

**SKRIPSI**

**BEBERAPA TEOREMA TITIK TETAP DALAM RUANG  
METRIK-B KONVEKS DAN APLIKASI PERSAMAAN  
INTEGRAL LINIER FREDHLOM**

**Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh  
derajat Sarjana Ilmu Matematika**



**NISA AROFATUL AULIA**  
**NIM. 18106010024**  
**SUNAN KALIJAGA**  
**YOGYAKARTA**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**  
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA**  
**YOGYAKARTA**

**2022**



## **SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta  
di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

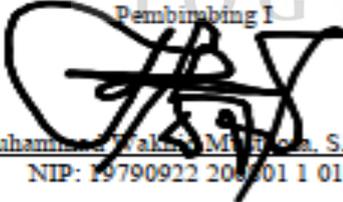
Nama : Nisa Arofatul Aulia  
NIM : 18106010024  
Judul Skripsi : Beberapa Teorema Titik Tetap dalam Ruang Metrik-b Konveks dan Aplikasinya

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, 22 April 2022

Pembimbing 1  
  
Dr. Muhammad Fakhri M. H. S. Si., M. Si.  
NIP: 19790922 200701 1 011

Pembimbing 2  
  
Aulia Khifah Fithona, M. Sc.  
NIP: 19920605 201903 2 021

# PENGESAHAN TUGAS AKHIR



KEMENTERIAN AGAMA  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

## PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-981/Un.02/DST/PP.00.9/05/2022

Tugas Akhir dengan judul : BEBERAPA TEOREMA TITIK TETAP DALAM RUANG METRIK-B KONVEKS  
DAN APLIKASI PERSAMAAN INTEGRAL LINIER FREDHOLM

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : NISA AROFATUL AULIA  
Nomor Induk Mahasiswa : 18106010024  
Telah diujikan pada : Kamis, 28 April 2022  
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

### TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.  
SIGNED

Valid ID: 629443639d024



Penguji I

Aulia Khifah Futhona, M.Sc.  
SIGNED

Valid ID: 62944754e82a9



Penguji II

Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si.  
SIGNED

Valid ID: 62868e9e8502d



Yogyakarta, 28 April 2022

UIN Sunan Kalijaga  
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.  
SIGNED

Valid ID: 62947eb68da2a

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Nisa Arofatul Aulia  
NIM : 18106010024  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 22 April 2022



Nisa Arofatul Aulia

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## MOTTO

*“Apapun yang berat pasti akan berlalu, apapun yang menyenangkan pasti akan sirna, yang paling penting kita harus selalu belajar dari apapun yang kita terima hari ini karena semesta punya rencananya sendiri.”*

*“Jadilah pribadi yang menerjang masa depan, bukan pengecut yang nyaman di zona nyaman.”*

*“Takdir itu milik Allah, tapi usaha dan do’a milik kita, teruslah berusaha dan berdo’a sampai Bismillah mu menjadi Alhamdulillah.”*

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk kedua orang tua tercinta dan adik saya yang saya sayangi, seluruh keluarga saya dan semua orang yang saya sayangi dan menyayangi saya dengan tulus dan tak lupa mendoakan saya terus menerus.

Tak lupa juga saya persembahkan terkhusus untuk diri saya sendiri atas apresiasi dan wujud syukur karena telah berjuang hingga sampai dititik ini.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## PRAKATA

*Bismillahirrahmanirrahim*

Alhamdulillah rabbil Alamin, puji syukur dipanjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayat serta inayahnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Beberapa Teorema Titik Tetap dalam Ruang Metrik-b Konveks dan Aplikasinya dengan baik. Shalawat serta salam terlimpah curahkan kepada Junjungan kita Nabi Muhammad SAW yang telah membawa keselamatan dan ketenangan dari zaman jahiliyah hingga zaman sekarang ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan penulisan skripsi ini tidak lepas dari banyak orang yang memberikan bimbingan, dukungan, doa, motivasi serta semangat untuk penulis sehingga skripsi ini mampu terselesaikan.

