

SKRIPSI

PERBANDINGAN ALGORITMA *SAVING MATRIX* DAN *SEQUENTIAL INSERTION* PADA PENGOPTIMALAN MASALAH RUTE KENDARAAN BERKAPASITAS



FAJAR PANGESTU

NIM. 18106010023

**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2022

PERBANDINGAN ALGORITMA *SAVING MATRIX* DAN *SEQUENTIAL INSERTION* PADA PENGOPTIMALAN MASALAH RUTE KENDARAAN BERKAPASITAS

Skripsi

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat
Sarjana Matematika



Diajukan oleh

FAJAR PANGESTU
NIM. 18106010023
Kepada
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2022



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir
Lamp : -

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Fajar Pangestu
NIM : 18106010023
Judul Skripsi : Perbandingan Algoritma *Saving Matrix* dan *Sequential Insertion* pada Pengoptimalan Rute Kendaraan Berkapasitas

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta, 21 November 2022
Pembimbing

Dr. M. Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.
NIP. 19800402 200501 1 003



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-2834/Un.02/DST/PP.00.9/12/2022

Tugas Akhir dengan judul : PERBANDINGAN ALGORITMA SAVING MATRIX DAN SEQUENTIAL INSERTION PADA PENGOPTIMALAN MASALAH RUTE KENDARAAN BERKAPASITAS

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : FAJAR PANGESTU
Nomor Induk Mahasiswa : 18106010023
Telah diujikan pada : Rabu, 07 Desember 2022
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 63a139c1b6378



Penguji I

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 63a122758a8b7



Penguji II

Sri Istiyarti Uswatun Chasanah, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 63a171ccad051



Yogyakarta, 07 Desember 2022

UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 63a3bc80e4244

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Fajar Pangestu
NIM : 18106010023
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Bantul, 25 November 2022



Fajar Pangestu

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini penulis persembahkan untuk:
Kedua orang tua, keluarga, dan teman-teman tercinta.
Almamater tercinta, Program Studi Matematika,
Fakultas Sains dan Teknologi,
Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta,
serta
Para Matematikawan di mana pun berada.



MOTTO

...وَاللَّهُ خَيْرُ الرَّازِقِينَ (١١)

“...dan Allah pemberi rezeki yang terbaik”. (Q.S. Al-Jumu’ah-11)

“Paksa dirimu, Allah pasti membantu”.



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PRAKATA

Alhamdulillahirabbil'alamin, puji syukur atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat serta karunia-Nya berupa kesehatan jasmani maupun rohani sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "Perbandingan Algoritma *Saving Matrix* dan *Sequential Insertion* pada Pengoptimalan Masalah Rute Kendaraan Berkapasitas" guna memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Shalawat serta salam senantiasa tercurah limpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah membimbing kita dari zaman yang gelap menuju zaman yang terang benderang.

Penulis menyadari bahwa penyelesaian skripsi ini tidak lepas dari motivasi, bantuan, bimbingan serta arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Phil Al Makin, MA., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ibu Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains Dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Bapak Muhammad Abrori, M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta dan selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberi bimbingan serta dukungan kepada penulis selama menjalani masa studi.
4. Bapak Dr. Muhammad Wakhid Mustofa, S.Si., M.Si, selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah sabar dalam membimbing dan mengarahkan dalam menyusun skripsi hingga dapat terselesaikan dengan baik.
5. Bapak Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Penguji 1 dan Ibu Sri Istiyarti Uswatun Chasanah, M.Si. selaku Dosen Penguji 2 yang telah memberikan masukan dan saran terhadap penelitian ini.

6. Bapak/Ibu Dosen dan Karyawan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta khususnya Program Studi Matematika atas ilmu, bimbingan, dukungan, serta bantuan selama menjalani masa studi sampai dengan selesai.
7. Diri saya sendiri, Fajar Pangestu selaku penulis naskah skripsi yang telah berjuang dan berproses selama menjalani masa studi di kampus tercinta UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
8. Bapak Warsidi dan Ibu Sumiyati yang selalu memberikan doa, dukungan, bimbingan, dan kasih sayang tanpa henti sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan baik.
9. Mbak Lina, Mas Dodo, Hessa, dan Apid, keluarga kecil tempat berbagi keceriaan dan kebahagiaan.
10. Simbah, Pakdhe, Budhe, Paklik, Bulik, dan Saudara-saudari yang telah memberikan dukungan dan motivasi kepada penulis.
11. Jiddan, Astri, Evira, Ika, dan Laila, dan teman-teman seperjuangan dalam bimbingan skripsi Matematika Terapan.
12. Rizal, Revi, Sinta, Wulan, dan semua teman-teman mahasiswa Matematika yang telah berbagi pengalaman dan kebahagiaan dalam menjalani bangku perkuliahan.
13. Rizqo, Alif, Thony, Azmi, Kristan, Nindhi, Nahla, Asa, Tya, dan Alban, selaku teman-teman KKN 105 Bhakti Kalijaga yang super duper keren dalam menjalankan program pengabdian ke masyarakat.
14. Hary dan Fahri sahabat yang selalu memberikan motivasi dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi dengan baik.
15. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih banyak terdapat kekurangan, sehingga penulis mengharapkan adanya kritik dan saran yang bersifat membangun sehingga penelitian ini dapat berkembang dan lebih berkualitas.

Namun demikian, semoga skripsi ini dapat membantu memberikan manfaat dan menambah wawasan bagi penulis maupun pihak lain. Akhir kata semoga Allah SWT selalu melimpahkan segala rahmat dan hidayah-Nya kepada kita semua, *Allahuma Aamiin.*

Bantul, 28 November 2022

Fajar Pangestu



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMBANG	xiv
INTISARI	xv
ABSTRACT	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah.....	4
1.3. Batasan Masalah	4
1.4. Tujuan Penelitian	5
1.5. Manfaat Penelitian	5
1.6. Metode Penelitian	5
1.7. Tinjauan Pustaka.....	7
1.8. Sistematika Penulisan	10
BAB II DASAR TEORI.....	12
2.1. Optimasi.....	12
2.1.1. <i>Linear Programming</i> (LP).....	12
2.1.2. <i>Integer Programming</i> (IP)	13
2.2. Distribusi.....	14
2.3. Graf	15
2.3.1. Keterhubungan dalam Graf.....	16
2.3.2. Jenis-Jenis Graf.....	19
2.3.3. Graf Khusus	21
2.3.4. Representasi Graf dalam Matriks	24
2.4. <i>Travelling Salesman Problem</i> (TSP)	24
2.5. <i>Vehicle Routing Problem</i> (VRP).....	26
2.5.1. Jenis-Jenis <i>Vehicle Routing Problem</i> (VRP)	29
2.5.2. Metode-Metode Penyelesaian CVRP	32
BAB III PEMBAHASAN	35
3.1. Model Matematika <i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i> (CVRP).....	35
3.2. <i>Vehicle Routing Problem with Multiple Trips</i> (VRPMT).....	44
3.2.1. Konsep VRPMT	44
3.2.2. Rute dan Tur	46
3.3. Algoritma <i>Saving Matrix</i>	46
3.3.1. Definisi Algoritma <i>Saving Matrix</i>	46
3.3.2. Diagram Alir Algoritma <i>Saving Matrix</i>	50

