

**SKRIPSI**  
**PENERAPAN METODE EMPIRICAL BEST**  
**LINEAR UNBIASED PREDICTION (EBLUP)**  
**PADA MODEL PENDUGAAN AREA KECIL**  
**(Studi Kasus : Analisis Tingkat Kemiskinan di**  
**Kabupaten Bantul di Tahun 2020)**



**ANNISA AGUSTIN PRAMESTI SURYA**

**18106010001**

**SUNAN KALIJAGA**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN**

**KALIJAGA**

**YOGYAKARTA**

**2022**

**PENERAPAN METODE EMPIRICAL BEST LINEAR  
UNBIASED PREDICTION (EBLUP) PADA MODEL  
PENDUGAAN AREA KECIL**

**(Studi Kasus : Analisis Tingkat Kemiskinan di Kabupaten  
Bantul di Tahun 2020)**

**SKRIPSI**

Untuk memenuhi sebagian persyaratan mencapai derajat Sarjana  
S-1 Program Studi Matematika



diajukan oleh:

**ANNISA AGUSTIN PRAMESTI SURYA  
18106010001**

**Kepada**  
**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**  
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA**  
**YOGYAKARTA**

**2022**

# SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI / TUGAS AKHIR



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga



FM-UIINSK-BM-05-03/R0

## SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI /TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada  
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta  
di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Annisa Agustin Pramesti Surya

NIM : 18106010001

Judul Skripsi : Penerapan Metode *Empirical Best Linier Unbiased Prediction* (EBLUP) pada Pendugaan Area Kecil (Studi Kasus: Estimasi Tingkat Kemiskinan di Kabupaten Bantul Tahun 2020).

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, Desember 2022

Pembimbing I

Pembimbing II

Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si.

Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.

NIP. 19790922 200801 1 011

NIP. 19861208 201503 2 006

# PENGESAHAN TUGAS AKHIR



KEMENTERIAN AGAMA  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

## PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-99/Un.02/DST/PP.00.9/01/2023

Tugas Akhir dengan judul : PENERAPAN METODE EMPIRICAL BEST LINEAR UNBIASED PREDICTION (EBLUP) PADA MODEL PENDUGAAN AREA KECIL (STUDI KASUS: ANALISIS TINGKAT KEMISKINAN DI KABUPATEN BANTUL DI TAHUN 2020)

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : ANNISA AGUSTIN PRAMESTI S  
Nomor Induk Mahasiswa : 18106010001  
Telah diujikan pada : Jumat, 16 Desember 2022  
Nilai ujian Tugas Akhir : A/B

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

### TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Mohammad Farhan Quadratullah, S.Si., M.Si  
SIGNED

Valid ID: 63bd8c4790549



Penguji I

Pipit Prafiwi Rahayu, S.Si., M.Sc.  
SIGNED

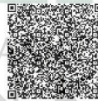
Valid ID: 63b1460b6c6b



Penguji II

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si.,  
M.Si.  
SIGNED

Valid ID: 63a13c778b800



Yogyakarta, 16 Desember 2022  
UIN Sunan Kalijaga  
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
Dr. Dra. Hj. Khumri Wardati, M.Si.  
SIGNED

Valid ID: 63b07d31e533f

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

### SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertandatangan dibawah ini :

Nama : Annisa Agustin Pramesti Surya

NIM : 18106010001

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan Ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Bantul,

Yang Menyatakan



Annisa Agustin Pramesti Surya

## **PERSEMBAHAN**

*Dengan mengucap doa dan rasa syukur kepada Allah SWT, skripsi ini saya mempersembahkan untuk:*

*Kedua Orang tua, Calon Mertua, dan Calon Suami yang selalu mendoakan, memberi semangat, dan nasehat yang tidak bisa ternilai harganya demi keberhasilanku.*

*Semua Keluarga besar, baik itu yang terdekat darah ataupun tidak yang juga selalu memberikan doa dan motivasinya.*

*Almamater Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.*

*Teman-teman matematika angkatan 2018 yang telah bersama-sama berjuang menempuh pendidikan ini.*



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## MOTTO

“Hasil tertinggi pendidikan adalah toleransi.” –Helen Keller.



## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Wr.Wb.*

Puja dan Puji syukur penulis senantiasa panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan semua rahmat dan hidayah-Nya sehingga skripsi yang berjudul “Penerapan Metode Empirical Best Linear Unbiased Production (EBLUP) Pada Model pendugaan Area Kecil (Studi Kasus : Analisis Tingkat Kemiskinan di Kabupaten Bantul di Tahun 2020)” dapat terselesaikan guna memenuhi syarat memperoleh gelar sarjana-1 di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta. Sholawat serta salam selalu yang telah menjadi suri tauladan yang baik bagi umatnya.

Keberhasilan penulisan skripsi ini dapat selesai dengan lancar kerana tidak lepas dari arahan, bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak baik itu secara moral maupun materil. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati izinkan penulis mengucapkan rasa terimakasih sedalam-dalamnya kepada:

1. Prof. Dr. Phil Al Makin, M.A., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.



3. Muchammad Abrori , S. Si., M.Kom., selaku dosen pembimbing akademik dan Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Mohammad Farhan Quadratullah, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing skripsi I yang telah membeikan ilmu baik itu berupa nasehat dan kritik kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. Pipit Pratiwi Rahayu, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing II yang juga telah membantu memberikan ilmu baik itu berupa nasehat dan kritik kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Bapak/Ibu dosen dan staff Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
7. Bapak Suryono dan Ibu Astuti Supriatun selaku orang tua penulis yang telah mendukung memberikan doa yang selalu dipanjatkan, kasih sayang, dukungan yang tidak dapat terhitung jumlahnya kepada penulis.
8. Bapak Suparman dan Ibu Sadiyah selaku calon mertua penulis yang telah mendukung memberikan doa yang selalu dipanjatkan, kasih sayang, dukungan yang tidak dapat terhitung jumlahnya kepada penulis.
9. Mas Arif Johanudin selaku calon suami penulis yang telah mendukung memberikan doa yang selalu di

panjatkan, kasih sayang, dukungan, memfasilitasi untuk mengerjakan skripsi, dukungan yang tidak dapat terhitung jumlahnya kepada penulis.

