

SKRIPSI

**KONSEP DASAR DAN SIFAT LENGKAP
RUANG METRIK- b_v**

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat Sarjana

Program Studi Matematika



DIAZ MAYANGKARA

NIM.17106010028

**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2022

PERSETUJUAN TUGAS AKHIR



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga



FM-UINSK-BM-05-03/R0

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Diaz Mayangkara

NIM : 17106010028

Judul Skripsi : Konsep Dasar dan Sifat Lengkap Ruang Metrik-b.

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 20 April 2022

Pembimbing I

Pipit Pratiwi Rahayu, M.Sc.
NIP. 19861208 201503 2 006

LEMBAR PENGESAHAN



**KEMENTERIAN AGAMA UNIVERSITAS ISLAM
NEGERI SUNAN KALIJAGA FAKULTAS SAINS
DAN TEKNOLOGI**

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-1001/Un.02/DST/PP.00.9/06/2022

Tugas Akhir dengan judul : KONSEP DASAR DAN SIFAT LENGKAP RUANG METRIK-b_v

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : DIAZ MAYANGKARA
Nomor Induk Mahasiswa : 17106010028
Telah diujikan pada : Rabu, 27 April 2022
Nilai ujian Tugas Akhir : A-

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang
Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6296eb347f5b9



Penguji I
Arif Munandar, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6295a593a879b



Penguji II
Aulia Khifah Futhona, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6294477d5914c



Yogyakarta, 27 April 2022
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 62983f3d91132

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Diaz Mayangkara
NIM : 17106010028
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 20 April 2022

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

METERAI
TEMPEL
Diaz Mayangkara

000AAJX8349C0879

PERSEMBAHAN

**Skripsi ini saya persembahkan secara khusus kepada
kedua orangtua, kakak, dan adik saya, yang saya cintai dan banggakan.**

**Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta**



**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

MOTTO

Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya (QS. Al-Baqarah (2): 285).



KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmanirrohim.

Alhamdulillah, Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT karena atas nikmat, rahmat, serta hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Konsep Dasar Ruang Metrik- b_v ”. Shalawat beserta salam semoga senantiasa selalu tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW yang kita nanti-nantikan syafaatnya diyaumul akhir nanti.

Penyusunan skripsi ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Program Studi Matematika. Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu dengan segala kerendahan hati penyusun banyak mengucapkan terimakasih kepada :

1. Prof. Dr. Phil. Al Makin, MA., selaku rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Khurul Wardati, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penasehat Akademik dan Pembimbing Skripsi yang telah banyak membantu dan membimbing penulis dalam menyusun skripsi ini.
5. Segenap dosen dan karyawan Fakultas Sains dan Teknologi yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan studi di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
6. Bapak Rubiyanta dan Ibu Isworo Gunarsih selaku orang tua penulis yang telah memberi kasih sayang dan doa kepada penulis sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini.
7. Ridho Ris Junior dan Akbar Febrian selaku Kakak dan Adik penulis yang telah memberikan semangat dan motivasi dalam selama masa perkuliahan.

8. Putri Ayuning Tyas yang selalu memberi dukungan dalam penyusunan skripsi ini.
9. Ezra, Aco, Afif, Fian, Fajar, Aji dan segenap keluarga besar Matematika 2017 UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang selalu memberi dukungan dan membantu menyelesaikan skripsi saya.
10. Ramdan, Lia, Dewi yang selalu memberi dukungan dan membantu menyelesaikan skripsi saya.
11. Teman-teman KKN saya yang selalu memberi dukungan dan mengisi kehidupan baru saat KKN.
12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, untuk itu penulis mengharap kritik dan saran yang membangun agar dapat digunakan dalam penelitian selanjutnya. Penulis juga berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi banyak orang terutama dalam dunia matematika. *Aamiin ya Rabbal Aalamiin.*

Yogyakarta, 20 April 2022
Penulis

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Diaz Mayangkara
NIM. 17106010028

