

SKRIPSI

**ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK DENGAN METODE *CUBIC*
SPLINE DAN *B-SPLINE***

(Studi Kasus: Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia
di Indonesia pada Tahun 2021-2022)



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
RILA HANDINI AGESTIA
19106010006
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2023

**ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK DENGAN METODE *CUBIC*
SPLINE DAN *B-SPLINE***

(Studi Kasus: Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia
di Indonesia pada Tahun 2021-2022)

Skripsi

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika



diajukan oleh

RILA HANDINI AGESTIA
19106010006

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2023



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Rila Handini Agestia

NIM : 19106010006

Judul Skripsi : Analisis Regresi Nonparametrik dengan Metode *Cubic Spline* dan *B-Spline* (Studi Kasus: Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada Tahun 2021-2022)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 20 Januari 2023

Pembimbing I

Mohammad Farhan Oudratullah, S.Si., M.Si.

NIP. 19790922 200801 1 011



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-289/Un.02/DST/PP.00.9/01/2023

Tugas Akhir dengan judul : ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK DENGAN METODE CUBIC SPLINE DAN B-SPLINE (STUDI KASUS: FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI INDONESIA PADA TAHUN 2021-2022)

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : RILA HANDINI AGESTIA
Nomor Induk Mahasiswa : 19106010006
Telah diujikan pada : Jumat, 27 Januari 2023
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Mohammad Farhan Quadratullah, S.Si., M.Si
SIGNED

Valid ID: 63d74910c3708



Penguji I

Dr. Muhammad Wakhid Masthofa, S.Si.,
M.Si.
SIGNED

Valid ID: 63d3718102342



Penguji II

Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si.
SIGNED

Valid ID: 63d5e706c2f73



Yogyakarta, 27 Januari 2023
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 63d79c27b01ad

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Rila Handini Agestia

NIM : 19106010006

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 23 Januari 2023



Rila Handini Agestia


STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PERSEMBAHAN

Ku persembahkan skripsi ini kepada yang selalu bertanya:

“kapan skripsimu selesai?”

Skripsi yang baik adalah skripsi yang selesai, selesai tepat waktu maupun tidak tepat waktu.

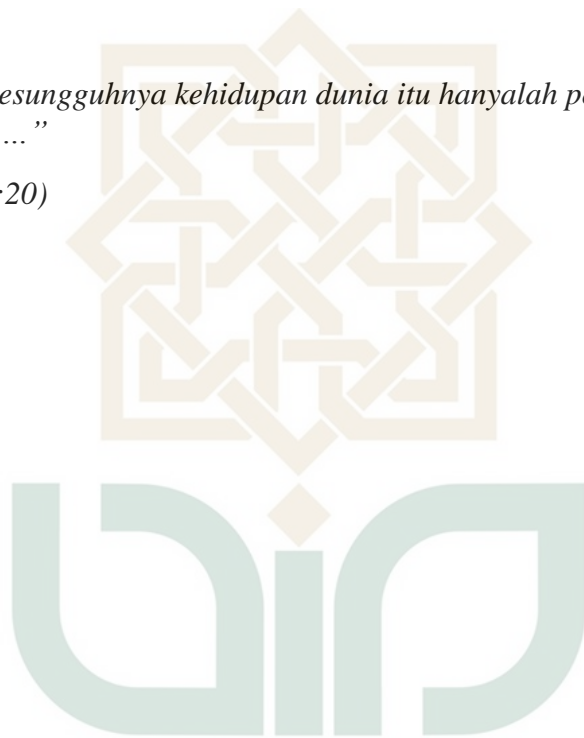


*Spesial kepada kedua orang tuaku dan kakak tercinta,
yang telah memberiku kepercayaan dan dukungan
sehingga membuatku tetap
berdiri tegak.
Untuk :big boss:, semoga bertemu di lain kehidupan!*

MOTTO

“Ketahuilah, sesungguhnya kehidupan dunia itu hanyalah permainan dan sendagurauan...”

(Q.S Al-Hadid:20)



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

“Dan mohonlah pertolongan (kepada Allah) dengan sabar dan sholat...”
(Q.S Al-Baqarah:45)

PRAKATA

Alhamdulillah *rabbil'alamin*, segala puji bagi *Rabbul'alamin* atas segala rahmat dan hidayah-Nya berupa kesehatan jasmani maupun rohani sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul “Analisis Regresi Nonparametrik dengan Metode *Cubic Spline* dan *B-Spline* (Studi Kasus: Faktor – Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada Tahun 2021-2022)” ini dapat diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai derajat Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya motivasi, bantuan, bimbingan serta arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. Phil Al Makin, MA., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Bapak Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom. selaku Ketua Program Studi Matematika yang telah memberikan pelayanan dan kelancaran akademik.
4. Bapak Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan pelayanan dan kelancaran akademik.
5. Bapak Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah membimbing, mengarahkan, dan memotivasi penulis dalam penyusunan skripsi ini hingga dapat terselesaikan dengan baik.
6. Dosen-dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang sudah membagi ilmu yang sangat bermanfaat.
7. Bapak Hadi Narimo dan Ibu Dwi Purnami tercinta, yang selalu mendoakan yang terbaik dan memberikan kepercayaan untuk penulis, serta memberikan semangat baik moral maupun materiil.

8. Sahabat “PMM”, Lathifah, Hanifah, Hanny, Savira, Fuad, Raka, Anna, Imam, dan Iben, terimakasih atas pengaruh yang positif selama terjalinnya pertemanan.
9. Sahabat, Yuniar, Mbak Ika dan Ella yang telah memberikan dukungan dan semangat serta saksi perjuangan penulis dalam mengerjakan skripsi.
10. Teman-teman KKN 108 Gebang (Farid, Rifkhi, Mukhlis, Wangsit, Aini, Atika, Nanda, Miftah, Roza) yang telah bekerjasama selama KKN tanpa ada halangan yang berarti.
11. Teman-teman Matematika angkatan 2019 yang telah berjuang dan berproses bersama, terimakasih untuk bantuan dan kerjasamanya selama menjalani masa studi.
12. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masi terdapat banyak kesalahan dan kekurangan, oleh karena itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun dalam mengembangkan penelitian. Selain itu, penulis berharap semoga penulisan skripsi ini dapat memberikan manfaat dan menambah wawasan bagi penulis pribadi maupun pihak lain.

