

# SKRIPSI

## PERBANDINGAN METODE *GENERALIZED CROSS VALIDATION* (GCV) DAN *CROSS VALIDATION (CV)* DALAM *MULTIVARIATE* *ADAPTIVE REGRESSION SPLINES (MARS)*

(Studi Kasus: Faktor-faktor yang mempengaruhi laju pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto pada Tahun 2020-2021 di 34 Provinsi Indonesia)



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

LATHIFAH SITI NUR AZIZAH

NIM. 19106010015

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

2023

**PERBANDINGAN METODE *GENERALIZED CROSS VALIDATION*  
(GCV) DAN *CROSS VALIDATION* (CV) DALAM *MULTIVARIATE  
ADAPTIVE REGRESSION SPLINES* (MARS)**

(Studi Kasus: Faktor-faktor yang mempengaruhi laju pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto pada Tahun 2020-2021 di 34 Provinsi Indonesia)

Skripsi

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA  
diajukan oleh  
**LATHIFAH SITI NUR AZIZAH**  
**19106010015**

Kepada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA**

**2023**



## SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

*Assalamu'alaikum wr. wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Lathifah Siti Nur Azizah

NIM : 19106010015

Judul Skripsi : Perbandingan Metode *Generalized Cross Validation* (GCV) dan *Cross Validation* (CV) dalam *Multivariate Adaptive Regression Splines* (MARS)

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqosyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum wr. wb.*

Yogyakarta, 17 Maret 2023

Pembimbing I

Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 19750912 200801 2 015

Yogyakarta, 20 Maret 2023

Pembimbing II

Muhamad Rashif Hilmi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 19920309 202012 1 001



KEMENTERIAN AGAMA  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-928/Un.02/DST/PP.00.9/04/2023

Tugas Akhir dengan judul : PERBANDINGAN METODE GENERALIZED CROSS VALIDATION (GCV) DAN CROSS VALIDATION (CV) DALAM MULTIVARIATE ADAPTIVE REGRESSION SPLINES (MARS)

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : LATHIFAH SITI NUR AZIZAH  
Nomor Induk Mahasiswa : 19106010015  
Telah diujikan pada : Selasa, 28 Maret 2023  
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc.  
SIGNED

Valid ID: 642769684c73f



Penguji I

Muhamad Rashif Hilmi, S.Si., M.Sc.  
SIGNED

Valid ID: 6426732800460



Penguji II

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.  
SIGNED

Valid ID: 64252db59a380



Yogyakarta, 28 Maret 2023  
UIN Sunan Kalijaga  
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.  
SIGNED

Valid ID: 642a485f49b2c

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Lathifah Siti Nur Azizah  
NIM : 19106010015  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 17 Maret 2023



Lathifah Siti Nur Azizah

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## PERSEMBAHAN

*Skripsi ini saya persembahkan untuk :*

*Diri saya sendiri*

*Kedua Orang Tua Saya*

*Adik Saya serta Keluarga*

*Semua pihak yang selalu bertanya “kapan sidang?”, “kapan wisuda?”, “kapan nyusul?”, “kapan lulus?”*

*Serta*

*Almamaterku*

*UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta*



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## MOTTO

*“Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kadar kesanggupannya.” QS Al-Baqarah: 286*

*“Bersabarlah kamu dan kuatkanlah kesabaranmu dan tetaplah bersiap siaga dan bertaqwalah kepada Allah supaya kamu menang.” QS Ali Imran: 200*

*“Sesungguhnya Allah tidak akan merubah nasib suatu kaum kecuali kaum itu sendiri yang mengubah nasibnya.” QS Ar-Ra’d: 11*

*“Jadikanlah masa lalu sebagai pelajaran untuk masa depan karena kamu tidak bisa merubah masa lalu, fokus pada masa depan dan janganlah mengulangi kesalahan di masa lalu.”*

***Always be yourself no matter what they say and never be anyone else even if they look better than you***

## PRAKATA

*Alhamdulillah* rabbil' alamin, puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan segala rahmat dan hidayah-Nya berupa kesehatan jasmani maupun rohani sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul Perbandingan Metode *Generalized Cross Validation* (GCV) dan *Cross Validation* (CV) dalam *Multivariate Adaptive Regression Splines* (MARS) ini dapat diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai derajat Sarjana Matematika. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, sehingga kelak kita mendapatkan syafaatnya di hari akhir.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya motivasi, bantuan, bimbingan serta arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. Phil Al Makin, MA., selaku Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Bapak Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom. selaku Ketua Program Studi Matematika yang telah memberikan pelayanan dan kelancaran akademik.
4. Bapak Dr. Sugiyanto, S.Si., ST., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan pelayanan dan kelancaran akademik.
5. Ibu Dr. Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah membimbing, mengarahkan, dan memotivasi penulis dalam penyusunan skripsi ini hingga dapat terselesaikan dengan baik.
6. Bapak Muhamad Rashif Hilmi, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah membimbing, mengarahkan, dan memotivasi penulis dalam penyusunan skripsi ini hingga dapat terselesaikan dengan baik.
7. Dosen-dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang sudah membagi ilmu yang sangat bermanfaat.