10. Semua keluarga besar baik yang berkaitan darah atau tidak yang telah memberikan doa, perhatian, dukungan dan semangat yang tidak pernah berhenti kepada penulis.
11. Keluarga besar Matematika angkatan 2018 yang kadang-kadang menemani memberikan dukungan selama menuntut ilmu selama 4 tahun ini.
12. Semua pihak yang telah memberikan doa dan dukungan kepada penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga Allah SWT menerima semua amal kebaikan dan memberikan balasan yang jauh lebih berlipat-lipat kebaikan atas semua pihak kepada penulis. Dengan demikian, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca dalam memberikan informasi yang baru.

*Wassalammu 'alaikum Wr. Wb.*

Bantul,

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN COVER .....	i
SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI / TUGAS AKHIR .....	ii
PENGESAHAN TUGAS AKHIR .....	iii
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN .....	iv
PERSEMBAHAN .....	v
MOTTO .....	vi
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI .....	x
DAFTAR TABEL .....	xv
DAFTAR GAMBAR.....	xvi
DAFTAR LAMPIRAN .....	xvii
DAFTAR SIMBOL .....	xviii
INTISARI.....	xx
ABSTRACT .....	xxii
BAB 1 PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Batasan Masalah .....	6
1.4 Tujuan Penelitian .....	7
1.5 Manfaat Penelitian .....	7
1.6 Tinjauan Pustaka.....	8
1.7 Sistematika Penulisan .....	12
BAB II LANDASAN TEORI.....	14
2.1 Konsep Dasar Mendapatkan Data.....	14
2.1.1 Data .....	14

2.1.2 Populasi dan Sampel .....	17
2.1.3 Sensus dan Survei.....	21
2.2 Matrik.....	26
2.2.1 Operasi Matrik.....	27
2.2. 2 Transpose Matrik.....	30
2.2.3 Bentuk Kuadratik dan Definit Positif.....	31
2.2.4 Matrik Partisi.....	32
2.2.5 Matrik dalam Sistem Linier.....	33
2.2.6 Diferenisasi Matrik.....	34
2.2.7 Translation-Invariant.....	37
2.3 Variabel Random .....	38
2.4 Distribusi Variabel Random .....	39
2.4.1 Distribusi Variabel Random Diskrit.....	40
2.4.2 Distribusi Variabel Random Kontinu.....	41
2.4.3 Distribusi Normal.....	43
2.4.4 Distribusi Normal Multivariat.....	44
2.4.5 Fungsi Likelihood dan Log-Likelihood Distribusi Normal Multivariat.....	45
2.5 Metode Lagrange .....	46
2.6 Deret Taylor.....	46
2.7 Metode Iterasi Newton-Raphson .....	47
2.8 Analisis Regresi .....	50
2.8.1 Analisis Regresi Sederhana.....	52
2.8.2 Analisis Regresi Berganda .....	53
2.8.3 Penyimpangan Dalam Analisis Regresi .....	53
2.8.4 General Linier Mixed Model (GLMM) .....	59

2.9 Estimasi.....	62
2.9.1 Teknik-Teknik Estimasi .....	62
2.9.2 Sifat-Sifat Estimator untuk Smpel Kecil ( $\leq 30$ )	74
2.9.3 Sifat-Sifat Estimator untuk sampel Besar ( $> 30$ )	
.....	78
2.10 Kovariansi dan Analisis Korelasi .....	79
2.10.1 Korelasi Spearman .....	82
2.10.2 Analisis Korelasi Kendal Tau .....	84
2.10.3 Analisis Korelasi <i>Product Momen</i> Person .....	85
2.11 Mean Square Error.....	86
2.12 Variabel respon dan variabel penyerta.....	88
2.13 Pendugaan Area Kecil .....	88
2.13.1 Pendugaan Langsung.....	91
2.13.2 Pendugaan Tidak Langsung .....	92
2.14 Kemiskinan .....	95
<b>BAB III METODE PENELITIAN .....</b>	<b>102</b>
3.1 Jenis Penelitian .....	102
3.2 Metode Pengambilan Data.....	103
3.3 Populasi dan Sampel.....	103
3.4 Variabel Penelitian.....	104
3.5 Metode Penelitian .....	104
3.6 Alat Pengolah Data .....	105
3.7 Flowchart .....	105
<b>BAB IV PEMBAHASAN .....</b>	<b>107</b>
4.1 Pendugaan Lngsung, Sintetik, dan Komplosit.....	107
4.1.1 Pendugaan Langsung.....	108

4.1.2	Pendugaan Sintetik.....	108
4.1.3	Pendugaan Komposit .....	109
4.2	Pendugaan BLUP pada Model Fy-Herriot.....	111
4.3	Pendugaan MSE BLUP pada Model Fay-Herriot.....	115
4.4	Pendugaan EBLUP pada Model Fay-Herriot .....	116
4.5	MSE EBLUP pada Model Fay-Herriot.....	119
4.6	Estimasi MSE EBLUP pada Model Fay-Herriot.....	123
<b>BAB V</b>	<b>STUDI KASUS .....</b>	<b>125</b>
<b>STUDI KASUS .....</b>		<b>125</b>
5.1	Profil Kabupaten Bantul .....	125
5.2	Analisis deskriptif untuk data .....	130
5.3	Pengujian Asumsi Normalitas pada Data .....	130
5.4	Karakteristik Variabel Penyerta.....	131
5.5	Pendugaan Langsung .....	132
5.6	Pendugaan Tidak Langsung.....	135
<b>BAB VI</b>	<b>PENUTUP.....</b>	<b>143</b>
6.1	Kesimpulan .....	143
6.2	Saran .....	146
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>		<b>147</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>		<b>152</b>
Lampiran 1 .....		152
Lampiran 2 .....		153
Lampiran 3 .....		154
Lampiran 4.....		154
Lampiran 5 .....		156
Lampiran 6.....		158