3.4.	Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	51
3.4.1.	Definisi Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	51
3.4.2.	Diagram Alir Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	53
BAB IV	HASIL DAN PEMBAHASAN	54
4.1.	Profil UMKM Keripik Usus Mbak Zul	54
4.2.	Data	55
4.3.	Penerapan Algoritma <i>Saving Matrix</i>	58
4.3.1.	Rute Distribusi Algoritma <i>Saving Matrix</i>	59
4.3.2.	Waktu Distribusi Algoritma <i>Saving Matrix</i>	67
4.4.	Penerapan Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	68
4.4.1.	Rute Distribusi Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	68
4.4.2.	Waktu Distribusi Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	74
BAB V	PENUTUP	76
5.1.	KESIMPULAN.....	76
5.2.	SARAN.....	79
DAFTAR PUSTAKA	80
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	83

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Graf Satu Garis Dua Ujung	15
Gambar 2. 2 Graf dengan Titik Terasing dan <i>Loop</i>	15
Gambar 2. 3 Graf dengan Derajat Satu	16
Gambar 2. 4 Graf dengan Garis Paralel	16
Gambar 2. 5 Graf Kosong dengan 3 Titik.....	16
Gambar 2. 6 Graf Terhubung	16
Gambar 2. 7 Graf Tidak Terhubung.....	16
Gambar 2. 8 Graf G.....	17
Gambar 2. 9 Graf H (Subgraf dari Graf G).....	17
Gambar 2. 10 Jalan dengan Panjang 8	17
Gambar 2. 11 Jejak dengan Panjang 7	18
Gambar 2. 12 Lintasan dengan Panjang 4.....	18
Gambar 2. 13 Sirkuit dengan Panjang 6	19
Gambar 2. 14 Siklus dengan Panjang 5	19
Gambar 2. 15 Graf Sederhana.....	20
Gambar 2. 16 Graf Tak Sederhana.....	20
Gambar 2. 17 Graf Berarah / Digraf	20
Gambar 2. 18 Graf Tak Berarah.....	20
Gambar 2. 19 Graf Tak Berlabel.....	21
Gambar 2. 20 Graf Berlabel	21
Gambar 2. 21 Graf Lengkap.....	22
Gambar 2. 22 Graf Teratur.....	22
Gambar 2. 23 Graf Euler.....	23
Gambar 2. 24 Graf Semi Euler.....	23
Gambar 2. 25 Bukan Graf Euler atau Semi Euler.....	23
Gambar 2. 26 Graf Hamilton	23
Gambar 2. 27 Graf Semi Hamilton	23
Gambar 2. 28 Bukan Graf Hamilton.....	24
Gambar 2. 29 Graf Berbobot.....	26
Gambar 2. 30 <i>Vehicle Routing Problem</i>	27
Gambar 3. 1 Diagram Alir Algoritma <i>Saving Matrix</i>	50
Gambar 3. 2 Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	51
Gambar 3. 3 Diagram Alir Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	53
Gambar 4. 1 Denah Lokasi Pelanggan.....	55
Gambar 4. 2 Rute Distribusi dari Algoritma <i>Saving Matrix</i>	65
Gambar 4. 3 Rute Distribusi dari Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	72

DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka	9
Tabel 3. 1 Jarak Antarpelanggan.....	47
Tabel 3. 2 Algoritma <i>Saving Matrix</i>	48
Tabel 4. 1 Data Permintaan Setiap Pelanggan di Wilayah DIY	56
Tabel 4. 2 Jarak Antarpelanggan.....	57
Tabel 4. 3 Penyimpanan (<i>Saving Matrix</i>) Pasang Pelanggan	58
Tabel 4. 4 Nilai Penyimpanan (<i>Saving Value</i>)	59
Tabel 4. 5 Jarak Rute Distribusi Algoritma <i>Saving Matrix</i>	66
Tabel 4. 6 Hasil Rute Distribusi dari Algoritma <i>Saving Matrix</i>	66
Tabel 4. 7 Waktu Distribusi Rute Algoritma <i>Saving Matrix</i>	67
Tabel 4. 8 Jarak Rute Distribusi Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	73
Tabel 4. 9 Hasil Rute Distribusi dari Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	73
Tabel 4. 10 Waktu Distribusi Rute Algoritma <i>Sequential Insertion</i>	74

DAFTAR LAMBANG

Himpunan dan indeks:

N : $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ himpunan dari semua titik-titik (*vertices*) yang mempresentasikan banyaknya pelanggan.

A : $\{(i, j) \in V \times V : i \neq j\}$ himpunan dari semua garis berarah yang mempresentasikan perjalanan.

i, j : $0, 1, \dots, n$ merupakan indeks dari titik-titik (*vertices*) atau pelanggan.

K : $\{1, 2, \dots, |K|\}$ himpunan dari kendaraan.

k : $1, 2, \dots, m$ merupakan jumlah rute sekaligus indeks dari kendaraan.

r : $(i_0, i_1, i_2, \dots, i_s, i_{s+1})$ barisan dari sebuah rute.

S : $\{i_1, i_2, \dots, i_s\} \subseteq N$ himpunan dari pelanggan yang dikunjungi dari setiap rute.

Parameter:

q : permintaan dari setiap pelanggan.

Q : kapasitas dari setiap kendaraan.

T : batas waktu maksimal yang telah ditentukan untuk pendistribusian.

T_k : waktu yang digunakan untuk menyelesaikan setiap rute.

t_1 : waktu yang digunakan untuk perjalanan pada setiap rute.

t_2 : waktu yang digunakan untuk pelayanan pelanggan pada setiap rute.

v : kecepatan rata-rata kendaraan diasumsikan 40km/jam.

d_k : jarak tempuh pada setiap rute.

l : waktu mengisi barang muatan ke dalam kendaraan.

u : waktu membongkar barang muatan dari dalam kendaraan.

C : biaya untuk melakukan perjalanan.

δ^- : arah perjalanan mengunjungi pelanggan.

δ^+ : arah perjalanan meninggalkan pelanggan.

