perkuliahan.
5. Dae tercinta, yang selalu menjadi alasan aku terus berjuang. Terima kasih untuk do'a, kasih sayang, dukungan, dan kepercayaan yang tiada henti mengiringi langkahku.

6. Mama tercinta, yang menjadi tempat pulang dan sumber kekuatanku. Terima kasih untuk do'a, kasih sayang, pelukan hangat disaat lelah, dukungan, dan pengorbanan yang tiada henti. Dalam setiap lelah dan keraguanku, mama selalu menjadi alasan untuk terus melangkah.
7. Untuk abangku tersayang, terima kasih sudah menjadi kakak hebat untuk adikmu ini. Kamu abang terbaik sepanjang masa.
8. Untuk adik-adikku tersayang Tri, Imam dan Alif. Terima kasih untuk tawa kecil kalian yang menjadi semangat untuk kakak.
9. Untuk Bibi Ita tersayang, terima kasih sudah hadir dan menjadi bibi terhebat yang selalu mendoakan dan mendukung setiap langkah.
10. Untuk seluruh keluarga besar, terima kasih atas do'a dan dukungan
11. Sepupuku sikembar iin dan aan, mba mawar, mas dwi, mba lia, santun, dan Ua yang menemani di perantauan.
12. Untuk alm yang memiliki tempat spesial yang menemani selama hampir 2 tahun dan tidak bisa kebersamai sampai akhir karena harus berpulang lebih dahulu, terima kasih atas cinta, doa, dukungan dan kekuatan yang tak pernah hilang dari ingatan. Semoga ditempat baru kamu dipeluk dan disambut hangat disana.
13. Sahabatku Edia, orang pertama yang menjadi teman saat pertama tiba di Jogja. Terima kasih sudah tinggal bersama, tumbuh dan melewati suka duka bersama. Terima kasih untuk waktu yang kita habiskan, meski tidak tau setelah ini kota mana dan pekerjaan apa yang menunggu kita. Semoga kita

tetap saling mengabari, saling mendukung, dan suatu saat bisa bertemu lagi membawa cerita baru.

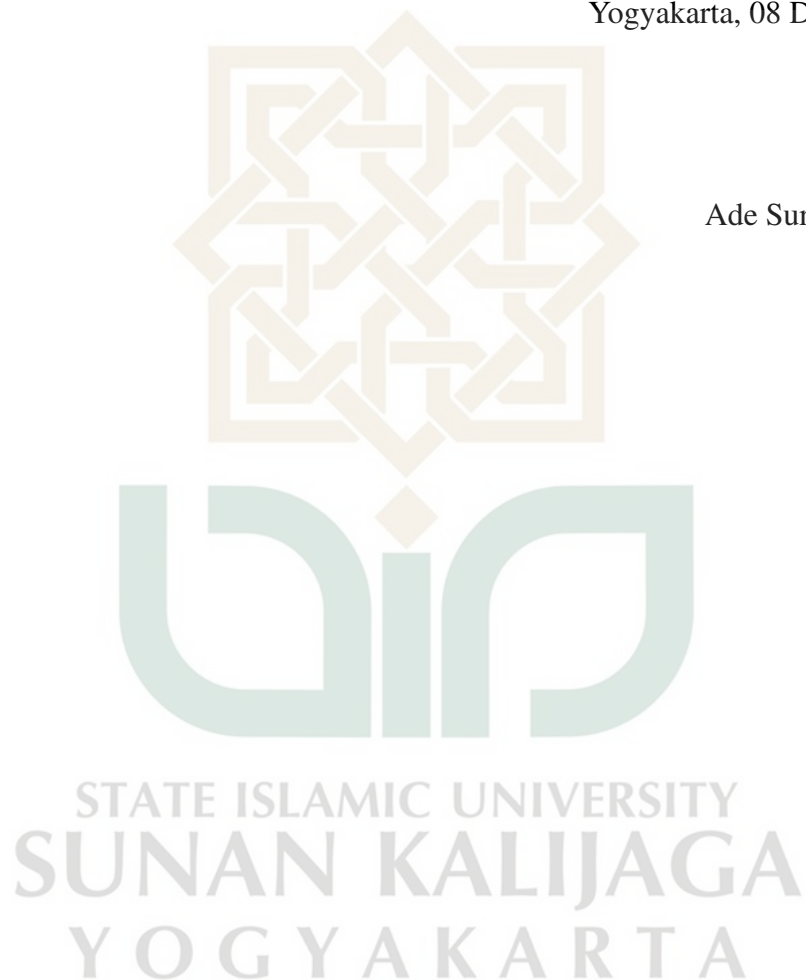
14. Dona, Zahra, dan penghuni kos ungu janda, terima kasih sudah menemani dan berbagi suka duka bersama.
15. Untuk abang laundry tersayang yang dipertemukan dengan cara yang tidak terduga, yang mendukung dan selalu mengiyakan kemauanku. Terima kasih sudah hadir ditengah badai dan menjadi penguat.
16. Temanku zaza, nadipa, yun, Asti. Terima kasih atas momen berharga yang kita lalui bersama.
17. Calon kakak iparku kak Ante, terima kasih karena sudah menganggap penulis seperti adik sendiri.
18. Ibu kos antology yang menganggap seperti anak sendiri dan selalu berbagi makanan.
19. Teman-teman KKN 114 kelompok 15 Desti, Dion, Sazni, Eri, Putri, Tegar, Dian, Roby, Zainal, dan warga Kleben.
20. Teman SMA Rara, Dede, Sani, Via, Tia, Syifa, Ozi, Jere
21. Temen mabar ML dikala jenuh Mamat, Devan, Eet, Ucup, Rezi dan lainnya.
22. Keluarga Matematika angkatan 2021 yang telah kebersamai selama 4 tahun dibangku perkuliahan, saling mendukung, berbagi ilmu dan banyak kenangan manis yang selalu dikenang.