DAFTAR ISI

PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI.....	iv
PERSEMBAHAN.....	v
MOTTO	vi
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR LAMBANG	xi
INTISARI	xii
ABSTRACT	xiii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Batasan Masalah.....	2
1.3 Rumusan Masalah.....	2
1.4 Tujuan Penelitian	2
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Tinjauan Pustaka	3
1.7 Sistematika Penulisan	3
1.8 Metode Penelitian.....	4
BAB II LANDASAN TEORI	6
2.1 Dasar Analisis Real.....	6
2.2 Ruang Metrik.....	17
2.3 Ruang Metrik- b	27
BAB III PEMBAHASAN	37
3.1 Ruang Metrik Segi Empat	37
3.2 Ruang Metrik- b Segi Empat.....	49
3.3 Ruang Metrik- v	59
3.4 Ruang Metrik- b_v	68
BAB IV PENUTUP	80
4.1 Kesimpulan	80

4.2	Saran.....	80
	DAFTAR PUSTAKA.....	81
	CURRICULUM VITAE.....	83



DAFTAR LAMBANG

Lambang	Keterangan	Lambang	Keterangan
\mathbb{R}	Himpunan bilangan real	\Rightarrow	Syarat perlu
\mathbb{N}	Himpunan bilangan asli	\Leftarrow	Syarat cukup
$ x $	Nilai mutlak dari x	\forall	Untuk setiap
∞	Tak hingga	\Leftrightarrow	Jika dan hanya jika
\in	Anggota	$X \times X$	X cross X
\notin	Bukan anggota	Sup	Supremum
$>$	Lebih dari	inf	Infimum
$<$	Kurang dari	Max	Maksimum
\geq	Lebih dari sama dengan	Min	Minimum
\leq	Kurang dari sama dengan	(X, d)	Ruang metrik
$=$	Sama dengan	(X, q)	Ruang metrik-b
\neq	Tidak sama dengan	(X, p)	Ruang metrik segi empat
\subset	Subset	(X, h)	Ruang metrik-b segi empat
\setminus	Selain	(X, g)	Ruang metrik-v
\rightarrow	Menuju	(X, r)	Ruang metrik-b _v
ε	Epsilon	■	Akhir dari suatu pembuktian

INTISARI

KONSEP DASAR DAN SIFAT LENGKAP RUANG METRIK- b_v

Oleh

Diaz Mayangkara

NIM.17106010028

Ruang metrik merupakan salah satu konsep yang penting dalam ranah analisis fungsional, dikatakan penting karena ruang metrik banyak digunakan dalam teori-teori matematika yang lain salah satunya titik tetap. Ruang metrik mengalami banyak perkembangan salah satunya ruang metrik- b dan ruang metrik- v . Kedua ruang metrik tersebut dikembangkan lagi menjadi ruang metrik- b_v . Ruang metrik- b_v pertama kali diperkenalkan oleh Mitrovic dan Radenovic pada tahun 2017. Ruang metrik- b_v merupakan himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan suatu pemetaan dan memenuhi tiga aksioma yaitu ketunggalan, simetri, dan ketaksamaan b_v . Ruang metrik- b_v merupakan perluasan dari ruang metrik atau dapat dikatakan ruang metrik merupakan kasus khusus dari ruang metrik- b_v . Kaitan antara ruang metrik dengan ruang metrik- b_v akan dijelaskan pada penelitian ini, termasuk konsep barisan konvergen dan barisan Cauchy di ruang metrik- b_v . Konsep barisan tersebut digunakan dalam proses pembuktian sifat lengkap ruang metrik- b_v , sehingga sifat lengkap ruang metrik- b_v terbukti.

Kata Kunci: Ruang Metrik- b_v , Cauchy, Konvergen, Ruang Metrik- b_v Lengkap.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

ABSTRACT

BASIC CONCEPT AND COMPLETE PROPERTIES OF b_v -METRIC SPACE

by

Diaz Mayangkara

NIM.17106010028

The metric space is one of most important concepts in the realm of functional analysis, it is said to be important because metric space is widely used in other mathematical theories, one of which is a fixed point. Metric space experienced many developments including b -metric space and ν -metric space. Both metric space were developed again into b_v -metric space. The b_v -metric space was first introduced by Mitrovic and Radenovic in 2017. The b_v -metric space is a non-empty set in which it is completed by a mapping and satisfies three axioms namely singularity, symmetry, inequality of the b_v . The b_v -metric space is generalized metric space or it can be said that the metric space is a special case of the b_v -metric space. The relationship between metric space and b_v -metric space will be explained in this discussed, including the concept of convergent sequence and Cauchy sequence in b_v -metric space. The concept of such a sequence is used in the process of proving the complete nature of the b_v -metric space, so that the complete nature of the b_v -metric space is proved.