Yogyakarta, 23 Januari 2023

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN.....	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
MOTTO	vi
PRAKATA.....	vii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR SIMBOL.....	xvi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xviii
INTISARI.....	xix
ABSTRACT.....	xx
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Batasan Masalah	5
1.3. Rumusan Masalah.....	5
1.4. Tujuan Penelitian	5
1.5. Manfaat Penelitian	6
1.6. Tinjauan Pustaka.....	6
1.7. Sistematika Penulisan	10
BAB II LANDASAN TEORI.....	12
2.1. Variabel Random	12
2.2. Distribusi Probabilitas.....	12
2.3. Matriks	13
2.3.1. Operasi Matriks.....	14
2.3.2. Transpose Matrik	15

2.3.3.	Invers Matriks	16
2.3.4.	Determinan Matrik	16
2.3.5.	Trace Matriks	17
2.4.	Turunan	17
2.4.1	Aturan untuk Menentukan Turunan	18
2.5.	Ekspektasi	20
2.6.	Variansi	22
2.7.	Analisis Korelasi	22
2.8.	Analisis Regresi	23
2.8.1.	Regresi Parametrik	25
2.8.2.	Regresi Nonparametrik	25
2.9.	Estimasi	26
2.9.1.	Pengertian Estimasi	26
2.9.2.	Penduga Parameter	26
2.10.	Analisis Regresi Sederhana	28
2.10.1.	Model Regresi Linear Sederhana	28
2.10.2.	Uji Asumsi	29
2.11.	Sifat Estimator	30
2.12.	Analisis Regresi Berganda	31
2.13.	Regresi <i>Spline</i>	32
2.13.1.	Model Regresi <i>Spline</i>	32
2.13.2.	Model Regresi <i>B-Spline</i>	33
2.14.	Pengujian Signifikan Parameter	34
2.14.1.	Pengujian Serentak	34
2.14.2.	Pengujian Individu	35
2.15.	Kriteria Estimator yang Baik	36
2.15.1.	Mean Square Error (MSE)	36
2.15.2.	Generalized Cross Validation (GCV)	37
2.16.	Indeks Pembangunan Manusia (IPM)	37
2.17.	Faktor yang Mempengaruhi Indek Pembangunan Manusia	38
2.17.1.	Rata-Rata Lama Sekolah	38

2.17.2. Pengeluaran per Kapita yang Disesuaikan.....	39
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	40
3.1. Jenis Penelitian.....	40
3.2. Metode Pengumpulan Data.....	40
3.3. Populasi dan Sampel.....	41
3.4. Variabel Penelitian.....	41
3.5. Metode Penelitian.....	41
3.6. Metode Analisis Data.....	42
3.7. Flowchart.....	43
BAB IV PEMBAHASAN.....	44
4.1. Analisis Regresi Nonparametrik.....	44
4.2. <i>Smoothing</i>	44
4.3. Analisis Regresi <i>Cubic Spline</i>	45
4.3.1 Fungsi <i>Spline</i>	46
4.3.2 Model Regresi <i>Cubic Spline</i>	51
4.3.3 Estimasi Model Regresi <i>Spline</i> dengan Metode Kuadrat Terkecil 52	
4.4. Analisis Regresi <i>B-Spline</i>	57
4.4.1. Fungsi <i>B-Spline</i>	57
4.4.2. Model Regresi <i>B-Spline</i>	61
4.4.3. Estimasi Model Regresi <i>B-Spline</i> dengan Metode Kuadrat Terkecil 64	
4.5. Pemilihan Titik Knot dan Knot Optimal.....	70
4.6. Pemilihan Model Terbaik.....	71
4.6.1. <i>Mean Square Error</i> (MSE).....	71
4.6.2. <i>Generalized Cross Validation</i> (GCV).....	72
4.7. Pengujian Parameter Model Untuk Regresi <i>Spline</i>	73
4.7.1. Pengujian Serentak.....	73
4.7.2. Pengujian Individu.....	74
BAB V STUDI KASUS.....	75
5.1. Deskripsi Data.....	75

5.2.	Analisis Regresi <i>Cubic Spline</i>	79
5.2.1.	Pemilihan Titik Knot.....	79
5.2.2.	Model <i>Cubic Spline</i>	80
5.2.3.	Pengujian Parameter.....	81
5.2.4.	Pengujian Asumsi <i>Error</i>	91
5.3.	Analisis Regresi <i>B-Spline</i>	95
5.3. 1.	Pemilihan Titik Knot.....	95
5.3. 2.	Model <i>B-Spline</i>	96
5.3. 3.	Pengujian Parameter.....	97
5.3. 4.	Pengujian Asumsi <i>Error</i>	102
5.4.	Perbandingan Metode <i>Cubic Spline</i> dan <i>B-Spline</i>	106
5.5.	Implementasi Indeks Pembangunan Manusia dengan Model Terbaik .	107
BAB VI	PENUTUP	108
6.1.	Kesimpulan	108
6.2.	Saran	109
DAFTAR PUSTAKA	110

DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka	8
Tabel 1. 2 Tinjauan Pustaka dengan Studi Kasus yang Sama.....	9
Tabel 2. 1 Tingkat hubungan dua variabel	23
Tabel 2. 2 Analisis Ragam (ANOVA) Spline	34
Tabel 4. 1. Analisis Ragam (ANOVA) untuk <i>Spline</i>	73
Tabel 5. 1 Karakteristik Indeks Pembangunan Manusia menurut Provinsi pada Tahun 2021-2022	76
Tabel 5. 2 Nilai Korelasi Data Indeks Pembangunan Manusia menurut Provinsi Tahun 2021-2022	78
Tabel 5. 3 Titik Knot dan GCV untuk 1 titik knot	79
Tabel 5. 4 Titik Knot dan GCV untuk 2 titik knot	80
Tabel 5. 5 Perbandingan Nilai GCV Minimum.....	80
Tabel 5. 6 Parameter Model Regresi Cubic Spline Satu Titik Knot	81
Tabel 5. 7 ANOVA Model Regresi <i>Cubic Spline</i>	82
Tabel 5. 8 Uji Individu Model Regresi <i>Cubic Spline</i>	83
Tabel 5. 9 Titik knot untuk 1 titik knot x_1 dan 1 titik knot x_2	84
Tabel 5. 10 Parameter Model Regresi Cubic Spline Satu Titik Knot	85
Tabel 5. 11 ANOVA Model Regresi <i>Cubic Spline</i>	86
Tabel 5. 12 Uji Individu Model Regresi <i>Cubic Spline</i>	87
Tabel 5. 13 Titik knot untuk 1 titik knot X_1	88
Tabel 5. 14 Parameter Model Regresi <i>Cubic Spline</i> Satu Titik Knot.....	88
Tabel 5. 15 ANOVA Model Regresi <i>Cubic Spline</i>	89
Tabel 5. 16 Uji Individu Model Regresi <i>Cubic Spline</i>	90
Tabel 5. 17 Tabel Pengujian Model Regresi Cubic Spline.....	94
Tabel 5. 18 Titik Knot dan GCV untuk 1 titik knot	95
Tabel 5. 19 Titik Knot dan GCV untuk 2 titik knot	95