8. Kedua orang tua penulis Imam Sulaiman dan Dwi Purnawati tercinta, yang selalu mendoakan yang terbaik dan memberikan kepercayaan untuk penulis, serta memberikan semangat baik moral maupun materiil.
9. Simbah penulis H.Purwanto dan Alm. Hj.Saminem, yang selalu mendukung dan mendo'akan yang terbaik untuk penulis.
10. Adik penulis (Zulfan), serta Pak Dodo, Ma Eka, Alifian dan Nasywa, yang selalu mendukung dan memberikan semangat agar cepat selesai kuliah.
11. Sahabat "PMM", Rila, Hanifah, Hanny, Savira, Fuad, Raka, Anna, Imam, dan Ibnu, terimakasih atas dukungan, bantuannya, dan motivasinya selama ini.
12. Sahabat "Ring Road Squad", Tyas, Naura, Septi, Ony, Luthfi, terimakasih karena selama ini telah menjadi teman yang baik, memberi semangat, motivasi, dan mau mendengarkan keluh kesah penulis. Untuk Tyas terimakasih telah menemani perjalanan pengerjaan skripsi ini.
13. Teman-teman KKN 108 Bedalo (Zidny, Bowo, Aqil, Ika, Rossid, Rizka, Yunita, Dewi, Khusnul) yang telah bekerjasama selama KKN tanpa ada halangan yang berarti.
14. Teman-teman seperbimbingan skripsi, terimakasih banyak kita pernah berjuang bersama saat menunggu untuk bimbingan.
15. Teman-teman Matematika angkatan 2019 yang telah berjuang dan berproses bersama, terimakasih untuk bantuan dan kerjasamanya selama menjalani masa studi.
16. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan tugas akhir ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah SWT memberikan balasan dan pahala yang berlipat atas kebaikan yang diberikan selama ini dan dapat memberikan manfaat kepada penulis. Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat banyak kesalahan dan kekurangan, oleh karena itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun dalam mengembangkan penelitian. Selain itu, penulis berharap semoga penulisan skripsi ini dapat memberikan manfaat dan menambah wawasan bagi penulis pribadi maupun pihak lain.

Yogyakarta, Maret 2023

Penulis



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN .....	iv
PERSEMBAHAN .....	v
MOTTO.....	vi
PRAKATA .....	vii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR SIMBOL.....	xiv
DAFTAR TABEL.....	xv
DAFTAR GAMBAR .....	xvi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xvii
INTISARI.....	xviii
ABSTRACT .....	xix
BAB I .....	1
PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Batasan Masalah .....	5
1.4 Tujuan Penelitian .....	5
1.5 Manfaat Penelitian .....	6
1.6 Tinjauan Pustaka.....	6
1.7 Sistematika Penulisan .....	10
BAB II.....	12
LANDASAN TEORI.....	12
2.1 Matriks .....	12
2.1.1 Operasi matriks .....	13
2.1.2 Transpose matriks .....	14
2.1.3 Invers matriks.....	14
2.1.4 Trace matriks .....	15
2.2 Notasi Sigma.....	15