INTISARI

PERBANDINGAN ALGORITMA *SAVING MATRIX* DAN *SEQUENTIAL INSERTION* PADA PENGOPTIMALAN MASALAH RUTE KENDARAAN BERKAPASITAS

Oleh

Fajar Pangestu

18106010023

Pendistribusian merupakan kegiatan pengiriman barang hasil dari produksi suatu pabrik ke pihak pelanggan sebagai konsumen dengan menggunakan kendaraan pengangkut. Dengan dilakukannya pendistribusian barang produk secara terstruktur dapat lebih menguntungkan berbagai pihak. Karena dengan pendistribusian secara terstruktur dapat meminimalkan biaya, mempersingkat waktu pengiriman, dan pelanggan dapat terpenuhi sesuai permintaannya. Untuk mendistribusikan barang produk secara terstruktur, jarak rute kendaraan harus diminimalkan. Permasalahan untuk meminimalkan rute kendaraan ini disebut *Vehicle Routing Problem* (VRP). Salah satu jenis dari VRP adalah *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) yaitu terdapat kendala batasan kapasitas pada kendaraan pengangkutnya. Setelah diperoleh rute optimalnya kemudian diterapkan *Vehicle Routing Problem with Multiple Trips* (VRPMT) untuk mengetahui kebutuhan jumlah kendaran pengangkutnya.

Pada penelitian ini akan diterapkan CVRP dengan menggunakan Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion* untuk menentukan rute optimal pada UMKM Keripik Usus Mbak Zul. Setelah diterapkan pada UMKM Keripik Usus Mbak Zul diperoleh hasil dari Algoritma *Saving Matrix* menghasilkan jarak 174 km, dengan kebutuhan bahan bakar pertalite sebanyak 3,48 liter setara dengan harga Rp 34.800 dan pendistribusian tersebut membutuhkan waktu selama 388 menit atau 6,47 jam. Selanjutnya untuk penyelesaian rute dengan Algoritma *Sequential Insertion* menghasilkan jarak 188,4 km, dengan kebutuhan bahan bakar pertalite sebanyak 3,77 liter setara dengan harga Rp 37.700 dan pendistribusian tersebut membutuhkan waktu selama 408 menit atau 6,8 jam. Hasil dari perhitungan masing-masing algoritma tersebut dibutuhkan satu kendaraan untuk pendistribusian. Jadi, dapat disimpulkan bahwa dalam kasus pendistribusian produk dari UMKM Keripik Usus Mbak Zul, Algoritma *Saving Matrix* lebih optimal dari pada Algoritma *Sequential Insertion*.

Kata kunci: *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), *Vehicle Routing Problem with Multiple Trips* (VRPMT), Algoritma *Saving Matrix*, Algoritma *Sequential Insertion*, dan distribusi.

ABSTRACT

COMPARISON OF SAVING MATRIX AND SEQUENTIAL INSERTION ALGORITHM FOR OPTIMIZATION CAPACITATED VEHICLE ROUTING PROBLEM

By

Fajar Pangestu
18106010023

Distribution is the activity of sending product from the production of a factory to customers as consumers using transport vehicles. By doing the right distribution of product can be more profitable for various parties. Because with proper distribution it can minimize costs, efficient delivery times and customers can be fulfilled according to their requests. In order to distribute products properly, vehicle route distances must be minimized. The problem of minimizing vehicle routes is called the Vehicle Routing Problem (VRP). One of the variants of VRP is the Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP), which means that there are capacity constraints on the transport vehicles. After obtaining the optimal route, then the Vehicle Routing Problem with Multiple Trips (VRPMT) is applied to determine the required number of transport vehicles.

In this study, CVRP will be applied using the Saving Matrix Algorithm and Sequential Insertion Algorithm to determine the optimal route for UMKM Keripik Usus Mbak Zul. After being applied to UMKM Keripik Usus Mbak Zul, the results obtained from the Saving Matrix Algorithm resulted in a distance of 174 km, with a requirement of 3.48 liters of pertalite fuel equivalent to a price of IDR 34,800 and the distribution took 388 minutes or 6.47 hours. As for completing the route with the Sequential Insertion Algorithm, it produces a distance of 188.4 km, with a requirement of 3.77 liters of pertalite fuel equivalent to a price of IDR 37,700 and the distribution takes 408 minutes or 6.8 hours. The results of the calculations for each of these algorithms require one vehicle for distribution. So, it can be concluded that in the case of product distribution from UMKM Keripik Usus Mbak Zul, the Saving Matrix Algorithm is more optimal than the Sequential Insertion Algorithm.

Keywords: *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP), Vehicle Routing Problem with Multiple Trips (VRPMT), Saving Matrix Algorithm, Sequential Insertion Algorithm, and distribution.*

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab pertama akan disajikan tentang latar belakang masalah dari penelitian yang dilakukan, rumusan masalah, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, tinjauan pustaka, dan juga sistematika penulisan dari penelitian ini.

1.1. Latar Belakang Masalah

Pendistribusian merupakan kegiatan penyampaian jasa atau barang hasil dari produksi suatu pabrik ke pihak pelanggan sebagai konsumen dengan menggunakan kendaraan pengangkut. Dengan dilakukannya pendistribusian barang produk secara terstruktur dapat lebih menguntungkan berbagai pihak. Karena dengan pendistribusian yang terstruktur dapat meminimalkan biaya kirim dan mempersingkat waktu pengiriman dari barang produk tersebut. Meminimalkan biaya kirim ini dapat terdiri dari peminimalan jumlah kendaraan pengangkut yang digunakan, serta biaya bahan bakarnya dengan cara mencari rute terpendek dari setiap jalur yang dilewati oleh kendaraan tersebut, selain jarak tempuh menjadi pendek juga dapat meminimalkan waktu tempuh yang digunakan. Pada saat pendistribusian barang produk dari suatu tempat produksi, pastinya ada beberapa pihak yang saling berkaitan, yaitu tempat produksi yang sering disebut sebagai depot dan para pelanggan yang harus terpenuhi permintaanya dengan berbagai kendala yang dihadapi oleh kendaraan pada saat dilakukan pendistribusian barang produk tersebut.

Permasalahan pendistribusian produk tersebut dapat diselesaikan secara matematis. Dalam ilmu matematika terdapat materi teori graf, yang mana teori graf dapat digunakan untuk merepresentasikan denah atau lokasi dari depot dan juga setiap pelanggan yang akan dikunjungi. Secara ringkas, pihak-pihak yang saling berkaitan tersebut dapat dimisalkan menjadi simbol-simbol atau lambang, sehingga dapat menyederhanakan permasalahan pada kasus tersebut, dan dapat diselesaikan. Depot dan para pelanggan dapat dimisalkan menjadi titik-titik atau *vertex*, dan jalan

atau jalur yang saling menghubungkan antara depot dengan pelanggan atau antarpelanggan dapat dimisalkan menjadi garis atau *edge* dengan bobot yang berupa jarak dari setiap jalur yang saling menghubungkan titik-titik tersebut.