Oleh karena itu penulis mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Prof. Dr. Phil Al Makin, MA., selaku rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Khurul Wardati, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Mohammad Farhan Quadratullah, S.Si., M.Si selaku Dosen Penasehat Akademik mahasiswa matematika angkatan 2018 UIN Sunan Kalijaga.
5. Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Skripsi I yang telah membantu dan memberikan bimbingan dalam penulisan skripsi ini.
6. Aulia Khifah Futhona, M.Sc selaku Dosen Pembimbing Skripsi II yang telah membantu dan memberikan bimbingan dalam penulisan skripsi ini.
7. Segenap dosen dan karyawan Fakultas Sains dan Teknologi yang telah membantu penulis dalam studinya di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
8. Bapak Syaikhuri dan Ibu Kurniati selaku orang tua penulis yang tiada henti-hentinya memberikan semangat dan dukungan serta tak lupa selalu mendoakan penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

9. Adik penulis, Muhammad Misbakh Raikhan yang terus memberikan semangat selama penyusunan skripsi ini.
10. Segenap keluarga penulis, baik dari Bani H. Mutholib maupun Bani Mukhotib yang selalu memberikan dukungan dan doanya selama studi dan penyusunan skripsi ini.
11. Segenap keluarga Pondok Pesantren Ulul Albab Balirejo, terutama untuk Abah Yubaidi dan Umi siti Arum (Almh) serta Umi Binti Maunah, para Asatidz, temen-temen pengurus periode 2020-2022 dan semua santri yang turut mendukung dan mendoakan selama penyusunan skripsi ini.
12. Teman-teman serta sahabat penulis seperti Mesaliani Negara, Nurul Amni, Gadis Mauli Latifa yang selalu mendengarkan keluh kesah penulis serta motivasinya selama penyusunan skripsi ini.
13. Teman-teman Matematika 2018 yang telah memberikan tempat yang indah serta memberikan banyak pengalaman serta motivasi selama studi hingga penyusunan skripsi ini.
14. Keluarga PAC IPNU IPPNU kemantren Umbulharjo, PC IPNU IPNU Kota Yogyakarta yang telah memberikan wadah serta momen kekeluargaan selama di Jogja.
15. Pihak-pihak lainnya yang penulis tidak bisa sebut satu persatu yang ikut andil dalam memberikan dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penyusunan skripsi ini, untuk itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun guna digunakan dalam penelitian selanjutnya. Penulis juga berharap mudah-mudahan skripsi ini bisa bermanfaat dan berguna bagi banyak orang terkhusus dalam dunia ilmu pengetahuan dan bidang akademik. *Amin Ya Rabbal Alamiin* .

Yogyakarta, 20 April 2022

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
SURAT PERSETUJUAN TUGAS AKHIR / SKRIPSI .....	ii
PENGESAHAN TUGAS AKHIR.....	iii
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN .....	iv
MOTTO .....	v
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	vi
PRAKATA .....	vii
DAFTAR ISI .....	ix
DAFTAR LAMBANG .....	xi
INTISARI.....	xii
ABSTRAC.....	xiii
BAB I.....	1
PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Batasan Masalah .....	2
1.3 Rumusan Masalah .....	3
1.4 Tujuan Penelitian .....	3
1.5 Manfaat Penelitian .....	3
1.6 Tinjauan Pustaka.....	3
1.7 Sistematika Penulisan .....	4
1.8 Metode Penelitian .....	5
BAB II .....	7
LANDASAN TEORI .....	7
2.1 Analisis Real .....	7

2.2	Ruang Metrik .....	23
2.3	Teorema Titik Tetap pada Ruang Metrik.....	28
2.4	Persamaan Integral Linier Fredholm .....	31
BAB III.....		32
3.1	Ruang Metrik-b.....	32
3.2	Ruang Metrik-b Konveks.....	35
3.3	Aplikasi .....	44
BAB IV.....		50
PENUTUP .....		50
4.1	Kesimpulan .....	50
4.2	Saran .....	50
DAFTAR PUSTAKA.....		52
CURRICULUM VITAE.....		54