2.3	Analisis Regresi Linear.....	16
2.4	Model Regresi Parametrik .....	18
	2.4.1 Estimasi parameter model regresi linear berganda dengan metode kuadrat terkecil.....	20
	2.4.2 Sifat-sifat estimator regresi linear berganda .....	22
	2.4.3 Pengujian parameter model.....	26
2.5	Regresi Nonparametrik .....	27
2.6	Regresi Nonparametrik Spline.....	29
2.7	<i>Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS)</i> .....	31
2.8	<i>Cross Validation (CV)</i> .....	31
2.9	<i>Generalized Cross Validation (GCV)</i> .....	32
2.10	Koefisien Determinasi $R^2$ .....	33
2.11	Produk Domestik Regional Bruto.....	33
	2.11.1 Faktor yang mempengaruhi pertumbuhan PDRB.....	34
BAB III.....		36
METODE PENELITIAN.....		36
3.1	Studi Pustaka.....	36
3.2	Jenis dan Sumber Data.....	36
3.3	Variabel.....	37
3.4	Metode Analisis Data.....	37
3.5	Tahap Penelitian.....	37
3.6	Skema Tahap Penelitian.....	39
BAB IV .....		40
PEMBAHASAN .....		40
4.1	Analisis Regresi Nonparametrik.....	40
4.2	Regresi Spline.....	40
4.3	Model <i>Multivariate Adaptive Regression Spline (MARS)</i> .....	41
4.4	Estimasi Parameter Menggunakan <i>Ordinary Least Squares (OLS)</i> .....	46
4.5	Pemilihan Model <i>Multivariate Adaptive Regression Spline (MARS)</i> Menggunakan Metode GCV.....	48
4.6	Pemilihan Model <i>Multivariate Adaptive Regression Spline (MARS)</i> Menggunakan Metode CV .....	49
4.7	Algoritma Model <i>Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS)</i> ..	49
4.8	Pemilihan Model <i>Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS)</i> Terbaik.....	51

4.9	Pengujian Signifikansi Model MARS .....	51
BAB V.....		54
STUDI KASUS.....		54
5.1	Analisis Deskriptif Data.....	54
5.1.1	Statistik deskriptif Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) di Indonesia.....	54
5.1.2	Statistik deskriptif Pendapatan Asli Daerah (PAD) di Indonesia.....	55
5.1.3	Statistik deskriptif Penanaman Modal Asing (PMA) di Indonesia.....	56
5.1.4	Statistik deskriptif Penanaman Modal Dalam Negeri (PMDN) di Indonesia.....	57
5.1.5	Statistik deskriptif Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) di Indonesia.....	58
5.1.6	Statistik deskriptif Upah Minimum di Indonesia .....	59
5.2	Scatterplot .....	61
5.3	Uji Asumsi Klasik.....	61
5.3.1	Uji Normalitas .....	61
5.3.2	Uji Heterokedastisitas.....	63
5.3.3	Uji Autokorelasi .....	64
5.3.4	Uji Multikolinearitas .....	64
5.4	Estimasi Model MARS .....	65
5.4.1	Model MARS dengan nilai GCV terkecil .....	66
5.4.2	Model MARS dengan nilai CV terkecil .....	67
5.5	Perbandingan Metode GCV dan CV dalam <i>Multivariate Adaptive Regression Spline</i> (MARS) .....	68
5.6	Pengujian Signifikan Model MARS .....	68
5.6.1	Pengujian Serentak .....	68
5.6.2	Uji Individu .....	69
5.7	Model MARS Terbaik .....	72
5.8	Prediksi Laju Pertumbuhan PDRB tahun 2023 .....	77
5.9	Pembahasan.....	79
BAB VI .....		81
KESIMPULAN DAN SARAN.....		81
6.1	Kesimpulan .....	81
6.2	Saran .....	82

DAFTAR PUSTAKA ..... 83



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## DAFTAR SIMBOL

$Y$	:	Produk Domestik Regional Bruto (PDRB)
$X_1$	:	Pendapatan Asli Daerah (PAD)
$X_2$	:	Penanaman Modal Asing (PMA)
$X_3$	:	Penanaman Modal Dalam Negeri (PMDN)
$X_4$	:	Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK)
$X_5$	:	Upah Minimum
$\beta_0$	:	<i>Intercept</i>
$\beta_p$	:	Koefisien regresi pada variabel $X_p$
$\varepsilon$	:	<i>Error</i>
$y_i$	:	Pengamatan respon ke-i
$\bar{y}$	:	Rata-rata
$\gamma_j$	:	Koefisien pengganda nilai $t^j$ terhadap variabel terikat $y$
$t_i^j$	:	Variabel bebas ke-k
$\gamma_{p+l}$	:	Koefisien pada variabel $t^l$ <i>truncated</i> knot ke-k pada spline ber-orde 1
$k_1, k_2, \dots, k_l$	:	Banyaknya titik knot
$(t_i - k_l)_+^p$	:	Fungsi potongan <i>truncated</i>
$a_0$	:	Koefisien konstanta dari basis fungsi $\beta_0$
$a_m$	:	Koefisien konstanta dari basis fungsi ke-m
$M$	:	Banyaknya fungsi basis
$K_m$	:	Derajat interaksi
$t_{km}$	:	Nilai knot dari variabel prediktor (bebas)

STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA

## DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1 Tinjauan pustaka .....	9
Tabel 3. 1 Variabel penelitian .....	37
Tabel 5. 1 Statistik Deskriptif Variabel PDRB .....	55
Tabel 5. 2 Statistik Deskriptif Variabel X1 .....	56
Tabel 5. 3 Statistik Deskriptif Variabel X2 .....	57
Tabel 5. 4 Statistik Deskriptif Variabel X3 .....	58
Tabel 5. 5 Statistik Deskriptif Variabel X4 .....	59
Tabel 5. 6 Statistik Deskriptif Variabel X5 .....	60
Tabel 5. 7 One-Sample Kolmogorov Smirnov .....	63
Tabel 5. 8 Uji Heterokedastisitas .....	63
Tabel 5. 9 Uji Durbin-Watson .....	64
Tabel 5. 10 Uji Multikolinearitas .....	65
Tabel 5. 11 Perbandingan GCV dan CV .....	68
Tabel 5. 12 Hasil Pengujian Serentak .....	69
Tabel 5. 13 Hasil Pengujian Individu (Uji t) .....	70



STATE ISLAMIC UNIVERSITY  
SUNAN KALIJAGA  
YOGYAKARTA



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 3. 1 Skema tahap penelitian.....	39
Gambar 5. 1 Boxplot Variabel Y .....	55
Gambar 5. 2 Boxplot Variabel X1 .....	56
Gambar 5. 3 Boxplot Variabel X2 .....	57
Gambar 5. 4 Boxplot Variabel X3 .....	58
Gambar 5. 5 Boxplot Variabel X4 .....	59
Gambar 5. 6 Boxplot Variabel X5 .....	60
Gambar 5. 7 Scatterplot.....	61
Gambar 5. 8 Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual .....	62

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Tabel Data Penelitian.....	86
Lampiran 2 Tabel Data Penelitia Setelah Standarisasi .....	88
Lampiran 3 Script Uji Asumsi Klasik.....	90
Lampiran 4 Script BF=20, MI=2, MO=0 (GCV) Algoritma Forward.....	91
Lampiran 5 Script BF=20, MI=2, MO=0 (CV) .....	96
Lampiran 6 Script GCV Algoritma Backward.....	100
Lampiran 7 Script Prediksi 2023 .....	101



## INTISARI

### **Perbandingan Metode *Generalized Cross Validation* (GCV) Dan *Cross Validation* (CV) Dalam *Multivariate Adaptive Regression Splines* (MARS)**

Oleh

LATHIFAH SITI NUR AZIZAH

19106010015

Produk Domestik Regional Bruto merupakan salah satu indikator penting untuk mengetahui pertumbuhan kondisi sosial ekonomi di suatu daerah. Untuk mengetahui laju pertumbuhan PDRB dapat digunakan pendekatan dengan model MARS. MARS (*Multivariate Adaptive Regression Spline*) merupakan pendekatan nonparametrik yang penduganya tidak mensyaratkan asumsi tertentu, tidak menunjukkan informasi terkait bentuk kurva regresi melainkan digambarkan menggunakan plot data. MARS dapat digunakan pada data  $50 \leq n \leq 1000$ . Penelitian ini bertujuan membandingkan metode GCV (*Generalized Cross Validation*) dan CV (*Cross Validation*) dalam regresi nonparametrik MARS untuk mengetahui bentuk pemodelan dari faktor-faktor yang mempengaruhi Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia. GCV merupakan suatu metode yang diperoleh dengan menjumlahkan residual-residual kuadrat yang telah terkoreksi dengan kuadrat dari faktor-faktornya. CV adalah suatu metode yang biasa disebut sebagai metode hapus satu, yaitu metode yang bertujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat error prediksi untuk variabel respon. Pemodelan menggunakan GCV dan CV menghasilkan nilai MSE dan  $R^2$  yang berbeda. GCV menghasilkan MSE sebesar 0,1016 dengan  $R^2$  sebesar 89,69%. CV menghasilkan MSE sebesar 0,2074 dengan  $R^2$  sebesar 78,94%. Pemodelan MARS dengan metode GCV lebih baik digunakan untuk data tersebut dibandingkan dengan metode CV.

**Kata kunci:** MARS (*Multivariate Adaptive Regression Spline*), GCV (*Generalized Cross Validation*), CV (*Cross Validation*), MSE,  $R^2$ .