Tabel 5. 20 Perbandingan Nilai GCV Minimum.....	96
Tabel 5. 21 Parameter Model Regresi B-Spline Dua Titik Knot	96
Tabel 5. 22 ANOVA Model Regresi <i>B-Spline</i>	98
Tabel 5. 23 Titik knot untuk 2 titik knot X_1	99
Tabel 5. 24 Parameter Model Regresi <i>B-Spline</i> Dua Titik Knot.....	100
Tabel 5. 25 ANOVA Model Regresi <i>B-Spline</i>	101
Tabel 5. 26 Uji Individu Model Regresi <i>B-Spline</i>	102
Tabel 5. 27 Tabel Pengujian Model Regresi Cubic Spline.....	105
Tabel 5. 28 Perbandingan Nilai GCV dan MSE.....	106
Tabel 5. 29 Hasil Pengujian Asumsi Error Cubic Spline dan B-Spline	106

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3. 1 Flowchart Penelitian	43
Gambar 4. 1 Fungsi <i>Spline</i> Linear dengan satu titik knot	47
Gambar 4. 2 Fungsi <i>Spline</i> Linear dengan dua titik knot	47
Gambar 4. 3 Fungsi <i>Spline</i> Linear dengan tiga titik knot.....	48
Gambar 4. 4 Fungsi <i>Spline</i> Kuadratik dengan satu titik knot.....	49
Gambar 4. 5 Fungsi <i>Spline</i> Kuadratik dengan dua titik knot.....	49
Gambar 4. 6 Fungsi <i>Spline</i> Kubik dengan knots k_1, k_2, \dots, k_m	50
Gambar 5. 1 Scatterplot variabel Y , variabel X_1 , dan Variabel X_2	78
Gambar 5. 2 Plot Pengujian Error Berdistribusi Normal.....	94
Gambar 5. 3 Grafik Data Observasi dan Data Ramalan Indeks Pembangunan Manusia terhadap Rata-Rata Lama Sekolah	107

DAFTAR SIMBOL

$f(x)$: fungsi regresi
X	: variabel bebas
Y	: variabel terikat
\mathcal{E}	: <i>error</i>
σ^2	: variansi
n	: banyak data
m	: orde
s	: banyak knot
k	: titik knot <i>Cubic Spline</i>
β	: koefisien variabel bebas
$\hat{\beta}$: parameter <i>Cubic Spline</i>
\hat{b}	: estimator koefisien regresi <i>B-Spline</i>
b	: koefisien regresi <i>B-Spline</i>
N	: basis <i>B-Spline</i>
r	: korelasi
μ	: <i>mean</i>
α	: taraf signifikansi
j	: letak titik <i>knot B-Spline</i>
u	: titik knot <i>B-Spline</i>
y	: vektor respon
\tilde{N}	: vektor basis <i>B-Spline</i>
\tilde{b}	: vektor koefisien regresi
$\tilde{\varepsilon}$: vektor variabel <i>error</i>
$\tilde{\hat{b}}$: vektor estimator koefisien regresi
db	: derajat bebas

- SE : standar *error*
 p : ukuran populasi
 A^T : transpose dari matriks A
 $tr(A)$: *trace* dari matriks A
 I : matriks identitas
 X_k : matriks variabel independen dengan k knot



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data X dan Y	114
Lampiran 2. Hasil Transformasi Data Variabel X_2	115
Lampiran 3. Nilai Data Prediksi.....	116
Lampiran 4 .Statistik Deskriptif Variabel Terikat Indeks Pembangunan Manusia Pada Tahun 2021-2022	117
Lampiran 5. Nilai Korelasi antara Indeks Pembangunan Manusia dengan Masing Masing Variabel Prediktor	118
Lampiran 6. Output Analisis Regresi Linear Berganda.....	119
Lampiran 7. Program Pemilihan Satu Titik Knot Optimal untuk <i>Cubic Spline</i> ..	120
Lampiran 8. Program Pemilihan Satu Titik Knot Optimal untuk <i>B-Spline</i>	124
Lampiran 9. Program Pemilihan Dua Titik Knot Optimal untuk <i>Cubic Spline</i> ..	127
Lampiran 10. Program Pemilihan Dua Titik Knot Optimal untuk <i>B-Spline</i>	130
Lampiran 11. Program Mencari Estimasi <i>Cubic Spline</i> dengan Satu Titik Knot	133
Lampiran 12. Program Mencari Estimasi <i>B-Spline</i> dengan Dua Titik Knot.....	134
Lampiran 13. Pengujian Parameter Tahap I <i>Cubic Spline</i>	135
Lampiran 14. Program Pemilihan Satu Titik Knot untuk Data Transformasi dengan Metode <i>Cubic Spline</i>	138
Lampiran 15. Program Mencari Parameter Estimasi untuk Data Transformasi <i>Cubic Spline</i> Satu Titik Knot.....	141
Lampiran 16. Pengujian Parameter Tahap II <i>Cubic Spline</i>	142
Lampiran 17. Program Pemilihan Satu Titik Knot untuk Variabel Rata-Rata Lama Sekolah metode <i>Cubic Spline</i>	144
Lampiran 18. Program Mencari Parameter Estimasi untuk Variabel Rata-Rata Lama Sekolah metode <i>Cubic Spline</i>	146
Lampiran 19. Pengujian Parameter Tahap III <i>Cubic Spline</i>	147
Lampiran 20. Pengujian Parameter Tahap I <i>B-Spline</i>	150
Lampiran 21. Pemilihan Titik Knot <i>B-Spline</i> untuk Variabel X_1	152
Lampiran 22. Program Mencari Estimasi untuk <i>B-Spline</i> dengan Variabel X_1 .	154
Lampiran 23. Program Pengujian Parameter Tahap II <i>B-Spline</i>	155
Lampiran 24. Pengujian Asumsi <i>Error</i>	157
Lampiran 25. <i>Error Data</i>	160

INTISARI

Analisis Regresi Nonparametrik dengan Metode *Cubic Spline* dan *B-Spline*

Oleh

RILA HANDINI AGESTIA
19106010006

Analisis regresi merupakan metode yang digunakan untuk memperlihatkan pengaruh variabel prediktor (variabel bebas) terhadap variabel respon (terikat). Pendekatan analisis regresi terbagi menjadi parametrik dan nonparametrik, dimana pendekatan parametrik membutuhkan beberapa asumsi yang harus dipenuhi seperti data berdistribusi *error*, terbebas dari multikolinearitas dan autokorelasi, serta heteroskedastisitas. Namun, dalam kehidupan sehari-hari data yang diperlukan terkadang tidak sesuai asumsi. Sehingga membutuhkan pendekatan yang lebih fleksibel, seperti pendekatan nonparametrik. *Cubic Spline* adalah salah satu metode yang biasa digunakan dalam pendekatan nonparametrik. Pemilihan titik knot yang banyak dan berdekatan dapat mengakibatkan perhitungan yang singular sehingga diperlukan basis fungsi *B-Spline*.