## DAFTAR LAMBANG

$\mathbb{R}$  : Himpunan bilangan real

$\mathbb{N}$  : Himpunan bilangan asli

$<$  : Kurang dari

$>$  : Lebih dari

$\leq$  : Kurang dari sama dengan

$\geq$  : Lebih dari sama dengan

$=$  : Sama dengan

$\neq$  : Tidak sama dengan

$\rightarrow$  : Menuju

$\infty$  : Tak hingga

$\in$  : Anggota

$\subset$  : Subset

$\varepsilon$  : Epsilon

$\Leftrightarrow$  : Jika dan hanya jika

sup : Supremum

inf : Infimum

$[a, b]$  : Himpunan tertutup dari  $a$  hingga  $b$

$(X, d)$  : Ruang Metrik

$(X, d_b)$  : Ruang Metrik-b



# INTISARI

## BEBERAPA TEOREMA TITIK TETAP DALAM RUANG METRIK-B KONVEKS DAN APLIKASINYA

Oleh

NISA AROFATUL AULIA

NIM.18106010024

Salah satu konsep penting dalam analisis adalah konsep ruang metrik. Dalam skripsi ini, akan dibahas mengenai konsep ruang metrik-b yang merupakan perluasan dari konsep ruang metrik. Dan kemudian dijelaskan konsep ruang metrik-b konveks dengan struktur konveks dengan memperluas Algoritma Iterasi Mann.

Ruang metrik-b pertama kali diperkenalkan oleh Bachtin pada tahun 1989. Ruang metrik-b merupakan himpunan tak kosong dan bilangan real  $s > 1$  dan dilengkapi fungsi yang memetakan setiap 2 elemen dari pasangan himpunan menuju bilangan real positif dan memenuhi 3 aksioma. Kemudian Crewzik (1993) juga menggeneralisasikan teorema titik tetap Banach pada ruang metrik yang kemudian diperkenalkan metrik-b dan kemudian membuktikan teorema titik tetap di dalamnya.

Penelitian ini membahas tentang teorema ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-b konveks yang lengkap. Salah satu pembuktiannya dalam teorema ketunggalan titik tetap tersebut menggunakan prinsip kontraksi Banach dengan metrik-b yang bersifat konveks dan menjelaskan penerapan dari teorema tersebut untuk menunjukkan keberadaan dan ketunggalan dari solusi persamaan integral linear Fredholm.

**Kata Kunci :** Ruang Metrik, Ruang Metrik-b, Struktur Konveks, Algoritma Iterasi Mann, Titik Tetap.

# ABSTRAC

## SOME FIXED POINT THEOREM IN CONVEX-B METRIC SPACE AND APPLICATIONS

by

NISA AROFATUL AULIA

NIM.18106010024

One of the important concepts in analysis is the concept of metric space. In this study, we will discuss the concept of b-metric space which is an extension of the metric space concept. And then explained the concept of konveks metric-b space with a konveks structure by expanding Mann's iteration algorithm.

The b-metric space was first introduced by Bachtin in 1989. The b-metric space is a non-empty set and a real number  $s > 1$  and features a function that maps a set of 2 elements from the set pair to a positive real number and meets 3 actions. The Crewzik also generalized the Banach fixed point theorem to the metric space which then introduced the b-metric and then proved the fixed point theorem in it.

This study discuss the fixed point singularity theorem in the complete convex b-metric space. One of his proffs in the fixed point nullity theorem using the Banach contraction principle with convex b-metric space and explain the application of the theorem to show the existence and singularity of solutions to the Fredholm linear integral equation.

**Keyword :** Metric space, b-metric space, structure convex, Mann's iteration algorithm, fixed point.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Dalam agama Islam kita dituntut untuk mempelajari sebuah ilmu pengetahuan, maka harus pandai dalam mengimplementasikannya. Karena dengan ilmu pengetahuan, tujuan dari hidup kita akan tercapai. Dan dengan ilmu pengetahuan yang diperoleh seseorang dapat mampu berfikir betapa besarnya ciptaan Allah di dunia. Seperti disebutkan dalam Al-Qur'an Surah (An-nahl: 65).

وَاللَّهُ أَنْزَلَ مِنَ السَّمَاءِ مَاءً فَأَحْيَا بِهِ الْأَرْضَ بَعْدَ مَوْتِهَا إِنَّ فِي ذَلِكَ لَآيَةً لِقَوْمٍ يَسْمَعُونَ ﴿٦٥﴾

Yang artinya : *“Dan Allah menurunkan air (hujan) dari langit dan dengan air itu dihidupkan-Nya bumi yang tadinya sudah mati. Sungguh, pada yang demikian itu benar-benar terdapat tanda-tanda (kebesaran Allah) bagi orang-orang yang mendengarkan (pelajaran).”*

Dalam perkembangan zaman sekarang ini, ilmu pengetahuan terus mengalami perkembangan yang semakin modern dan semakin canggih. Salah satunya ilmu tentang matematika. “Matematika itu bukanlah pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan mengatasi permasalahan sosial, ekonomi dan alam. Matematika tumbuh dan berkembang karena proses berpikir, oleh karena itu logika adalah dasar untuk terbentuknya matematika (Kline, 1973)”. Di dalam matematika, kita belajar memahami dan menganalisis suatu konsep dimana konsep tersebut secara singkat membahas mengenai teori-teori yang ada di dalam matematika.