## ABSTRACT

### Comparison Between *Generalized Cross Validation (GCV) Methods and Cross Validation (CV) in Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS)*

By

LATHIFAH SITI NUR AZIZAH

19106010015

Gross Regional Domestic Product is an important indicator to determine the growth of socio-economic conditions in an area. To determine the growth rate of PDRB, the MARS model approach can be used. MARS (Multivariate Adaptive Regression Spline) is nonparametric approach whose the estimator does not require certain assumptions, does not provide information related to the regression curve but is depicted using data plots. MARS can be used on 50 n 1000 data. This study aims to compare GCV (Generalized Cross Validation) and CV (Cross Validation) methods in MARS nonparametric regression to determine the modeling form of the factors that influence Gross Regional Domestic Product in Indonesia. GCV is a method that is obtained by adding up the squared residuals that have been corrected by the squares of the factors. Meanwhile, CV is a method commonly referred to as the one-off method, which is a method that aims to minimize the sum of the squared prediction errors for the response variable. Modeling using GCV and CV produces different MSE values. GCV produces an MSE of 0.1016 with a value of  $R^2 = 89.69\%$ . Then, CV produces an MSE of 0.2074 with a value of  $R^2 = 78.94\%$ . From the result, MARS modeling with the GCV method is better used for this data than the CV method.

**Keywords:** MARS (Multivariate Adaptive Regression Spline), GCV (Generalized Cross Validation), CV (Cross Validation), MSE,  $R^2$ .

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Ilmu matematika mempunyai berbagai cabang ilmu lagi salah satunya adalah statistika. Statistika merupakan cabang ilmu matematika terapan yang berhubungan dengan data. Ilmu yang berhubungan dengan data atau hasil data yang telah disajikan dalam bentuk angka ataupun grafik atau tabel sendiri disebut dengan statistik, sedangkan statistika sering diartikan sebagai ilmu pengetahuan yang berhubungan metode-metode ilmiah untuk pengumpulan, pengorganisasian, perangkuman, pemaparan dan penganalisisan data. Statistika adalah ilmu yang mempelajari bagaimana mengumpulkan data, mengolah data, menyajikan data, menganalisis data, membuat kesimpulan dari hasil analisis data, serta mengambil keputusan pada kondisi di mana tidak ada unsur ketidakpastian (Supandi, 2020).

Analisis regresi merupakan salah satu teknik analisis dalam statistika. Analisis regresi sering digunakan dalam membentuk model matematis untuk memperlihatkan hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor. Analisis regresi dapat diklasifikasikan menurut jumlah variabel bebas yang terkait di dalamnya dan bentuk hubungan fungsional antara variabel bebas dan tak bebas (Prajitno, 1985). Dalam ruang lingkup analisis regresi dibedakan menjadi 3 (tiga), yaitu analisis regresi parametrik, analisis regresi nonparametrik, dan analisis regresi semiparametrik.

Analisis regresi nonparametrik merupakan teknik analisis dalam statistika yang metode pendugaannya bebas atau tidak mensyaratkan asumsi tertentu. Regresi nonparametrik berbeda dengan regresi parametrik dimana regresi nonparametrik digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel terikat dengan variabel bebas yang belum diketahui fungsinya dan hanya diasumsikan bahwa fungsinya mulus (*smooth*). Regresi nonparametrik sendiri mempunyai fleksibilitas yang tinggi diakibatkan oleh bentuk estimasi kurva regresinya dapat

menyesuaikan data tanpa dipengaruhi oleh faktor subjektivitas peneliti (Eubank, 1998). Pendekatan model dengan regresi nonparametrik ada berbagai macam yaitu Kernel, Spline, MARS, Neural Network, Estimator Deret Fourier, *K-Nearest Neighbor*, Histogram, Deret Orthogonal, Wavelets.

MARS (*Multivariate Adaptive Regression Spline*) merupakan pendekatan nonparametrik yang pendugaannya tidak mensyaratkan asumsi tertentu, dimana dalam pendekatan regresi nonparametrik tidak menunjukkan informasi terkait bentuk kurva regresi melainkan dapat digambarkan menggunakan plot data yang menjelaskan hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor. Metode MARS adalah salah satu pendekatan regresi nonparametrik yang dapat digunakan untuk memodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi Produk Domestik Regional Bruto karena metode MARS juga merupakan salah satu metode yang dapat digunakan pada data berdimensi tinggi. Data yang berdimensi tinggi yang dimaksud yaitu data dengan variabel bebasnya  $3 \leq n \leq 20$  dan banyaknya data  $50 \leq n \leq 1000$ . Penelitian ini akan menggunakan pendekatan dengan MARS (*Multivariate Adaptive Regression Spline*) dari berbagai pendekatan nonparametrik.

