

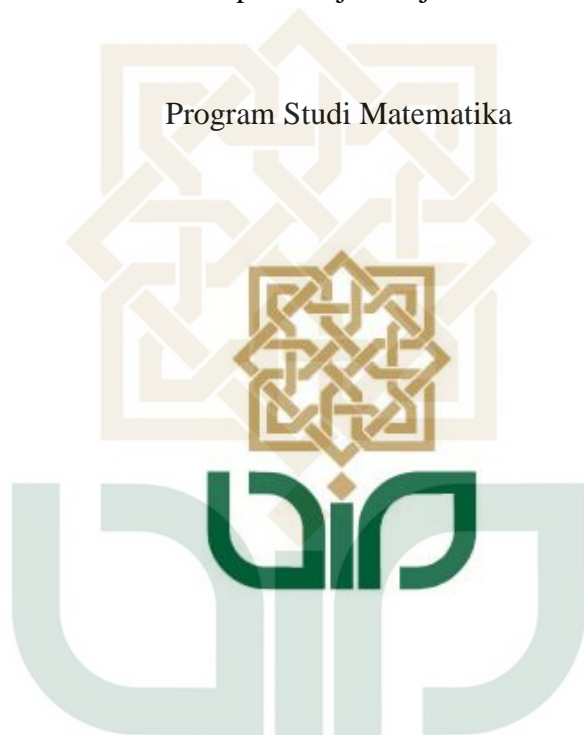
**PENYELESAIAN PERSAMAAN TELEGRAPH  
DAN SIMULASINYA**

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

Mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

diajukan oleh

**Agus Miftakus Surur**

**07610042**

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

2011



## SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal :

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Agus Miftakus Surur  
NIM : 07610042  
Judul Skripsi : Penyelesaian Persamaan Telegraph  
dan Simulasinya

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi MATEMATIKA Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam MATEMATIKA.....

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, <sup>4-08-2011</sup>.....  
Pembimbing

**Yudi Ari Adi, M. Si**

NIDN: 05 11067701



## SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal :

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Agus Miftakus Surur  
NIM : 07610042  
Judul Skripsi : Penyelesaian Persamaan Telegraph  
dan Simulasinya

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi MATEMATIKA Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam MATEMATIKA.....

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, 4-08-2011.....  
Pembimbing

**Sugiyanto, ST., M.Si**  
NIP: 19800505 200801 1 028



**PENGESAHAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR**

Nomor : UIN.02/D.ST/PP.01.1/1670/2011

Skripsi/Tugas Akhir dengan judul : Penyelesaian Persamaan Telegraph dan Simulasinya

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :  
Nama : Agus Miftakus Surur  
NIM : 07610042  
Telah dimunaqasyahkan pada : 23 Agustus 2011  
Nilai Munaqasyah : A / B

Dan dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga

**TIM MUNAQASYAH :**

Ketua Sidang

Sugiyanto, M.Si  
NIP. 19800505 200801 1 208

Penguji I

Muchammad Abrori, M.Kom  
NIP.19720423 199903 1 003

Penguji II

Muhammad Wakhid Musthofa, M.Si  
NIP.19800402 200501 1 003

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 14 September 2011

UIN Sunan Kalijaga

Fakultas Sains dan Teknologi

Dekan



Drs. H. Akh. Minhaji, M.A., Ph.D  
NIP. 19580919 198603 1 002

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI


Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Agus Miftakus Surur  
NIM : 07610042  
Prodi / Smt : Matematika / VIII  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 23 Agustus 2011  
Yang menyatakan



Agus Miftakus Surur  
NIM: 07610042

## MOTTO

﴿ فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٥٦﴾ إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٥٧﴾ ﴾

Maka Serungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan  
Serungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan ( Al-Hasyrah: 5-6 )