Dalam matematika, ada beberapa pilihan konsentrasi seperti analisis, statistika, aljabar dan terapan. Untuk memahami matematika analisis kita dituntut untuk mengolah logika dalam berpikir. Analisis merupakan sebuah upaya berpikir

seseorang untuk memecahkan suatu permasalahan. Permasalahan yang dimaksud yaitu mencangkup suatu teorema, definisi dan contoh yang disertai pembuktiannya.

Salah satu konsep penting dalam analisis yaitu konsep ruang metrik. Ruang Metrik adalah himpunan  $X$  dengan sebuah metrik  $d$ . Metrik merupakan suatu gabungan dari konsep jarak antara pasangan elemen dari dua bilangan yang memenuhi aksioma tertentu (Kreyszig, 1978: 2).

Konsep ruang metrik pertama kali diperkenalkan oleh seorang ahli matematika (Maurice Rene Frechet) pada tahun 1906 yang berasal dari Perancis. Konsep ruang metrik terus mengalami perkembangan setiap zamannya, salah satunya muncul ruang metrik lain yang disebut ruang metrik-b.

Ruang metrik-b pertama kali diperkenalkan oleh Bachtin pada tahun 1989. Kemudian muncullah permasalahan terkait hal-hal yang berkaitan dengan konsep metrik. Crewzik (1993) juga menggeneralisasikan teorema titik tetap Banach pada ruang metrik. Kemudian Crewzik memperkenalkan metrik-b dan membuktikan teorema titik tetap di dalamnya. Teorema titik tetap Banach merupakan suatu teorema ketunggalan dari suatu titik tetap pada pemetaan yang biasa disebut kontraksi dari ruang metrik yang lengkap ke dalam dirinya sendiri.

Dari beberapa konsep yang dibahas sangat menarik, kemudian akan dilengkapi secara rinci dengan langkah-langkahnya seperti definisi, teorema dan lemma yang disertakan dengan pembuktiannya, didukung dengan contoh untuk memudahkan dalam memahaminya serta dijelaskan penerapan dari teorema ketunggalan titik tetap dalam ruang metrik-b konveks untuk menunjukkan keberadaan dan ketunggalan titik tetapnya.

## **1.2 Batasan Masalah**

Pembatasan masalah dalam penulisan skripsi itu sangat penting untuk menghindari pembahasan objek yang meluas dan keluar dari objek penelitian dengan tujuan penulis dapat lebih terarah dan fokus pada penelitian. Masalah dalam skripsi ini dibatasi pada teorema ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-b konveks dan aplikasinya, bukan pada ruang metrik yang lain dengan membuktikan

prinsip kontraksi Banach pada ruang metrik-b konveks oleh Algoritma Iterasi Mann.

### **1.3 Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah di atas, maka rumusan masalah pada skripsi ini adalah bagaimana konsep ruang metrik-b konveks dan bagaimana pembuktian teorema ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-b konveks dengan menggunakan prinsip kontraksi Banach dengan sifat-sifat yang mendukung serta aplikasi pada teorema tersebut untuk menunjukkan keberadaan dan ketunggalan titik tetap.

### **1.4 Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah menganalisis konsep ruang metrik-b konveks dan menjelaskan langkah-langkah pembuktian teorema ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-b konveks dan aplikasinya dengan menggunakan prinsip kontraksi Banach dan sifat-sifat yang mendukung disertakan contohnya supaya lebih mudah dalam memahami.

### **1.5 Manfaat Penelitian**

Hasil penelitian ini diharapkan bisa memberikan manfaat sebagai berikut :

- a. Memberikan pemahaman dan pengetahuan tentang ruang metrik-b dengan sifat-sifat yang berlaku pada ruang metrik-b.
- b. Memberikan pengetahuan tentang teorema ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-b konveks dan aplikasinya menggunakan prinsip kontraksi Banach serta langkah-langkah pembuktiannya.