Regresi spline merupakan salah satu teknik yang digunakan untuk mengestimasi dalam regresi nonparametrik. Teknik yang digunakan untuk mengestimasi dalam penelitian ini adalah MARS. Pemilihan titik knot dalam pemilihan parameter penghalus optimal pada regresi Spline perlu diperhatikan. Budiantara dalam penelitiannya menyebutkan bahwa nilai parameter penghalus berpengaruh pada bentuk estimator Spline. Jika nilai parameter penghalus sangat kecil maka akan menghasilkan estimator kurva regresi yang sangat kasar. Sebaliknya, jika dihasilkan estimator kurva regresi yang sangat mulus, maka nilai parameter penghalus sangat besar (Budiantara, 2000).

Ada beberapa metode yang digunakan untuk memilih titik knot optimal dalam regresi nonparametrik Spline, antara lain metode *Cross Validation* (CV), *Generalized Cross Validation* (GCV) (Wahba, 1990), *Unbiased Risk* (UBR) (Wahba, 1990; Wang, 1998), dan *Generalized Maximum Likelihood* (GML) (Eubank, 1999). Penelitian ini akan membandingkan hasil pemilihan titik knot optimal dengan metode GCV dan metode CV. Metode GCV memberikan beberapa

kelebihan dibandingkan metode lainnya, diantaranya memiliki sifat optimal asimptotik, invarian terhadap transformasi dan dalam perhitungannya varians populasi tidak perlu diketahui (Wahba, 1990). CV adalah suatu metode dimana data digunakan kembali dengan cara tertentu yang mensimulasikan apa yang akan dilakukan jika pengamatan berulang tersedia (Eubank, 1999). Kelebihan metode CV adalah nilai estimasi pada CV dihitung dari regresi lokal yang menghilangkan suatu observasi (Fox, 2008). Metode GCV dan CV merupakan metode yang terkenal karena sifat optimalnya (Wahba, 1990).

Indonesia merupakan salah satu negara berkembang di dunia. Sebagai negara berkembang Indonesia terus melakukan perubahan agar menjadi negara maju. Pertumbuhan ekonomi di Indonesia sendiri tiap tahunnya mengalami kenaikan ataupun penurunan. Peningkatan ekonomi di Indonesia sebenarnya menjadi dampak positif bagi negara Indonesia untuk meningkatkan kesejahteraan masyarakat. Suatu negara pasti mempunyai tujuan untuk mensejahterakan masyarakat, dilihat dari 34 provinsi yang ada di Indonesia banyak provinsi yang telah mengalami kenaikan dalam pertumbuhan ekonomi. Pandemi Covid-19 pada tahun 2020-2021 sangat mempengaruhi pertumbuhan ekonomi di Indonesia. Pandemi di Indonesia sangat berpengaruh terhadap perekonomian di Indonesia dikarenakan adanya pembatasan kegiatan masyarakat di luar rumah. Untuk itu dalam penelitian ini ingin melihat laju pertumbuhan ekonomi di Indonesia setelah terjadinya pandemi.

Pertumbuhan ekonomi merupakan hal penting bagi negara, dimana dengan adanya pertumbuhan ekonomi yang meningkat maka akan mensejahterakan masyarakat. Hal penting yang dapat dilihat dari tingginya pertumbuhan ekonomi adalah adanya indikator untuk menilai bagaimana keberhasilan suatu negara dalam membangun negaranya terutama pada pembangunan negara berkembang. Pertumbuhan ekonomi adalah hal penting yang perlu diperhatikan dalam meningkatkan kesejahteraan masyarakat. Pertumbuhan ekonomi yang tinggi akan meningkatkan kesejahteraan dan kemakmuran masyarakat karena adanya perkembangan kegiatan yang menghasilkan barang dan jasa bertambah banyak.

Selain itu, pemerintah juga dapat melakukan distribusi pendapatan yang merata kepada masyarakat agar kesejahteraan masyarakat meningkat.

Indikator yang digunakan untuk mengukur kinerja ekonomi suatu negara adalah Produk Domestik Bruto. Produk Domestik Bruto ini merupakan jumlah nilai akhir dari seluruh sektor manufaktur dan jasa, baik atas dasar harga berlaku (PDB nominal) dan atas dasar harga konstan (PDB riil). Nilai PDB suatu negara dapat dihitung menggunakan nilai-nilai PDRB dari seluruh wilayah di negara tersebut. Indikator yang digunakan untuk mengukur pertumbuhan ekonomi adalah melalui nilai laju pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan. PDRB adalah jumlah nilai tambah yang dihasilkan oleh seluruh aktivitas produksi di dalam perekonomian daerah (BPS, 2021). Setiap wilayah di Indonesia mempunyai laju pertumbuhan ekonomi yang berbeda-beda dikarenakan nilai PDRB di setiap wilayah tidak selalu meningkat tiap tahunnya. Penelitian sebelumnya laju pertumbuhan PDRB dipengaruhi oleh beberapa faktor. Ada beberapa faktor tersendiri yang diduga menyebabkan meningkatnya PDRB. Penelitian ini faktor yang digunakan yaitu Pendapatan Asli Daerah (PAD), Penanaman Modal Asing (PMA), Penanaman Modal Dalam Negeri (PMDN), Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK), Upah Minimum.