﴿٥٦﴾ ﴿٥٧﴾

﴿ وَلِكُلِّ دَرَجَةٍ مِمَّا عَمِلُوا ۖ وَرَبُّكَ بِغَمَلٍ عَمَّا يَحْمِلُونَ ﴾

Dan masing-masing orang memperoleh derajat-derajat (seimbang)  
dengan apa yang dikerjakannya, dan Tuhanmu tidak lengah dari apa  
yang mereka kerjakan. ( Al-An'am: 132 )

﴿٥٦﴾ ﴿٥٧﴾

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YO **﴿٥٦﴾ ﴿٥٧﴾ ﴿٥٨﴾ ﴿٥٩﴾ ﴿٦٠﴾ ﴿٦١﴾ ﴿٦٢﴾ ﴿٦٣﴾ ﴿٦٤﴾ ﴿٦٥﴾ ﴿٦٦﴾ ﴿٦٧﴾ ﴿٦٨﴾ ﴿٦٩﴾ ﴿٧٠﴾ ﴿٧١﴾ ﴿٧٢﴾ ﴿٧٣﴾ ﴿٧٤﴾ ﴿٧٥﴾ ﴿٧٦﴾ ﴿٧٧﴾ ﴿٧٨﴾ ﴿٧٩﴾ ﴿٨٠﴾ ﴿٨١﴾ ﴿٨٢﴾ ﴿٨٣﴾ ﴿٨٤﴾ ﴿٨٥﴾ ﴿٨٦﴾ ﴿٨٧﴾ ﴿٨٨﴾ ﴿٨٩﴾ ﴿٩٠﴾ ﴿٩١﴾ ﴿٩٢﴾ ﴿٩٣﴾ ﴿٩٤﴾ ﴿٩٥﴾ ﴿٩٦﴾ ﴿٩٧﴾ ﴿٩٨﴾ ﴿٩٩﴾ ﴿١٠٠﴾** KART A

Serungguhnya Allah Telah menentuhkan jumlah mereka dan menghitung  
mereka dengan hitungan yang teliti. ( Maryam: 94)

﴿٥٦﴾ ﴿٥٧﴾

## HALAMAN PERSEMBAHAN



Karya ini aku persembahkan untuk  
Bapak dan Ibu ku yang selalu memberikan apa yang aku butuhkan  
Mbak Iim yang tak bosannya menasehatiku

## PERSAMAAN GELOMBANG DALAM FUNGSI GREEN

### DAN APLIKASINYA

#### ABSTRAKSI

Persamaan telegraph adalah salah satu jenis dari persamaan Gelombang. Penyelesaian persamaan Gelombang tersebut dapat diperoleh dengan menggunakan fungsi Green dengan metode masalah syarat batas.

Penelitian ini bertujuan untuk menunjukkan proses memperoleh rumusan matematis dari persamaan Gelombang serta mengetahui bentuk solusi persamaan Gelombang dengan menggunakan fungsi Green. Hasil analisis menunjukkan bahwa proses mendapatkan rumusan matematis dari persamaan Gelombang dari fungsi Green dapat diterapkan dalam persamaan yang berhubungan dengan persamaan Gelombang tersebut, yaitu diterapkan dalam persamaan Telegraph.

Pembahasan dimulai dengan mencari bentuk umum dari fungsi Green, selanjutnya mencari penyelesaian persamaan Gelombang dalam fungsi Green. Aplikasi dari persamaan Gelombang tersebut digunakan untuk mencari penyelesaian persamaan Telegraph.

Hasil dari persamaan Telegraph yang telah diperoleh akan ditunjukkan dalam bentuk gambar (simulasi) sehingga dapat diketahui bentuk dari persamaan telegraph tersebut.

*Kata kunci: fungsi Green, persamaan Gelombang, persamaan Telegraph*



# **GREEN'S FUNCTION FOR THE WAVE EQUATION**

## **AND APPLICATIONS**

### **ABSTRACTION**

Equation Telegraph is one of type from wave equation. Solving of the wave equation obtainable by using Green's function with the method of boundary condition problem.