Penulis sangat menyadari tidak ada yang sempurna di dunia ini. Oleh karena itu segala bentuk saran, kritik atas skripsi ini penulis menerimanya dengan senang

hati. Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat khususnya bagi penulis dan semua kalangan yang membutuhkan untuk dijadikan referensi dalam menulis. Akhir kata semoga Allah SWT melimpahkan segala rahmat dan hidayah-Nya kepada kita semua, *Aamiin*.

Yogyakarta, 08 Desember 2025

Ade Suryanti



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
INTISARIxviii
ABSTRACT	xx
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	5
1.3. Batasan Masalah	5
1.4. Tujuan Penelitian	6
1.5. Manfaat Penelitian	6
1.6. Tinjauan Pustaka	7
1.7. Sistematika Penulisan	12
II DASAR TEORI	14
2.1. Matriks	14

2.1.1.	Jenis-jenis Matriks	14
2.1.2.	Penjumlahan Matriks	17
2.1.3.	Pengurangan Matriks	18
2.1.4.	Perkalian Matriks	19
2.1.5.	Transpose Matriks	22
2.1.6.	Invers Matriks	23
2.1.7.	Determinan Matriks	23
2.2.	Statistik	24
2.2.1.	Analisis Univariat	24
2.2.2.	Analisis Multivariat	24
2.3.	Variabel Acak	24
2.3.1.	Variabel Acak Diskrit	25
2.3.2.	Variabel Acak Kontinu	26
2.4.	Ekspektasi dan Variansi	27
2.4.1.	Ekspektasi Distribusi Peluang	27
2.4.2.	Variansi Distribusi Peluang	28
2.5.	Regresi Linier Berganda	30
2.6.	Metode Ordinary Least Square (OLS)	31
2.7.	Uji Asumsi Klasik	35
2.7.1.	Uji Homoskedastisitas	36
2.7.2.	Uji Normalitas	36
2.7.3.	Uji Non-Multikolinieritas	38
2.7.4.	Uji Autokorelasi	40
2.8.	Data Pencilan	41
2.8.1.	<i>Leverage Values</i>	42
2.8.2.	<i>Differences in Fits For Fits (DFFITs)</i>	43

2.8.3. <i>Cook's Distance</i>	44
2.9. <i>R-Student</i>	45
2.10. Regresi <i>Robust</i>	45
III METODE PENELITIAN	47
3.1. Jenis Penelitian	47
3.2. Objek Penelitian	47
3.3. Identifikasi Variabel	47
3.4. Jenis dan Sumber Data Penelitian	52
3.5. Metode Analisis Data	52
3.6. Alat Pengolahan Data	53
3.7. Flowchart	54
Flowchart	54
IV PEMBAHASAN	55
4.1. Estimasi M	55
4.2. Estimasi LTS	58
4.3. <i>Breakdown Point</i>	60
4.4. Pembobot <i>Welsch</i>	60
4.5. Uji Kecocokan Model	62
4.6. <i>Adjusted R-Square</i>	62
4.7. <i>Residual Standart Error</i> (RSE)	63
V STUDI KASUS	64
5.1. Studi Kasus	64
5.2. Analisis deskriptif	64
5.3. Analisis Regresi Metode <i>Ordinary Least Square</i>	67
5.4. Asumsi Model Analisis Regresi Linear	68
5.4.1. Uji Homoskedastisitas	68

5.4.2. Uji Normalitas	68
5.4.3. Uji Multikolinearitas	69
5.4.4. Uji Autokorelasi	70
5.4.5. Deteksi Outlier	70
5.5. Regresi Robust Estimasi M dengan Pembobot Welsch	72
5.6. Regresi Robust estimasi LTS	74
5.7. Pemilihan Model Terbaik	75
VI PENUTUP	80
6.1. Kesimpulan	80
6.2. Saran	81
DAFTAR PUSTAKA	82
LAMPIRAN	86
A Data Penelitian	86
B Source Code Program R	88
C Tinjauan Pustaka	92
D Biodata Penulis	95

DAFTAR TABEL

1.1	Tinjauan Pustaka	10
5.1	Hasil Estimasi OLS dengan Software R 4.3.2	67
5.2	Nilai <i>RSE</i> dan \bar{R}^2 untuk OLS	67
5.3	Output R Uji Homoskedastisitas	68
5.4	Output R Uji Normalitas	69
5.5	Output R Uji Multikolinearitas	69
5.6	Output R Uji Autokorelasi	70
5.7	Deteksi <i>Outlier</i>	71
5.8	Hasil Estimasi M Pembobot Welsch	73
5.9	Nilai <i>RSE</i> dan \bar{R}^2 untuk Estimasi M	73
5.10	Hasil Estimasi LTS	74
5.11	Nilai <i>RSE</i> dan \bar{R}^2 untuk Estimasi LTS	75
5.12	Hasil Estimasi	76
5.13	Data TBC 5 Kota di Jawa Timur tahun 2024	77

