TEOREMA BASIS PADA GRUP ABELIAN BERHINGGA

SKRIPSI

untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika

Diajukan oleh

Rossi Fauzi

08610017

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UIN SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2012

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka saya selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Rossi Fauzi

NIM : 08610017

Judul Skripsi : Teorema Basis Pada Grup Abelian Berhingga

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam bidang Matematika.

Dengan ini saya mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya saya ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 07 Juni 2012

Pembimbing I

Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si
NIP. 19660731 200003 2 001

Pembimbing II

Muhammad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga FM-UINSK-BM-05-07/R0

PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/2155/2012

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Teorema Basis Pada Grup Abelian Berhingga

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :
Nama : Rossi Fauzi
NIM : 08610017
Telah dimunaqasyahkan pada : 21 Juni 2012
Nilai Munaqasyah : A

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

TIM MUNAQASYAH :

Ketua Sidang

Dra.Khurul Wardati, M.Si.
NIP. 19660731 200003 2 001

Penguji I

M. Zaki Riyanto, S.Si, M.Sc
NIP.0513018402

Penguji II

Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si
NIP.19800402 200501 1 003

Yogyakarta, 11 Juli 2012
UIN Sunan Kalijaga
Fakultas Sains dan Teknologi
Dekan

Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A, Ph.D
NIP. 19580919 198603 1 002

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	: Rossi Fauzi
NIM	: 08610017
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri dan sepanjang pengetahuan penulis tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis orang lain, dan atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian Tugas Akhir di Perguruan Tinggi lain, kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 07 Juni 2012

Yang menyatakan

METERAI TEMPEL
186EEABF090267988
ENAM RIBU RUPIAH
6000 DJP

Rossi Fauzi
NIM. 08610017

KATA PENGANTAR

Segala puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT Tuhan semesta alam atas limpahan rahmat serta hidayah-Nya. Atas ridho-Nya sehingga tulisan ini dapat terselesaikan. Sholawat serta salam tak lupa tercurahkan kepada nabi akhir zaman, nabi Muhamad SAW, yang telah menuntun umatnya menuju jalan yang terang.

Skripsi ini disusun guna memperoleh gelar sarjana Sains (Matematika). Isi dari tugas akhir ini membahas tentang TEOREMA BASIS PADA GRUP ABELIAN BERHINGGA.

Atas terselesaikanya tugas akhir ini penulis tidak bisa terlepas dari bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Maka pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih setinggi-tinginya kepada :

1. Bapak Prof. Drs. H. Akh. Minhaji, M.A., Ph.D selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta .
2. Ibu Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si selaku Pembantu Dekan I Fakultas Sains dan Teknologi, sekaligus pembimbing pertama, atas bimbingan, arahan, motivasi dan ilmu yang diberikan.
3. Bapak M. Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc selaku pembimbing kedua, atas arahan, bimbingan dan ilmu yang diberikan kepada peneliti.
4. Bapak/Ibu Dosen dan seluruh Staf karyawan Fakultas Sains dan Teknologi atas ilmu yang telah diberikan serta bantuan selama perkuliahan.

5. Bapak, Ibu, adik-adikku, simbahku, dan keluarga ibu Endang Puji yang peneliti sayangi atas motivasi serta bantuan baik material maupun moral sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.
6. Sahabat-sahabatku di prodi matematika maupun pendidikan matematika angkatan 2008, dan buat teman-teman angkatan 2005, 2006, dan 2009 baik murni maupun pendidikan, terima kasih atas ide/buah pikiran saat penulis mengajak diskusi.
7. Sahabat-sahabatku di kos 8A, terimakasih atas motivasi sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

Semoga, segala bantuan dan motivasi yang penulis terima dapat bermanfaat untuk melanjutkan ke jenjang selanjutnya. Dan semoga budi baik dari semua pihak yang diberikan kepada penulis mendapatkan balasan yang setimpal dari Allah SWT. Amin.