Lampiran 7 .....	160
Lampiran 8 .....	161
Lampiran 9 .....	165
Lampiran 10 .....	165
Lampiran 11 .....	167
Lampiran 12 .....	167
Lampiran 13 .....	170
Lampiran 14 .....	171
Lampiran 15 .....	171
Lampiran 16 .....	172
Lampiran 17 .....	174
Lampiran 18 .....	190
CURRICULUM VITAE .....	193



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka .....	12
Tabel 2. 1 Koefisien Korelasi.....	81
Tabel 3. 1 Variabel Penyerta.....	104
Tabel 5. 1 Presentase Penduduk Miskin di Provinsi DIY ..	127
Tabel 5. 2 Analisis Deskriptif.....	130
Tabel 5. 3 Nilai Korelasi Variabel Penyerta.....	131
Tabel 5. 4 Variabel Respon (Jumlah Penduduk Miskin)....	134
Tabel 5. 5 Nilai Taksiran Pengaruh Tetap ( $\beta^{\wedge}$ ) dengan Metode EBLUP .....	135
Tabel 5. 6 Nilai Estimasi Komponen Variansi dengan Metode EBLUP .....	135
Tabel 5. 7 Perbandingan Nilai Pendugaan Langsung dan EBLUP REML .....	137
Tabel 5. 8 Perbandingan Nilai MSE Langsung dan EBLUP REML.....	139
Tabel 5. 9 Perbandingan Nilai RRMSE Langsung dan EBLUP REML.....	141

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Kurva Distribusi Normal .....	43
Gambar 3. 1 Flowchart.....	106
Gambar 5. 1 Peta Kabupaten Bantul .....	126
Gambar 5. 2 Presentase Penduduk Miskin di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta .....	128
Gambar 5. 3 Grafik Jumlah Penduduk Miskin.....	129
Gambar 5. 4 Scatterplot untuk Variabel Respon dan Variabel Penyerta.....	134
Gambar 5. 5 Grafik Perbandingan Hasil Pendugaan.....	137
Gambar 5. 6 Grafik Perbandingan MSE .....	139
Gambar 5. 7 Grafik Perbandingan RRMSE .....	141

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 .....	152
Lampiran 2 .....	153
Lampiran 3 .....	154
Lampiran 4 .....	154
Lampiran 5 .....	156
Lampiran 6 .....	158
Lampiran 7 .....	160
Lampiran 8 .....	161
Lampiran 9 .....	165
Lampiran 10 .....	165
Lampiran 11 .....	167
Lampiran 12 .....	167
Lampiran 13 .....	170
Lampiran 14 .....	171
Lampiran 15 .....	171
Lampiran 16 .....	172
Lampiran 17 .....	174
Lampiran 18 .....	190



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## DAFTAR SIMBOL

$f(x)$	: fungsi dari x
$\eta$	: pengali <i>lagrange</i>
<i>i. i. d</i>	: <i>Independent Identically Distributed</i>
$m$	: banyak area
$\theta_i$	: parameter ke- i
$\hat{\theta}_i$	: estimasi langsung terhadap parameter
$E(\hat{\theta}_i)$ parameter	: nilai harapan dari estimasi terhadap parameter
$Y$	: variabel respon
$X$	: variabel penyerta
$\beta$	: koefisien regresi
$\hat{\beta}$ dari $\beta$	: estimasi parameter koefisien regresi
$b_i$	: konstanta ke- i
$v_i$	: pengaruh acak dari daerah ke- i
$e_i$	: <i>error</i> dari daerah ke-i
$var(Y)$	: variansi variabel Y

$\delta$  : vektor parameter dari variansi  $v_i$  dan

$e_i$

$\sigma_v^2$  : komponen variansi dari  $v_i$

$\sigma_{e_i}^2$  : komponen variansi dari  $e_i$

$\hat{\theta}_i^{BLUP}$  : pendugaan BLUP

$\hat{\theta}_i^{EBLUP}$  : pendugaan EBLUP

$MSE \left[ \left( \hat{\theta}_i^{BLUP} \right) \right]$  : pendugaan MSE BLUP

$MSE \left[ \left( \hat{\theta}_i^{EBLUP} \right) \right]$  : pendugaan MSE EBLUP

MSE : *Mean Square Error*

RRMSE : *Relative Root Mean Square Error*

ML : *Maximum Likelihood*

REML : *Restricted Maximum Likelihood*

$tr$  : *trace*

## INTISARI

# **PENERAPAN METODE *EMPIRICAL BEST LINEAR UNBIASED PREDICTION* (EBLUP) PADA PENDUGAAN AREA KECIL**

**(Studi Kasus : Analisis Tingkat Kemiskinan di Kabupaten Bantul Tahun 2020)**

Oleh :

**Annisa Agustin Pramesti Surya**

**18106010001**

Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) merupakan tehnik penyelesaian model pengaruh campuran Mean Square Error (MSE) yang dihasilkan dengan asumsi komponen varian yang telah diketahui. EBLUP berbasis level area dimana untuk mengestimasi parameter pengaruh tetap  $\beta$  menggunakan *Maximum Likelihood* (ML) dan komponen variansi  $\sigma_v^2$  dengan *Restricted Maximum Likelihood* (REML). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk meningkatkan keakuratan pendugaan terhadap parameter dengan metode pendugaan tidak langsung. Pendugaan tidak langsung bekerja dengan cara meminjam informasi dari area lain yang memiliki karakteristik yang hamper sama, bisa disebut dengan variable penyerta. Pendugaan tidak langsung salah satunya adalah *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP). Pendugaan tidak langsung dengan metode EBLUP menghasilkan nilai pendugaan RRMSE yang lebih kecil

dibanding RRMSE hasil pendugaan. Hasil RRMSE yang lebih kecil adalah 128,2128 sedangkan RRMSE hasil pendugaan adalah 138,2222.