DAFTAR GAMBAR

5.1	Boxplot data tuberkulosis	65
5.2	Boxplot data tuberkulosis	65
5.3	Boxplot data tuberkulosis	65
5.4	Hasil <i>outlier</i>	71



DAFTAR LAMBANG

Y	: x variabel dependen
X_i	: variabel independen ke- i
β_0	: konstanta
β_k	: parameter variabel independen ke- i
ε	: residual
\mathbb{E}	: expected values
h_{ii}	: leverage kasus ke- i
t_i	: R-Student ke- i
\hat{Y}_j	: nilai prediksi
n	: banyaknya data
p	: jumlah parameter
$\sum_{j=1}^n$: penjumlahan
$\sum X^2$: jumlah kuadrat n kasus dari simpangan X_i dari rata-rata M_x

INTISARI

ANALISIS REGRESI ROBUST ESTIMASI M PEMBOBOT WELSCH DAN ESTIMASI LTS

(Studi kasus: Faktor yang mempengaruhi angka kasus tuberkulosis di Jawa Timur
tahun 2023)

Ade Suryanti

21106010076

Analisis regresi merupakan metode analisis statistik yang mempelajari tentang hubungan sebab-akibat antara satu variabel dependen dengan variabel independen. Metode yang umum digunakan adalah metode Ordinary Least Square (OLS). Data dianalisis menggunakan asumsi klasik regresi linear, termasuk uji homoskedastisitas, normalitas, autokorelasi, dan multikolinearitas. Tetapi ada beberapa kasus dan kondisi yang menyebabkan terjadinya pelanggaran asumsi yang menyebabkan hasil tidak akurat, sehingga perlu dilakukan deteksi pencilan menggunakan leverage, DFFITS, dan R-student. Regresi robust merupakan metode yang digunakan pada analisis regresi dengan prinsip mempertimbangkan keberadaan pencilan. Dalam penelitian ini model regresi robust yang digunakan yaitu Estimasi M dengan pembobot Welsch dan Estimasi Least Trimmed Squares (LTS). Dalam penelitian ini bertujuan untuk memperoleh model terbaik dengan membandingkan nilai Residual Standard Error dan koefisien determinasi dari hasil estimasi. Studi kasus dalam penelitian ini tentang faktor-faktor yang mempengaruhi angka tuberkulosis (Y), dengan variabel HIV (X_1), rumah sakit umum (X_2), akses sumber air layak (X_3), tenaga kesehatan (X_4), dan tingkat pengangguran terbuka (X_5) berdasarkan kabupaten dan kota di Provinsi Jawa Timur tahun 2023. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Estimasi M dengan pembobot Welsch merupakan metode terbaik dalam pemodelan data TBC, karena menghasilkan nilai Residual Standard Error (RSE) yang paling kecil, yaitu sebesar 9,007, serta memiliki nilai koefisien determinasi yang paling tinggi, yaitu sebesar 0,8623. Hal ini mengindikasikan bahwa model yang dihasilkan mampu menjelaskan sebesar 86,23% variasi jumlah kasus TBC, sementara sisanya dijelaskan oleh faktor lain di luar model. Dengan seluruh variabel independen yang digunakan, yaitu HIV (X_1), RSUD (X_2), AML (X_3), TKP

(X_4), dan TPT (X_5), menunjukkan pengaruh yang signifikan terhadap jumlah kasus TBC (Y). Model regresi metode estimasi M yang terbentuk dalam penelitian ini dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 2,159 + 0,034X_1 + 2,855X_2 + 1,092X_3 - 0,008X_4 - 6,255X_5$$

Kata Kunci: regresi robust, outlier, estimasi M, estimasi LTS, tuberkulosis.



ABSTRACT

ROBUST REGRESSION ANALYSIS USING WELSCH-WEIGHTED M-ESTIMATION AND LTS ESTIMATION

(Case Study: Factors Influencing Tuberculosis Case Numbers in East Java in 2023)

Ade Suryanti

21106010076

Regression analysis is a statistical analysis method that examines the causal relationship between one dependent variable and one or more independent variables. The commonly used method is Ordinary Least Squares (OLS). The data are analyzed under the classical assumptions of linear regression, including tests for homoskedasticity, normality, autocorrelation, and multicollinearity. However, in certain cases and conditions, violations of these assumptions may occur, leading to inaccurate results. Therefore, outlier detection is necessary using leverage, DF-FITS, and R-student measures. Robust regression is a method used in regression analysis that accounts for the presence of outliers. In this study, the robust regression models employed are M-estimation with Welsch weighting and Least Trimmed Squares (LTS) estimation. This study aims to obtain the best model by comparing the Residual Standard Error (RSE) and the coefficient of determination from the estimation results. The case study in this research focuses on the factors affecting the tuberculosis (TB) rate (Y), with HIV (X_1), general hospitals (X_2), access to improved water sources (X_3), healthcare workers (X_4), and the open unemployment rate (X_5) as independent variables, based on regencies and cities in East Java Province in 2023. The results show that M-estimation with Welsch weighting is the best method for modeling TB data, as it produces the smallest Residual Standard Error (RSE) of 9.007 and the highest coefficient of determination of 0.8623. This indicates that the resulting model is able to explain 86.23% of the variation in the number of TB cases, while the remaining variation is explained by other factors outside the model. Furthermore, all independent variables used in this study namely HIV (X_1), general hospitals (X_2), access to improved water sources (X_3), healthcare workers (X_4), and the open unemployment rate (X_5) have a significant

effect on the number of TB cases (Y). The regression model obtained using the M-estimation method in this study can be expressed as follows:

$$\hat{Y} = 2,159 + 0,034X_1 + 2,855X_2 + 1,092X_3 - 0,008X_4 - 6,255X_5$$

Keywords: robust regression, outlier, M-estimation, Least Trimmed Squares (LTS) estimation, tuberculosis.



BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Istilah regresi pertama kali diperkenalkan oleh Sir Francis Galton pada tahun 1877. Analisis regresi merupakan analisis statistik yang mempelajari tentang hubungan sebab-akibat antara variabel terikat dengan variabel bebas. Dalam analisis regresi terdapat dua jenis variabel yaitu variabel yang di taksir nilainya atau disebut dengan variabel respon (Y), sedangkan variabel untuk variabel penaksir atau variabel predictor (X) (Dirgantara et al., 2021). Tujuan dari analisis regresi adalah untuk memprediksi nilai dari variabel terikat berdasar nilai dari variabel bebas yang telah diketahui. Analisis regresi linier sederhana yaitu analisis dengan satu variabel terikat dengan satu variabel bebas, sedangkan analisis regresi linier berganda yaitu analisis menggunakan lebih dari satu variabel bebas. Model regresi dikatakan baik jika memenuhi 4 (empat) asumsi klasik, yaitu uji homoskedastisitas, uji normalitas, uji multikolinieritas, dan uji autokorelasi.

Salah satu metode yang paling sering digunakan untuk menduga parameter dalam analisis regresi yaitu dengan *ordinary least square* (OLS). Metode *ordinary least square* merupakan metode dengan meminimalkan residual (error) sehingga diperoleh nilai penduga parameter. Ada beberapa syarat residual yang harus terpenuhi guna dapat menggunakan metode *ordinary least square* antara lain residual berdistribusi normal, homoskedastisitas, tidak terdeteksi autokorelasi dan multikolinieritas. Tetapi ada beberapa kasus dan kondisi tertentu bisa terjadi pelanggaran

asumsi antara lain seperti residual yang tidak berdistribusi normal dikarenakan terdapat *outlier* pada data. *Outlier* merupakan kasus atau data yang terdapat karakteristik unik di dalamnya yang nilainya jauh berbeda dari observasi-observasi lainnya yang muncul dalam bentuk nilai ekstrim. Berbagai faktor dapat menjadi penyebab *outlier* termasuk kesalahan sistem pengukuran, kesalahan dalam penginputan data atau kejadian yang tidak normal. Dalam kasus data yang mengandung *outlier*, regresi robust merupakan metode regresi yang tepat dalam mengatasi outlier.

Metode regresi *robust* pertama kali diperkenalkan oleh Peter J. Huber pada tahun 1964. Menurut (Chen, 2002), regresi *robust* merupakan metode penting untuk menganalisis data yang terkontaminasi *outlier*. Regresi robust digunakan untuk mendeteksi outlier dan memberikan hasil yang resisten terhadap adanya *outlier*. Regresi robust terdiri dari 5 metode yaitu Estimasi M (Maximum Likelihood Type) (Huber, 1992), Estimasi S (Scale) (Rousseeuw & Yohai, 1984), Estimasi LTS (Least Trimmed Square) (Rousseeuw, 1984), Estimasi LMS (Least Median of Square) (Hampel, 1975) dan Estimasi MM (Method of Moment) (Yohai, 1987).

Dalam penelitian ini, dilakukan analisis regresi robust dengan metode estimasi M dan estimasi LTS. Estimasi M, khususnya dengan pembobot Welsch, dipilih karena mampu mengurangi pengaruh outlier secara bertahap melalui fungsi pembobotan, tanpa harus menghilangkan seluruh pengamatan ekstrem. Pendekatan ini sangat sesuai untuk data TBC karena nilai ekstrem masih dapat mengandung informasi epidemiologis yang penting. Selain itu, estimasi M memiliki efisiensi yang relatif tinggi ketika sebagian besar data tidak tercemar oleh outlier, sehingga menghasilkan penduga parameter yang stabil dan mudah diinterpretasikan. Estimasi LTS dipilih karena memiliki breakdown point yang tinggi mencapai 50%, sehingga sangat efektif dalam menghadapi proporsi outlier yang besar. LTS bekerja dengan

meminimalkan jumlah kuadrat dari sejumlah residual terkecil, sehingga secara implisit mengabaikan residual yang sangat besar. Berbeda dengan metode lain yang terlalu agresif, LTS masih memanfaatkan sebagian besar pengamatan yang dianggap baik, sehingga informasi data tidak banyak terbuang. Hal ini membuat LTS sangat andal dalam menangani outlier ekstrem dan leverage point, yang sering muncul pada data kasus TBC antar wilayah. Sebaliknya, estimasi S, meskipun memiliki breakdown point yang tinggi, memiliki efisiensi statistik yang rendah dibandingkan estimasi M dan LTS. Selain itu, estimasi S memerlukan prosedur iteratif yang lebih kompleks, sehingga meningkatkan beban komputasi dan berpotensi menghasilkan penduga yang kurang stabil pada data berukuran besar seperti data TBC. Estimasi MM, walaupun mengombinasikan ketahanan estimasi S dan efisiensi estimasi M, memiliki kerumitan algoritma yang lebih tinggi serta ketergantungan yang kuat pada pemilihan nilai awal. Jika nilai awal tidak optimal, estimasi MM dapat menghasilkan solusi lokal yang kurang representatif. Kondisi ini kurang sesuai dengan tujuan penelitian yang menekankan kejelasan perbandingan metode dan stabilitas hasil estimasi. Sementara itu, estimasi LMS (Least Median of Squares) memang sama-sama mengabaikan residual besar seperti LTS, namun perbedaan utamanya terletak pada fungsi objektif yang digunakan. LMS hanya meminimalkan median kuadrat residual, sehingga informasi data yang dimanfaatkan menjadi sangat terbatas. Akibatnya, efisiensi statistik LMS sangat rendah dan penduga parameter yang dihasilkan cenderung kurang presisi dan kurang stabil, terutama untuk data TBC yang memiliki variasi alami yang tinggi. Dibandingkan LMS, LTS lebih unggul karena masih menggunakan sejumlah besar residual terkecil sehingga menghasilkan penduga yang lebih representatif dan informatif.