Penulis menyadari bahwa penulisan tugas akhir ini masih jauh dari sempurna, untuk itu penulis sangat mengharapakan kritik serta saran dari para pembaca demi sempurnanya tugas akhir ini. Walaupun masih banyaknya kekurangan yang ada, semoga tugas akhir ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca terutama teman-teman di bidang matematika.

Yogyakarta, 07 Juni 2012
Penulis

Rossi Fauzi
NIM.08610017

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada :

- Bapak dan Ibuku yang telah mendidik, membesarkan serta slalu mendo'akanku

- Kedua adikku, Dik Khosyin Mujab Fahru Rozi dan Dik Fatma Azizah, serta simbahku

- Keluarga besar Ibu Endang Puji

- Guruku tersayang Bapak Supriyanto dan Almarhumah Ibu Rosita Umani

- Teman-teman Matematika UIN Sunan Kalijaga angkatan 2008

- Teman-teman kos 8A

MOTTO

"Barang siapa ingin meraih dunia maka harus dengan ilmu, barang siapa ingin meraih akherat maka harus dengan ilmu, barang siapa ingin meraih kedua-duanya maka harus dengan ilmu".

-Al-Hadits

إِنَّمَآ أَمۡرُهُۥٓ إِذَآ أَرَادَ شَيۡـًٔا أَن يَقُولَ لَهُۥ كُن فَيَكُونُ ٨٢

82. "Sesungguhnya keadaan-Nya apabila dia menghendaki sesuatu hanyalah Berkata kepadanya: "Jadilah!" Maka terjadilah ia".

QS. Yassin : 82

"Talk Less Do More"

DAFTAR ISI

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$\mathbb{Z}$	: himpunan bilangan bulat
$\mathbb{Z}^+$	: himpunan bilangan bulat positif
$\mathbb{Z}_n$	: himpunan kelas ekuivalen modulo n
(x, y)	: pasangan berurutan dari x, y
$x \in A$	: x elemen himpunan A
$y \notin B$	: y bukan elemen himpunan B
gcd	: *greatest common divisior*
lcm	: *least common divisior*
$\varnothing$	: himpunan kosong
■	: akhir suatu bukti
$b \mid a$	: b pembagi bilangan a
$b \nmid a$	: b bukan pembagi a
$\Leftrightarrow$	: biimpilikasi
$\Rightarrow$	: bukti implikasi ke arah kanan
$\Leftarrow$	: bukti implikasi ke arah kiri
a^{-1}	: invers dari a
$f : G \to G'$	: f suatu pemetaan dari grup G ke G'
$\forall$	: kuantor universal
$\exists$	: kuantor eksistensial
$\times$	: penjumlahan langsung eksternal atau perkalian kartesian

$\oplus$	: penjumlahan langsung internal
$\cong$	: isomorfis
$\cap$	: irisan himpunan
$\subset$	: himpunan bagian
$\leq$	: subgrup
$S(G)$, $S(g)$	: grup yang dibangun oleh himpunan G, dan elemen g
$\lvert G\rvert$	: orde dari himpunan G (banyaknya elemen pada himpunan G)
$\lvert x\rvert$	: order dari elemen x
$Ker(f)$	: kernel dari homomorfisma f
$Im(f)$	: image dari homomorfisma f
gH	: koset kanan dari H dengan koset representatif g
Hg	: koset kiri dari H dengan koset representatif g
$H \lhd G$	: H subgrup normal dari G

TEOREMA BASIS PADA GRUP ABELIAN BERHINGGA

Oleh : Rossi Fauzi (08610017)

ABSTRAK

Jika diberikan kumpulan grup-grup berhingga, maka dapat dibentuk grup baru melalui penjumlahan langsung eksternal. Sebaliknya, jika diberikan grup G abelian berhingga berorder n dan n dapat dinyatakan sebagai perkalian pangkat positif dari bilangan-bilangan prima yang berbeda, maka grup G tersebut dapat didekomposisikan sebagai penjumlahan langsung dari grup-grup yang berorder pangkat dari suatu bilangan prima.