This research aim to to show the process obtain;get the mathematical formula from wave equation and also know the form of solution of wave equation by using Green's function. Result of analysis indicate that the process get the mathematical formula from wave equation from applicable Green's function in equation which deal with the wave equation, that is applied in equation Telegraph.

Solution started with searching public form from Green's function, hereinafter look for the solving of wave equation in Green's function. Application from the wave equation used to look for the solving of equation Telegraph.

Result from equation Telegraph which have been obtained will be shown in the form of picture ( knowable to simulasi) so that form of the the equation Telegraph.

*Keyword: Green's function, wave equation, equation Telegraph.*

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## KATA PENGANTAR

أَسْلَامٌ عَلَيْكُمْ وَرَحْمَةُ اللَّهِ وَبَرَكَاتُهُ

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan nikmat dan kesempatan sehingga peneliti dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini dengan lancar dan nyaman.

Sholawat serta salam semoga senantiasa tercurah kepada Rosulullah Muhammad SAW, yang telah memberikan teladan yang baik lagi mulia untuk hambanya. Semoga esok kita mendapatkan syafaatnya sampai hari akhir.

Penelitian ini membahas tentang persamaan Telegraph yang sempat populer sebagai salah satu alat komunikasi. Dalam penelitian ini semoga dapat memberikan gambaran dari bentuk persamaan Telegraph yang merupakan bentuk dari persamaan Gelombang.

Setelah mengkaji literatur, khususnya yang berhubungan dengan fungsi dan persamaan diferensial, peneliti dapat memberikan simulasi berupa gambar tiga dimensi Gelombang dari persamaan Telegraph.

Sebagai insan yang tak luput dari kurang dan salah, peneliti mengucapkan banyak terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu menyelesaikan tugas akhir ini, baik bantuan berupa materi atau non-materi. Karenanya dalam penelitian kali ini peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Ketua Program Studi Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

3. Bapak M. Wakhid Musthofa, M. Si., selaku dosen pembimbing akademik mahasiswa program studi matematika angkatan 2007.
4. Bapak Yudi Ari Adi, M.Si., selaku pembimbing I yang senantiasa mendengarkan keluhan saat penelitian dan memberikan solusi penyelesaian kepada peneliti sehingga penyusunan skripsi ini berjalan dengan baik.
5. Bapak Sugiyanto, ST., M.Si., selaku pembimbing II yang memberikan arahan, saran, dan bimbingan kepada penulis sehingga penulisan skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
6. Bapak Ibu Dosen Fakultas Sains dan Teknologi, yang telah memberikan ilmu pengetahuan dan pengalaman-pengalaman yang mendidik kepada peneliti selama perkuliahan berlangsung dengan rasa ikhlas sehingga ilmu yang telah didapatkan dapat memudahkan dalam menyusun skripsi ini dan semoga selalu menjadi amal jariyah beliau semua.
7. Segenap karyawan di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi yang telah membantu dan memberikan berbagai fasilitasnya untuk memudahkan mahasiswa khususnya peneliti.
8. Ketua Takmir dan kepengurusan Masjid Al-Ikhlas Tempel RT/RW: 09/03, Catur Tunggal, Depok, Sleman, DIY yang sudah berkenan menerima dan mempercayai seorang *Agus Miftakus Surur* sehingga dapat menyelesaikan penulisan tugas akhir dengan baik.
9. Teman-teman Matematika 2007 yang telah memberikan motivasi, diskusi dan pengalaman yang sangat berguna dan berharga.

10. Bapak dan ibuku tersayang yang senantiasa mendo'akan, memberi semangat, berjuang, dan berkorban lahir batin agar penulis dapat menyelesaikan studi dengan baik dan dapat mewujudkan apa yang dicita-citakan, kuat dalam bertindak dan tidak mudah putus asa dan selalu bersyukur terhadap apa yang senantiasa menimpa.
11. Mbak I'im yang selalu menasehati dan memberikan saran.
12. Semua pihak yang telah memberikan dukungan dan do'a kepada peneliti, serta semua pihak yang membantu terselesaikannya skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah SWT menerima amal kebaikan beliau semua dan memberikan balasan pahala atas kebaikan dan segala yang telah beliau semua berikan kepada penulis dan semoga dapat menjadi pemberat amal kebaikan di akhir kelak.