Penelitian ini memiliki tujuan untuk membandingkan metode *Generalized Cross Validation* (GCV) dan *Cross Validation* (CV) dalam pemodelan Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia dengan regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS). Selain itu, pada penelitian ini juga ingin mengetahui bentuk pemodelan yang didapatkan dari faktor-faktor yang mempengaruhi Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia. Produk Domestik Regional Bruto merupakan salah satu indikator penting yang digunakan untuk mengetahui pertumbuhan kondisi sosial ekonomi di suatu daerah. Pentingnya nilai PDRB yang digunakan untuk mengetahui pertumbuhan kondisi sosial ekonomi maka peneliti melakukan penelitian menggunakan nilai PDRB atas dasar harga konstan.



## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan di atas, maka penulis merumuskan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana perbandingan metode *Generalized Cross Validation* (GCV) dan *Cross Validation* (CV) dalam pemodelan Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia dengan regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS) ?
2. Bagaimana bentuk model terbaik yang didapatkan dari faktor-faktor yang mempengaruhi Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia ?

## 1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dijelaskan di atas batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Pemodelan *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS) hanya menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV) dan *Cross Validation* (CV).
2. Pemodelan produk domestik regional bruto di Indonesia dengan regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS).

## 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dijelaskan di atas penelitian ini bertujuan untuk :

1. Membandingkan metode *Generalized Cross Validation* (GCV) dan *Cross Validation* (CV) dalam pemodelan Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia dengan regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS).
2. Mengetahui bentuk pemodelan yang didapatkan dari faktor-faktor yang mempengaruhi Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian yang telah dijelaskan di atas manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah :

### a. Manfaat Teoritis

Manfaat teoritis yang didapatkan dari penelitian ini adalah dapat memberikan wawasan keilmuan tambahan kepada penulis mengenai regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS). Selain itu juga dapat mengetahui metode pemilihan titik knot optimal pada regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS) dengan metode GCV dan CV.

### b. Manfaat Praktis

Manfaat praktis yang didapatkan dari penelitian ini adalah dapat memahami penerapan metode GCV dan CV untuk pemilihan titik knot optimal dalam menentukan model terbaik MARS dalam bidang kehidupan, sehingga dapat membantu pemerintah dalam mengetahui faktor yang paling mempengaruhi laju pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia.

## 1.6 Tinjauan Pustaka

Penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan perbandingan pemilihan titik knot optimal dengan metode *Cross Validation* dan *Generalized Cross Validation* :

1. Jurnal penelitian yang berjudul “Perbandingan Metode *Cross Validation* dan *Generalized Cross Validation* Dalam Regresi Nonparametrik Birespon Spline” oleh Luh Putu Safitri Pratiwi STMIK STIKOM Bali 2017. Penelitian ini menjelaskan bagaimana model spline dalam regresi nonparametrik birespon terbaik yang dapat menggambarkan tingkat derajat kesehatan AKB dan Angka Gizi Buruk Balita dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV) dan *Generalized Cross Validation* (GCV). Hasil dari penelitian ini didapatkan model terbaik yang sesuai untuk derajat kesehatan di Indonesia pada tahun 2015 yaitu dengan menggunakan metode CV dengan nilai CV minimum yang terletak pada model Spline linier satu knot yakni sebesar 77.37831 dengan MSE sebesar 76.75449.