Setiap grup abelian yang berorder pangkat dari suatu bilangan prima dapat didekomposisikan sebagai penjumlahan langsung dari subgrup-subgrup siklik. Pernyataan tersebut mengakibatkan grup G dapat didekomposisikan sebagai penjumlahan langsung dari subgrup-subgrup siklik. Karena setiap subgrup siklik merupakan grup siklik, maka dengan demikian grup G dapat dinyatakan sebagai penjumlahan langsung dari grup-grup siklik, lebih dikenal dengan istilah teorema basis pada grup abelian berhingga.

Kata kunci : dekomposisi penjumlahan langsung, grup abelian berhingga, penjumlahan langsung berhingga.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika menurut pandangan seorang filosof dan matematikawan August Comte bukanlah ilmu. Matematika adalah suatu alat berfikir logik, sehingga matematika dapat digunakan untuk menjelaskan fenomena. Walaupun demikian dalam praktik, fenomena memang lebih kompleks (Muhajir, 2001:70).

Tak jauh beda dengan sains, matematika dapat dibagi dalam berbagai rumpun, misalnya rumpun aljabar, analisis, terapan, komputer dan statistik. Lebih lanjut, rumpun analisis terbagi lagi dalam berbagai bidang antara lain analisis real, analisis kompleks dan analisis fungsional. Demikian juga rumpun aljabar masih terbagi dalam berbagai bidang misal aljabar abstrak, aljabar linear, aljabar geometri dan lain sebagainya. Ilmu aljabar abstrak merupakan bagian dari ilmu matematika yang berkembang dengan pesat karena berhubungan dengan himpunan, dan sifat struktur-struktur di dalamnya.

Sebagian materi aljabar abstrak yang telah didapatkan penulis adalah mengenai konsep grup, order, dan grup siklik. Salah satu contoh grup yang menarik untuk dipelajari adalah grup abelian berhingga. Grup adalah suatu himpunan bersama dengan operasi biner yang memenuhi aksioma-aksioma grup. Suatu grup yang memenuhi sifat komutatif disebut grup abelian. Sebagai contoh, himpunan bilangan real tanpa 0 (nol) dengan operasi perkalian adalah suatu grup yang abelian. Banyaknya anggota dari suatu grup disebut *order* dari grup tersebut. Jika suatu grup mempunyai order yang berhingga disebut grup hingga. Salah satu contoh grup berhingga adalah grup yang berorder prima (grup yang memiliki elemen sebanyak suatu bilangan prima tertentu).

Grup abelian berhingga mempunyai banyak subbahasan. Salah satunya adalah teorema basis pada grup abelian berhingga. Teorema ini sangat penting, karena teorema ini mendukung pernyataan bahwa setiap grup abelian berhingga dapat diuraikankan menjadi penjumlahan langsung dari grup-grup siklik.

Sebagai contoh kasus, yaitu :

"Diberikan grup $\mathbb{Z}_{12}$ terhadap operasi penjumlahan modulo 12 dan $12 = 2^2 . 3$, maka diperoleh

(i) $\mathbb{Z}_4 \oplus \mathbb{Z}_3$,

(ii) $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_3$,

(iii) $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_6$.

Jika diberikan suatu grup abelian $\mathbb{Z}_{12}$, dari (i), (ii), (iii) manakah yang mempresentasikan struktur dari $\mathbb{Z}_{12}$? Kemudian apabila diketahui suatu grup abelian berhingga tetapi bukan merupakan siklik, misal $M_{2\times2}(\mathbb{Z}_2)$, apakah $M_{2\times2}(\mathbb{Z}_2)$ juga dapat didekomposisikan dalam bentuk penjumlahan langsung dari grup-grup siklik ? "

Berdasarkan contoh kasus di atas, penulis tertarik untuk mempelajari tentang struktur grup, khususnya mengenai pendekomposisian grup. Tugas akhir ini merupakan pengembangan dari materi-materi aljabar yang telah penulis dapatkan, yaitu konsep grup abelian berhingga dan konsep bilangan bulat. Pada konsep bilangan bulat, terdapat suatu teorema yang menyatakan bahwa "setiap himpunan bilangan bulat positif dapat dinyatakan sebagai perkalian pangkat positif dari bilangan-bilangan prima yang berbeda" teorema ini disebut dengan teorema fundamental aritmatika.