Variabel dependen yang digunakan adalah nilai Indeks Pembangunan Manusia tahun 2021-2022 dengan variabel independen yang digunakan adalah Rata-Rata Lama Sekolah dan Pengeluaran per Kapita yang Disesuaikan. Penentuan titik knot optimal menggunakan GCV terkecil. Pemilihan model terbaik menggunakan nilai GCV dan MSE terkecil. Model terbaik yang diperoleh adalah:

$$\hat{Y} = 60.25004 + 75.97957X_1 + 70.13013X_1^2 + 74.18333X_1^3 + 81.58604(X_1 - 7.060601)_+^3.$$

Kata kunci: Regresi *Cubic Spline*, Regresi *B-Spline*, GCV, MSE, Titik Knot

ABSTRACT

Nonparametric Regression Analysis with Cubic Spline and B-Spline Methods

By

RILA HANDINI AGESTIA
19106010006

Regression analysis is a method used to show the effect of the predictor variable (independent variable) on the response variable (dependent). The approach to regression analysis is divided into parametric and non-parametric, where the parametric approach requires several assumptions that must be fulfilled such as data with an error distribution, free from multicollinearity and autocorrelation, and heteroscedasticity. However, in everyday life the data required sometimes does not match the assumptions. So it requires more flexible approach, such as nonparametric approach. Cubic Spline is one of the methods commonly used in the nonparametric approach. Selection of many and adjacent knot points can result in singular calculations, so basis for the B-Spline function is needed.

The dependent variable used is the value of the Human Development Index in 2021-2022 with the independent variables used being the Average Length of School and Adjusted Per Capita Spending. Determination of the optimal knot point uses the smallest GCV. Selection of the best model uses the smallest GCV and MSE values. The best model obtained is: $\hat{Y} = 60.25004 + 75.97957X_1 + 70.13013X_1^2 + 74.18333X_1^3 + 81.58604(X_1 - 7.060601)_+^3$

Keywords: Cubic Spline Regression, B-Spline Regression, GCV, MSE, Knots.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Statistika pertama kali ditemukan oleh Aristoteles dalam bukunya yang berjudul “*politea*”, dalam buku tersebut ia menjelaskan data tentang keadaan 158 negara yang disebut sebagai statistika. Pada abad ke-17 di Inggris, statistika disebut sebagai *political arithmetic*. Pada abad ke-18, istilah statistika dipopulerkan oleh Sir John Sinclair dalam bukunya yang berjudul “*The Statistical Account Of Scotland (1791-1799)*” (Sinclair, 1791), setelah terlebih dahulu dikemukakan oleh seorang ahli hitung asal Jerman yang bernama Gottfried Achenwell (1719-1772) (Nuryadi dkk., 2017).

Statistika merupakan suatu kegiatan untuk memperoleh sejumlah informasi yang menjelaskan masalah untuk ditarik kesimpulan yang benar, harus melalui beberapa proses yaitu proses pengumpulan informasi, pengolahan informasi, dan proses penarikan kesimpulan (Karmini, 2020). Statistika adalah ilmu yang mempelajari bagaimana mengumpulkan data, mengolah data, menyajikan data, menganalisis data, membuat kesimpulan dari hasil analisis data, serta mengambil keputusan pada kondisi dimana tidak ada unsur ketidakpastian (Supandi, 2020). Statistika dapat dibedakan menjadi dua, yaitu statistika deskriptif dan statistika inferensia. Selanjutnya statistika inferensia dapat dibedakan menjadi statistika parametrik dan nonparametrik. Statistika deskriptif adalah statistika yang digunakan untuk menggambarkan atau menganalisis suatu statistik hasil penelitian, tetapi tidak digunakan untuk membuat kesimpulan yang lebih luas (generalisasi/inferensi). Statistika inferensia adalah statistik yang digunakan untuk menganalisis data sampel, dan hasilnya akan digeneralisasikan (diinferensikan) untuk populasi dimana sampel diambil. Sehingga dalam hal ini, teknik korelasi dan regresi dapat berperan sebagai statistik inferensia (Sugiyono, 2007).

Secara umum, analisis regresi dikelompokkan menjadi tiga, yaitu analisis regresi parametrik, analisis regresi nonparametrik, dan analisis regresi semiparametrik (perpaduan antara regresi parametrik dan nonparametrik). Analisis regresi merupakan salah satu metode statistika yang sering digunakan oleh para peneliti pada berbagai bidang keilmuan untuk mengidentifikasi sejumlah variabel prediktor dalam memprediksi suatu variabel respon (Qudratullah, 2013). Estimasi kurva regresi $f(x)$ yang banyak digunakan adalah pendekatan parametrik. Dalam pendekatan parametrik, kurva regresi diwakili atau ditentukan oleh parameter tertentu sehingga analisis lebih lanjut dapat segera dilakukan. Namun, ada keterbatasan dalam pergerakan data dalam analisis pendekatan parametrik. Sehingga, hal ini diperlukan pendekatan lain yang disebut dengan pendekatan nonparametrik, dimana parameter populasi tidak mengikuti distribusi tertentu atau memiliki distribusi independen, variansinya belum tentu homogen.

Seringkali sulit, bukan tidak mungkin, untuk mendapatkan bentuk fungsional khusus untuk f . Model regresi nonparametrik tidak mengasumsikan bentuk yang telah ditentukan. Sebaliknya, pendekatan ini membuat asumsi tentang sifat kualitatif. Misalkan, berasumsi bahwa f adalah *smooth*, yang tidak direduksi menjadi bentuk tertentu dengan jumlah parameter yang terbatas. Sebaliknya, biasanya mengarah ke beberapa koleksi fungsi dimensi tak terbatas. Ide dasar regresi nonparametrik adalah membiarkan data memutuskan fungsi mana yang paling cocok tanpa memaksakan bentuk spesifik apa pun pada f . Akibatnya, metode nonparametrik pada umumnya lebih fleksibel. Metode ini dapat mengungkap struktur dalam data yang mungkin terlewatkan (Wang, 2011). Ada beberapa teknik estimasi regresi nonparametrik antara lain pendekatan histogram, estimator *Spline*, estimator kernel, estimator deret orthogonal, analisis wavelet dan lain-lain.

Spline adalah salah satu jenis *piecewise* polinomial, yaitu polinomial biasa, sehingga memungkinkan untuk menyesuaikan diri secara lebih efektif terhadap karakteristik lokal suatu fungsi atau data (Budiantara dkk., 2006). Regresi *Spline* adalah suatu pendekatan dengan tetap memperhitungkan kemulusan kurva. *Spline*

merupakan model polinomial tersegmen. Sifat tersegmen inilah yang memberikan fleksibilitas yang lebih baik daripada model polinomial biasa. Sifat ini juga memungkinkan model regresi *Spline* menyesuaikan diri secara efektif terhadap karakteristik lokal dari data, penggunaan *Spline* difokuskan kepada adanya perilaku atau pola data, yang pada daerah tertentu mempunyai karakteristik yang berbeda dengan daerah lain (Rumlawang dkk., 2018).