Kata kunci : Area kecil, EBLUP, Level Area, ML, REML, RRMSE, Kemiskinan.



## ABSTRACT

### **APPLICATION OF THE *EMPIRICAL BEST LINEAR UNBIASED PREDICTION* (EBLUP)**

**(Case Study : Analysis of the Poverty Level in Bantul Regency in 2020)**

**By :**

**Annisa Agustin Pramesti Surya**

**18106010001**

Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) is a technique for completing the Mean Square Error (MSE) mixed effect model that is generated assuming a known component of the variance. EBLUP is based on the area level where to estimate the fixed effect parameter  $\beta$  using Maximum Likelihood (ML) and the variance component  $\sigma_v^2$  with Restricted Maximum Likelihood (REML). The purpose of this research is to improve the accuracy of parameter estimation using indirect estimation methods. Indirect estimation works by borrowing information from other areas that have almost the same characteristics, which can be called accompanying variables. One of the indirect predictions is the Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP). Indirect estimation using the EBLUP method produces a smaller RRMSE estimation than the estimated RRMSE result. The smaller RRMSE result is 128.2128 while the estimated RRMSE is 138.2222.

**Keywords :** Small area, EBLUP, Level Area, ML, REML, RRMSE, Poverty.

# **BAB 1**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Statistika adalah suatu disiplin ilmu yang mempelajari sekumpulan konsep dan metode pengumpulan, penyajian, analisis, dan interpretasi data sampai pada pengambilan keputusan (Qudratullah, 2012). Statistika dibagi menjadi 2 kelompok, yaitu statistika deskriptif dan statistika inferensia. Statistika deskriptif adalah statistika yang isinya tentang proses mengumpulkan, menyajikan dan mengolah data seperti membuat tabel, grafik, dan perhitungan yang menentukan nilai statistika. Statistika inferensia adalah statistika yang isinya tentang hubungan pada pengambilan keputusan. Statistik inferensia berhubungan pada penaksiran tentang karakteristik populasi, penentuan ada tidaknya hubungan karakteristik dalam populasi hingga pembuatan populasi.

Seiring berkembangnya ilmu statistika, banyak metode yang dapat digunakan untuk memperoleh data, di antaranya adalah sensus dan survei. Sensus dan survei mempunyai peran dalam pengambilan keputusan yang berdasarkan pada data. Sensus adalah cara pengambilan data dan informasi dengan mengamati semua elemen yang ada di sebuah populasi. Hasil dari sebuah sensus bukanlah estimasi sehingga hasilnya lebih akurat. Karena hasil dari sensus lebih akurat maka dapat



digunakan sebagai kerangka atau acuan dalam kegiatan survei. Sedangkan survei adalah cara pengambilan data dan informasi dengan mengamati sebagian elemen yang ada di sebuah populasi. Hasil dari survei berupa estimasi sehingga kesalahan sampling dapat terjadi. Tetapi kesalahan tersebut juga dapat diatur dan diukur. Survei lebih sering dilakukan dibandingkan dengan sensus karena survei lebih mudah untuk diamati dan biaya yang dikeluarkan lebih kecil.

Selama ini survei rutin yang dilakukan oleh pemerintah dalam sebuah negara hanya dirancang untuk memperoleh informasi data skala nasional (Malik, Hoyyi, & Ispriyanti, 2014). Permasalahan timbul apabila dari hasil survei ingin dicari informasi untuk lingkup area yang lebih kecil, misalnya pada level provinsi, kabupaten/kota, kecamatan bahkan kelurahan. Sebuah area dikatakan kecil apabila di area tersebut merupakan bagian dari wilayah populasi baik berdasarkan geografis, ekonomi, sosial budaya ataupun yang lainnya (Rao, 2003).

Survei terbagi menjadi 2 pendugaan, yaitu pendugaan langsung (*direct estimator*) dan pendugaan tidak langsung (*indirect estimator*). Pendugaan langsung adalah pendugaan terhadap parameter populasi yang ada di wilayah yang didasarkan pada data contoh yang didapat dari wilayah tersebut. Pendugaan secara langsung umumnya didasarkan

pada teknik penarikan contoh (*sampling technique*). Jenis-jenis pendugaan langsung di antaranya simple random sampling, cluster sampling, dan sebagainya. Apabila area kecil diduga dengan pendugaan langsung akan menghasilkan variansi yang besar meskipun penduga tak bias. Untuk mengatasi permasalahan tersebut harus memperhatikan “meminjam” informasi dari area sekitarnya yang dihubungkan dengan suatu model yang disebut sebagai pendugaan tidak langsung. Pendugaan area kecil termasuk dalam pendugaan tidak langsung karena membutuhkan informasi tambahan dari area lain disekitarnya. Informasi tambahan dari area lain itu yang disebut sebagai variabel penyerta (*auxiliary variable*) yang memiliki hubungan dengan variabel yang sedang diamati. Pendugaan terhadap parameter pada area kecil dapat didekati dengan 2 jenis metode, yaitu metode berbasis model (*model based estimator*) dan metode berbasis rancangan (*design based estimator*). Pendugaan langsung termasuk kedalam pendugaan dengan basis rancangan. Jika pendugaan dengan basis model, terdiri dari 3 metode yaitu *Empirical Bayes* (EB), *Hierarchical Bayes* (HB) dan *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP). Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah EBLUP.

Metode EBLUP adalah penyelesaian model pengaruh campuran dengan meminimumkan *Mean Square Error* (MSE) yang diperoleh dengan asumsi komponen variansinya sudah

diketahui. Model yang menjadi dasar (*model Fay-Herriot*) dalam pengembangan pendugaan area kecil didasarkan pada bentuk *Generalized Linear Mixed Model* (GLMM).