Keyword: b_v -metric space, Cauchy Sequence, Convergent Sequence, Complete b_v -metric space.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu pengetahuan mengalami banyak perkembangan seiring dengan berjalannya waktu salah satunya adalah ilmu matematika. Matematika sebagai salah satu disiplin ilmu yang memiliki peranan penting dalam terciptanya pengembangan daya pikir manusia dan kemajuan Ilmu Pengetahuan dan Teknologi (IPTEK). Kemajuan Ilmu Pengetahuan dan Teknologi (IPTEK) tidak dapat dipisahkan dari keberadaan matematika sebagai dasar dari segala ilmu pengetahuan dan kedudukannya sebagai dasar logika penalaran dan penyelesaian yang diperlukan oleh bidang-bidang ilmu lain. Matematika merupakan ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan barisan, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lain, matematika terbagi dalam beberapa ilmu diantaranya analisis, aljabar, statistika, dan geometri (James, 1976). Analisis sebagai salah satu cabang dari ilmu matematika yang mempelajari proses pemecahan suatu masalah kompleks menjadi lebih mudah dipahami.

Salah satu konsep dasar dalam matematika analisis adalah ruang metrik. Metrik merupakan fungsi real non negatif yang memenuhi sifat-sifat tertentu, diantaranya ketunggalan, simetris, dan ketaksamaan segitiga. Selanjutnya himpunan bilangan tak kosong yang dilengkapi dengan metrik disebut ruang metrik. Konsep ruang metrik pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan asal Perancis yaitu Maurice René Fréach (1906), lebih jelasnya, diberikan sembarang himpunan tak kosong dilengkapi dengan metrik dapat dinotasikan dengan disebut ruang metrik.

Pada tahun 1989 Bakhtin memperkenalkan ruang metrik-b yang merupakan pengembangan dari ruang metrik, dimana setiap ruang metrik merupakan ruang metrik-b dengan koefisien, namun belum tentu setiap ruang metrik-b merupakan ruang metrik. Seiring dengan berkembangnya ilmu pengetahuan, dan semakin banyak dilakukan penelitian mengenai ruang metrik, hal ini mendorong semakin banyak ditemukan konsep-konsep ruang metrik baru yang ditemukan, diantaranya, ruang metrik segi empat (Branciai, 2000), ruang metrik-v (Branciari, 2000), ruang

metrik- b segi empat (George, 2015), ruang metrik- b_v (Mitrovic dan Radenovic, 2017), dan masih banyak ruang metrik lainnya.

Ruang metrik- b_v merupakan pengembangan dari ruang metrik- b , ruang metrik segi empat, ruang metrik- v , dan ruang metrik- b segi empat, menjadikan ruang metrik- b_v topik yang menarik untuk diteliti. Pada skripsi ini akan diteliti mengenai hubungan antara ruang metrik- b_v dengan ruang metrik, yang dimana setiap ruang metrik merupakan ruang metrik- b_v . Selanjutnya akan dijelaskan mengenai sifat lengkap ruang metrik- b_v dimana dalam pembuktiannya diperlukan konsep barisan konvergen dan konsep barisan Cauchy.

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah ini penting dalam suatu penelitian guna menghindari pembahasan objek yang terlalu meluas, agar lebih fokus dan terarah sesuai dengan tema penelitian. Berdasarkan latar belakang di atas, penelitian ini dibatasi pada definisi ruang metrik- b_v beserta contohnya, hubungan antara ruang metrik dengan ruang metrik- b_v , konsep barisan konvergen dan barisan Cauchy pada ruang metrik- b_v beserta contohnya, serta sifat lengkap pada ruang metrik- b_v .