### **1.6 Tinjauan Pustaka**

Konsep dari ruang metrik-b dalam jurnal karya Bakhtiar pertama kali muncul pada tahun 1989 yang berjudul “The Contraction Mapping Principle in Quasimetric Spaces” yang merupakan bentuk secara umum dari ruang metrik. Selanjutnya pada tahun 1993, Czerwik menulis dalam jurnalnya yang berjudul “Contraction Mapping in b-Metric Spaces” yang menjelaskan tentang ruang metrik-

b serta sifat-sifat yang berlaku dan menampilkan secara umum prinsip kontraksi Banach pada ruang metrik-b.

Pada tahun 1971, Simeon Reich dalam jurnalnya yang berjudul “Some Remarks Concerning Contraction Mappings” menjelaskan tentang ruang metrik lengkap dan ketunggalan titik tetap pada ruang metrik. Kemudian tahun 1973, G. E. Hardy dan T. D. Rogers dalam jurnalnya yang berjudul “A Generalization of Fixed Point Theorem of Reich” yang membahas tentang teorema ketunggalan titik tetap Reich pada ruang metrik yang diperluas dengan sebuah kondisi seperti : kontinu, kompak serta lengkap. Kemudian Syham Lal Singh, dkk pada tahun 2008 melakukan suatu penelitian mengenai pemetaan kontraktif dan sifat titik tetap pada ruang metrik-b.

Dalam jurnal yang berjudul “Several Fixed Point Theorem in Konveks b-Metric Spaces and Application” yang ditulis oleh Lili Chen, dkk (2020) menjelaskan ruang metrik-b konveks lengkap dan ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-b, yang kemudian dijadikan acuan pertama dalam penulisan skripsi ini. Dan didukung dengan jurnal yang berjudul “A Fixed Point Theorem for b-Metric Spaces” tentang teorema titik tetap pada ruang metrik-b lengkap oleh Swati Agarwal, dkk yang dijadikan pendukung dari jurnal acuan pertama.

Kemudian buku karya Robert G. Bartle dan Donald R. Sherbert edisi empat (2010) yang berjudul “Introduction to Real Analysis” sebagai referensi yang digunakan dalam membantu penulis memahami jurnal-jurnal di atas. Buku “Metric Spaces” (2000) karya Satish Shirali dan Harkrishan L. Vasudeva dan buku karya Mohamed A. Khamsi dan William A. Kirk (2001) yang berjudul “An Introduction to Metric Spaces and Fixed Point Theory”.

### **1.7 Sistematika Penulisan**

Secara garis besar sistematika penulisan skripsi ini ditulis dalam empat bab yaitu sebagai berikut :

## BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas mengenai latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, sistematika penulisan dan metode penelitian.

## BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini menjelaskan mengenai dasar-dasar teori guna memudahkan dalam memahami isi dari pembahasan yang akan dijelaskan pada bab-bab selanjutnya seperti : dasar-dasar analisis real, definisi ruang metrik dan sifat-sifat yang berlaku, dan teorema titik tetap dalam ruang metrik.

## BAB III PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang definisi ruang metrik-b serta sifat-sifat yang berlaku, definisi ruang metrik-b konveks, pembuktian ruang metrik-b konveks dengan menggunakan prinsip kontraksi Banach dan pembuktian teorema ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-b konveks dan aplikasinya.

## BAB IV PENUTUP

Bab ini mencakup penutup dan kesimpulan yang diambil dari materi-materi yang dibahas sebelumnya.

### **1.8 Metode Penelitian**

Metode penelitian yang digunakan dalam skripsi ini adalah studi literatur, yaitu dengan mempelajari beberapa sumber pada jurnal dan buku yang sesuai dengan tema penelitian dan beberapa referensi yang digunakan lainnya.

Adapun penulis menggunakan pendekatan ilmiah bersifat kualitatif dimana pendekatan ini sebagai penilaian dan pendapat peneliti yang tertuang secara eksplisit dalam penelitian guna penyusunan skripsi ini.

Dalam penelitian ini dilengkapi dengan membuktikan teorema-teorema dan disertai contoh-contoh sebagaimana yang terdapat dalam referensi yang digunakan sebagai acuan. Pembahasan mengenai ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-b

konveks lengkap diawali dengan memahami dasar teori seperti analisis real, definisi ruang metrik serta definisi titik tetap dan pemetaan kontraktif.

Selain itu akan dijelaskan juga mengenai barisan konvergen, barisan Cauchy pada ruang metrik, definisi ruang metrik-b serta sifat yang berlaku, definisi ruang metrik-b konveks agar lebih mudah dalam memahami pembuktian ketunggalan titik tetap pada ruang metrik-b konveks dengan jelas.



## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa ruang metrik-b merupakan suatu himpunan tak kosong dengan fungsi jarak yang memenuhi 3 aksioma. Ada perbedaan antara metrik dengan metrik-b yaitu terletak pada kofisien ketaksamaan segitiga  $S$ . Pada metrik nilai  $S = 1$  sedangkan pada metrik-b nilainya  $S \geq 1$ , dan dapat dilihat bahwa setiap metrik merupakan metrik-b tetapi belum tentu berlaku sebaliknya.

Pembuktian teorema ketunggalan titik tetap dalam ruang metrik-b konveks ini diawali dengan membahas dasar-dasar dalam analisis real seperti barisan konvergen, barisan Cauchy, barisan lengkap dan lain-lain. Juga dasar-dasar ruang metrik seperti barisan konvergen dalam ruang metrik, barisan Cauchy dalam ruang metrik dan barisan lengkap dalam ruang metrik serta dalam ruang metrik-b. dijelaskan juga struktur konveks yang menjadi ide pembahasan serta teorema titik tetap dan pemetaan kontraktif.

Pada proses pembuktian teorema ketunggalan titik tetap dalam ruang-b metrik konveks harus memenuhi syarat-syarat seperti memenuhi aksioma sehingga disebut ruang metrik-b, barisan harus lengkap dimana memenuhi barisan Cauchy yang konvergen, harus memenuhi struktur konveks dan dalam pembuktiannya menggunakan prinsip kontraksi Banach, maka fungsi tersebut mempunyai titik tetap dan tunggal. Pada pembahasan juga dijelaskan aplikasi dari penerapan sebuah teorema yang menunjukkan keberadaan dan ketunggalan dari solusi persamaan integral linier Fredholm.

#### 4.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian pada skripsi ini, maka penulis menyarankan untuk:

1. Mengembangkan penelitian tentang ruang metrik-b konveks dan aplikasinya.

2. Mengembangkan penelitian tentang teorema ketunggalan titik tetap dalam ruang metrik-b konveks dengan menggunakan pembuktian teori yang berbeda serta aplikasinya.
3. Mengembangkan contoh-contoh supaya pembaca lebih mudah dan lebih jelas dalam memahami materinya.

Demikian beberapa saran yang dapat disampaikan, semoga skripsi ini dapat menambah pengetahuan pembaca serta menambah inspirasi untuk lebih lanjut mengembangkan teorema ketunggalan titik tetap dalam ruang metrik-b konveks dan aplikasinya.



## DAFTAR PUSTAKA

- AGARWAL, Ravi P.; MEEHAN, Maria; O'REGAN, Donal. *Fixed point theory and applications*. Cambridge university press, 2001.
- Bartle, Robert G., and Donald R. Sherbert. *Introduction to real analysis*. Vol. 2. New York: Wiley, 2000.
- Bartle, R. G., dan Sherbert, D. R. *Introduction to Real Analysis*. Fourth Edition. New York: John Wiley & Sons and Inc, 2010.
- Brooks, Robert M., and Klaus Schmitt. "THE CONTRACTION MAPPING PRINCIPLE AND SOME APPLICATIONS." *Electronic Journal of Differential Equations* 2009 (2009).
- Crewzik, S., *Contraction Mapping in b-Metric Spaces*. Acta Mathematica et Informatica Universitatis Ostraviens., Vol. 1 (1993), No. 1, 5-11.
- Hernadi, Julan. *Analisa Real Elementer*. 2015.
- Husnia, AManutul. *Teorema Titik Tetap di Ruang Banach*. Skripsi. Malang. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim. 2014.
- Khamsi, Mohamed A., dan Kirk, William A. *An Introduction to Metric Spaces*. New York: Springer, 2001.
- Kustiawan, Cece. *Kekontinuan Fungsi pada Ruang Metrik*. Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung., Vol 2, No. 1, Februari 2013.
- Molabahrani, Shidfar, Ghyasi., *An Analytical Method for Solving Linier Fredholm Fuzzy Integral Equations of The Second Kind*. Computer and Mathematic with Application 61 (2011)2754-2761.

Rahmasari, C., *Konvergensi Barisan dan Teorema Titik Tetap pada Ruang b-Metrik*. Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember. 2016

Shirali, Satish, dan Vasudeva, Harkrishan L. *Metric Spaces*. London: Sringer-Verlag, 2006.