Metode EBLUP termasuk metode yang lebih sederhana karena tidak membutuhkan penentuan sebaran prior atau posterior seperti EB dan HB. Metode EBLUP lahir dari pendugaan *Best Linear Unbiased Prediction* (BLUP), karena dalam pendugaan BLUP diasumsikan komponen variansi diketahui padahal komponen variansi itu sulit untuk dicari sehingga diperlukan pendugaan terhadap komponen variansi melalui data contoh. Cara kerja metode EBLUP dengan mensubstitusikan komponen variansi yang tidak diketahui ini kedalam penduga BLUP. Untuk melihat hasil estimasi apakah akurat atau tidak menggunakan *nilai Relative Root Mean Square Error* (RRMSE). Nilai RRMSE yang dicari adalah pada metode pendugaan langsung dan metode EBLUP.

Masalah tentang kemiskinan merupakan salah satu masalah yang dihadapi oleh berbagai negara di dunia karena masalah kemiskinan akan saling berkaitan dengan sector lainnya. Dalam sebuah negara, data mengenai kemiskinan sangat dibutuhkan untuk mengevaluasi kebijakan pemerintah yang dilakukan secara berkala agar semua warga negara dapat merasakan kesejahteraan. Berdasarkan laporan Badan Pusat Statistika pada bulan Maret tahun 2020 jumlah

penduduk miskin di Indonesia sebesar 27,55 juta atau 7,88 persen dari jumlah penduduk di Indonesia. Penerapan pendugaan terhadap parameter dengan metode EBLUP dalam area kecil di penelitian ini akan menggunakan data sekunder yang didapat dari website BPS baik itu tingkat kabupaten, provinsi maupun nasional. Data yang digunakan adalah data yang mempunyai keterkaitan dengan tingkat kemiskinan di Kabupaten Bantul pada tahun 2020.

Pengukuran kemiskinan BPS menggunakan konsep pemenuhan kebutuhan dasar. Berdasarkan konsep tersebut, kemiskinan adalah ketidak mampuan dari sisi ekonomi untuk memenuhi semua kebutuhan dasar dan bukan makanan yang diukur menurut garis kemiskinan. Apabila penduduk memiliki rata-rata pengeluaran per kapita perbulan di bawah garis kemiskinan maka penduduk tersebut dikatakan miskin. Garis kemiskinan di Kabupaten Bantul tahun 2020 berada di angka Rp 406.613/kapita/bulan. Dan jumlah penduduk miskin sebesar 138,66 ribu jiwa atau sekitar 13,50%. Oleh karena itu untuk menghitung presentase penduduk yang tamat SD/SLTP, presentase penduduk usia 15 tahun yang tidak bekerja, dan presentase penduduk usia 15 tahun yang bekerja di sektor informal.

## 1.2 Rumusan Masalah

- a. Bagaimana langkah-langkah menentukan metode Empirical Best Linear Unbiased Prediction pada model pendugaan area kecil?
- b. Bagaimana perkiraan hasil analisis model pendugaan area kecil dengan metode langsung dan metode tidak langsung?
- c. Bagaimana pengaplikasian metode EBLUP pada model pendugaan area kecil terhadap estimasi tingkat kemiskinan di Kabupaten Bantul tahun 2020?

## 1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini, membahas mengenai teori dan analisis data dibatasi mengenai area yang mempunyai lingkup wilayah kecil dengan metode yang digunakan adalah EBLUP. Di mana model yang akan dibangun adalah model level area (basic area level model) hal ini dikarenakan dalam penelitian ini dibutuhkan data-data pendukung yang hanya ada dalam area kecil tersebut, untuk mendapatkan model EBLUP menggunakan penduga estimasi BLUP, pencarian MSE pada estimasi BLUP dengan bantuan *Maximum Likelihood* (ML) dan *Restricted Maximum Likelihood* (REML) untuk mendapatkan dugaan pengaruh acak. Setelah pendugaan acak diketahui maka diperoleh pendugaan EBLUP yang selanjutnya juga dicari MSE pada estimasi EBLUP. Untuk mengetahui

seberapa baik pendugaan antara yang langsung dan tidak langsung maka dengan menggunakan *Relative Root Mean Square Error* (RRMSE). Penerapan penelitian ini difokuskan pada area kecil dengan metode EBLUP dalam memodelkan tingkat kemiskinan di Kabupaten Bantul tahun 2020. Software yang digunakan dalam penelitian ini adalah software R 4.0.3.

#### **1.4 Tujuan Penelitian**

- a) Untuk mengetahui langkah-langkah menentukan metode EBLUP pada model pendugaan area kecil.
- b) Untuk menduga prakiraan hasil analisis pendugaan area kecil dengan metode langsung dan metode tidak langsung (metode EBLUP).
- c) Untuk mengetahui pengaplikasian metode EBLUP pada model pendugaan area kecil terhadap Tingkat Kemiskinan di Kabupaten Bantul Tahun 2020.

#### **1.5 Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain:

- a) Bagi penulis sebagai tambahan dalam hal wawasan, pengetahuan dan informasi tentang metode EBLUP pada model pendugaan area kecil. Dengan bertambahnya wawasan, pengetahuan dan informasi, penulis dapat menerapkannya sehingga dapat melakukan penelitian ini.

- b) Bagi perpustakaan Universitas Islam Negeri (UIN) Sunan Kalijaga Yogyakarta adalah dapat memberikan referensi tambahan yang bermanfaat tentang metode EBLUP pada model pendugaan area kecil sehingga dapat dijadikan saranan untuk mengembangkan wawasan ilmu tersebut.
- c) Bagi pembaca adalah dapat menambah wawasan ilmu pengetahuan dan ke depannya dapat dikembangkan lebih lanjut lagi. Serta dapat memberikan gambaran mengenai Tingkat Kemiskinan di Kabupaten Bantul Tahun 2020.