Spline mempunyai kelemahan pada saat orde *Spline* tinggi, knot yang banyak dan knot yang terlalu dekat akan membentuk matriks dalam perhitungan yang hampir singular, sehingga persamaan normal tidak dapat diselesaikan. Basis lain yang dapat mengatasi kelemahan ini adalah basis *B-Spline* (Budiantara dkk., 2006). Regresi *Spline* linier biasanya diaplikasikan pada data dengan pola masih sederhana sedangkan *Spline* kuadrat dan kubik diaplikasikan pada data dengan pola yang lebih kompleks (Rumlawang dkk., 2018). Sehingga banyak penelitian mengenai permasalahan yang ada di kehidupan sehari-hari menggunakan regresi nonparametrik *Spline* misalnya penerapannya pada inflasi atau peramalan. Penerapan model regresi nonparametrik *Cubic Spline* dan *B-Spline* pada karya ilmiah ini adalah pada kasus yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) pada tahun 2021-2022 dan faktor-faktornya.

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) menjelaskan bagaimana suatu populasi dapat memperoleh manfaat dari hasil pembangunan dalam hal pendapatan, kesehatan, pendidikan, dan lain sebagainya. Bagi Indonesia, IPM merupakan angka yang strategis karena selain sebagai ukuran kinerja pemerintah, dalam penentuan alokator untuk menentukan Dana Alokasi Umum juga dapat digunakan IPM (BPS, 2014). *United Nations Development Programme* (UNDP) mencatat bahwa IPM Indonesia pada tahun 2013 sebesar 68,4 dan masih bertahan pada kategori 'menengah', belum mampu menduduki kategori 'tinggi'. Dengan posisi saat ini, Indonesia masih berada di bawah peringkat negara tetangga seperti Singapura, Brunei Darussalam, Malaysia, dan Thailand (BPS, 2013). Kemudian BPS mengubah beberapa metode untuk menentukan nilai indeks pembangunan manusia di kota maupun provinsi di Indonesia. Hal ini karena ada beberapa alasan seperti,

Pertama, faktor Angka Melek Huruf tidak relevan dalam mengukur pendidikan secara utuh sebab tidak dapat menggambarkan kualitas pendidikan dan juga sebagian besar daerah di Indonesia sudah memiliki angka melek huruf yang tinggi. Indikator PDB per kapita juga dirubah karena tidak dapat menjelaskan secara generalisir pendapatan masyarakat pada suatu wilayah. *Kedua*, penggunaan rumus rata-rata aritmatika dalam perhitungan IPM menggambarkan bahwa capaian yang rendah di suatu dimensi dapat ditutupi oleh capaian tinggi dari dimensi lain. Metode baru yang dicetuskan BPS memiliki keunggulan daripada metode lama seperti PNB yang diganti menjadi PDB dapat lebih menjelaskan pendapatan masyarakat pada suatu wilayah dan pada indikator pendidikan seperti memasukan rata-rata lama sekolah dan angka harapan lama sekolah dapat menggambarkan yang lebih relevan.

Perubahan yang dilakukan UNDP tidak hanya sebatas itu. Setahun kemudian, UNDP menyempurnakan penghitungan metode baru. UNDP merubah tahun dasar penghitungan PNB per kapita dari 2008 menjadi 2005. Tiga tahun berselang, UNDP melakukan penyempurnaan kembali penghitungan metode baru. Kali ini, UNDP merubah metode agregasi indeks pendidikan dari rata-rata geometrik menjadi rata-rata aritmatik dan tahun dasar PNB per kapita. Serangkaian perubahan yang dilakukan UNDP bertujuan agar dapat membuat suatu indeks komposit yang cukup relevan dalam mengukur pembangunan manusia (BPS, 2014). Perubahan ini ternyata membawa dampak bagi angka Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia. yaitu: *Pertama*, level IPM dengan metode baru lebih rendah dibanding metode lama sebab perubahan indikator AMH menjadi HLS dan cata perhitungannya. *Kedua*, terjadi perubahan peringkat IPM. Akibat adanya perubahan indikator mengakibatkan perubahan pada indeks dimensi (BPS, 2014).

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang mempengaruhi indeks pembangunan manusia dengan menggunakan metode yang baru. Maka, dalam penelitian ini mengambil judul “Analisis Regresi Nonparametrik dengan Metode *Cubic Spline* dan *B-Spline* (Studi Kasus: Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada Tahun 2021-2022)”.

1.2. Batasan Masalah

Pembatasan masalah pada penelitian ini diperlukan untuk menjamin keabsahan dalam mengambil kesimpulan yang diperoleh agar tidak terjadi penyimpangan pada tujuan awal dan pemecahan masalah lebih terkerucut.

Batasan masalah penelitian ini sebagai berikut.

1. Pemodelan regresi nonparametrik *Cubic Spline* dan *B-Spline* dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil.
2. Pemilihan titik knot dengan menggunakan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) terkecil.
3. Pemilihan model terbaik menggunakan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV) dan *Mean Square Error* (MSE) terkecil.
4. Model terbaik digunakan untuk mengestimasi data Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada tahun 2021-2022.
5. *Software* yang digunakan dalam penelitian ini adalah Microsoft Excel 2013, SPSS 26, dan R Studio 4.2.1.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan pada latar belakang dan batasan masalah di atas maka penulis dapat menguraikan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana langkah-langkah analisis regresi nonparametrik *Cubic Spline* dan *B-Spline*?
2. Bagaimana hasil model regresi nonparametrik *Cubic Spline* dan *B-Spline* yang terbaik untuk kasus Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada Tahun 2021-2022?
3. Bagaimana penerapan model regresi nonparametrik *Cubic Spline* dan *B-Spline* pada kasus faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada Tahun 2021-2022?

1.4. Tujuan Penelitian

Penyusunan tugas akhir ini adalah untuk memenuhi salah satu syarat untuk mencapai derajat sarjana S1 Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan

Teknologi, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan, penulis merumuskan beberapa tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini:

1. Mempelajari langkah-langkah analisis regresi nonparametrik *Cubic Spline* dan *B-Spline*.
2. Mengetahui hasil model regresi nonparametrik *Cubic Spline* dan *B-Spline* yang terbaik untuk kasus Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada Tahun 2021-2022.
3. Menerapkan dan menintepretasikan model regresi nonparametrik *Cubic Spline* dan *B-Spline* pada kasus faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada Tahun 2021-2022.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain:

- a. Bagi penulis sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan tentang *Cubic Spline* dan *B-Spline* dan estimasi regresi nonparametrik serta dapat menerapkan teori-teori ilmu pengetahuan yang telah diperoleh sealama menjalani pendidikan hingga dapat melakukan penelitian ini.
- b. Bagi perpustakaan Universitas Islam Negeri (UIN) Sunan Kalijaga Yogyakarta, mampu memberikan tulisan atau refresnsi yang bermanfaat tentang *Cubic Spline* dan *B-Spline* serta dapat dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan.
- c. Bagi pembaca mampu menambah wacana ilmu pengetahuan yang bermanfaat dan dapat dikembangkan ke tingkat yang lebih lanjut serta memberikan gambaran mengenai faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia.