Studi kasus dalam penelitian ini berfokus pada faktor-faktor yang mempe-

ngaruhi penyakit tuberkulosis. Tuberkulosis merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri **Mycobacterium tuberculosis**. Tuberkulosis menjadi kekhawatiran global, termasuk Indonesia. Menurut data dari WHO (2022), Indonesia merupakan negara yang menempati posisi kedua beban tuberkulosis tertinggi setelah India. Data dari Badan Pusat Statistik (BPS) Jawa Timur tahun 2023, kasus tuberkulosis menunjukkan tren yang mengkhawatirkan dengan angka kasus tuberkulosis yang tinggi dan persebaran yang tidak merata. Faktor penyebab penyebaran tuberkulosis tidak hanya terletak pada aspek medis saja, tetapi juga dipengaruhi oleh berbagai faktor sosial, ekonomi, dan kesehatan masyarakat. Dalam penelitian ini, analisis regresi digunakan untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang memengaruhi angka tuberkulosis.

Prevalensi HIV/AIDS yang tinggi di suatu wilayah dapat meningkatkan risiko terjadinya penyebaran kasus tuberkulosis karena kondisi *immunocompromised* pada penderita HIV (Muna & Cahyati, 2019). Ketersediaan fasilitas kesehatan, khususnya rumah sakit umum berperan penting dalam mendeteksi, diagnosis, dan pengobatan tuberkulosis. Akses terhadap air minum layak menjadi indikator penting sanitasi lingkungan yang mempengaruhi penyebaran penyakit. Ketersediaan tenaga kesehatan perawat yang merupakan lini pertama dalam program penanggulangan tuberkulosis. Sementara itu, tingkat pengangguran terbuka mencerminkan kondisi sosial ekonomi masyarakat yang dapat mempengaruhi akses terhadap layanan kesehatan masyarakat dan status gizi yang pada akhirnya menjadi faktor kerentanan terhadap tuberkulosis.

Dalam menganalisis hubungan faktor-faktor tersebut dengan angka kejadian tuberkulosis, diperlukan metode statistik yang tepat dan robust. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk membandingkan metode estimasi M pembobot Welsch

dan estimasi LTS dalam regresi robust. Perbandingan dilakukan berdasarkan nilai *Residual Standard Error* (RSE) untuk menilai efektivitas metode dalam menghasilkan model yang sesuai, terutama pada data yang mengandung outlier.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan diatas, maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana langkah-langkah dalam menentukan model regresi *robust* estimasi M pembobot Welsch dan estimasi LTS dalam studi kasus tersebut?
2. Metode manakah diantara estimasi M pembobot Welsch dan estimasi LTS yang menghasilkan model terbaik pada data tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2023?

1.3. Batasan Masalah

Dalam penelitian ini penulis memberikan batasan masalah agar berfokus pada tujuan awal, batasan-batasannya sebagai berikut:

1. Mendeteksi *outlier* menggunakan regresi *robust* dengan metode estimasi M pembobot Welsch dan estimasi LTS.
2. Menggunakan software R versi 4.3.2 sebagai alat bantu untuk menganalisis.
3. Data yang digunakan yaitu data tuberkulosis dengan variabel dependen TBC (Y) dan variabel independen HIV (X1), RSU (X2), AML (X3), TKP (X4), dan TPT (X5).

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan, maka diperoleh tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengetahui kinerja regresi robust dengan estimasi M pembobot Welsch dan estimasi LTS.
2. Mendapatkan model terbaik dari metode OLS, regresi *robust* estimasi M pembobot Welsch, dan estimasi LTS pada data kasus tuberkulosis.

1.5. Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan, maka penelitian ini diharapkan mempunyai manfaat dalam pendidikan baik secara langsung maupun tidak langsung. Adapun manfaat penelitian sebagai berikut:

Manfaat Teoritis

1. Mengembangkan kajian teori regresi robust, khususnya dalam penerapan metode estimasi M pembobot Welsch dan estimasi LTS pada analisis data kesehatan yang sering mengandung *outlier*.
2. Menambah literatur ilmiah mengenai perbandingan kinerja dari kedua metode dalam konteks data kasus tuberkulosis.
3. Memberikan pemahaman teoritis tentang keunggulan dan kelemahan masing-masing metode dalam menghasilkan model regresi yang stabil terhadap *outlier*.