Peneliti menyadari bahwa skripsi ini jauh dari sempurna. Maka, penulis mengharap saran dan kritik yang bersifat membangun demi kebaikan dan kesempurnaan skripsi ini. Semoga apa yang terdapat dalam skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

وَأَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِمْ وَرَحْمَةَ اللَّهِ وَبِرْكَاتِهِ

Yogyakarta, 23 Agustus 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

Halaman Judul.....	i
Halaman Persetujuan Skripsi .....	ii
Halaman Pengesahan .....	iv
Halaman Pernyataan.....	v
Halaman Motto .....	vi
Halaman Persembahan.....	vii
Abstraksi .....	viii
Kata Pengantar .....	x
Daftar Isi .....	xiii
Daftar Lampiran .....	xv
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
A. Latar Belakang Masalah .....	1
B. Batasan Masalah .....	3
C. Rumusan Masalah .....	3
D. Tujuan Penelitian .....	3
E. Manfaat Penelitian .....	4
F. Tinjauan Pustaka .....	4
G. Metode Penelitian .....	5
H. Sistematika Pembahasan.....	6
<b>BAB II LANDASAN TEORI .....</b>	<b>8</b>
A. Fungsi .....	8
B. Limit Fungsi.....	9
C. Kekontinuan Fungsi .....	10
D. Derivative (Turunan) .....	10
E. Turunan Parsial .....	11
F. Integral Rangkap .....	11
G. Ruang Euclidis .....	12

H. Deret Fourier .....	14
I. Transformasi Fourier .....	17
J. Persamaan Homogen .....	22
K. Persamaan Non-homogen .....	23
L. Persamaan d'Alembert .....	25
M. Teorema Divergen .....	26
N. Persamaan Gelombang orde dua .....	27
O. Fungsi Bessel .....	29
<b>BAB III FUNGSI GREEN DAN PERSAMAAN GELOMBANG DALAM FUNGSI GREEN .....</b>	<b>31</b>
A. Fungsi Green .....	31
B. Newtonian Potensial kernel .....	36
C. Persamaan Gelombang dalam fungsi Green .....	42
<b>BAB IV PENYELESAIAN PERSAMAAN TELEGRAPH DAN SIMULASINYA .....</b>	<b>49</b>
A. Persamaan Telegraph .....	49
B. Simulasi persamaan Telegraph .....	58
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>63</b>
A. Kesimpulan .....	63
B. Saran .....	65
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>66</b>
<b>LAMPIRAN</b>	

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Proses Simulasi Persamaan Telegraph dengan Program Mathematica v.6.....	67
Lampiran 2. Pembuktian Teorema (9.1) .....	70
Lampiran 3. Pengertian simbol $R - L - C - G$ pada persamaan Telegraph .....	72



# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Matematika adalah bahasa yang melambungkan serangkaian makna dari pernyataan yang ingin disampaikan. Lambang-lambang Matematika bersifat “*artificial*” yang baru mempunyai arti setelah sebuah makna diberikan padanya. Tanpa itu maka Matematika hanya merupakan kumpulan rumus-rumus yang mati.<sup>1</sup>

Kata-kata Matematika berasal dari kata *mathema* dalam bahasa Yunani yang diartikan sebagai sains, ilmu pengetahuan atau belajar, juga *mathematikos* yang diartikan sebagai suka belajar. Secara umum Matematika adalah pemeriksaan aksioma yang menegaskan struktur abstrak menggunakan logika simbolik dan notasi Matematika. Cabang-cabang utama dalam Matematika adalah aljabar, geometris, analisis, terapan, statistika dan teori bilangan.

Persamaan diferensial menjadi salah satu dari tonggak Matematika yang memegang peran penting dalam menganalisis dan menyelesaikan permasalahan-permasalahan *engineering* dan ilmu alam. Persamaan

---

<sup>1</sup> Jujun S. Suriasumantri. *Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar Populer* (Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, 1987)



diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan suatu fungsi yang dicari dan turunannya.<sup>2</sup>

Penyelesaian persamaan diferensial dapat menggunakan beberapa metode: masalah syarat batas, masalah nilai awal dan separasi variabel. Masalah syarat batas ada beberapa penyelesaian: solusi d'Alembert, gambaran integral Poisson, penyelesaian Laplace dan fungsi Green.

Fungsi Green memiliki suatu peran penting dalam menyelesaikan permasalahan di dalam ilmu fisika dan mekanika. Secara umum, istilah "fungsi Green" mengacu pada suatu fungsi, berhubungan dengan masalah batas yang ditentukan.

Fungsi Green merupakan suatu fungsi yang mempunyai kriteria khusus. Fungsi Green juga dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial: persamaan Gelombang dan persamaan Panas. Cabang dari persamaan Gelombang ada beberapa persamaan diantaranya persamaan Schrodinger dan persamaan Telegraph.

Persamaan Telegraph adalah persamaan yang diambil sebagai aplikasi dari persamaan Gelombang yang diselesaikan dengan fungsi Green dengan metode masalah syarat batas dari persamaan diferensial.

---

<sup>2</sup> Richard Bronson, Gabriel Costa. *Schaum's Outlines Persamaan Diferensial 3<sup>rd</sup>* (Jakarta: Erlangga, 2007)

## **B. Batasan Masalah**

Peneliti dalam penelitian ini membatasi permasalahan yaitu hanya membahas tentang penyelesaian persamaan Telegraph dari persamaan Gelombang dalam fungsi Green.

## **C. Rumusan Masalah**

Mengacu pada latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan sebelumnya, maka rumusan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana struktur dari fungsi Green yang akan digunakan dalam persamaan Gelombang?
2. Bagaimana bentuk penyelesaian persamaan Gelombang dalam fungsi Green?
3. Bagaimana penyelesaian fungsi Green dengan persamaan Gelombang yang diaplikasikan pada persamaan Telegraph dan simulasinya?

## **D. Tujuan Penelitian**

Berpijak pada rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengkaji tentang struktur dari fungsi Green yang akan digunakan dalam persamaan Gelombang.
2. Mengetahui bentuk penyelesaian dari persamaan Gelombang dengan fungsi Green.

3. Mengetahui bentuk penyelesaian dari persamaan Telegraph dari persamaan Gelombang dengan fungsi Green dan simulasinya.

#### **E. Manfaat Penelitian**

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat, antara lain sebagai berikut:

1. Memberikan pengetahuan tentang fungsi Green dan penerapannya.
2. Menambah khasanah ilmu pengetahuan yaitu integrasi matematika dengan cabang yang lain khususnya yang terkait dengan fungsi Green.
3. Memberi inspirasi bagi penelitian-penelitian selanjutnya, khususnya untuk mengembangkan penerapan dari fungsi Green terutama di bidang matematika.
4. Memberikan gambaran bahwa ternyata pengembangan konsep persamaan diferensial parsial khususnya persamaan Gelombang masih luas.

#### **F. Tinjauan Pustaka**

Penelitian ini merupakan kajian kepustakaan (*library research*) atau jenis penelitian studi literatur yang mendasarkan pembahasannya kepada data-data kepustakaan.

Peneliti mengacu pada literatur utama yaitu bersumber dari buku yang ditulis oleh *Mark A. Pinsky* dengan judul buku *Partial Differential Equations and Boundary-Value Problems with Applications 3<sup>rd</sup>*.

Penelitian ini, peneliti menggunakan tinjauan pustaka dari skripsi yang berjudul *Fungsi Green dan Penerapannya pada Persamaan Diferensial Biasa* oleh Fani Dwi Astuti<sup>3</sup>. Skripsi tersebut membahas tentang keterkaitan antara fungsi Green dengan persamaan diferensial biasa.

Masalah nilai batas yang terkait dengan persamaan diferensial biasa tak homogen diselesaikan dengan mengkonstruksikan fungsi Green dari persamaan masalah syarat batas tersebut. Akan tetapi, tidak semua masalah syarat batas dapat dikonstruksi dengan fungsi Green. Fungsi Green hanya dapat dikonstruksi dari masalah nilai batas yang sistem homogen yang berkorespondensi dengan masalah nilai batas tersebut merupakan sistem yang *inkompatibel* yaitu sistem homogen yang hanya mempunyai solusi trivial.

Keterkaitan tinjauan pustaka tersebut dengan penelitian ini adalah memiliki kesamaan dalam penerapan yaitu pada persamaan diferensial. Penelitian ini lebih khusus ke dalam persamaan Gelombang yang merupakan kelanjutan dari persamaan diferensial biasa.

## **G. Metode Penelitian**

Proses penelitian diawali dengan mengumpulkan serta mempelajari berbagai sumber tertulis yang terkait. Mengkaji konsep-konsep dasar dan hal-hal yang mendukung pemahaman tentang fungsi Green yang digunakan dalam persamaan Gelombang.

---

<sup>3</sup> Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang, lulus tahun 2007

Sumber-sumber data yang lain berkaitan dengan fungsi Green dan persamaan Gelombang, serta persamaan Telegraph dan kebanyakan tulisan-tulisan matematika tentang fungsi dan persamaan.

## **H. Sistematika Pembahasan**

Untuk mengetahui definisi dan teorema yang terkait akan dipaparkan dalam BAB II yang akan dijadikan sebagai landasan teori. Dalam bab ini akan dijelaskan beberapa fungsi, turunan diferensial, ruang vektor, integral, Fourier dan lainnya yang mendukung penelitian supaya lebih mudah dipahami.

Fungsi Green sendiri akan dipaparkan lebih lanjut pada BAB III. Pada bab ini akan membahas tentang pada fungsi Green yang dapat di terapkan dalam persamaan Gelombang. Setelah mengetahui gambaran tentang fungsi Green, selanjutnya akan diterapkan dalam persamaan Gelombang, dengan menggunakan beberapa definisi yang sedikit telah dijelaskan pada landasan teori.

Setelah mengetahui persamaan dari fungsi Green dalam persamaan Gelombang, akan diterapkan dalam persamaan lain, yaitu persamaan Telegraph. Pada bab ini akan diteliti bagaimana bentuk persamaan Telegraph setelah diselesaikan dengan fungsi Green dalam persamaan Gelombang, kemudian dari persamaan yang telah diperoleh akan dicari bentuk simulasinya (gambar). Pembahasan ini akan dimasukkan dalam BAB IV.

Akhirnya pada BAB V akan dibahas tentang kesimpulan-kesimpulan dari hasil penelitian. Selain itu juga terdapat saran dan masukan demi memperbaiki penelitian ini dan untuk lebih mengembangkan keilmuan dalam bidang matematika, khususnya dalam pembahasan fungsi Green dan persamaan Gelombang dan juga persamaan Telegraph.



## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### A. Kesimpulan

##### 1. Fungsi Green

$$G(x, z) = \begin{cases} \frac{z}{\mathcal{L}}(\mathcal{L} - x) & 0 \leq z \leq x \\ \frac{x}{\mathcal{L}}(\mathcal{L} - z) & x \leq z \leq \mathcal{L} \end{cases}$$

Fungsi Green mengikuti karakteristik:

1. Untuk setiap  $x, z \rightarrow G(x, z)$ ;  $G'' = 0$ , kecuali  $z = x$

2.  $G(0, z) = G(\mathcal{L}, z)$

3.  $G(z + 0, z) - G(z - 0, z) = 0$

4.  $\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)(z + 0, z) - \left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)(z - 0, z) = -1$

5.  $G(x, z) = G(z, x)$

##### 2. Persamaan Gelombang dalam Fungsi Green

Fungsi Green yang digambarkan untuk menyelesaikan dari masalah persamaan gelombang tiga dimensi

$$u_{tt} - c^2 \nabla^2 u = h(P; t) \quad P \in \mathbb{R}^3, t > 0$$

$$u(P; 0) = 0 \quad u_t(P; 0) = 0 \quad P \in \mathbb{R}^3$$

Setelah diselesaikan, maka memperoleh persamaan:

$$u(P; t) = \frac{1}{4\pi c^2} \iiint_{|P-Q| < ct} \left( \frac{h(Q; t - \frac{|P-Q|}{c})}{|P-Q|} dQ \right) dQ$$

3. Persamaan Telegraph mempunyai bentuk umum

$$u_{tt} + 2\beta u_t + \alpha u = c^2 u_{xx}$$

dan mempunyai dua:

$$\text{Kasus I} \quad : \beta^2 > \alpha$$

$$\text{Kasus II} \quad : \beta^2 = \alpha$$

a. Kasus I memperoleh persamaan Telegraph

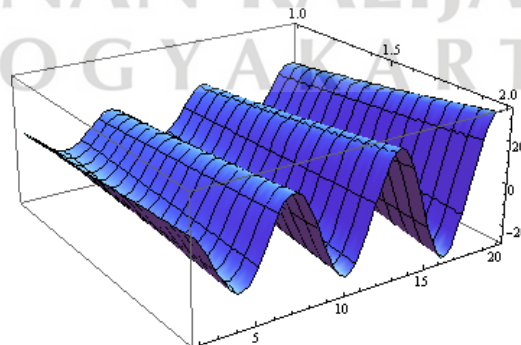
$$\begin{aligned} v(x; t) = & \frac{1}{2c} \int_{-ct}^{ct} f_2(x + \xi) I_0 \left[ \frac{k}{c} \sqrt{(ct)^2 - \xi^2} \right] d\xi \\ & + \frac{1}{2c} [f_1(x + ct) + f_1(x - ct)] \\ & + \frac{k}{2} \int_{-ct}^{ct} f_2(x + \xi) I_1 \left[ \frac{k}{c} \sqrt{(ct)^2 - \xi^2} \right] d\xi \end{aligned}$$

Dan simulasinya dengan nilai tiap-tiap variabelnya:

$$k = 1; c = 1; \xi = 1;$$

interval =  $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ ;  $t = \{t | 2 \leq t \leq 20\}$  , dan  $f_1 =$

$x, f_2 = x^2$  adalah



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA



b. Kasus II memperoleh persamaan Telegraph

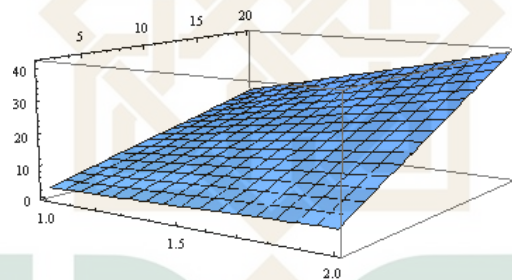
$$v(x; t) = \frac{1}{2} [f_1(x + ct) + f_1(x - ct)] + \frac{1}{2c} \int_{x-ct}^{x+ct} f_2(\xi) d\xi$$

Dan simulasinya dengan nilai tiap-tiap variabelnya:

$c = 1$ , interval  $x = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ ;  $t = \{t | 2 \leq t \leq 20\}$ , dan

$$f_1 = x, f_2 = x^2$$

untuk kasus II:



## B. Saran

1. Persamaan diferensial ini banyak cara untuk mencari penyelesaian, sehingga untuk peneliti yang selanjutnya dapat menggunakan cara yang berbeda.
2. Penggunaan fungsi Green masih luas sehingga memungkinkan peneliti lain menggunakan persamaan selain persamaan gelombang.
3. Untuk terapan persamaan gelombang bisa menggunakan persamaan yang lain selain persamaan Telegraph yang pastinya memiliki tantangan tersendiri untuk menguraikannya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Pinsky, Mark A, 1998, "*Partial Differential Equations and Boundary-Value Problems with Applications 3<sup>rd</sup> edition*", McGraw-Hill International Editions.
- Purcell, Edwin J. Varberg, Dale and Rigdon, Steve E., 2001, "*Kalkulus*", Jakarta: Erlangga
- Anton, Howard, 1995, "*Aljabar Linear Elementer*", Jakarta: Erlangga
- Soedijono, Bambang, 2004, "*Kalkulus III*", Jakarta: Universitas Terbuka
- Bracewell, Ronald N., 2000, "*The Fourier Transform and Its Applications*", McGraw-Hill Higher Education
- Suriasumantri, Jujun S., 1987, "*Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar Populer*", Jakarta: Pustaka Sinar Harapan.
- Tan, Soo T., 2010, "*Calculus*", Belmont USA: Brooks/Cole.
- Darmawijaya, Prof. Dr. Soeparna. 2006, "*Pengantar Analisis Real*". Jurusan Matematika Fakultas MIPA UGM.
- Astuti, Fani Dwi, "*Fungsi Green dan Penerapannya pada Persamaan Diferensial Biasa*". Skripsi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang, lulus tahun 2007
- Larson, Ron, Bruce H. Edwards, 2010, "*Calculus 9<sup>th</sup> edition*", USA: Brooks/Cole
- Thomas, 2005, "*Calculus 11<sup>th</sup> Including Second-Order Differential Equations*", Addison-Wesley
- Ayres, Frank, Jr., PhD, Elliott Mendelson, PhD. *Schaum's Outline Series Calculus 5<sup>th</sup> editions*, USA: The McGraw-Hill Companies
- Green's function and boundary elements of multifield materials*
- Hand Out *Persamaan Diferensial Elementer*, 2008
- Hand Out *Persamaan Diferensial Parsial*, 2010
- Razali, Muhammad, 2008, "*Cara mudah menyelesaikan Matematika dengan Mathematica*", Yogyakarta: Andi

perubahan arus. Arus listrik yang melewati konduktor membuat medan magnet sebanding dengan besar arus. Perubahan dalam arus menyebabkan perubahan medan magnet yang mengakibatkan gaya elektromotif lawan melalui GGL induksi yang bersifat menentang perubahan arus.

Faktor  $Q$  dari sebuah induktor dapat diketahui dari rumus berikut, dimana  $R$  merupakan resistansi internal dan  $\omega L$  adalah resistansi kapasitif atau induktif pada resonansi:

$$Q = \frac{\omega L}{R}$$

Sebuah kondensator nyaris ideal (faktor  $Q$  mendekati tak terhingga) dapat dibuat dengan membuat lilitan dari kawat superkonduktor pada helium atau nitrogen cair. Ini membuat resistansi kawat menjadi nol. Karena induktor superkonduktor hampir tanpa kerugian, ini dapat menyimpan sejumlah besar energi listrik dalam lilitannya.

#### 4. Mosfet<sup>4</sup>

Transistor efek-medan semikonduktor logam-oksida (MOSFET) adalah salah satu jenis transistor efek medan. Prinsip dasar perangkat ini pertama kali diusulkan oleh Julius Edgar Lilienfeld pada tahun 1925 . MOSFET mencakup kanal dari bahan semikonduktor tipe-N dan tipe-P, dan disebut NMOSFET atau PMOSFET (juga biasa nMOS, pMOS). Ini adalah transistor yang paling umum pada sirkuit digital maupun analog, namun transistor pertemuan dwi kutub pada satu waktu lebih umum.

---

<sup>4</sup> <http://id.wikipedia.org/wiki/MOSFET>