Berdasarkan analogi kedua konsep tersebut, diharapkan pada akhir penelitian ini penulis dapat mendekomposisikan sebarang grup abelian berhingga dalam bentuk penjumlahan langsung dari grup-grup siklik, yang dinyatakan dalam Teorema Basis pada Grup Abelian Berhingga.

1.2 Batasan Masalah

Pembatasan masalah dalam suatu penelitian sangat penting, untuk menghindari kesimpang-siuran terhadap objek dari suatu penelitian. Demikian juga dengan penelitian yang penulis lakukan. Permasalahan yang terdapat dalam penelitian ini adalah teorema basis pada grup abelian berhingga.

Konsep dari teori grup itu masih mencangkup ruang lingkup yang sangat luas, karena bahasan dalam teori grup dapat meliputi grup berhingga, grup tak hingga, grup abelian, grup non-abelian, dan lain sebagainya, dimana setiap bahasan tersebut masih memiliki berbagai subbahasan yang sangat menarik untuk dikaji. Namun dalam penelitian ini hanya difokuskan pada grup berhingga yang bersifat komutatif dikarenakan terinspirasi dari Teorema Fundamental Aritmatika.

Selain itu, sesuai latar belakang masalah maka penulis merumuskan batasan masalah dalam penelitian ini mengenai teorema basis pada grup abelian berhingga tentang cara mendekomposisikan grup abelian berhingga. Diawali dengan mempelajari dasar-dasar teori grup, bagaimana mendekomposisikan grup abelian berhingga ke dalam bentuk penjumlahan langsung dari grup-grup siklik, syarat apa saja yang harus dipenuhi dalam pendekomposisiannya, terkait dengan lemma, preposisi, dan teorema yang dibuktikan sebelum pendekomposisian, serta akibat yang muncul dari dekomposisi.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan, maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

1. Bagaimanakah konsep penjumlahan langsung eksternal dan internal pada grup abelian berhingga ?
2. Bagaimanakah konsep dekomposisi penjumlahan langsung berhingga pada sebarang grup abelian berhingga ?
3. Bagaimanakah cara mendekomposisikan grup abelian berhingga dalam bentuk penjumlahan langsung dari grup-grup siklik ?

1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Tujuan dari tugas akhir ini adalah :

1. Mengkaji tentang konsep penjumlahan langsung eksternal dan internal pada grup abelian berhingga.
2. Mengkaji konsep dekomposisi penjumlahan langsung berhingga pada sebarang grup abelian berhingga.
3. Mengkaji cara mendekomposisikan grup abelian berhingga dalam bentuk penjumlahan langsung dari grup-grup siklik.

Manfaat setelah selesainya tugas akhir ini adalah diperolehnya uraian diantaranya sebagai berikut :

1. Memberikan pengetahuan tentang konsep penjumlahan langsung eksternal dan internal pada grup abelian berhingga.
2. Memberikan pengetahuan mengenai konsep dekomposisi penjumlahan langsung berhingga pada sebarang grup abelian berhingga.
3. Memberikan pengetahuan tentang cara mendekomposisikan sebarang grup abelian berhingga dalam bentuk penjumlahan langsung dari grup-grup siklik.
4. Memberikan motivasi kepada penelitian-penelitian selanjutnya untuk mengembangkan penelitian mengenai grup abelian berhingga.