Setelah direpresentasikan menggunakan teori graf, kemudian permasalahan pendistribusian barang produk dapat diselesaikan dengan model matematika *Vehicle Routing Problem* (VRP), karena terdapat beberapa kendala atau batasan pada kendaraan pendistribusiannya, berbeda dengan *Travelling Salesman Problem* (TSP) yang dianggap tidak terdapat kendala atau batasan pada kendaraan pendistribusiannya. Pada permasalahan VRP terdapat dua macam metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimisasi penentuan rute, yaitu metode eksak dan metode heuristik, dimana metode eksak lebih ditekankan pada hasil yang optimal, sedangkan untuk metode heuristik pada hasil yang diperoleh sudah mendekati optimal dan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah relatif cepat. Pada dasarnya terdapat tiga macam penyelesaian VRP (Asteria, 2008). Pertama, solusi eksak, dilakukan pendekatan dengan menghitung setiap solusi yang mungkin hingga menghasilkan jawaban terbaik (optimal) tetapi jumlah pelanggan terbatas hanya sampai 50 titik, sebagai contoh *branch and bound* dan *branch and cut*. Kedua, heuristik atau heuristik klasik, metode ini memberikan suatu cara untuk menyelesaikan permasalahan optimasi yang lebih sulit dan dengan kualitas dan waktu penyelesaian yang lebih cepat dari pada solusi eksak, jumlah pelanggan banyak tidak menjadi kendala, contoh metode heuristik klasik adalah Algoritma *Saving Matrix*. Ketiga metaheuristik, adalah metode untuk melakukan eksplorasi yang lebih dalam pada daerah yang menjanjikan dari ruang solusi yang ada. Kualitas solusi yang dihasilkan dari metode ini jauh lebih baik dari pada yang diperoleh heuristik klasik, akan tetapi penyelesaian algoritma metode ini lebih sulit dari pada heuristik klasik. Contoh metode metaheuristik adalah *genetic algorithm*, *simulated annealing*, *tabu search* dan *ant colony system* (Dreo, et al., 2006).

Metode heuristik atau heuristik klasik menghasilkan solusi dengan kualitas yang baik (Sugiri, 2019). Karena ketika dijumpai masalah yang besar atau diperlukan solusi komputasi yang lebih cepat, maka metode heuristik ini lebih tepat digunakan. Metode heuristik dalam menyelesaikan VRP dapat dikategorikan

menjadi tiga kelompok (Laporte, 2010), pertama heuristik konstruktif (*constructive heuristic*) yaitu secara berurutan atau gradual membentuk solusi yang layak dengan memperhatikan biaya solusi, akan tetapi tidak terdapat fase perbaikan atau peningkatan. Kedua heuristik dua fase (*two phase heuristic*) yaitu dalam penyelesaian masalah metode ini dipecah menjadi dua komponen yaitu mengelompokkan (*clustering*) permasalahan ke dalam rute yang layak dan baru dilakukan pembuatan rute (*routing*), sehingga cara tersebut dapat dinyatakan dengan *clusterfirst route-second* dan *route first-cluster second*. Dan yang ketiga adalah metode perbaikan (*improvement methods*) yaitu metode ini mencoba mencari setiap solusi yang layak dengan melakukan pertukaran urutan titik kunjung, baik didalam rute itu sendiri (*intra route exchange*) maupun di luar rute yang sudah terbentuk (Sugiri, 2019).

Terdapat beberapa jenis dalam model VRP, seperti *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), *Vehicle Routing Problem with Times Windows* (VRPTW), *Vehicle Routing Problem with Backhauls* (VRPB) dan juga *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery* (VRPPD) (Toth & Vigo, 2002). Pada penelitian sebelumnya, sudah ada beberapa perbandingan yang dilakukan dengan menggunakan berbagai macam algoritma, dan diperoleh hasil yang optimal, akan tetapi hasil optimal tidak selalu diperoleh dari algoritma yang sama. Hal ini menunjukkan bahwa satu algoritma yang menentukan rute optimal pada suatu tempat produksi atau pabrik, belum tentu dapat digunakan untuk menentukan rute optimal pada pabrik yang lain. Oleh karena itu penulis akan menyusun penelitian ini dengan membandingkan Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion* untuk mendapatkan rute yang optimal. Pada penelitian ini akan dipilih jenis CVRP sebagai pembahasannya yang berarti terdapat kendala kapasitas pada kendaraan pengangkutnya, dan digunakan VRP *with Multi Trips* (VRPMT) atau sering disebut juga *Vehicle Routing Problem with Multiple use of vehicles* sebagai landasan untuk meminimalkan jumlah kendaraan pengangkut yang digunakan (Irnich, *et al.*, 2014). Jenis CVRP dipilih karena pada VRP jenis ini lebih sering dijumpai pada kehidupan nyata. Penelitian ini menggunakan heuristik dua fase (*two phase heuristic*) pada Algoritma *Saving Matrix* dan pada Algoritma *Sequential*

Insertion menggunakan metode perbaikan (*improvement methods*) sebagai kategori penyelesaian model VRP.

Pada penelitian ini akan dibahas secara jelas mengenai model matematika CVRP beserta penerapan dan perbandingan hasil dari Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion* dalam penentuan rute yang optimal. Dengan diperoleh rute yang optimal sehingga diharapkan juga akan meminimalkan biaya pengeluaran dalam pendistribusian suatu barang produk. Model matematika CVRP beserta Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion* ini akan diterapkan pada masalah pendistribusian barang produk dari usaha mikro Keripik Usus Mbak Zul. Penerapan pada usaha mikro Keripik Usus Mbak Zul diharapkan dapat membantu pemilihan rute yang optimal dalam pendistribusian keripik ususnya, sekaligus biaya pengeluaran dalam hal pendistribusian keripik ususnya dapat diminimalkan. Sehingga akan lebih menguntungkan bagi usaha mikro Keripik Usus Mbak Zul.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan dari uraian latar belakang sebelumnya, maka diperoleh rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Bagaimana mengkaji model matematika pada CVRP ?
2. Bagaimana penerapan dan hasil perbandingan dari Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion* pada pendistribusian produk Keripik Usus Mbak Zul?

1.3. Batasan Masalah

Adapun beberapa batasan masalah dalam penelitian ini guna untuk menghindari pelebaran pokok bahasan, yaitu sebagai berikut:

1. Diasumsikan kondisi dan jalur pendistribusian lancar tanpa kendala dan kendaraan juga dalam kondisi baik.
2. Jenis VRP pada penelitian ini adalah CVRP biasa, sehingga pada saat dilakukan pendistribusian tidak ada penjemputan barang produk dari pelanggan.

3. Pelanggan dapat dikunjungi satu kali dalam periode waktu yang sudah ditentukan.
4. Jarak dari depot ke pelanggan dan jarak antarpelanggan diperoleh dengan bantuan aplikasi *Google Maps* pada aplikasi *smartphone*.

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan dari rumusan masalah sebelumnya, maka tujuan dari penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Memahami bentuk model matematika pada CVRP.
2. Mengetahui penerapan dan hasil perbandingan dari Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion* pada pendistribusian produk Keripik Usus Mbak Zul?

1.5. Manfaat Penelitian

Diharapkan penelitian ini dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi penulis, dapat memahami model matematika CVRP, Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion*.
2. Bagi pembaca, dapat menambah wawasan mengenai model matematika CVRP, Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion*.
3. Bagi instansi, dapat mengetahui kebutuhan jumlah kendaraan dan rute optimal yang bisa digunakan untuk pendistribusian barang produksinya.

1.6. Metode Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah studi literatur dan penelitian terapan. Studi literatur merupakan metode penelitian pada tahap awal dengan membaca dan mempelajari artikel atau jurnal, skripsi dan buku-buku yang digunakan untuk memahami dasar-dasar dari teori dan materi yang akan digunakan pada penelitian. Topik permasalahan pada penelitian ini adalah *Vehicle Routing Problem* (VRP) atau masalah rute kendaraan. Topik permasalahan ini diambil karena masih sangat populer dan relevan pada saat ini. Hal ini dapat dibuktikan

dengan adanya beberapa penelitian tentang *Vehicle Routing Problem* (VRP) yang dilakukan pada waktu baru-baru ini.

Setelah melakukan studi literatur dengan membaca dan memahami tentang materi *Vehicle Routing Problem* (VRP), peneliti juga memberlakukan metode penelitian terapan (*applied research / practical research*) pada penelitian ini. Metode penelitian terapan menurut Nazir merupakan penelitian yang dilakukan terus menerus pada suatu masalah dengan tujuan digunakan untuk keperluan tertentu, dengan hasil penelitian tidak harus merupakan pertemuan yang baru, namun merupakan aplikasi baru dari penelitian yang telah dibahas sebelumnya (Nazir, 2011). Sehingga metode penelitian terapan dapat memperoleh aplikasi baru atau ada pemberbaharuan metode atau hasil dari penelitian yang telah dilakukan sebelumnya. Penelitian terapan bertujuan untuk menerapkan, menguji, dan mengevaluasi teori model, pendekatan, teknik, atau strategi yang digunakan untuk memecahkan masalah dalam dunia pendidikan sehingga dapat dimanfaatkan oleh masyarakat (Rukminingsih, *et al.*, 2020).

Bahasan utama pada penelitian ini merupakan penentuan rute kendaraan berkapasitas agar optimal dengan menggunakan dua algoritma, yang masing-masing dari algoritma tersebut akan langsung menghasilkan rute yang optimal. Kemudian hasil dari kedua algoritma yang telah optimal tersebut akan dibandingkan untuk ditentukan algoritma yang lebih optimal dan cocok untuk diterapkan pada suatu tempat produksi atau pabrik tertentu. Untuk menggunakan beberapa algoritma tersebut, terlebih dahulu akan dibentuk model matematika dari *Vehicle Routing Problem* (VRP) atau masalah rute kendaraan agar dapat memenuhi persyaratan dan tidak melanggar kendala yang ada. *Vehicle Routing Problem* (VRP) yang diterapkan pada penelitian ini merupakan VRP yang terdapat kendala pada kapasitas kendaraan pengangkutnya atau dalam literatur biasa disebut *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP). Salah satu metode heuristik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan transportasi dalam penentuan rute dan jadwal distribusi adalah Algoritma *Saving Matrix* (Sutoni & Apipudin, 2019). Untuk membandingkan hasilnya, maka juga akan digunakan Algoritma *Sequential Insertion* sebagai algoritma pembandingnya.

Setelah dibentuk model matematika dari *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), kemudian model akan diterapkan pada masalah yang nyata dan akan diselesaikan dengan menggunakan Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion*. Diharapkan dengan menggunakan dua algoritma yang berbeda akan diperoleh dua hasil yang berbeda pula, dan dengan membandingkan hasil perhitungan dari kedua algoritma tersebut akan ditentukan hasil yang optimal. Model matematika dari *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) ini akan diterapkan pada masalah yang nyata. Oleh karena itu, pada penelitian ini juga akan digunakan data yang nyata pula, yaitu data pendistribusian barang produk yang diperoleh dari usaha mikro Keripik Usus Mbak Zul. Kemudian data tersebut akan dihitung dan dianalisa dengan menggunakan beberapa algoritma yang sudah ditetapkan sebelumnya. Setelah diperoleh hasilnya, maka akan dipilih hasil yang lebih optimal dan ditentukan algoritma mana yang cocok untuk diterapkan pada usaha mikro Keripik Usus Mbak Zul.

1.7. Tinjauan Pustaka

Pada penelitian ini, penulis menggunakan jurnal yang berjudul “*Solving capacitated vehicle routing problem using saving matrix, sequential insertion, and nearest neighbor of product ‘X’ in Grobogan district*” sebagai referensi utama (Fitriani, *et al.*, 2021). Jurnal tersebut berisi bahasan mengenai perbandingan dari ketiga algoritma yang digunakan dalam pendistribusian produk dan diperoleh hasil berupa jarak dan biaya yang optimal dengan menggunakan Algoritma *Saving Matrix* sebesar 126,6 km dengan biaya bahan bakar yang digunakan sebesar Rp. 96.849. Referensi lain yang digunakan penulis sebagai tinjauan pustaka adalah jurnal dengan judul “Penerapan Metode *Saving Matrix* dan *Algoritma Nearest Neighbor* dalam Menentukan Rute Distribusi untuk Meminimalkan Biaya Transportasi pada PT. XYZ” jurnal tersebut membahas mengenai penggunaan dari kedua algoritma tersebut untuk mendapatkan rute yang optimal. Dari pembahasan tersebut diperoleh hasil yang optimal dengan jarak sejauh 1644 km, jarak tersebut lebih dekat dari pada jarak awal yang sejauh 1931 km (Perdana, *et al.*, 2021).