1.6. Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka pada penelitian ini didiskripsikan dan telaah melalui buku, majalah, skripsi, jurnal maupun sumber lainnya yang terdapat relevansinya dengan objek pembahasan. Diantara penelitian yang berkaitan dalam penelitian ini adalah

Anna Islamiyah (2019) tentang *Model Spline Kubik dengan Titik-Titik Knots dalam Regresi Nonparametrik*, dalam penelitiannya, peneliti melakukan pemodelan menggunakan analisis regresi nonparametrik *Spline* kubik menggunakan knot sebanyak empat knots. Untuk menentukan knots yang memiliki nilai optimal, knots dipilih berdasarkan nilai GCV yang terkecil. Sedangkan dalam melakukan pemodelan pada kasus jumlah penjualan roti di CV DEDE Makassar, peneliti menggunakan kriteria Koefisien Determinasi (R^2) dan *Mean Square Error* (MSE).

Penelitian Rina Sri Kalsum Siregar dan Yoyo Aryo Jatmiko (2019) yang berjudul *Perbandingan Regresi B-Spline dan P-Spline pada Hubungan Indeks Pembangunan Manusia dan Persentase Penduduk Miskin Kabupaten/Kota di Indonesia*, dalam penelitian ini dijelaskan hubungan IPM dengan persentasi penduduk miskin dengan menggunakan metode regresi kuantil nonparametrik *B-Spline* dan *P-Spline* dengan meminimumkan nilai *Mean Square Error*. Hasil yang diperoleh adalah sebaran data dengan *fitting curve* menggunakan regresi nonparametrik *B-Spline* merupakan model terbaik dengan memberikan nilai MSE terkecil yaitu 0.1928378.

Penelitian selanjutnya adalah penelitian dari Risma Nur Sukmawati (UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta) pada tahun 2019 yang berjudul *Model Regresi Nonparametrik B-Spline Studi Kasus: Persentase Kemiskinan dan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Persentasi Penduduk Miskin Provinsi Jawa Barat Tahun 2017*. Penelitian ini membahas model regresi *B-Spline* terbaik dengan caram mengestimasi koefisien regresi dengan WLS (*Weighted Least Square*), mengkombinasi order 2 (linear) dan order 3 (kuadrat), dan mengoptimalkan titik knot dengan membandingkan nilai GCV paling minimum. Dihasilkan model regresi *B-Spline* terbaik untuk estimasi data persentasi penduduk miskin yaitu pada saat variabel X_1 berorde 3 dan variabel X_2 berode 2.

Adapun detail dari ketiga penelitian di atas dapat dilihat pada tabel 1.1 berikut ini:

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka

No	Peneliti	Metode	Studi Kasus
1.	Anna Islamiyah (2019)	Memperoleh model terbaik <i>Cubic Spline</i> berdasarkan banyak titik knot. Estimasi kurva diperoleh dengan meminimumkan nilai <i>Penalized Least Square (PLS)</i> . Pemilihan model berdasarkan nilai dan Koefisien Determinasi (R^2) dan MSE.	Data jumlah penjualan roti di CV DEDE Makassar selama 3 tahun yaitu tahun 2004 sampai 2006.
2.	Rina Sri Kalsum Siregar dan Yoyo Argo Jatmiko (2019)	Perbandingan model dengan metode regresi kuantil nonparametrik <i>B-Spline</i> dan <i>P-Spline</i> , dengan meminimumkan nilai <i>Mean Square Error (MSE)</i> .	Data Indeks Pembangunan Manusia dan data presentase penduduk miskin menurut Kabupaten/Kota tahun 2017.
3.	Risma Nur Sukmawati (2019)	Penentuan model terbaik regresi nonparametrik <i>B-Spline</i> menggunakan GCV minimum dan koefisien determinan (R^2) dari kombinasi orde 2 dan orde 3 dan titik knot optimal.	Kasus Persentase Kemiskinan di Jawa Barat tahun 2017.
4.	Rila Handini Agestia (2023)	Menentukan model terbaik regresi nonparametrik <i>Cubic Spline</i> dan <i>B-Spline</i> menggunakan GCV dan MSE minimum dan titik knot optimal.	Kasus Indeks Pembangunan Manusia tahun 2021-2022.

Adapun persamaan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah menggunakan regresi nonparametrik *Spline* dan pemilihan titik knot yang optimal menggunakan *Generalized Cross Validation* (GCV) yang minimum. Sedangkan perbedaan penelitian ini dengan penelitian-penelitian sebelumnya yaitu pada penelitian ini digunakan pemilihan model terbaik menggunakan *Generalized Cross Validation* (GCV) dan *Mean Square Error* (MSE). Selain itu pada penelitian ini dikembangkan model pemrograman menggunakan *software* R dengan studi kasus Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada tahun 2021-2022 yang mencakup 34 provinsi di seluruh Indonesia.

Kemudian akan disajikan tabel penelitian dimana penelitian tersebut merupakan penelitian yang memiliki studi kasus yang sama dengan yang ada pada penelitian ini.

Tabel 1. 2 Tinjauan Pustaka dengan Studi Kasus yang Sama

Peneliti	Metode	Alat evaluasi	Studi kasus
Theogive MS, Agenes L, Steeva YL (2020)	Regresi Linear Berganda	Menentukan model berdasarkan nilai Koefisien Korelasi (R) Berganda dan Koefisien Determinasi (R^2).	Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sulawesi Utara Tahun 2005-2019.
Sal Diba Pake, George Kawung, Antonius Luntungan (2018)	Menggunakan Analisis Linear Berganda	Menggunakan Uji Korelasi (R), Koefisien Determinasi (R^2), Uji F, dan Uji t.	Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten Halmahera Utara pada Tahun 2007-2016

Annas Rizal dan Fajriya Hakim (2015)	Melakukan pengelompokan variabel pembentuk IPM dengan metode k-Means dan C-Means.	Pengelompokan dilakukan berdasarkan kriteria Indeks Xie dan Beni.	Studi kasus Indeks Pembangunan Manusia di Kawasan Indonesia Timur pada Tahun 2012.
Rila Handini Agestia (2023)	Menentukan model terbaik regresi nonparametrik <i>Cubic Spline</i> dan <i>B-Spline</i> dengan metode kuadrat terkecil.	Nilai GCV minimum digunakan untuk menentukan titik knot optimal. GCV dan MSE.	Indeks Pembangunan Manusia tahun 2021-2022 menurut provinsi di Indonesia.