1.5 Tinjauan Pustaka

Penulisan tugas akhir ini mengacu pada literatur utama yaitu buku yang ditulis oleh Redfield (2001) yang berjudul *Abstract Algebra A Concrete Introduction*. Redfield (2001) membahas mengenai beberapa cara mendekomposisikan grup abelian berhingga dan syarat-syarat yang harus dipenuhi sebelum pendekomposisiannya, serta teorema basis pada grup abelian berhingga. Dekomposisi tersebut antara lain penjumlahan langsung eksternal dan penjumlahan langsung internal. Untuk melengkapi pembahasan mengenai dekomposisi grup, Redfield (2001) juga membahas grup yang dapat didekomposisikan sebagai penjumlahan langsung atas grup-grup yang lebih sederhana. Selain itu, Redfield (2001) juga membahas mengenai beberapa syarat yang diperlukan untuk teorema basis pada grup abelian berhingga.

Referensi lain yaitu bukunya Rotman (2002) yang membahas tentang grup penjumlahan langsung eksternal dan internal. Untuk dasar teori mengenai konsep bilangan bulat, penulis mengambil materi dari buku yang ditulis oleh Gilbert (2000). Sedangkan untuk konsep dasar grup dan homomorfisma grup, penulis banyak mengambil materi dari buku yang ditulis oleh Fraleigh (2003).

Selain itu, dalam penulisan tugas akhir ini penulis juga menggunakan suatu tinjauan pustaka sebuah tugas akhir berjudul *"Konstruksi Grup"*, yang ditulis oleh Putri Rahmaningtyas. Dalam tugas akhir tersebut, Putri Rahmaningtyas lebih menitikberatkan pada pembahasan mengenai metode pengkonstruksian grup berhingga menggunakan perkalian langsung, penjumlahan langsung dan ekstensi grup. Tugas akhir tersebut juga berisikan beberapa pembahasan mengenai dekomposisi penjumlahan langsung.

Pembahasan tugas akhir tersebut memberikan gambaran tentang grup yang dapat didekomposisikan sebagai penjumlahan langsung atas grup-grup yang lebih sederhana. Hal ini penulis jadikan landasan untuk mengkaji lebih lanjut mengenai metode pendekomposisian grup abelian berhingga. Metode yang penulis pilih adalah dengan menggunakan penjumlahan langsung eksternal dan penjumlahan langsung internal. Sedangkan dalam tugas akhir tersebut, Putri Rahmaningtyas hanya menggunakan konsep penjumlahan langsung internal.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian serta studi literatur yang telah penulis lakukan mengenai teorema basis pada grup abelian berhingga, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Jika diberikan grup-grup berhingga $G_1, \ldots, G_n$ maka penjumlahan langsung eksternal atas $G_1, \ldots, G_n$, dinotasikan $G_1 \times \ldots \times G_n$ membentuk grup terhadap operasi biner yang didefinisikan dengan

$$(g_1, \ldots, g_n) + (g_1', \ldots, g_n') = (g_1 + g_1', \ldots, g_n + g_n')$$

untuk setiap $(g_1, \ldots, g_n)$ dan $(g_1', \ldots, g_n') \in G_1 \times \ldots \times G_n$.

2. Diberikan grup abelian berhingga G dan $H_1, \ldots, H_n$ subgrup dari G. Grup G disebut penjumlahan lansgung internal dari subgrup $H_1, \ldots, H_n$ dinotasikan dengan $G = H_1 \oplus \ldots \oplus H_n$ jika $H_1 + \ldots + H_n = G$ (dengan kata lain untuk setiap $g \in G$, terdapat $h_i \in Hi$ berlaku $g = h_1 + \ldots + h_n$) dan $H_1 \cap \ldots \cap H_n = \{0\}$.
3. Diberikan $H_1, \ldots, H_n$ subgrup dari grup abelian berhingga G. Jika $G = H_1 \oplus \ldots \oplus H_n$ maka $G \cong H_1 \times \ldots \times H_n$.