Selain dari jurnal, penulis juga menggunakan sumber lain sebagai referensi dalam penelitian ini, seperti dari skripsi yang berjudul “Efektivitas Algoritma *Clarke-Wright* Dan *Sequential Insertion* dalam Penentuan Rute Pendistribusian Aqua pada PT. Tirta Investama Medan” yang membahas mengenai perbandingan dari kedua algoritma tersebut. Kemudian diperoleh Algoritma *Clarke-Wright* sebagai penentu rute optimal pada PT. Tirta Investama Medan dengan jarak 37,2 km, lebih dekat dari pada dengan *Sequential Insertion* dengan jarak 37,95 km (Hariati, 2020). Skripsi yang berjudul “Efektivitas Metode *Sequential Insertion* dan Metode *Nearest Neighbour* dalam Penentuan Rute Kendaraan Pengangkut Sampah di Kota Yogyakarta” membahas mengenai perbandingan keefektifan dari kedua metode yang digunakan tersebut dan diperoleh hasil yang paling efektif dengan menggunakan Metode *Nearest Neighbor* dengan jarak 310,66 km, jarak tersebut lebih efektif 32,86 km dari pada Metode *Sequential Insetion* (Putra, 2014). Skripsi yang berjudul “Pengoptimalan Rute Distribusi Produk Tisu di CV Maple Semarang dengan Menggunakan Metode *Saving Matrix* dan *Nearest Insertion*” membahas mengenai perbandingan dari kedua metode yang digunakan dan diperoleh hasil yang optimal dengan menggunakan Metode *Nearest Insertion* untuk mendistribusikan produk tisu dari CV Maple Semarang, terbukti metode *Nearest Insertion* lebih efektif dibandingkan dengan menggunakan metode *Saving Matrix* (Suparmi, 2020). Dari beberapa tinjauan pustaka berupa jurnal atau artikel dan skripsi, penulis juga akan menggunakan buku-buku tentang permasalahan rute sebagai sumber referensi selanjutnya. Adapun buku yang akan digunakan dalam penelitian ini nantinya adalah buku “*Vehicle Routing Problems, Methods, and Applications*” baik edisi pertama maupun edisi kedua (Toth & Vigo, 2002) dan (Toth & Vigo, 2014) serta buku “*The Vehicle Routing Problem Latest Advances and New Challenges*” (Golden, *et al.*, 2008), ada juga beberapa jurnal artikel dalam “*Mathematical Problem in Enggineering, Theory, Methods, and Applications*” (Kao, *et al.*, 2012). Selain itu juga ada bahan ajar dari universitas lain di antaranya ada bahan ajar Teori Graf dari jurusan matematika UNHASS Makassar (Hasmawati, 2015) dan bahan ajar Pemodelan Matematika dari jurusan matematika UIN Syarif Hidayatullah Jakarta (Manaqib, 2021). Data yang digunakan dalam

penelitian ini merupakan data sekunder, yaitu data yang diperoleh dari sumber yang sudah ada. Adapun sumber data tersebut dari penelitian skripsi yang berjudul “Penerapan Algoritma *Sweep* dalam Menyelesaikan *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) pada Optimasi Rute Distribusi” (Qondiyana, 2017). Selanjutnya akan dirangkum persamaan dan perbedaan antara penelitian ini dengan beberapa penelitian sebelumnya dalam bentuk tabel.

Berikut disajikan tabel persamaan dan perbedaan antara penelitian ini dengan beberapa penelitian sebelumnya.

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka

Nama Peneliti	Judul Penelitian	Persamaan dan Perbedaan
Nur Anisa Fitriani, Rama Aditya Pratama, Siti Zahro, Putranto Hadi Utomo dan Titin Sri Martini (Fitriani, <i>et al.</i> , 2021).	<i>Solving Capacitated Vehicle Routing Problem Using Saving Matrix, Sequential Insertion and Nearest Neighbor of Product 'X' in Grobogan District.</i>	Persamaannya terletak pada algoritma yang digunakan dan perbedaannya tidak terdapat VRPMT pada penelitian ini, tidak terdapat perhitungan waktu, dan beda studi kasusnya.
Ayu Hariati (Hariati, 2020).	Efektivitas Algoritma <i>Clarke-Wright</i> dan <i>Sequential Insertion</i> dalam Penentuan Rute Pendistribusian Aqua pada PT. Tirta Investama Medan.	Persamaannya terletak pada algoritma yang digunakan, terdapat VRPMT dan perbedaannya terletak pada kriteria pemilihan pelanggan terdekat dari depot, tidak terdapat perhitungan waktu, dan beda studi kasusnya.
Rian Anggara Putra (Putra, 2014).	Efektivitas Metode <i>Sequential Insertion</i> dan Metode <i>Nearest Neighbor</i> dalam Penentuan Rute Kendaraan Pengangkut Sampah di Kota Yogyakarta.	Persamaannya terletak pada algoritma yang digunakan, terdapat VRPMTIF (<i>intermediate facility</i>), terdapat perhitungan waktu dan perbedaannya tidak menggunakan Algoritma <i>Saving Matrix</i> , beda studi kasusnya.

1.8. Sistematika Penulisan

Pada penulisan penelitian ini dibuat sistematika penulisan agar mempermudah penulis dalam penyusunannya yang terdiri dari 5 bab sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab pertama berisi uraian tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, tinjauan pustaka dan sistematika penulisan dalam penyusunan penelitian ini.

BAB II DASAR TEORI

Pada bab kedua berisi kajian tentang dasar-dasar dari teori yang digunakan pada penelitian ini, seperti penjelasan optimasi, distribusi, graf, penjelasan tentang *Travelling Salesman Problem* (TSP) dan penjelasan tentang *Vehicle Routing Problem* (VRP) serta penjelasan singkat mengenai jenis-jenis VRP dan metode-metode penyelesaian dari *Capacitated Vehicle Routing Problem* CVRP.

BAB III PEMBAHASAN

Pada bab ketiga berisi pembahasan tentang pembentukan model matematika pada *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), pembahasan tentang *Vehicle Routing Problem with Multiple Trips* (VRPMT), dan juga pembahasan mengenai kedua algoritma yang digunakan pada penelitian ini, antara lain Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion*.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab keempat berisi tentang penjelasan profil instansi atau lebih tepatnya Usaha Mikro Kecil dan Menengah (UMKM) Keripik Usus Mbak Zul yang akan diambil datanya dan juga perhitungan yang merupakan penerapan dari model matematika *Capacitated Vehicle Routing Problem*

(CVRP) berupa perhitungan dari Algoritma *Saving Matrix* dan Algoritma *Sequential Insertion*. Setelah diperoleh hasilnya, maka akan dibandingkan dan ditentukan hasil yang lebih optimal.