Manfaat Praktis

1. Membantu peneliti dan praktisi dalam memilih metode estimasi robust yang paling sesuai ketika data mengandung *outlier* atau tidak memenuhi asumsi klasik regresi.
2. Memberikan hasil yang akurat mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi kasus tuberkulosis, sehingga dapat mendukung pengambilan keputusan dan kebijakan kesehatan masyarakat.
3. Memberikan contoh penerapan nyata metode regresi robust pada data kesehatan, yang dapat dijadikan referensi bagi peneliti lain di bidang epidemiologi dan statistik kesehatan.

1.6. Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka dalam penelitian ini dapat digunakan sebagai dasar dalam melakukan penelitian yang digunakan sebagai bahan kajian dalam melihat hubungan dari penelitian sebelumnya dengan penelitian yang sedang dilakukan. Adapun tujuan dari tinjauan pustaka ini adalah untuk menghindari duplikasi penulisan karya ilmiah. Berikut tinjauan pustaka dalam penulisan tugas akhir ini adalah:

1. (Dirgantara et al., 2021) membahas tentang pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan di Jawa Tengah menggunakan perbandingan regresi *robust least trimmed square (LTS) estimation* dan *scale (S) estimation*. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan metode estimasi yang lebih baik dalam menganalisis data kemiskinan di Jawa Tengah. Dari hasil penelitian didapat bahwa estimasi S memiliki nilai *adjusted r-square* lebih besar yang artinya estimasi S merupakan metode paling baik digunakan untuk mengestimasi parameter regresi pada kasus kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah tahun 2019.

2. (Deria et al., 2019) membahas tentang regresi *robust* estimasi M dengan pembobot *andrew*, pembobot *ramsay* dan pembobot *welsch* menggunakan software R pada data kemiskinan di Jawa Tengah tahun 2017. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pembobot metode estimasi M yang paling baik dalam menganalisis data kemiskinan di Jawa Tengah tahun 2017. Setelah dilakukan perbandingan hasil dari ketiga pembobot tersebut, didapat bahwa pembobot *andrew* merupakan pembobot paling baik dengan nilai *adjusted r-square* lebih besar dibanding pembobot *ramsay* dan pembobot *welsch*.
3. (Dewayanti, 2021) membahas tentang estimasi *robust* pada model regresi untuk menangani outlier dan heteroskedastisitas data produk domestik regional bruto di Provinsi Jawa Tengah tahun 2016-2017. Penelitian ini bertujuan untuk menangani outlier dalam kasus heteroskedastisitas. Setelah dilakukan penelitian, didapat bahwa metode estimasi LMS yang baik dalam menangani data dibanding dengan OLS dan metode estimasi LTS.
4. (Akolo & Nadjamuddin, 2022) membahas tentang analisis regresi *robust* estimasi LTS dan estimasi Maximum Likelihood pada pemodelan IPM di pulau Sulawesi. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di Sulawesi dan mengetahui metode terbaik dalam pemodelan IPM di Pulau Sulawesi. Dari hasil penelitian ini didapat bahwa metode regresi *robust* dengan estimasi LTS memberikan model terbaik dan faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di Sulawesi adalah umur harapan hidup (UHH), harapan lama sekolah (HLS), rata-rata lama sekolah (RLS) dan pengeluaran riil per Kapita (PPP).
5. (Rahman & Widodo, 2018) membahas tentang perbandingan metode regresi *robust estimasi Least Trimmed Square*, *estimasi Scale*, dan *estimasi Method*

Of Moment pada data produksi jagung di Indonesia tahun 2015. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui metode estimasi yang paling baik dari ketiga estimasi tersebut. Dari hasil penelitian tersebut, diperoleh metode estimasi S sebagai metode estimasi yang paling baik dalam melakukan estimasi parameter pada kasus produksi jagung di Indonesia tahun 2015 yang mengandung *outlier*.



Tabel 1.1 Tinjauan Pustaka

No	Peneliti	Metode Penelitian	Perbedaan	Persamaan
1	(Dirgantara et al., 2021)	Regresi <i>robust</i> estimasi <i>LTS</i> dan estimasi <i>S</i> dalam menganalisis jumlah penduduk miskin di Jawa Tengah.	Estimasi <i>S</i> lebih akurat dalam mengestimasi parameter dibandingkan dengan estimasi <i>LTS</i>	Keduanya merupakan metode regresi <i>robust</i> yang digunakan untuk analisis data dengan pencilan
2	(Deria et al., 2019)	Regresi <i>robust</i> estimasi- <i>M</i> dengan pembobot <i>Andrew</i> , pembobot <i>Ramsay</i> dan pembobot <i>Welsch</i> menggunakan software R	Pembobot <i>Andrew</i> lebih baik dalam mengatasi pencilan dibandingkan dengan pembobot <i>Ramsay</i> dan pembobot <i>Welsch</i>	Ketiga pembobot tersebut menggunakan estimasi <i>M</i> dalam regresi <i>robust</i>
3	(Dewayanti, 2021)	Regresi <i>robust</i> estimasi <i>Least Trimmed Square (LTS)</i> dan estimasi <i>Least Median Squares (LMS)</i> pada data produk domestik regional bruto di Provinsi Jawa Tengah tahun 2016-2017.	Estimasi <i>LMS</i> lebih baik dibandingkan <i>LMS</i> dalam mengatasi pencilan data	Keduanya bertujuan untuk menganalisis data PDRB yang mengandung outlier serta mencari model terbaik dari kedua metode tersebut.