## 1.6 Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka pada penelitian ini didiskripsikan dan dipelajari melalui beberapa sumber di antaranya buku, makalah, skripsi, jurnal baik itu jurnal matematika maupun yang lain, dan sumber lainnya yang mempunyai relevansi dengan objek pembahasan.

Penelitian jurnal M. Adi Sidauruk, Dian Kurniasari dan Widiarti yang dikeluarkan oleh FMIPA Universitas Lampung(2013) membahas mengenai *Katakeristik Pendugaan Emprical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) pada Pendugaan Area Kecil*. Metode EBLUP ini diaplikasikan pada data kontinu dengan metode penduganya adalah *Generalized Least Squares (GLS)*. Pendugaan pada

data kontinu dengan EBLUP yang ada pada area kecil akan menghasilkan penduga yang bias tetapi memiliki variansi yang minimum. Dengan demikian untuk menghasilkan penduga yang akurat adalah dengan MSE yang kecil atau berdasarkan nilai akar kuadrat (RMSE). Software yang digunakan R 2.10.1 untuk mendapatkan pendugaan terhadap parameter.

Penelitian jurnal I Sriliana, E Sunandi dan U Rafflesia yang dikeluarkan oleh FMIPA Universitas Negeri Semarang (2017) membahas mengenai Pemodelan Kemiskinan di Provinsi Bengkulu Menggunakan *Small Area Estimation* dengan Pendekatan Semiparametrik *Penalized Spline*. Pendekatan yang digunakan adalah semiparametrik karena model yang dihasilkan lebih fleksibel. Pendugaan terhadap pengaruh tetap juga menggunakan metode ML. Regresi *penalized spline* termasuk dalam metode smothing dengan pencarian titik-titik knot. Untuk pemilihan titik knot menggunakan *Generalized Cross Validation* (GCV).

Penelitian Lia Lionita Haryanto (2018) membahas tentang Metode *Spatial Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (SEBLUP) pada Pendugaan Area Kecil dengan *Matrix Contiguity Tipe Rook*. SEBLUP adalah salah satu dari metode pada pendugaan area kecil untuk data jenis kontinu dengan memperhatikan pengaruh acak area yang berkorelasi spasial. Matriks pembobot yang digunakan dalam penelitian



ini adalah *Rook Contiguity* selanjutnya diselesaikan dengan algoritma Fisher Scoring karena estimasi parameternya sulit dicari.

No	Nama Peneliti	Metode	Studi Kasus	Hasil
1.	M. Adi Sidauruk, Dian Kurniasari, Widiarti (2013)	Metode penduga untuk parameter adalah <i>Geberalized Least Squares</i> (GLS)		Hasil yang di gunakan metode GLS merupakan penduga tak bias dengan vasiasi umum
2.	I Srilina, E Sunandi dan U Rafflesia (2017)	Pendekatan semiparametri k <i>penalized spline</i> , ML, REML, GCV	Pemodelan Kamiskina n di Provinsi Bengkulu	Hasil yang di peroleh dari kemiskina n di Provinsi Bengkulu yaitu nilai

				dari model P-Spline
3.	Lia Lionita Haryanto (2018)	ML, REML, algoritma <i>Fisher Scoring</i> , pendekatan dengan <i>Matrix Contiguity Rook</i>	Menduga jumlah keluarga prasejarah kota Bandar Lampung tahun 2015	Hasil yang di peroleh untuk metode SEBLUP REML lebih baik dan metode ML untuk keluarga Prasejahtera kota Bandar Lampung.
4.	Annisa Agustin Pramesti Surya (2022)	ML, REML, algoritma <i>Fisher Scoring</i> , MSE, RRMSE	Analisis Tingkat Kemiskinan di Kabupaten Bantul Pengambilan Data di	Hasil yang di peroleh adalah nilai RRMSE dari estimasi dengan

			Tahun 2022 Untuk Kemiskina n di Tahun 2020	EBLUP meskipun ada beberapa kecamatan yang hasilnya lebih sedikit.
--	--	--	--	--

*Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka*

## **1.7 Sistematika Penulisan**

Untuk mempermudah memahami penulisan penelitian ini secara keseluruhan, penulis menggunakan sistematika penulisan sebagai berikut:

### **BAB I PENDAHULUAN**

Pada bab pendahuluan ini membahas mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penulisan, tinjauan pustaka sistematika penulisan, dan metode penelitian.

### **BAB II LANDASAN TEORI**

Pada bab landasan teori ini menyajikan konsep dasar mendapatkan data, matriks, distribusi variabel random, metode lagrange, deret Taylor pendugaan area kecil, penduga

langsung, penduga tidak langsung, estimasi ML, estimasi REML, variabel respon, variabel penyerta, MSE, RRMSE.

### **BAB III METODOLOGI PENELITIAN**

Pada bab metodologi penelitian ini menjelaskan tentang jenis penelitian, metode pengumpulan data, variabel penelitian, pengolahan data dan flowchart.

### **BAB IV PEMBAHASAN**

Pada bab pembahasan ini menjelaskan mengenai pendugaan langsung, metode EBLUP, pendugaan area kecil, penyeleksian variabel penyerta, estimasi ML, estimasi REML, estimasi MSE, estimasi RRMSE pemilihan MSE terkecil.

### **BAB V STUDI KASUS**

Pada bab studi kasus ini menjelaskan tentang pengestimasian tingkat kemiskinan di Kabupaten Bantul tahun 2020. Di mana akan dilakukan penganalisan dengan menggunakan metode yang telah dibahas pada bab sebelumnya.

### **BAB VI KESIMPULAN**

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan dari bab-bab sebelumnya yang sudah dibahas dan saran atas semua kekurangan dari penelitian yang telah dilakukan.