BAB V PENUTUP

Pada bab kelima akan dipaparkan kesimpulan dari hasil perhitungan yang telah dilakukan dengan menggunakan kedua algoritma, sekaligus telah menjawab pertanyaan dari rumusan masalah, dan juga pada bab terakhir ini terdapat saran dari penulis terkait penggunaan kedua algoritma yang bertujuan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB V

PENUTUP

Pada bab yang kelima akan diuraikan jawaban dari rumusan masalah pada penelitian ini.

5.1. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dari perbandingan Algoritma *Saving Matrix* dan *Sequential Insertion* pada pengoptimalan masalah rute kendaraan berkapasitas, diperoleh model matematika *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) sebagai berikut:

Fungsi tujuan:

Tujuan CVRP adalah untuk meminimalkan total biaya perjalanan (Z).

$$Z = \text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} X_{ij}^k.$$

Fungsi kendala / batasan:

1. Setiap pelanggan hanya dikunjungi tepat satu kali.

a. Mengunjungi pelanggan.

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in \delta^-(j)} X_{ij}^k = 1, \quad \forall j \in N.$$

b. Meninggalkan pelanggan.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \delta^+(i)} X_{ij}^k = 1, \quad \forall i \in N.$$

2. Kendaraan selalu tersedia di depot.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \delta^+(0)} X_{0j}^k = |K|, \quad \forall k \in K.$$

3. Jumlah perjalanan kendaraan yang melayani pelanggan tidak kurang dari jumlah minimal perjalanan kendaraan yang dibutuhkan $r(S)$.

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \delta^+(S)} X_{ij}^k \geq r(S), \quad \forall S \subseteq N, S \neq \emptyset.$$

4. Rute berjalan berkelanjutan.

$$\sum_{i \in \delta^-(a)} X_{ia}^k - \sum_{j \in \delta^+(a)} X_{aj}^k = 0, \quad \forall k \in K; \quad \forall a \in N.$$

5. Setiap kendaraan mengangkut barang produk tidak melebihi kapasitas kendaraan.

$$\sum_{(i,j) \in A} q_i Y_{ij}^k \leq Q, \quad \forall k \in K.$$

6. Waktu tempuh pada setiap rute T_k tidak melebihi batas waktu maksimal yang sudah ditentukan T .

$$\sum_{(i,j) \in A} t_{ij} X_{ij}^k + (l+u) \sum_{(i,j) \in A} q_i Y_{ij}^k \leq T, \quad \forall k \in K.$$

7. Setiap rute perjalanan kendaraan harus berawal dan berakhir di depot.

$$\sum_{j \in \delta^+(0)} X_{0j}^k = \sum_{i \in \delta^-(0)} X_{i0}^k, \quad \forall k \in K.$$

a. Meninggalkan depot.

$$\sum_{j=0}^n X_{0j}^k = 1.$$

b. Menuju depot.

$$\sum_{i=0}^n X_{i0}^k = 1.$$

Selanjutnya ada model matematika dari *Vehicle Routing Problem with Multiple use of vehicles* (VRPMT):

$$T_1 + T_2 + \dots + T_r \leq T.$$

Algoritma *Saving Matrix* dan *Sequential Insertion* diterapkan pada kasus pendistribusian dari UMKM Keripik Usus Mbak Zul yang beralamat di Tempel, Sleman untuk diselesaikan penentuan rutenya. Penyelesaian masalah CVRP dengan menggunakan Algoritma *Saving Matrix* adalah sebagai berikut:

No	Rute	Urutan Kunjungan
1	Pertama	Rumah Pak Jarzi → Pasar Rejodani → Pasar Condong Catur → Pasar Gowok → Pasar Demangan → Rumah Pak Jarzi
2	Kedua	Rumah Pak Jarzi → Pasar Tlogorejo → Pasar Gamping → Pasar Sleman Baru → Rumah Pak Jarzi

3	Ketiga	Rumah Pak Jarzi → Pasar Godean → Pasar Kranggan → Rumah Pak Jarzi
4	Keempat	Rumah Pak Jarzi → Pasar Pakem → Pasar Turi → Pasar Tempel → Rumah Pak Jarzi
5	Kelima	Rumah Pak Jarzi → Pasar Ngino → Rumah Pak Jarzi

Selanjutnya untuk penyelesaian masalah CVRP dengan menggunakan Algoritma *Sequential Insertion* diperoleh sebagai berikut:

No	Rute	Urutan Kunjungan
1	Pertama	Rumah Pak Jarzi → Pasar Tempel → Pasar Ngino → Rumah Pak Jarzi
2	Kedua	Rumah Pak Jarzi → Pasar Sleman Baru → Pasar Rejodani → Pasar Condong Catur → Pasar Pakem → Pasar Turi → Rumah Pak Jarzi
3	Ketiga	Rumah Pak Jarzi → Pasar Godean → Pasar Tlogorejo → Rumah Pak Jarzi
4	Keempat	Rumah Pak Jarzi → Pasar Kranggan → Pasar Demangan → Pasar Gowok → Rumah Pak Jarzi
5	Kelima	Rumah Pak Jarzi → Pasar Gamping → Rumah Pak Jarzi

Berdasarkan hasil perhitungan dari Algoritma *Saving Matrix* dan *Sequential Insertion* pada UMKM Keripik Usus Mbak Zul, kedua algoritma tersebut menghasilkan perhitungan jarak yang berbeda. Penyelesaian rute dengan Algoritma *Saving Matrix* menghasilkan jarak 174 km, dengan kebutuhan bahan bakar pertalite sebanyak 3,48 liter setara dengan harga Rp 34.800 dan pendistribusian tersebut membutuhkan waktu selama 388 menit atau 6,47 jam. Selanjutnya untuk penyelesaian rute dengan Algoritma *Sequential Insertion* menghasilkan jarak 188,4 km, dengan kebutuhan bahan bakar pertalite sebanyak 3,77 liter setara dengan harga Rp 37.700 dan pendistribusian tersebut membutuhkan waktu selama 408 menit atau 6,8 jam. Hasil dari perhitungan masing-masing algoritma tersebut dibutuhkan satu kendaraan untuk pendistribusian produk Keripik Usus Mbak Zul. Oleh karena itu,

setelah dibandingkan di antara kedua algoritma tersebut diketahui bahwasanya dalam kasus pendistribusian produk dari UMKM Keripik Usus Mbak Zul, Algoritma *Saving Matrix* lebih optimal dari pada Algoritma *Sequential Insertion*.

5.2. SARAN

Berdasarkan pembahasan mengenai perbandingan Algoritma *Saving Matrix* dan *Sequential Insertion* pada pengoptimalan masalah rute kendaraan berkapasitas, penulis dapat memberikan saran-saran untuk penelitian selanjutnya sebagai berikut:

1. Untuk mempermudah penyelesaian CVRP, dapat digunakan aplikasi dengan pemrograman komputer.
2. Dengan kasus pendistribusian yang berbeda, model matematika CVRP tersebut dapat ditambah dengan model VPRTW atau terdapat kendala *times windows*.
3. Dapat ditambahkan penggunaan algoritma lain untuk membandingkan dengan hasil pada penelitian ini.