Adapun persamaan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah menggunakan studi kasus Indeks Pembangunan Manusia. Sedangkan perbedaan penelitian ini dengan penelitian-penelitian sebelumnya yaitu pada penelitian ini digunakan analisis regresi nonparametrik dengan metode *Cubic Spline* dan *B-Spline*.

1.7. Sistematika Penulisan

BAB I PENDAHULUAN

Bab Pendahuluan membahas tentang latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan dan manfaat dari penulisan karya ilmiah skripsi, tinjauan pustaka penelitian sebelumnya, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab Landasan Teori berisi tentang kumpulan teori yang menunjang dalam penulisan skripsi, meliputi variabel random, distribusi probabilitas, ekspektasi, variansi, estimasi, turunan, matriks dan operasi matriks, analisis korelasi, analisis

regresi, analisis regresi sederhana maupun berganda, regresi *Spline*, pengujian signifikan parameter, *mean square error*, *generalized cross validation*, Indeks Pembangunan Manusia, Rata-Rata Lama Sekolah, dan Pengeluaran per Kapita yang Disesuaikan.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab Metodologi Penelitian membahas berbagai penjelasan proses pelaksanaan penelitian, yaitu data dan jenis penelitian, metode pengumpulan data, populasi dan sampel data penelitian, variabel penelitian, metode penelitian, metode analisis data, serta pada *flowchart* penelitian.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab Hasil dan Pembahasan menjelaskan tentang analisis regresi nonparametrik, *smoothing Spline* dalam regresi nonparametrik, fungsi *Cubic Spline* dan *B-Spline*, model regresi *Cubic Spline* dan *B-Spline*, estimasi *Spline* dan *B-Spline* menggunakan metode kuadrat terkecil, pemilihan titik knot dan knot optimal, pemilihan model terbaik, dan pengujian parameter model.

BAB V STUDI KASUS

Bab ini membahas tentang deskripsi data, pemilihan titik knot optimal, model regresi dengan *Cubic Spline* dan *B-Spline*, pemilihan model terbaik, pengujian parameter model tahap I sampai III, pengujian asumsi *error* model, dan implementasi pada kasus data Indeks Pembangunan Manusia tahun 2021-2022 yang mencakup 34 provinsi di Indonesia.

BAB VI PENUTUP

Bab Penutup berisi kesimpulan dari pembahasan pada bab sebelumnya dan saran atas kekurangan dari hasil penelitian yang telah dilakukan.

BAB VI

PENUTUP

6.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil studi literatur yang telah dipaparkan oleh penulis mengenai regresi nonparametrik *Cubic Spline* dan *B-Spline* pada data yang dikemukakan pada penelitian ini, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Terdapat 10 langkah analisis regresi *Cubic Spline* dan *B-Spline* yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu Menghimpun data Indeks Pembangunan Manusia pada tahun 2021-2022 yang mencakup 34 provinsi di seluruh Indonesia yang diperoleh melalui *website* BPS (Badan Pusat Statistik), membagi data sesuai variabel, yakni variabel respon dan variabel prediktor, membuat *scatterplot* antara variabel respon dengan masing-masing variabel prediktor, menentukan titik knot awal, menghitung nilai GCV pada setiap titik knot, menentukan titik knot optimal yang dilihat berdasarkan dari nilai GCV minimum pada kombinasi tersebut, mengestimasi parameter model regresi *Cubic Spline* dan *B-Spline*, menentukan model terbaik dari *Cubic Spline* dan *B-Spline*, melakukan pengujian serentak dan pengujian individu parameter model, melakukan komparasi data Indeks Pembangunan Manusia pada tahun 2020-2021 yang mencakup 34 provinsi di seluruh Indonesia menggunakan model regresi terbaik yang sudah diperoleh.
2. Model terbaik regresi nonparametrik berdasarkan kriteria GCV dan MSE terkecil adalah menggunakan metode *Cubic Spline* satu titik knot yaitu:

$$\hat{Y} = 60.25004 + 75.97957X_1 + 70.13013X_1^2 + 74.18333X_1^3 + 81.58604(X_1 - 7.060601)_+^3$$

3. Model terbaik *Cubic Spline* digunakan untuk mengkomparasi data Indeks Pembangunan Manusia, model diperoleh sebagai berikut:

$$\hat{Y} = \begin{cases} 60.25004 + 75.97957X_1 + 70.13013X_1^2 + 74.18333X_1^3 & , \text{ untuk } x < 7.060601 \\ 60.25004 + 75.97957X_1 + 70.13013X_1^2 + 74.18333X_1^3 + 81.58604(X_1 - 7.060601)_+^3 & , \text{ untuk } x \geq 7.060601 \end{cases}$$

6.2. Saran

Demi memperluas ilmu pengetahuan mengenai regresi nonparametrik *Cubic Spline* ada beberapa saran yang penulis sampaikan diantaranya:

1. Dalam penelitian ini hanya menggunakan dua variabel bebas pada data Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia pada Tahun 2021-2022, juga terbatasnya pemilihan titik knot, sehingga untuk penelitian selanjutnya, peneliti mengharapkan adanya penambahan jumlah variabel bebas dan adanya penambahan pada jumlah knot yang terpilih.
2. Masih banyak pilihan metode dalam regresi nonparametrik yang dapat dilakukan dalam mengestimasi kurva regresi seperti, histogram, deret orthogonal, kernel, deret *fourier*, dan lain-lain.



DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. (1987). *Aljabar Linear Elementer* (P. Silaban (ed.); Kelima). Penerbit Erlangga.
- Asmawani, & Pangidoan, E. (2021). Pengaruh Angka Harapan Hidup , Rata-Rata Lama Sekolah , Pertumbuhan Ekonomi Dan Pengeluaran Perkapita Terhadap Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sumatera Utara Kabupaten Samosir serta Serdang Berdagai. *Jurnal Sains Ekonomi*, 2(1), 96–109.
- Ayres, F. (1974). *Theory and Problems of Matrices-S1 (metric) Editions*. Penerbit Erlangga.
- Bain, L. J., & Engelhardt, M. (1992). Introduction to Probability and Mathematical Statistics. In *Biometrics* (Vol. 49, Issue 2). Duxbury Press.
<https://doi.org/10.2307/2532587>
- BPS. (2008). *Indeks Pembangunan Manusia 2007-2008*. Badan Pusat Statistik.
- BPS. (2010). *Indeks Pembangunan Manusia 2009-2010*. Badan Pusat Statistik.
- BPS. (2013). *INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA 2013*. Badan Pusat Statistik.
- BPS. (2014). *Indeks Pembangunan Manusia 2014 Metode Baru* (Badan Pusat Statistik (ed.)).
- BPS. (2015). *Indeks Pembangunan Manusia 2014 Metode Baru*. Badan Pusat Statistik.
- Budiantara, I. nyoman, Suryadi, F., Otok, B. W., & Guritno, S. (2006). Pemodelan B-Spline Dan Mars Pada Nilai Ujian Masuk Terhadap Ipk Mahasiswa Jurusan Disain Komunikasi Visual Uk. Petra Surabaya. *Jurnal Teknik Industri*, 8(1), 1–13.
<http://puslit2.petra.ac.id/ejournal/index.php/ind/article/view/16497>
- DeGroot, M. H., & Schervish, M. J. (2012). Probability and Statistics. In *Paper Knowledge . Toward a Media History of Documents* (Fourth, Vol. 3, Issue April). Assiaon-Wesley.
- Dencik, A. B., Yahya, F. F., Yoesoef, M. I., & Salim, M. N. (2019). *STATISTIKA MULTIVARIAT: ANALISIS ANOVA, MANOVA, ANCOVA, MANCOVA*

REPEATED MEASURE DENGAN APLIKASI EXCEL DAN SPSS. Rajawali Press.

Diba, S. P. S., Kawung, G. M. V., & Luntungan, A. Y. (2018). Pengaruh Pengeluaran Pemerintah Pada Bidang Pendidikan Dan Kesehatan Terhadap Indeks Pembangunan Manusia Di Kabupaten Halmahera Utara. *Jurnal Berkala Ilmiah Efisiensi*, 18(4), 13–22.

Eberly, D. (1999). *B-Spline Interpolating on Lattices*. <http://www.e-bookspdf.org>

Eubank, R. L. (1988). *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. Marcel Dekker.

Eubank, R. L. (1999). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing* (D. B. Owen (ed.); Second Edi). Marcel Dekker.

Hassan, M. I. (2002). *Pokok-Pokok Materi Metodologi Penelitian dan Aplikasinya*. Ghalia Indonesia.

Hendarmin, & Kartika, M. (2019). The Relationship Between Human Capital an The Regional Economy Productivity. *Journal of Economics and Policy*, 12(1). <https://doi.org/https://doi.org/10.15294/jejak.v12i1.18396>

Hidayatullah, S. (2015). *Cara Mudah Menguasai Statistika Deskriptif*. Penerbit Salemba Teknika.

Islamiyah, A. (2019). *Model Spline Kubik dengan Titik-Titik Knots dalam Regresi Nonparametrik*. <https://doi.org/10.31227/osf.io/z3dte>

Karmini. (2020). *Statistika Non Parametrik*. Mulawarman University Press.

Martono, K. (1999). *Kalkulus* (D. Subagdja (ed.)). Penerbit Erlangga.

Mustaqimah, K., Hartoyo, S., & Fahmi, I. (2017). Peran Belanja Modal Pemerintah dan Investasi Pemabngunan Manusia dalam Mengurangi Tingkat Kemiskinan di Indonesia. *Jurnal Ekonomi Dan Kebijakan Pembangunan*, 6(2). <https://doi.org/https://doi.org/10.29244/jekp.6.2.2017.1-15>

Nuryadi, Astuti, T. D., Utami, E. S., & Budiantara, M. (2017). *Dasar-Dasar Statistik Penelitian*. SIBUKU MEDIA.

Purwanto, H., Indriani, G., & Dayanti, E. (2005). *Aljabar Linear*. PT. Ercontara Rajawali.

Putra, I. M. B., Srinadi, I. G. A. M., & Sumarjaya, I. W. (2015). PEMODELAN REGRESI SPLINE (Studi Kasus: Herpindo Jaya Cabang Ngaliyan). *E-*

- Jurnal Matematika*, 4(3), 110.
<https://doi.org/10.24843/mtk.2015.v04.i03.p097>
- Qudratullah, M. F. (2013). *Analisis Regresi Terapan: Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi dengan SPSS*. CV ANDI OFFSET.
- Qudratullah, M. F., Zuliana, S. U., & Supandi, E. D. (2008). *Metode Statistika*. SUKSES Offset.
- Risma Nur Sukmawati. (2019). *Model Regresi Nonparametrik B-Spline*. UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
- Rizal, A. S., & Hakim, R. F. (2015). Metode K-Means Cluster Dan Fuzzy C-Means Cluster (Studi Kasus: Indeks Pembangunan Manusia Di Kawasan Indonesia Timur Tahun 2012). *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika UMS 2015*, 643–657.
<https://publikasiilmiah.ums.ac.id/xmlui/handle/11617/5803>
- Rosyidi, S. (2012). *Pengantar Teori Ekonomi, Pendekatan Kepada Teori Ekonomi Mikro & Makro*. Rajawali.
- Rumlawang, F. Y., Aulele, S. N., & Kasim, N. (2018). Penentuan Model Regresi Nonparametrik Spline pada Data Pertumbuhan Balita di Desa Nania Provinsi Maluku Tahun 2013-2014. *Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 12(1), 27–32. <https://doi.org/10.30598/vol12iss1pp27-32ar361>
- Sapaat, T. M., Lapian, A. L. C. P., Tumangkeng, S. Y. L., Pembangunan, J. E., & Ekonomi, F. (2020). Analisis Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia Di Provinsi Sulawesi Utara Tahun (2005-2019). *Jurnal Berkala Ilmiah Efisiensi*, 20(03), 45–56.
- Schluchter, M. D. (2005). Mean Square Error. *Encyclopedia of Biostatistics*, 1–2. <https://doi.org/10.1002/0470011815.b2a15087>
- Setiawan, M. B., & Hakim, A. (2013). INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA INDONESIA Mohammad Bhakti Setiawan & Abdul Hakim. *Jurnal Economia*, 9(1), 18–26.
- Shikin, E. V., & Plis, A. I. (1995). *Handbook on Splines for the user*. CRC Press.
- Sinclair, S. J. (1791). *The Statistikal Account Of Scotland*. W. Creech.
- Siswadi, & Erliana, W. (2019). *Statistika Matematik Untuk Aktuaris*.

- Soemartojo, N. (1995). *KALKULUS (Ketiga)*. Penerbit Erlangga.
- Sugiarto. (1992). *Tahap Awal+Aplikasi Analisis Regresi*. ANDI OFFSET.
- Sugiyono. (2007). *Statistika Untuk Penelitian* (Endang Mulyatiningsih (ed.)). CV ALFABETA.
- Supandi, E. D. (2020). *Statistika dan Terapannya*. PT Refika Aditama.
- Supangat, A. (2010). *STATISTIKA: Dalam Kajian Deskriptif, Inferensi, dan Nonparametrik*. KENCANA PRENADA MEDIA GROUP.
- Tripena, A. (2005). Pendekatan Model Regresi Spline Linear. *Jurusan MIPA, UNSOED*.
- Wang, Y. (2011). Smoothing splines: Methods and Applications. In *Smoothing Splines: Methods and Applications*. CRC Press.