## **BAB VI**

### **PENUTUP**

Pendugaan terhadap area kecil yang diestimasi dengan metode EBLUP telah dijelaskan dalam pembahasan sebelumnya dan diaplikasikan untuk menganalisis tingkat kemiskinan di Kabupaten Bantul tahun 2020, sehingga diperoleh kesimpulan dan saran sebagai berikut:

#### **6.1 Kesimpulan**

Berdasarkan perumusan masalah dan hasil penelitian yang telah dilakukan dan dijelaskan di bab-bab sebelumnya maka dapat di tarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Berikut adalah langkah-langkah yang dilakukan untuk menentukan metode EBLUP pada pendugaan area kecil:
  - a. Menentukan variabel respon dan variabel penyerta yang akan dianalisis dengan metode EBLUP
  - b. Menentukan estimasi parameter pengaruh tetap  $\hat{\beta}$  dengan menggunakan metode ML dan  $\sigma_v^2$  dengan metode REML
  - c. Menentukan nilai MSE dan RRMSE
  - d. Membandingkan nilai RRMSE dari hasil pendugaan secara langsung dan dengan metode EBLUP REML
2. Salah satu teknik yang digunakan untuk menduga sebuah parameter yang memiliki ukuran sampel relatif kecil adalah pendugaan area kecil. Karena suatu

percobaan survei, sedangkan suatu area dikatakan kecil apabila contoh yang diambil diarea tersebut tidak mencukupi untuk melakukan pendugaan langsung dengan hasil yang akurat area , maka pendugaan secara langsung akan menghasilkan standar error yang besar. Niali error nya adalah  $Y = 6,647992$ ,  $X_1 = 3,49999$ ,  $X_2 = 2,428581$ ,  $X_3 = 2,428581$ . Sehingga diperlukan pendugaan tidak langsung, salah satunya adalah metode EBLUP. Model dasar dari EBLUP adalah model linier efek campuran, di mana parameter variansi diestimasi dengan menggunakan metode ML untuk  $\hat{\beta}$  dan REML dan  $\sigma_v^2$ . Untuk mengetahui seberapa baik pendugaan yang dihasilkan antara pendugaan langsung dan pendugaan tidak langsung dengan metode EBLUP maka perlu dicari nilai RRMSE. Selanjutnya nilai RRMSE tersebut dibandingkan untuk dianalisis, pendugaan langsung atau pendugaan tidak langsung dengan metode EBLUP yang lebih baik.

3. Pada penelitian ini, hasil analisisnya diaplikasikan untuk mengestimasi tingkat kemiskinan di Kabupaten Bantul tahun 2020. Dengan variabel responnya berupa jumlah penduduk miskin dan variabel penyerta ada 3 yaitu presentase penduduk yang tamat SD/SLTP ( $X_1$ ), presentase penduduk usia 15 tahun yang tidak bekerja ( $X_2$ ), presentase penduduk usia 15 tahun yang bekerja di

sector informal (X3). Dapat disimpulkan bahwa model dari EBLUP dengan REML adalah:

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta}_i^{EBLUP} &= \hat{\beta}_1(\text{Persen}_{\text{Tamat SD atau SLTP}}) + \\
 &\quad \hat{\beta}_2(\text{Persen}_{\text{Tidak Bekerja}}) + \\
 &\quad \hat{\beta}_3(\text{Persen}_{\text{Bekerja Informal}}) + \frac{\sigma_v^2}{(\sigma_v^2 + \sigma_{e_i}^2)} \left[ \hat{\theta}_i - \right. \\
 &\quad \left. (\hat{\beta}_1(\text{Persen}_{\text{TamatSD atau SLTP}}) + \right. \\
 &\quad \left. \hat{\beta}_2(\text{Persen}_{\text{Tidak Bekerja}}) + \right. \\
 &\quad \left. \hat{\beta}_3(\text{Persen}_{\text{Bekerja Informal}})) \right] \\
 &= 1.788063(\text{Persen}_{\text{Tamat SD atau SLTP}}) + \\
 &\quad 2.62172(\text{Persen}_{\text{Tidak Bekerja}}) + \\
 &\quad 1.910311(\text{Persen}_{\text{Bekerja Informal}}) + \\
 &\quad \frac{5e+06}{(5e+06) + \sigma_{e_i}^2} \left[ \hat{\theta}_i - \right. \\
 &\quad \left. 1.788063 \left( (\text{Persen}_{\text{TamatSD atau SLTP}}) + \right. \right. \\
 &\quad \left. 2.62172(\text{Persen}_{\text{Tidak Bekerja}}) + \right. \\
 &\quad \left. \left. 1.910311(\text{Persen}_{\text{Bekerja Informal}}) \right) \right] \\
 &\text{Dengan } i = 1, 2, \dots, 17.
 \end{aligned}$$

Pendugaan langsung dengan metode EBLUP menghasilkan nilai pendugaan RRMSE yang lebih kecil dibanding RRMSE hasil pendugaan tidak langsung. RRMSE pendugaan langsung adalah 128,2128 sedangkan RRMSE pendugaan tidak langsung adalah 138,2222. Oleh karena itu,

hasil pendugaan tidak langsung dengan metode EBLUP untuk mengestimasi tingkat kemiskinan di Kabupaten Bantul tahun 2020 lebih baik di bandingkan dengan hasil pendugaan langsung. pendugaan tidak langsung lebih besar dibandingkan dengan pendugaan langsung. Hal ini dipengaruhi oleh pemilihan variabel penyerta yang belum tepat.

## 6.2 Saran

Pada penelitian ini penulis membatasi permasalahan yang akan di bahas yaitu dengan metode pendugaan EBLUP dan model yang dibangun berbasis level area. Metode yang digunakan untuk menaksir nilai variansi adalah REML. Dengan demikian penelitian pendugaan terhadap area kecil dapat dikembangkan lebih luas, ada beberapa saran yang akan disampaikan penulis diantaranya sebagai berikut:

1. Metode yang digunakan dalam pendugaan area kecil selanjutnya adalah EBLUP dengan menyertakan pengaruh *Spatial* EBLUP (SEBLUP), model multivariat, atau metode *Robust* EBLUP. Dapat menggunakan metode EB atau HB.
2. Pada penelitian ini, metode yang digunakan untuk menaksir nilai variansi adalah REML. Metode lain yang dapat digunakan dalam penelitian selanjutnya seperti metode ML atau metode *momen*.