4	(Akolo & Nadjamuddin, 2022)	Regresi <i>robust</i> estimasi Least Trimmed Square (LTS) dan estimasi likelihood pada pemodelan IPM di Sulawesi.	Estimasi LTS lebih baik dibandingkan maksimum likelihood dalam mengatasi pencilan data.	Kedua metode estimasi bertujuan untuk mencari model terbaik dalam pemodelan IPM di Sulawesi.
5	(Rahman & Widodo, 2018)	Regresi <i>robust</i> estimasi LTS, estimasi S dan estimasi MM pada data produksi jagung di Indonesia tahun 2015.	Metode estimasi S lebih baik dibandingkan estimasi LTS dan estimasi MM.	Ketiga metode estimasi bertujuan untuk mencari model terbaik dalam data produksi jagung di Indonesia tahun 2015 yang mengandung outlier.
6	Ade Suryanti	Regresi <i>Robust</i> estimasi <i>M</i> pembobot Welsch dan estimasi <i>LTS</i> pada Kasus Tuberkulosis di Jawa Timur Tahun 2023	Metode estimasi <i>M</i> lebih baik dibandingkan dengan estimasi <i>LTS</i>	Kedua metode estimasi bertujuan untuk mencari model terbaik dalam pemodelan kasus tuberkulosis.

1.7. Sistematika Penulisan

Langkah-langkah untuk melakukan analisis data dengan regresi *robust* Estimasi M pembobot Welsch dan Estimasi LTS untuk menangani pencilan adalah sebagai berikut:

BAB I: Pendahuluan

Pada bab ini berisi tentang latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan.

BAB II: Landasan Teori

Dalam BAB II ini akan membahas mengenai teori-teori yang digunakan sebagai penunjang dan alat bantu serta penguat dalam penelitian yang dilakukan terkait analisis regresi *robust* dengan estimasi M dan estimasi LTS pada studi kasus.

BAB III: Metode Penelitian

Dalam bab ini akan dibahas mengenai cara memperoleh sumber data, metode penelitian yang akan digunakan, cara mengolah data, dan diagram analisis data.

BAB IV: Pembahasan

Bab ini berisi tentang metode analisis yang akan diteliti terkait dengan penerapan analisis regresi *robust* menggunakan metode estimasi M pembobot Welsch dan estimasi LTS.

BAB V: Studi Kasus

Bab ini berisi tentang penerapan regresi *robust* menggunakan estimasi M pembobot Welsch dan estimasi LTS.

BAB VI: Penutup

Bab ini berisi tentang penarikan kesimpulan dari analisis serta saran dari pokok pembahasan bab sebelumnya. Dalam bab ini juga berisi tentang kritik dan saran untuk penelitian selanjutnya yang sekiranya masih relevan dengan penelitian ini.

BAB VI

PENUTUP

6.1. Kesimpulan

Setelah melakukan analisis regresi *robust* dengan estimasi M pembobot Welsch dan estimasi LTS pada studi kasus tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2023. Kesimpulan yang dapat diambil penulis setelah menyelesaikan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Estimasi M dengan pembobot Welsch mengurangi pengaruh *outlier* dengan memberi bobot kecil pada observasi yang memiliki nilai residual besar. Pembobot Welsch memiliki sifat menekan nilai ekstrim lebih tajam sehingga cocok digunakan ketika data mengandung *outlier* yang tidak terlalu banyak. Sedangkan estimasi LTS memilih sebagian observasi yang memiliki residual kecil dan mengabaikan data yang dianggap *outlier* sehingga cocok untuk mengestimasi data ekstrem yang mengandung banyak *outlier*.
2. Model regresi robust yang diperoleh terhadap data kasus tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2023:

OLS

$$\hat{Y} = 41,212 - 0,004X_1 + 1,629X_2 + 0,618X_3 - 0,004X_4 - 3,743X_5$$

Estimasi M

$$\hat{Y} = 2,159 + 0,034X_1 + 2,855X_2 + 1,092X_3 - 0,008X_4 - 6,255X_5$$

Estimasi LTS

$$\hat{Y} = 18,978 + 0,035X_1 + 1,785X_2 + 0,904X_3 - 0,005X_4 - 5,395X_5$$

Dalam penentuan model terbaik dilakukan perbandingan nilai RSE, semakin kecil nilai RSE maka semakin baik pula model yang diperoleh. Dari ketiga model tersebut, metode OLS memiliki nilai RSE sebesar 14,08, estimasi M memiliki nilai RSE sebesar 9,007, dan estimasi LTS memiliki nilai RSE sebesar 10,15. Hal ini menunjukkan bahwa metode estimasi M memiliki nilai RSE terkecil sebesar 9,007. Artinya, estimasi M merupakan metode yang paling baik dalam membentuk model regresi pada data kasus tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2023.

6.2. Saran

Setelah membahas dan menganalisis regresi *robust* dengan estimasi M dan LTS, penulis ingin menyampaikan beberapa saran.

1. Untuk peneliti selanjutnya, dapat menggunakan metode estimasi *robust* yang lain seperti estimasi S dan estimasi MM.
2. Dalam penelitian ini, penulis menggunakan banyak kasus HIV, rumah sakit umum, akses terhadap air minum layak, tenaga kesehatan terkhusus perawat, dan tingkat pengangguran terbuka sebagai faktor yang mempengaruhi angka kasus tuberkulosis. Disarankan agar peneliti selanjutnya dapat memperdalam kembali faktor-faktor lain yang mempengaruhi kasus tuberkulosis di Indonesia.
3. Dalam penelitian ini tentunya masih banyak kekurangan, diantaranya data yang digunakan bukanlah data terbaru.