DAFTAR PUSTAKA

- Agnesia, Y., 2020. *Graf Bagian 2*. Sumatera Utara, Institut Teknologi Del.
- Andinita, K. I., 2009. *Penentuan Rute yang Optimal pada Distribusi Produk Gas Silinder Menggunakan Algoritma Differential Evolution*, Depok: Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Indonesia.
- Asteria, C., 2008. *Penentuan Rute Distribusi dengan Algoritma Tabu Search untuk VRP dengan Time Windows*, Depok: Prodi Teknik Industri Program Pasca Sarjana Bidang Ilmu Teknik UI.
- Berlianty, I. & Arifin, M., 2010. *Teknik-teknik optimasi heuristik*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Dreo, J., Siarry, P., Petrowski, A. & Taillard, E., 2006. *Metaheuristics for Hard Optimization*. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Fitriani, N. A. et al., 2021. *Solving Capacitated Vehicle Routing Problem Using Matrix, Sequential Insertion, and Nearest Neighbor of Product 'X' in Grobogan District*. Surakarta, Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sebelas Maret.
- Golden, B., Raghavan, S. & Wasil, E., 2008. *The Vehicle Routing Problem Latest Advances and New Challenges*. New York: Springer Science+Business Media, LLC.
- Gustin, G. & Punnen, A. P., 2006. *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*. New York: Springer Science & Business Media.
- Hariati, A., 2020. *Efektivitas Algoritma Clarke-Wright dan Sequential Insertion dalam Penentuan Rute Pendistribusian AQUA pada PT. Tirta Investama Medan*, Medan: Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara.
- Hasmawati, 2015. *Bahan Ajar Teori Graf*. Makassar: Jurusan Matematika FMIPA UNHAS.
- Irnich, S., Toth, P. & Vigo, D., 2014. The Family of Vehicle Routing Problems. Dalam: P. Toth & D. Vigo, penyunt. *Vehicle Routing Problem, Methods, and Applications*. 2 penyunt. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics and the Mathematical Optimization Society, pp. 1-23.
- Kao, Y., Chen, M.-H. & Huang, Y.-T., 2012. A Hybrid Algorithm Based on ACO and PSO for Capacitated Vehicle Routing Problems. In: *Mathematical Problem in Engineering*. s.l.:Hindawi Publishing Corporation, p. 16.
- Koh, K. M., Dong, F., Ng, K. L. & Tay, E. G., 2015. *Graph Theory Undergraduate Mathematics*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd..

- Laporte, G., 2010. *Fifty Years of Vehicle Routing*, Canada: Canada Research Chair in Distribution Management.
- Manaqib, M., 2021. *Modul Perkuliahan Pemodelan Matematika*. Jakarta: Prodi Matematika UIN Syarif Hidayatullah.
- MZI, 2017. *Dasar Teori Graf (Bagian 1) Beberapa Definisi Formal Graf - Representasi Matriks untuk Graf*. Bandung, Fakultas Informatika, Telkom University.
- Nash, S. G. & Sofer, A., 1996. *Linear and Nonlinear Programming*. New York: McGraw-Hill.
- Nazir, M., 2011. *Metode Penelitian*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Perdana, V. A., Hunusalela, Z. F. & Prasasty, A. T., 2021. Penerapan Metode Saving Matrix dan Algoritma Nearest Neighbor dalam Menentukan Rute Distribusi untuk Meminimalkan Biaya Transportasi pada PT. XYZ. *JATI UNIK Jurnal Ilmiah Teknik dan Manajemen Industri Universitas Kadiri*, 4(2), pp. 91-105.
- Putra, R. A., 2014. *Efektivitas Metode Sequential Insertion dan Metode Nearest Neighbour dalam Penentuan Rute Kendaraan Pengangkut Sampah di Kota Yogyakarta*, Yogyakarta: Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas MIPA UNY.
- Qondiyana, D., 2017. *Penerapan Algoritma Sweep dalam Menyelesaikan Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) pada Optimasi Rute Distribusi*, Yogyakarta: Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga.
- Rukminingsih, Adnan, G. & Latief, M. A., 2020. *Metode Penelitian Pendidikan Penelitian Kuantitatif, Penelitian Kualitatif, Penelitian Tindakan Kelas*. Sleman: Erhaka Utama.
- Saragih, J. A., 2019. *Algoritma Clarke and Wright Savings untuk Optimasi Rute Pendistribusian*, Medan: Departemen Matematika Fakultas MIPA USU.
- Siang, J. J., 2014. *Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis*. 2 penyunt. Yogyakarta: C.V. Andi Offset.
- Sudjono, H. & Noor, S., 2011. Penerapan Supply Chain Management pada Proses Manajemen Distribusi dan Transportasi untuk Meminimasi Waktu dan Biaya Pengiriman. *Jurnal Poros Teknik*, 3(1), pp. 26-33.
- Sugiri, W., 2019. *Sugiri's Parked File*. [Online] Available at: <https://ayahyantoblog.wordpress.com/2019/12/10/vrp-vehicle-routing-problem-with-heuristic-improvement/> [Accessed 6 Agustus 2022].
- Suparmi, 2020. *Pengoptimalan Rute Distribusi Produk Tisu di CV Maple Semarang dengan Menggunakan Metode Saving Matrix dan Nearest Insertion*, Semarang: Jurusan Matematika Fakultas MIPA UNNES.

- Susanta, B., 1994. *Program Linear*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi.
- Sutoni, A. & Apipudin, I., 2019. Optimalisasi Penentuan Rute Distribusi Pupuk untuk Meminimalkan Biaya Transformasi dengan Metode Saving Matrix. *Spektrum Industri*, 17(2), pp. 143-155.
- Toth, P. & Vigo, D., 2002. An Overview of Vehicle Routing Problems. In: P. Toth & D. Vigo, eds. *The Vehicle Routing Problem*. 1 ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, pp. 1-23.
- Toth, P. & Vigo, D., 2014. The Family of Vehicle Routing Problems. In: K. Scheinberg, ed. *Vehicle Routing Problems, Methods, and Applications*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics and the Mathematical Optimization Society, pp. 1-23.
- Winston, W. L., 2004. *Operations Research: Applications and Algorithms*. New York: Duxbury.
- Yunitasari, A., 2014. *Optimalisasi Rute Pengangkutan Sampah di Kabupaten Sleman Menggunakan Metode Saving Matrix*, Yogyakarta: Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas MIPA UNY.