## DAFTAR PUSTAKA

Amaliana, L. (2012). Penaksiran Mean Square Error (MSE) Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) pada Model Fay-Herriot. Depok: Universitas Indonesia.

Anton, H. (1987). Aljabar Linier Elementer. Jakarta: Erlangga.

Anton, H., & Rorres, C. (2000). Elementary Linear Algebra, 8th Edition. Canada: John Wiley and Sons.

Bain, L., & Engelhardt, M. (1992). Introduction to Probability and Mathematical Statistics. Boston: Duxbury Press.

Barnes, R. J. (2006). Matrix Differentiation. Springs Journal.

Baskoro, A. A. (2019). Model Regresi Nonparametrik Spline Kuadratik. skripsi. Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga.

Boediono, & Koster, W. (2001). Teori dan Aplikasi Statistika dan Probabilitas: Sederhana, Lugas dan Mudah Dimengerti. Bandung: Remaja Rosdakarya.

BPS. (2009). Pedoman Pencacah Sensus Penduduk 2010. Jakarta.

Casella, G., & Berger, L. (2002). Statistical Inference. Duxbury: Odsworth and Books/Cole.

Datta, G., & Lahiri, P. (2000). A Unified Measure of Uncertainty of Estimated Best Linear Unbiased Prediction in Small Area Estimation Problems. University of Georgia and University of Nebraska-Lincoln.

Demidenko, E. (2004). Mixed Model: Theory and Applications. Canada: John Wiley and Sons, Inc.

Ghosh, M., & Rao, J. (1994). Small Area Estimation: an Appraisal (with discussion). *Statistical Science*. Vol.9, 55-93

Gujarati, D. (1978). *Ekonometrika Dasar*. Jakarta: Erlangga.

Gunawan, S. (2007). *Ekonometrika Pengantar*. Yogyakarta: BPFE.

Harinaldi. (2005). *Prinsip-Prinsip Statistika untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Erlangga.

Harsanti, R. (2006). *Penerapan Metode Empirical best Linear Unbiased Prediction pada Model Small Area Estimation dalam Pendugaan Tingkat Pengangguran di Kota Bogor*. Bogor: Institut Pertanian Bogor.

Hartono, J. (2004). *Metodelogi Penelitian*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta.

Hasan, I. (2001). *Pokok-pokok Materi Statistika 1 (Statistika Deskriptif)*. Jakarta: Bumi Aksara.

Kurnia, A. dan K.A. Notodipuro. ( 2005b). Aplikasi Metode Bayes pada Small Area Estimation. *Aplikasi Metode Bayes pada Small Area Estimation, Makalah disampaikan pada Seminar Nasional Statistika VII. ITS Surabaya*, 2005b.

Longford, N. (2005). *Missing Data and Small Area Estimation: Modern Analytical Equipment for the Survey Statistician*. New York: Springer Science + Business Media, Inc.

M.Imrona. (2009). *Aljabar Linear Dasar*. Jakarta: Erlangga.

Magnus, J. R., & Neudecker, H. (1999). *Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics*. USA: Third Edition, Wiley.

Malik, N. F., Hoyyi, A., & Ispriyanti, D. (2014). Pendugaan Angka Putus Sekolah di Kabupaten Semarnag dengan Metode Prediksi Tak Bias Linier Terbaik Empirik pada Model Pendugaan Area Kecil. *Jurnal Gaussian, Volume 3, Nomor 1, Tahun 2014, Halaman 101-110*, 101.

Purcell, E. J. (2003). *Calculus (Vol.8)*. New York: Prentice Hall, Inc.

Qudratullah, M. F. (2009). *Hangout Pengantar Statistika Matematika*. Yogyakarta: Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga .

Qudratullah, M. F. (2012). *Statistika*. Yogyakarta: Suka Pres.

Qudratullah, M. F. (2013). *Analisis Regresi Terapan*. Yogyakarta.

R. N. Kackar., & Harville. D. A. (1984). *Approximation for Standars Errors of Estimators of Fixed and Random Effects in Mixed Linear Models*. American: American Statistical Association.

Rainaudi, R. S. (2018). *Perbandingan Metode Momen dan Maximum Likelihood Estimation pada Pendugaan Area Kecil dengan Model Beta-Binomial Negatif*. Skripsi. Lampung: Universitas Lampung.

Rao, J. (2003). *Small Area Estimation*. New Jersey: John Willey & Sons, Inc.

Rarasati, I. P. (2012). *Estimasi Parameter Distribusi Gamma dengan Metode Bayes*. skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.

Rencher, A. C., & Schaalje, G. (2008). *Linear Model in Statistics Second Edition*. Hoboken, New Jersey: John and Sons, Inc.

Supama, R. C. (2003). *Kalkulus I*. Yogyakarta: Jurusan Matematika FMIPA UGM.

Supangat, A. (2007). *Statistika Dalam Kajian Deskriptif, Inferensi, dan Nonparametrik*. Jakarta: KENCANA PRENADA MEDIA GROUP.

Supranto, J. (2008). *Statistik(Teori dan Aplikasi)*. Erlangga.

Walpole, R. d. (1995). Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan Edisi ke-4. Alih bahasa oleh Sembiring, R.K. Bandung: ITB.

Widarjono, A. (2015). *Statistika Terapan Dengan Excel & SPSS*. Yogyakarta: UPP STIM YKPN.

Widyanara, R. N. (2018). *Estimasi Restricted Maximum Likelihood Model Fay-Herriot pada Kasus Small Area Estimation Berdasarkan Metode Empirical Best Linear Unbiased Prediction*. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada