

SKRIPSI

**IMPLEMENTASI ALGORITMA *BRANCH AND BOUND* DAN
REDUKSI VARIABEL DALAM OPTIMASI KEUNTUNGAN
PRODUKSI**



HANNY PUSPHA JAYANTI

19106010004

**STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2023

**IMPLEMENTASI ALGORITMA *BRANCH AND BOUND* DAN
REDUKSI VARIABEL DALAM OPTIMASI KEUNTUNGAN
PRODUKSI**

Skripsi

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat
Sarjana Matematika



diajukan oleh

HANNY PUSPHA JAYANTI

19106010004

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2023



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada
Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Hanny Puspha Jayanti
NIM : 19106010004
Judul Skripsi : Implementasi Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel dalam Optimasi Keuntungan Produksi

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 8 Februari 2023

Pembimbing

Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom.

NIP. 19720423 199903 1 003



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-715/Un.02/DST/PP.00.9/03/2023

Tugas Akhir dengan judul : IMPLEMENTASI ALGORITMA BRANCH AND BOUND DAN REDUKSI VARIABEL DALAM OPTIMASI KEUNTUNGAN PRODUKSI

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : HANNY PUSPHA JAYANTI
Nomor Induk Mahasiswa : 19106010004
Telah diujikan pada : Kamis, 16 Februari 2023
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Muchammad Abroori, S.Si., M.Kom
SIGNED

Valid ID: 640948595935



Penguji I

Noor Saif Muhammad Massafi, S.Si., M.Sc
SIGNED

Valid ID: 640986839126d



Penguji II

Aulia Khifah Futhona, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6409853861a7f



Yogyakarta, 16 Februari 2023
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Dr. Dra. Hj. Khurul Wardani, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 6409a4c5f234

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Hanny Puspha Jayanti

NIM : 19106010004

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 7 Februari 2022



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Hanny Puspha Jayanti

Skripsi ini saya persembahkan kepada yang selalu bertanya,
“Kapan wisuda?”
Pada akhirnya, skripsi yang baik adalah skripsi yang selesai.



Persembahan khusus, saya berikan kepada kedua orang tua saya dan kedua adik saya yang selalu mendukung, memberikan semangat, dan kepercayaan yang begitu besar kepada saya. Tanpa kalian, saya tidak akan bisa menyelesaikan skripsi ini.

MOTTO

“Kemudian apabila kamu telah membulatkan tekad, maka bertawakkallah kepada Allah. Sesungguhnya Allah menyukai orang-orang yang bertawakkal kepada-Nya.”

(QS. Ali Imran: 159)



PRAKATA

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan setinggi-tingginya atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Implementasi Algoritma *Branch And Bound* dan Reduksi Variabel dalam Optimasi Keuntungan Produksi”. Tidak lupa, shalawat serta salam penulis curahkan kepada Baginda Rasulullah Muhammad SAW yang telah membawa umatnya dari zaman kegelapan ke zaman terang benderang.

Penulis menyadari terdapat banyak hambatan dan halangan dalam menyelesaikan skripsi ini. Akan tetapi, atas motivasi, bimbingan, dorongan, dan bantuan dari berbagai pihak, Alhamdulillah skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati, penulis ingin menyampaikan terima kasih setulus-tulusnya kepada:

1. Prof. Dr. Phil Al Makin, MA., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menimba ilmu di Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika serta dosen pembimbing tema sekaligus pembimbing skripsi yang dengan sabar membimbing penulis sehingga mempermudah penulis dalam penyusunan skripsi ini.
4. Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si. selaku Dosen Penasihat Akademik.
5. Bapak/Ibu Dosen serta Staf Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta atas ilmu, bimbingan, dan pelayanan selama perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini selesai.

6. Orang tua penulis, Almarhum Bapak Joyo Hartono dan Ibu Nur Aisyah atas semua doa, kasih sayang yang berlimpah kepada penulis, serta dukungan moral dan materil sehingga mempermudah dalam penyelesaian skripsi ini. Semoga kasih sayang Allah SWT selalu menyertai.
7. Keluarga besar, khususnya kedua adik penulis, Dinda Putri Jayanti dan Vicky Putra Hartono atas kasih sayang, perhatian, motivasi, serta dukungan untuk setiap langkah yang penulis ambil.
8. Terimakasih sahabat PMM, yaitu Raka, Hanifah, Lathifah, Rila, Savira, Anna, Fuad, Imam, dan Iben atas motivasi, segala hal positif, dan kebersamaan yang kita lalui baik saat senang maupun susah sampai saat ini. Terima kasih telah menjadi tempat berkeluh kesah serta menjadi sobat ambyar selama perkuliahan ini.
9. Rini, Aji, Fuad, Raihan, Jidan, dan Sindi selaku teman SMA yang masih menjadi teman sambat sampai saat ini. Terima kasih telah memberikan semangat, hiburan, dan motivasi dalam banyak hal.
10. Pajriatulaini selaku teman satu bimbingan atas waktu, semangat, bantuan, dan masukkannya selama ini. Semoga Allah SWT memberikan kelancaran terhadap semua urusan kita.
11. Teman-teman HMPS 2020, khususnya teman-teman Departemen Advokasi, yaitu Mba Ika, Mas Fajar, Savira, Lathifah, dan Alya atas dukungan, masukkan, serta motivasi yang telah diberikan.
12. Teman-teman Matematika angkatan 2019, dan Matematika 2018 (Mba Ika, Mas Fajar, Mas Jidan, Mba Nimas, dan Mba Marissa) terima kasih atas kebersamaan, dukungan, bantuan, dan masukkan yang telah diberikan.
13. Teman-teman KKN Blimbing, yaitu Salsa, Diah, Gita, Ainaya, Silpia, Azhar, Alvin, dan Iqbal, terima kasih atas kebersamaan, dukungan yang telah diberikan, dan tentunya ilmu bertahan hidup selama KKN.
14. Warga Padukuhan Blimbing, terlebih Pak Dukuh sekeluarga, terima kasih atas segala kebaikan, kebersamaan, dan tentunya terima kasih atas ilmu yang mungkin hanya bisa saya dapatkan ketika saya berada di sana.

15. Serta seluruh pihak yang ikut membantu, baik secara langsung maupun tidak langsung. Penulis hanya dapat mendoakan, semoga Allah SWT senantiasa membalas kebaikan-kebaikan kalian dengan setimpal. Aamiin.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh sebab itu, penulis memohon maaf apabila ada kesalahan dalam penulisan skripsi ini. Kritik dan saran sangat penulis hargai demi menyempurnakan penulisan di masa yang akan datang. Besar harapan penulis, semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan memberikan hal positif bagi semua pihak yang membutuhkan.

Yogyakarta, 2 Februari 2023

Penulis



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI	ii
PENGESAHAN TUGAS AKHIR	iii
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN.....	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
MOTTO	vi
PRAKATA.....	vii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMBANG	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
INTISARI.....	xvi
ABSTRACT.....	xvii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	3
1.3. Tujuan Penelitian.....	4
1.4. Manfaat Penelitian.....	4
1.5. Batasan Masalah.....	4
1.6. Tinjauan Pustaka	5
1.7. Metodologi Penelitian	9
1.8. Sistematika Penulisan.....	10
BAB II LANDASAS TEORI.....	12
2.1. Riset Operasi	12
2.1.1. Tahap-tahap riset operasi	13
2.1.2. Model-model riset operasi	14
2.2. <i>Linear Programming</i>	15
2.2.1. Karakteristik dalam persoalan <i>linear programming</i>	16
2.2.2. Asumsi model linear programming.....	17
2.2.3. Metode penyelesaian persoalan <i>linear programming</i>	18

2.2.4.	Bentuk umum linear programming	19
2.2.5.	Contoh masalah linear programming	20
2.3.	Metode Grafik	20
2.4.	Metode Simpleks	23
2.5.	<i>Integer Linear Programming</i>	28
2.5.1.	Model integer linear programming	29
2.5.2.	Pentingnya model integer linear programming.....	30
2.5.3.	Bentuk umum integer linear programming	31
2.5.4.	Contoh masalah integer linear programming.....	32
2.6.	Algoritma <i>Branch and Bound</i>	32
2.7.	Algoritma Reduksi Variabel.....	37
2.8.	Perhitungan Menggunakan Maple.....	45
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN.....		47
BAB IV PENUTUP		71
4.1.	Kesimpulan.....	71
4.2.	Saran	72
DAFTAR PUSTAKA		73
LAMPIRAN.....		75
CURRICULUM VITAE.....		85

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1. Perbedaan penelitian.....	7
Tabel 2.1. Mencari titik maksimum	22
Tabel 2.2. Tabel awal metode simpleks	24
Tabel 2.3. Tabel awal (iterasi 1).....	27
Tabel 2.4. Menentukan kolom kunci.....	27
Tabel 2.5. Menentukan baris kunci	27
Tabel 2.6. Menentukan elemen kunci	28
Tabel 2.7. Tabel baru (iterasi 2)	28
Tabel 3.1. Tabel kendala bahan baku (susu sapi).....	47
Tabel 3.2. Kendala biaya produksi (dalam rupiah)	48
Tabel 3.3. Kendala waktu produksi (dalam menit)	48
Tabel 3.4. Kendala bahan pendukung (dalam ml).....	48
Tabel 3.5. Harga jual dan biaya produksi (dalam rupiah)	49
Tabel 3.6. Tabel simpleks (Iterasi 1).....	53
Tabel 3.7. Tabel simpleks (Iterasi 2).....	53
Tabel 3.8. Tabel simpleks (Iterasi 3).....	53
Tabel 3.9. Tabel simpleks (Iterasi 4).....	54
Tabel 3.10. Tabel simpleks (Iterasi 5).....	54
Tabel 3.11. Tabel simpleks (Iterasi 6).....	54
Tabel 3.12. Tabel simpleks (Iterasi 7).....	55

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1. <i>Flowchart</i> Metodologi Penelitian	9
Gambar 2.1. Grafik contoh 2.1	22
Gambar 2.2. <i>Flowchart</i> Algoritma <i>Branch and Bound</i>	35
Gambar 2.3. Percabangan sub-masalah 1 – 3	36
Gambar 2.4. Percabangan sub-masalah 3 – 5	36
Gambar 2.5. Percabangan sub-masalah 4 – 7	37
Gambar 2.6. <i>Flowchart</i> Algoritma Reduksi Variabel	40
Gambar 2.7. Tampilan Maple pada Windows	46
Gambar 2.8. Tampilan lembar kerja Maple	46
Gambar 3.1. Percabangan iterasi 1 dan 2	56
Gambar 3.2. Percabangan iterasi 2 dan 3	57
Gambar 3.3. Percabangan iterasi 3 dan 4	58
Gambar 3.4. Percabangan iterasi 4 dan 5	59

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMBANG

- z : Fungsi objektif atau fungsi tujuan (maksimum atau minimum).
 c_j : Koefisien harga atau parameter dari z .
 x_j : Variabel keputusan yang akan ditentukan.
 a_{ij} : Konstanta pada kendala ke- i dan variabel ke- j .
 b_i : Konstanta pada kendala yang membatasi fungsi objektif.
Basis : Variabel dasar dari suatu persamaan.
 s_j : Variabel slack



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Penyelesaian metode simpleks menggunakan <i>Software Maple</i> dalam Algoritma Branch and Bound	75
Lampiran 2. Penyelesaian Algoritma Reduksi Variabel menggunakan <i>Software Maple</i>	79
Lampiran 3. Perhitungan Menggunakan Excel	82



INTISARI

IMPLEMENTASI ALGORITMA BRANCH AND BOUND DAN REDUKSI VARIABEL DALAM OPTIMASI KEUNTUNGAN PRODUKSI

Oleh
HANNY PUSPHA JAYANTI
19106010004

Linear Programming (LP) tidak dapat menjawab permasalahan hasil produksi yang mensyaratkan variabel keputusan dalam bentuk bilangan bulat. Untuk itu, *Integer Linear Programming* (ILP) hadir sebagai kasus khusus dari *Linear Programming* (LP) yang dapat menjawab permasalahan dengan variabel keputusan berupa bilangan bulat (*integer*). Penelitian ini dimaksudkan untuk mengetahui perbedaan nilai *output* serta banyaknya iterasi yang digunakan dalam Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel untuk menyelesaikan masalah memaksimalkan keuntungan produksi. Algoritma *Branch and Bound* membagi permasalahan ke dalam sub-masalah (*branching*) yang mengarah ke suatu solusi dengan membentuk struktur pohon pencarian dan melakukan pembatasan (*bounding*) untuk mencapai solusi yang optimum. Sedangkan, Algoritma Reduksi Variabel melibatkan pemindahan variabel keputusan dari ruas kiri ke ruas kanan dari fungsi kendala. Penelitian ini akan menggunakan data dari Industri Susu Rembang, dengan permasalahan ingin mendapatkan keuntungan yang maksimum. Menggunakan bantuan *Software Maple*, penyelesaian menggunakan Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel menghasilkan keuntungan yang sama, yaitu sebesar Rp14.786.548. Akan tetapi, proses perhitungan menggunakan Algoritma Reduksi Variabel membutuhkan iterasi yang lebih banyak daripada Algoritma *Branch and Bound*.

Kata kunci: *Integer Linear Programming*, Algoritma *Branch and Bound*, Algoritma Reduksi Variabel.

ABSTRACT

IMPLEMENTATION OF BRANCH AND BOUND ALGORITHM AND VARIABLE REDUCTION ALGORITHM IN PRODUCTION PROFIT OPTIMIZATION

By
HANNY PUSPHA JAYANTI
19106010004

Linear Programming (LP) cannot answer production problems that require decision variables to be in the form of integers. For this reason, Integer Linear Programming (ILP) exists as a special case of Linear Programming (LP) which can answer problems with decision variables in the form of integers. This research is intended to determine the difference in output values and the number of iterations used in the Branch and Bound Algorithm and Variable Reduction to solve the problem of maximizing production profits. The Branch and Bound Algorithm divides the problem into sub-problems (branching) that lead to a solution by forming a search tree structure and bounding to reach the optimum solution. Meanwhile, the Variable Reduction Algorithm involves moving the decision variables from the left side to the right side of the constraint function. This research will use data from the Rembang Dairy Industry, with the problem of wanting to get maximum profit. Using the help of Maple Software, the settlement using the Branch and Bound and Variable Reduction Algorithm produces the same profit, which is IDR 14,786,548. However, the calculation process using the Variable Reduction Algorithm requires more iterations than the Branch and Bound Algorithm.

Keywords: Integer Linear Programming, Branch and Bound Algorithm, Variable Reduction Algorithm.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Riset Operasi pertama kali diperkenalkan di Inggris sebagai hasil studi operasi militer selama Perang Dunia II. G.A. Robert dan E.C. William pada tahun 1993 adalah orang yang pertama kali mengembangkan radar sebagai alat baru bagi peringatan dini dalam menghadapi serangan udara. Pada awal perang, pemimpin militer Inggris memanggil sekelompok ahli dari berbagai disiplin ilmu yang dikoordinasikan untuk mencari cara-cara efisien dalam menggunakan alat tersebut. Keberhasilan kelompok peneliti pada Perang Dunia II menarik perhatian para industriawan. Pertumbuhan industri yang pesat menyebabkan riset operasi sangat dibutuhkan dalam dunia bisnis. Hal ini dikarenakan masalah yang timbul pada dasarnya sama meskipun konteksnya berbeda dengan kalangan militer pada saat itu. Memasuki 1950-an, riset operasi telah berkembang secara cepat di dunia bisnis, pemerintahan, maupun lembaga swasta. Selama periode tersebut, teknik *program linear* dan *dinamik* telah ditemukan dan dikembangkan. Perkembangan besar terjadi dalam penelitian tentang masalah antrian dan persediaan (Meflinda & Mahyarni, 2011).

Untuk memenuhi kebutuhan hidup, manusia seringkali berpikir untuk mendapatkan keuntungan yang besar meskipun sumber daya yang dimiliki terbatas. Sadar atau tidak, manusia sering menggunakan prinsip ekonomi. Oleh sebab itu riset operasi hadir untuk menyelesaikan masalah optimasi yang berhubungan dengan prinsip ekonomi tersebut. Masalah optimasi yang muncul adalah memaksimalkan keuntungan produksi atau meminimumkan biaya produksi dengan sumber daya yang terbatas. Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, dikembangkanlah suatu cara yang disebut dengan *Linear Programming*. Menurut Siswanto (2007), *Linear Programming*

merupakan suatu metode matematis yang berkarakter *linear* untuk menemukan suatu penyelesaian optimal dengan memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan dengan kendala-kendala sebagai batasannya.

Dalam beberapa kasus, terutama yang berhubungan dengan hasil produksi, variabel keputusan yang dihasilkan haruslah bernilai bulat (*integer*). Untuk menyelesaikan permasalahan ini, *Linear Programming* tidak dapat digunakan lagi, karena bisa saja penyelesaian dengan menggunakan metode tersebut menghasilkan nilai yang tidak bulat. Oleh sebab itu, *Integer Linear Programming* hadir sebagai bagian dari *Linear Programming* yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang mengharuskan variabel keputusan bernilai bulat. Metode ini muncul karena pada kenyataannya tidak semua variabel keputusan dapat berupa bilangan pecahan.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini dimaksudkan untuk menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming* dengan menggunakan Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel. Menurut Supatimah, dkk, (2019), Algoritma *Branch and Bound* merupakan salah satu metode yang dapat menyelesaikan permasalahan *Integer Linear Programming*, metode ini membagi permasalahan ke dalam sub-masalah (*branching*) yang mengarah ke suatu solusi dengan membentuk sebuah struktur pohon pencarian dan melakukan pembatasan (*bounding*) untuk mencapai solusi yang optimum. Selanjutnya, Pandian & Jayalakshmi, (2012) memperkenalkan sebuah metode baru dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming* yang disebut sebagai Algoritma Reduksi Variabel, Algoritma ini melibatkan pemindahan suatu variabel keputusan ke sisi lain dari sebuah fungsi kendala.

Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel adalah metode yang sesuai dalam optimalisasi produksi untuk memperoleh keuntungan yang maksimum, dengan variabel yang dihasilkan bernilai *integer*. Pada penelitian ini, untuk kasus yang sama, hasil dari kedua metode tersebut akan

dibandingkan untuk melihat algoritma mana yang menghasilkan iterasi paling sedikit dengan hasil yang paling optimum. Banyaknya iterasi yang dihasilkan menentukan lamanya proses penyelesaian masalah *Integer Linear Programming* untuk mendapatkan keuntungan yang maksimum.

Dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming* dengan menggunakan Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel, akan membutuhkan waktu yang lama jika dikerjakan secara manual, terlebih apabila masalah ILP tersebut memiliki banyak variabel dengan angka yang besar. Untuk membantu penyelesaian masalah *Integer Linear Programming* ada beberapa *software* yang dapat digunakan. Pada penelitian ini, *software* yang akan digunakan adalah Maple. *Software* Maple mencakup tentang penyelesaian matematika untuk mendukung berbagai topik operasi matematika, salah satunya adalah permasalahan persamaan linear.

Dengan adanya penelitian ini, diharapkan dapat memberikan suatu perbedaan dengan melihat jumlah iterasi yang dihasilkan untuk mendapatkan hasil yang optimum di antara Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel. Adapun judul penelitian dalam skripsi ini yaitu “Implementasi Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel dalam Optimasi Keuntungan Produksi”.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan sebelumnya, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

- a. Bagaimana konsep Algoritma *Branch and Bound* dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming*?
- b. Bagaimana konsep Algoritma Reduksi Variabel dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming*?
- c. Bagaimana perbedaan antara Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming*

untuk memperoleh hasil yang paling optimum dan banyaknya iterasi yang digunakan?

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

- a. Untuk memberikan pengetahuan tentang konsep Algoritma *Branch and Bound* dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming*.
- b. Untuk memberikan pengetahuan tentang konsep Algoritma Reduksi variabel dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming*.
- c. Untuk mengetahui perbedaan antara Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming* untuk memperoleh hasil yang paling optimum dan melihat banyaknya iterasi yang digunakan.

1.4. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

- a. Memberikan informasi tentang apa itu Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel.
- b. Menambah wawasan mengenai bagaimana Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming*.
- c. Menambah ilmu tentang perbedaan Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel dalam mengatasi masalah *Integer Linear Programming* untuk memperoleh hasil yang paling optimum dan melihat banyaknya iterasi yang digunakan.

1.5. Batasan Masalah

Dalam menyelesaikan skripsi ini, terdapat batasan masalah sebagai berikut:

- a. Masalah *Integer Linear Programming* yang akan dibahas adalah masalah memaksimumkan.

- b. Masalah memaksimalkan yang akan dibahas adalah pengoptimalan jumlah produksi untuk keuntungan yang lebih baik.
- c. Keefektifan Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming* terletak pada perbedaan banyaknya iterasi yang dihasilkan menggunakan metode numerik dan hasil optimum yang didapatkan.

1.6. Tinjauan Pustaka

Pustaka utama dalam penelitian ini adalah buku karangan Hamdy A. Taha yang berjudul *Operations Research An Introduction*, edisi ke 10 yang diterbitkan pada tahun 2017. Buku ini menjelaskan tentang riset operasi dan teknik-teknik penyelesaiannya. Diantara banyak teknik yang dijelaskan dalam buku ini, dua diantaranya adalah *Linear Programming* dan *Integer Linear Programming*. Pada bagian *Integer Linear Programming* diuraikan dua metode penyelesaian yaitu Algoritma *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*. Dalam buku karangan Hamdy A. Taha ini dijelaskan bahwa walaupun tidak ada metode yang secara komputasi dinilai konsisten efektif, berdasarkan penyelesaian masalah yang sudah-sudah menunjukkan bahwa Algoritma *Branch and Bound* dianggap jauh lebih berhasil daripada Algoritma *Cutting Plane*.

Pustaka utama lain yang digunakan dalam skripsi ini adalah jurnal tahun 2012 dengan judul *A New Approach For Solving Class Of Pure Integer Linear Programming Problems*. Jurnal karya P. Pandian dan M. Jayalakshmi spesifik membahas tentang metode baru yaitu Algoritma Reduksi Variabel. Metode ini dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming* dengan syarat semua variabel keputusan mempunyai solusi *integer*. Pandian dan Jayalakshmi menyatakan bahwa metode ini lebih mudah untuk dipahami dan diaplikasikan jika dibandingkan dengan metode-metode sebelumnya.

Pustaka lain diambil dari Wahyudin Nur dan Nurul Mukhlisah Abdal (2016) dengan judul penelitian *Penggunaan Metode Branch and Bound dan Gomory Cut dalam Menentukan Solusi Integer Linear Programming*. Jurnal ini membahas dan membandingkan dua metode penyelesaian *Integer Linear Programming* yaitu, Metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut*.

Sri Siti Supatimah (2019) dalam skripsinya yang berjudul *Optimasi Keuntungan Dengan Metode Branch and Bound Berbantuan QM For Windows (Studi Kasus Sentral Me Laundry)* juga menjadi tinjauan dalam penelitian ini. Skripsi dari Sri Siti Supatimah membahas mengenai penyelesaian masalah optimasi keuntungan produksi dengan menggunakan Algoritma *Branch and Bound*.

Selain itu, digunakan juga tinjauan pustaka dari Elfira Safitri, Sri Basriati, dan Clara Ramadhania (2020) dengan jurnal yang berjudul *Penyelesaian Integer Linear Programming menggunakan Metode Reduksi Variabel (Studi Kasus: Zee Studio Photography)*. Jurnal ini juga menggunakan rujukan dari jurnal karya Pandian dan Jayalakshmi dengan lima variabel dan lima kendala keputusan.

Penelitian ini menggunakan Algoritma *Branch and Bound* yang telah dikenal sebagai metode lama dan dinilai menjadi metode yang lebih baik dalam menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming* dibanding Metode *Cutting Plane*. Digunakan juga Algoritma Reduksi Variabel sebagai metode baru dalam penyelesaian *Integer Linear Programming*. Kedua metode tersebut akan diimplementasikan dalam bidang maksimalisasi produksi untuk mengetahui metode mana yang menghasilkan iterasi paling sedikit untuk memperoleh hasil yang optimum.

Berikut disajikan tabel perbedaan antara penelitian sebelumnya dengan penelitian pada skripsi ini.

Tabel 1.1. Perbedaan penelitian

No	Nama Peneliti	Judul Penelitian	Perbedaan
1.	Hamdy A. Taha (2017)	<i>Operations Research An Introduction</i>	Membahas mengenai penyelesaian masalah <i>Integer Linear Programming</i> dengan menggunakan metode <i>Branch and Bound</i> dan <i>Cutting Plane</i> . Dalam buku ini terdapat contoh penyelesaian menggunakan metode <i>Branch and Bound</i> dengan dua variabel.
2.	P. Pandian dan M. Jayalakshmi (2012)	<i>A New Approach For Solving Class Of Pure Integer Linear Programming Problems.</i>	Membahas mengenai penyelesaian masalah <i>Integer Linear Programming</i> dengan menggunakan Metode Reduksi Variabel.
3.	Wahyudin Nur dan Nurul Mukhlisah Abdal (2016)	Penggunaan Metode <i>Branch and Bound</i> dan <i>Gomory Cut</i> dalam Menentukan Solusi <i>Integer Linear Programming</i>	Membandingkan dua metode <i>Integer Linear Programming</i> , yaitu metode <i>Branch and Bound</i> dan <i>Gomory Cut</i>
4.	Sri Siti Supatimah (2019)	Optimasi Keuntungan Dengan Metode <i>Branch and Bound</i> Berbantuan QM For	Membahas mengenai metode <i>Branch and Bound</i> dengan penyelesaian

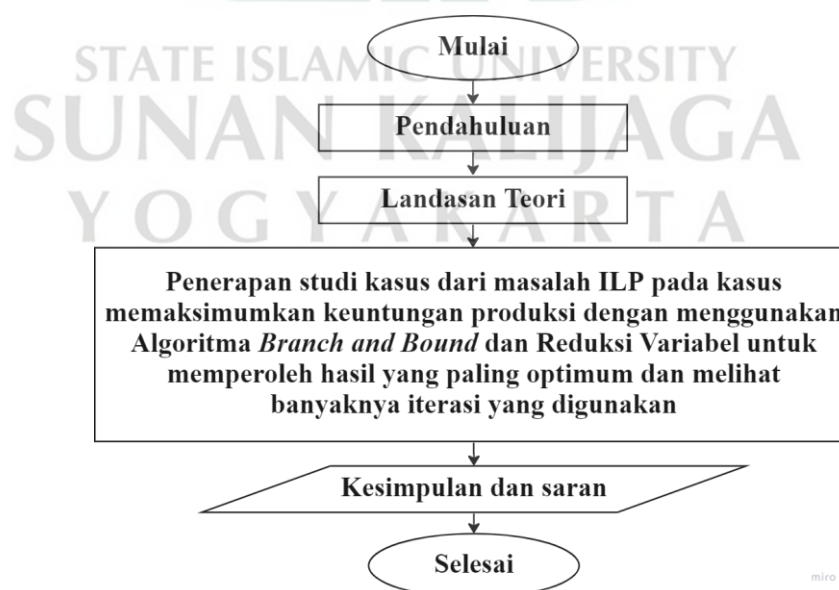
		Windows (Studi Kasus Sentral Me Laundry)	menggunakan bantuan <i>software</i> QM For Windows. Diimplementasikan pada masalah maksimalisasi produksi.
5.	Elfira Safitri, Sri Basriati, dan Clara Ramadhania (2020)	Penyelesaian <i>Integer Linear Programming</i> menggunakan Metode Reduksi Variabel (Studi Kasus: Zee Studio Photography).	Membahas mengenai metode Reduksi Variabel dengan yang diimplementasikan pada kasus maksimalisasi produksi.
6.	Hanny Puspha Jayanti	Implementasi Algoritma <i>Branch and Bound</i> dan Reduksi Variabel dalam optimasi keuntungan produksi	Penelitian ini membahas mengenai Algoritma <i>Branch and Bound</i> sebagai metode lama yang dinilai sebagai metode yang lebih baik dalam menyelesaikan masalah <i>Integer Linear Programming</i> . Sebagai pembandingan, digunakan Algoritma Reduksi Variabel sebagai metode baru yang dinilai lebih mudah untuk dipahami dan diaplikasikan dalam menyelesaikan masalah

			<i>Integer Programming</i> . Kedua metode tersebut akan diterapkan dalam bidang optimasi produksi.
--	--	--	--

1.7. Metodologi Penelitian

Metode penelitian yang digunakan pada skripsi ini adalah studi literatur dan penelitian terapan. Studi literatur dilakukan dengan mencari referensi baik berupa buku, jurnal, maupun skripsi. Kemudian, selain dari jurnal utama yang telah dipelajari, referensi tersebut juga dijadikan sebagai penunjang dalam menyelesaikan penelitian skripsi ini (E. D. Safitri, 2022). Penelitian terapan dilakukan dengan mencari kasus dalam kehidupan sehari-hari yang selanjutnya diselesaikan menggunakan Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel yang telah dipelajari sebelumnya.

Langkah-langkah penelitian digambarkan dengan *flowchart* pada Gambar 1.1 sebagai berikut:



Gambar 1.1. Flowchart Metodologi Penelitian

1.8. Sistematika Penulisan

Secara garis besar, sistematika penelitian dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

Bab I : Pendahuluan

Bab 1 berisi tentang Latar Belakang, Rumusan Masalah, Tujuan Penelitian, Manfaat Penelitian, Batasan Masalah, Tinjauan Pustaka, Metodologi Penelitian, serta Sistematika Penulisan.

Bab II : Landasan Teori

Bab 2 berisi tentang Riset Operasi, *Linear Programming* (LP), Metode Grafik, Metode Simpleks, *Integer Linear Programming* (ILP), Algoritma *Branch and Bound*, Algoritma Reduksi Variabel, serta Perhitungan Menggunakan Maple,

Bab III : Hasil dan Pembahasan

Bab 3 berisi tentang Hasil dan Pembahasan dari masalah *Integer Linear Programming* pada kasus memaksimalkan produksi menggunakan Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel.

Bab IV : Penutup

Bab 4 berisi tentang Kesimpulan dan Saran dari pembahasan pada bab-bab sebelumnya.

BAB IV

PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan tentang Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Untuk menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming* dengan menggunakan Algoritma *Branch and Bound*, maka diperlukan metode simpleks untuk menyelesaikan setiap iterasinya. Hasil dari metode simpleks dijadikan acuan untuk memutuskan apakah iterasi perlu dilanjutkan atau tidak. Apabila hasil optimal belum didapatkan maka dibentuk percabangan dengan menambah dua batasan baru dari variabel terpilih dengan batasan \leq dan batasan \geq . Variabel yang dipilih adalah variabel yang memiliki selisih pecahan terbesar dari bilangan bulatnya. Dalam Algoritma ini, hasil optimum didapatkan apabila semua variabel yang dihasilkan sudah bernilai *integer*.
2. Untuk menyelesaikan masalah *Integer Linear Programming* dengan menggunakan Algoritma Reduksi Variabel, maka hal pertama yang harus dilakukan adalah menentukan nilai minimum dari nilai bilangan bulat terbesar pada setiap fungsi kendala dengan,

$$x_j^* = \min \left\{ \left[\frac{b_i}{a_{ij}} \right] \right\}, \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n$$

Selanjutnya, nilai bilangan bulat terbesar yang terpilih dipindahkan ke ruas kanan dan menjadi pengurang dari b_i . Sehingga, untuk menentukan nilai minimum pada proses selanjutnya yaitu:

$$x_j^* = \min \left\{ \left[\frac{b_i - a_r x_r}{a_{ij}} \right] \right\}, \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n$$

Langkah tersebut terus diulang sampai tersisa satu variabel di ruas kiri. Kemudian, nilai optimum diperoleh dengan mensubstitusi semua variabel yang telah didapatkan ke dalam fungsi tujuan.

3. Algoritma *Branch and Bound* membutuhkan iterasi yang lebih sedikit. Sedangkan, penyelesaian menggunakan Algoritma Reduksi Variabel membutuhkan iterasi yang lebih banyak. Akan tetapi, kedua metode tersebut menghasilkan nilai optimum yang sama. Selanjutnya, apabila diselesaikan dengan cara manual, Algoritma *Branch and Bound* membutuhkan waktu yang lebih lama. Hal ini dikarenakan algoritma tersebut di setiap iterasinya terbagi menjadi dua sub-masalah dan membutuhkan penyelesaian menggunakan metode simpleks, di mana metode simpleks memerlukan iterasi-iterasi juga dalam penyelesaiannya.

4.2. Saran

Berdasarkan pembahasan Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel, penulis menyarankan untuk penelitian ke depannya dapat membahas mengenai masalah *Integer Linear Programming* yang diselesaikan menggunakan Algoritma *Branch and Bound* dan Reduksi Variabel dengan fungsi tujuan meminimumkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Bernard W. Taylor III. (2000). *Sains Manajemen: Pendekatan Matematika untuk Bisnis*. Salemba Empat.
- Bien, Y. I., Daniel, F., & Taneo, P. N. L. (2018). *Kalkulus Integral Berbasis Maple*. Deepublish.
https://www.google.co.id/books/edition/Kalkulus_Integral_Berbasis_Maple/cv6CDwAAQBAJ?hl=id&gbpv=1&dq=Maple&pg=PA17&printsec=frontcover
- Dimiyati, T. T., & Dimiyati, A. (1994). *Operations Research: Model-model Pengambilan Keputusan*. PT Sinar Baru Algensindo.
- Meflinda, A., & Mahyarni. (2011). *Operations Research (Riset Operasi)*. UNRI PRESS.
- Mulyono, S. (1991). *Operations Research*. Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Muslich, M. (2009). *Metode Pengambilan Keputusan Kuantitatif (Pertama)*. Bumi Aksara.
- Novtaria, P., & Bahri, S. (2014). Penyelesaian Masalah Pemrograman Linier Bilangan Bulat Murni Dengan Metode Reduksi Variabel. *Jurnal Matematika UNAND*, 3(3), 17–25.
<http://jmua.fmipa.unand.ac.id/index.php/jmua/article/view/137%0Ahttp://jmua.fmipa.unand.ac.id/index.php/jmua/article/download/137/134>
- Nur, W., & Abdal, N. M. (2016). Penggunaan Metode Branch and Bound dan Gomory Cut dalam Menentukan Solusi Integer Linear Programming. *Saintifik*, 2(1), 9–15. <https://doi.org/10.31605/saintifik.v2i1.91>
- Nuranggraini, L. V., Pradjaningsih, A., & Riski, A. (2021). Optimasi Produksi Susu Dengan Algoritma Affine Scaling (Studi Kasus Pada Industri Susu Rembangan Jember). *Prosiding Seminar Nasional Integrasi Matematika Dan Nilai Islami*, 4(1), 13–18.
- Pandian, P., & Jayalakshmi, M. (2012). A New Approach For Solving A Class Of Pure Integer Linear Programming Problems. *International Journal of Advanced Engineering Technology*, III(I), 248–251.
- Parmono, V. R., Kristiawan, R., & Hutahaean, H. A. (2007). *Riset Operasi (Pertama)*. Universitas Terbuka.
- Rachmatika, R. (2022). *Implementasi Teknik Riset Operasional Dengan Metode Linear Programming*. Pascal Books.

- Safitri, E., Basriati, S., & Ramadhania, C. (2020). Penyelesaian Integer Linear Programming menggunakan Metode Reduksi Variabel (Studi Kasus: Zee Studio Photography). *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 6(2), 1. <https://doi.org/10.24014/jsms.v6i2.10521>
- Safitri, E. D. (2022). *Prinsip Kerja Algoritma Dinkelbach Dan Transformasi Charnes Cooper Dalam Menyelesaikan Masalah Pemrograman Fraksional Linear*. Skripsi, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
- Siswanto. (2007). *Operation Research, Jilid 1*. Erlangga.
- Subagyo, P., Asri, M., & Handoko, T. H. (2013). *Dasar-Dasar Operations Research* (kedua). BPFE.
- Supatimah, S. S. (2019). *Optimasi Keuntungan Dengan Metode Branch And Bound Berbantuan Qm For Windows*. Skripsi, Universitas Islam Negeri Raden Intan, Lampung.
- Supatimah, S. S., Farida, & Andriani, S. (2019). Optimasi Keuntungan dengan Metode Branch and Bound. *AKSIOMA: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 10(1), 13–23.
- Taha, H. A. (1976). *Operations Research* (Kedua). Macmillan Publishing.
- Taha, H. A. (2017). *Operation Research An Introduction* (10th edition). Pearson Education.