4. Cara mendekomposisikan grup abelian berhingga G :

    1. Tentukan order dari G, misal n,
    2. Dibentuk subgrup siklik $S(g_i)$ untuk setiap $g_i \in G$ dengan $i = 1, ..., n$,
    3. Tentukan order masing-masing subgrup siklik tersebut,
    4. Dipilih subgrup siklik $S(g_i)$ yang mempunyai order terbesar dan dimisalkan $G_1 = S(g_1)$ untuk $i = 1$,
    5. Jika $|G| = |G_i|$, maka selesai, artinya diperoleh bahwa $G = G_i$.

       Jika $|G| \neq |G_i|$, ganti i dengan $i + 1$,
    6. Dipilih subgrup siklik $S(g_i)$ yang mempunyai order terbesar, misal k sedemikian hingga $k \leq \frac{|G|}{|G_{i-1}|}$ dan g_i, ${g_i}^2$, ..., ${g_i}^{k-1} \notin G_{i-1}$ serta didefinisikan $G_i = G_{i-1} \oplus S(g_i)$,
    7. Kembali ke langkah 5,

5. Diberikan G grup siklik. Jika G berhingga dengan $|G| = n$ maka G isomorfis terhadap $(\mathbb{Z}_n, +_n)$.

6. Setiap grup abelian berhingga dapat dinyatakan sebagai penjumlahan langsung dari grup-grup siklik.

5.2 Saran-saran

Berdasarkan pada studi literatur yang telah penulis lakukan, maka dapat disampaikan beberapa saran berikut :

1. Penelitian ini hanya dibatasi pada salah satu cara untuk mengkonstruki dan mendekomposisikan grup abelian berhingga, yaitu dengan menggunakan penjumlahan langsung dari grup-grup siklik atau lebih dikenal dengan Teorema Basis pada Grup Abelian Berhingga, diharapkan ada penelitian lebih lanjut mengenai metode-metode yang lain yang memungkinkan untuk mengkontruksi dan mendekomposisikan sebarang grup abelian berhingga.
2. Penelitian juga hanya mencangkup pembahasan mengenai grup abelian berhingga, sehingga dimungkinkan dilakukan penelitian pengembangan mengenai cara mengkontruksi dan mendekomposisikan grup abelian tak hingga.

Semoga tugas akhir ini dapat menjadi inspirasi bagi pembaca untuk mengembangkan lebih lanjut tentang konsep grup abelian berhingga khususnya, dan konsep aljabar abstrak pada umumnya.

DAFTAR PUSTAKA

Bhattacharya, P. B., S.K. Jain, dan S.R. Nagpaul. 1994. *Basic Abstract Algebra*. Second Edition. Cambridge : Cambridge University Press.

Fraleigh, John B. 2003. *A First Course in Abstract Algebra*. Seventh Edition. Addison Wesley.

Gallian, Joseph A. 1990. *Contemporary Abstract Algebra*. Second Edition. Toronto : D. C. Heath Company.

Gilbert, Jimmie dan Linda. Gilbert. 2000. *Elements of Modern Algebra*. Fifth Edition. USA : Brook/Cole.

Herstein, I.N. 1996. *Abstract Algebra*. Third Edition. USA : Prentice – Hall, Inc.

Hungerford, Thomas W. 1990. *Abstract Algebra: An Introduction*. First Edition. Philadelphia : Saunders College.

Muhajir, Noeng. 2001. *Filsafat Ilmu Positivisme, PostPositivisme dan PostModernisme*. Edisi II. Yogyakarta : Rakesaeasin.

Putri Rahmaningtyas. 2007. Konstruksi Grup. *Skripsi*. Yogyakarta : Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Gajah Mada.

Redfield, Robert H. 2001. *Abstract Algebra A Concrete Introduction*. Paris : Addison Wesley Longman, Inc.

Rotman, Joseph J. 2002. *Advanced Modern Algebra*. First Edition. USA : Prentice – Hall, Inc.