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang dan batasan masalah di atas diperoleh rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana hubungan antara ruang metrik- b_v dan ruang metrik?
2. Bagaimana konsep barisan konvergen dan barisan Cauchy pada ruang metrik- b_v ?
3. Bagaimana sifat lengkap pada ruang metrik- b_v ?

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan uraian rumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui hubungan antara ruang metrik- b_v dengan ruang metrik.
2. Mengetahui konsep barisan konvergen dan barisan Cauchy dalam ruang metrik- b_v .
3. Mengetahui apakah sifat lengkap berlaku di ruang metrik- b_v .

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat diantaranya sebagai berikut:

1. Memberikan pengetahuan mengenai hubungan ruang metrik- b_v dengan ruang metrik.
2. Memberikan pengetahuan mengenai konsep barisan konvergen dan barisan Cauchy di ruang metrik b_v .
3. Memberikan pengetahuan mengenai sifat kelengkapan di ruang metrik- b_v .

1.6 Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka skripsi ini menggunakan rujukan dari sebuah paper yang ditulis oleh Mitrovic, Z. D. dan Radenovic, S. berjudul “*The Banach and Reich contractions in b_v -metric space*” tahun 2017, berisikan ruang metrik- b_v yaitu pengembangan dari ruang metrik- b , ruang metrik segi empat, ruang metrik- v , dan ruang metrik- b segi empat, dan paper yang ditulis oleh Shateri, T. L., Ozgur, E., dan Manuel, S., berjudul “*Common fixed point on the b_v -metric space of function-valued mapping*” tahun 2020, paper ini berisikan kekonvergenan dan barisan Cauchy pada ruang metrik- b_v . di dalam kedua paper hanya dipaparkan definisi ruang metrik- b_v , definisi barisan konvergen dan barisan Cauchy pada ruang metrik- b_v secara singkat tanpa diberikan contoh.

Selanjutnya dalam skripsi ini akan diuraikan pembahasan mengenai hubungan antara ruang metrik- b_v dengan ruang metrik, dan membahas sifat lengkap di ruang metrik- b_v dilengkapi dengan contoh yang mendukung dalam pemahaman mengenai ruang metrik- b_v , untuk mendukung pembuktian kelengkapan di ruang metrik- b_v diuraikan juga mengenai barisan konvergen dan barisan Cauchy pada ruang metrik- b_v beserta contohnya.

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah memahami penulisan secara menyeluruh, penyusunan skripsi ini disajikan dalam sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan mengenai latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, sistematika penulisan, dan metode penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini menjelaskan beberapa definisi, teorema, dan sifat yang menjadi dasar dalam mendukung pembuktian bab berikutnya diantaranya, dasar-dasar analisis real, definisi barisan konvergen, definisi barisan Cauchy, definisi ruang metrik, dan definisi ruang metrik- b .

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan definisi ruang metrik segi empat beserta contohnya, definisi ruang metrik- ν beserta contohnya, ruang metrik- b segi empat beserta contohnya, definisi ruang metrik- b_ν beserta contohnya, hubungan antara ruang metrik- b_ν dengan ruang metrik, konsep barisan konvergen di dalam ruang metrik- b_ν beserta contohnya, konsep barisan Cauchy dalam ruang metrik- b_ν beserta contohnya, serta sifat lengkap di ruang metrik- b_ν .

BAB IV PENUTUP

Bab ini berisikan tentang kesimpulan yang diambil dari hasil penelitian serta saran-saran yang harus disampaikan kepada pembaca atau peneliti selanjutnya.

1.8 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kepustakaan atau studi literatur, yaitu dengan mengumpulkan data dan informasi riset yang terdapat di dalam jurnal ilmiah, buku-buku referensi dan bahan-bahan publikasi yang tersedia di perpustakaan sesuai dengan permasalahan yang diangkat (Ruslan, 2008).

Adapun langkah-langkah yang dilakukan penulis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan referensi-referensi yang membahas mengenai konsep dasar ruang metrik- b_ν .
2. Memahami definisi ruang metrik, definisi ruang metrik- b , definisi ruang metrik segi empat, definisi ruang metrik- b segi empat, definisi ruang metrik- ν , konsep barisan konvergen dan barisan cauchy.