DAFTAR PUSTAKA

- Akolo, I. R. & Nadjamuddin, A. (2022). Analisis regresi robust estimasi least trimmed square dan estimasi maximum likelihood pada pemodelan ipm di pulau sulawesi. *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, 10(2):211–221.
- Anton, H. (1987). Aljabar linear elementer edisi kelima. *Jakarta: Erlangga*.
- Bain, L. J. & Engelhardt, M. (1992). *Introduction to probability and mathematical statistics*, volume 4. Duxbury Press Belmont, CA.
- Chatterjee, S. & Hadi, A. S. (1986). Influential observations, high leverage points, and outliers in linear regression. *Statistical science*, pages 379–393.
- Chen, C. (2002). Paper 265-27 robust regression and outlier detection with the robustreg procedure. In *Proceedings of the Proceedings of the Twenty-Seventh Annual SAS Users Group International Conference*. Citeseer.
- Deria, A. D., Hoyyi, A., & Mustafid, M. (2019). Regresi robust estimasi-m dengan pembobot andrew, pembobot ramsay dan pembobot welsch menggunakan software r. *Jurnal Gaussian*, 8(3):377–388.
- Dewayanti, A. A. (2021). Robust estimation in regression model for handling outlier and heteroscedasticity. *Jurnal Matematika Thales*, 3(1).
- Dirgantara, A. et al. (2021). *Pemodelan Faktor-faktor Yang Mempengaruhi Kemiskinan Di Jawa Tengah Menggunakan Perbandingan Regresi Robust Least Trimmed Square (LTS)-Estimation Dan Scale (S)-Estimation*. PhD thesis, Muhammadiyah University, Semarang.

- Draper, N. R., Smith, H., & Sumantri, B. (1992). *Analisis regresi terapan*. PT Gramedia Pustaka Utama.
- Hampel, F. R. (1975). *Beyond location parameters: Robust concepts and methods*. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich.
- Huber, P. J. (1992). Robust estimation of a location parameter. In *Breakthroughs in statistics: Methodology and distribution*, pages 492–518. Springer.
- Montgomery, D. (1982). C. and peck. E., A.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2021). *Introduction to linear regression analysis*. John Wiley & Sons.
- Muna, N. & Cahyati, W. H. (2019). Determinan kejadian tuberkulosis pada orang dengan hiv/aids. *HIGEIA (Journal of Public Health Research and Development)*, 3(2):168–178.
- Nurchayadi, H. (2010). Analisis regresi pada data outlier dengan menggunakan least trimmed square (lts) dan mm-estimasi.
- Qudratullah, M. F. (2013). *Analisis Regresi Terapan: Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi dengan SPSS*. Penerbit Andi.
- Rahman, M. B. & Widodo, E. (2018). Perbandingan metode regresi robust estimasi least trimmed square, estimasi scale, dan estimasi method of moment. In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, volume 1, pages 426–433.
- Rousseeuw, P. & Yohai, V. (1984). Robust regression by means of s-estimators. In *Robust and nonlinear time series analysis: Proceedings of a Workshop Organized by the Sonderforschungsbereich 123 "Stochastische Mathematische Modelle"*, Heidelberg 1983, pages 256–272. Springer.

Rousseeuw, P. J. (1984). Least median of squares regression. *Journal of the American statistical association*, 79(388):871–880.

Rousseeuw, P. J. & Leroy, A. M. (2003). *Robust regression and outlier detection*. John Wiley & Sons.

Statistik, B. P. (2023a). Kasus tuberkulosis dan hiv (tahun). <https://jatim.bps.go.id/id/statistics-table/3/YTA1Q1ptRmhUMEpXWTBsQmQyZzBjVzgwUzB4aVp6MDkjMw==/kasus-penyakit-menurut-kabupaten-kota-dan-jenis-penyakit-di-provinsi-jawa-timur--2024.html?year=2023>.

Statistik, B. P. (2023b). Rumah sakit umum. <https://jatim.bps.go.id/en/statistics-table/3/YmlzemNGUkNVblZLVVhOblREWnZXbkEzWld0eVVUMDkjMw==/jumlah-rumah-sakit-umum--rumah-sakit-khusus--puskesmas--klinik-pratama--dan-posyandu-menurut-kabupaten-kota-di-provinsi-jawa-timur--2022.html?year=2023>.

Statistik, B. P. (2023c). Sumber air minum layak (tahun). <https://jatim.bps.go.id/id/statistics-table/3TUU0eE4xbE9hMWhSVjNCSGNYaFpWRlJKUjFSTlp6MDkjMw==/persentase-rumah-tanggayang-memiliki-akses-terhadap-sumber-air-minum-layak-menurut-kabupaten-kota-di-provinsi-jawa-timur--2023.html>.

Statistik, B. P. (2023d). Tingkat pengangguran terbuka (tahun). <https://jatim.bps.go.id/id/statistics-table/2/NTQjMg==/tingkat-pengangguran-terbuka--tpt--menurut-kabupaten-kota--persen-.html>.

Wijaya, S. (2009). Taksiran parameter pada model regresi robust dengan menggunakan fungsi huber. *Universitas Indonesia*.

Yohai, V. J. (1987). High breakdown-point and high efficiency robust estimates for regression. *The Annals of statistics*, pages 642–656.