3. Menganalisis konsep barisan konvergen dan barisan cauchy pada ruang metrik- b_v , serta sifat lengkap di ruang metrik- b_v .



BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa ruang metrik- b_v merupakan perluasan dari ruang metrik, artinya setiap ruang metrik merupakan ruang metrik- b_v , yang dimana setiap ruang metrik- b_v dengan nilai $s = 1$ dan $v = 1$ merupakan ruang metrik.

Teorema kekonvergenan yang berlaku di bilangan real dapat dibuktikan di ruang metrik- b_v dan konsep barisan Cauchy di bilangan real juga dapat dibuktikan di ruang metrik- b_v , sehingga konsep barisan konvergen dan barisan Cauchy berlaku di ruang metrik- b_v , serta sifat kelengkapan di ruang metrik dapat dibuktikan di ruang metrik- b_v . Dikatakan ruang metrik- b_v lengkap apabila barisan Cauchy yang ada di dalam metrik- b_v konvergen di dalamnya.

4.2 Saran

Berdasarkan dari penelitian yang telah dilakukan maka dapat diberikan saran-saran sebagai berikut: ruang metrik- b_v dapat dikembangkan lebih lanjut oleh peneliti selanjutnya dengan melengkapi pengaplikasian ruang metrik- b_v salah satunya apakah ruang metrik- b_v memiliki titik tetap atau menyelidiki tentang ketunggalan titik tetap di ruang metrik- b_v dengan pendekatan graf.

DAFTAR PUSTAKA

- Arshad, M., Ahmad, J., & Karapinar, E. R. D. A. L. (2013). Some common fixed point results in rectangular metric spaces. *Int. J. Anal.*
- Bartle, Robert G., and Sherbert, D.R. (2011), *Introduction to Real Analysis* Fourth Edition, University of Illinois, Urbana-Champaign.
- Branciari, A. (2000). A fixed point theorem of Banach-Caccioppoli type on a class of generalized metric spaces.
- Darmawijaya, Soeparna. (2006). *Pengantar Analisis Real*. Yogyakarta: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Gadjah Mada.
- Ding, H. S., Imdad, M., Radenović, S., & Vujaković, J. (2016). On some fixed point results in b-metric, rectangular and b-rectangular metric spaces. *Arab Journal of Mathematical Sciences*.
- George, R., Radenovic, S., Reshma, K. P., & Shukla, S. (2015). Rectangular b-metric space and contraction principles. *J. Nonlinear Sci. Appl*, 8(6), 1005-1013.
- James. (1976). *Mathematics Dictionary* 4th edition. New York: Van Nostrand Reinhold.
- Kadelburg, Z., & Radenović, S. (2014). Fixed point results in generalized metric spaces without Hausdorff property. *Mathematical Sciences*.
- Kreyszig, E. (1991). *Introductory functional analysis with applications* (Vol. 17). John Wiley & Sons.
- Marta, D., Reza, S., and Pasquale, V. (2016). Fix Point on b-Metric Space Via Picard Sequences and b-Simulation Functions. *Iranian Journal of Mathematical Sciences and Informatics*.
- Mitrović, Z. D., & Radenović, S. (2017). A common fixed point theorem of Jungck in rectangular b-metric spaces. *Acta Mathematica Hungarica*.
- Mitrovic, Z. D., & Radenovic, S. (2017). The Banach and Reich contractions in b-metric spaces, *J. Fixed Point Theory Appl.*
- Rahmasari, C., Sunarsini., Sadjidon. (2016). Konvergensi Barisan dan Teorema Titik Tetap Pada Ruang b-Metrik. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*.
- Shateri, T. L., Ege, O., & de la Sen, M. (2021). Common fixed point on the b-metric space of function-valued mappings. *AIMS Mathematics*.
- Shirali, Satish, and Vasudeva. (2006). *Metric Spaces*. London: Springer-Verlag.

- Suzuki, T. (2017). Nadler's fixed point theorem in v -generalized metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*.
- Tomonari, S., Badriah, A., & Liaqat, K. (2015). Some notes on fixed point theorems in v -generalized metric spaces. *Pure Appl. Math*.