2. Penelitian oleh Sisca Amaliza Program Studi Statistika Universitas Muhammadiyah Semarang 2019 yang berjudul “Perbandingan Metode GCV dan CV Untuk Pemilihan Titik Knot Optimal Menggunakan Regresi Nonparametrik Spline”. Penelitian ini menjelaskan tentang pemilihan titik knot optimal pada model regresi spline truncated menggunakan GCV dan CV pada kasus ketimpangan pendapatan di Provinsi Papua tahun 2017. Hasil dari penelitian ini model terbaik adalah menggunakan metode GCV yang menghasilkan nilai  $MSE = 0.0009$  dan  $R^2 = 91.87\%$ . Sedangkan CV menghasilkan nilai  $MSE = 0.0046$  dan  $R^2 = 59.52\%$ . GCV menghasilkan nilai MSE yang lebih kecil,  $R^2$  yang lebih besar, dan metode GCV menghasilkan model yang lebih baik dibandingkan metode CV.
3. Penelitian yang berjudul “Pemodelan PDRB di Indonesia Menggunakan Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline” oleh Puspita Khanela Program Studi Sarjana Departemen Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya 2017. Penelitian ini menjelaskan mengenai bagaimana statistika deskriptif data PDRB sebagai indikator laju pertumbuhan ekonomi di Indonesia serta bagaimana memodelkan PDRB di Indonesia menggunakan regresi nonparametrik Spline. Penelitian ini menggunakan spline linear dengan titik knot satu, dua, tiga, dan kombinasi. Titik knot optimal dipilih dengan metode GCV. Hasil dari penelitian ini didapatkan titik knot terbaik dari analisis regresi nonparametrik spline yaitu kombinasi knot 2-3-2-3 dan nilai GCV minimum 3150.55 dengan nilai  $R^2 = 99.207\%$ .
4. Penelitian yang berjudul “Pemilihan Titik Knot Optimal Dengan Metode *Generalized Cross Validation* dan *Generalized Maximum Likelihood* Pada Regresi Nonparametrik Spline Birespon” oleh Permata Nazila Program Studi Statistika Jurusan Matematika Universitas Brawijaya 2016. Penelitian ini menjelaskan bagaimana pemilihan titik knot optimal pada estimasi fungsi spline truncated dengan metode GML dan GCV pada data faktor-faktor yang mempengaruhi AKB dan AHH di Provinsi Jawa Timur tahun 2013 dilihat dari nilai  $R^2$ . Hasil dari penelitian ini adalah pemilihan titik knot optimal pada data faktor-faktor yang mempengaruhi AHH dan AKB di Provinsi Jawa Timur

tahun 2013 dengan metode GCV menghasilkan bentuk kurva lebih smooth/mulus dibandingkan pemilihan titik knot menggunakan metode GML. Hal ini berdasarkan nilai  $R^2$  GCV lebih besar daripada nilai  $R^2$  pada metode GML. Estimasi fungsi terbaik yang dapat menggambarkan faktor-faktor yang mempengaruhi AHH dan AKB di Provinsi Jawa Timur tahun 2013 adalah *spline truncated linier birespon 1 titik knot* dengan metode GCV.

Persamaan penelitian ini dengan penelitian yang ditulis oleh Luh Putu Safitri Pratiwi dengan penelitian ini terletak pada penggunaan metode *Cross Validation* (CV) dan *Generalized Cross Validation* (GCV). Kemudian perbedaannya terletak pada pendekatan regresi nonparametrik dan studi kasus yang digunakan. Pada penelitian Luh Putu Pratiwi menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *Birespon Spline* dengan studi kasus tingkat derajat kesehatan AKB dan Angka Gizi Buruk Balita. Sedangkan dalam penelitian ini menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS) dengan studi kasus faktor-faktor yang mempengaruhi laju pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto.

Penelitian yang ditulis oleh Sisca Amaliza memiliki persamaan dengan penelitian ini yang terletak pada penggunaan metode *Cross Validation* (CV) dan *Generalized Cross Validation* (GCV). Kemudian perbedaannya terletak pada pendekatan regresi nonparametrik dan studi kasus yang digunakan. Pada penelitian Sisca Amaliza menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *Spline Truncated* dengan studi kasus ketimpangan pendapatan di Provinsi Papua tahun 2017. Sedangkan dalam penelitian ini menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS) dengan studi kasus faktor-faktor yang mempengaruhi laju pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto.

Persamaan penelitian ini dengan penelitian yang ditulis oleh Puspita Khanela terletak pada penggunaan metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Kemudian perbedaannya terletak pada metode *Cross Validation* (CV), dalam penelitian Puspita Khanela hanya menggunakan metode GCV. Perbedaan lainnya terletak pada pendekatan regresi nonparametrik. Penelitian Puspita Khanela

menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *Spline Linear*. Sedangkan dalam penelitian ini menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS). Penelitian Puspita Khanela menggunakan studi kasus faktor-faktor yang mempengaruhi PDRB di Indonesia tahun 2015 dan ada empat faktor yang digunakan, sedangkan dalam penelitian ini menggunakan studi kasus yang sama namun terdapat lima faktor yang digunakan dengan dua faktor yang sama dan tiga faktor lainnya berbeda dari penelitian sebelumnya.

Persamaan penelitian ini dengan penelitian yang ditulis oleh Permata Nazila terletak pada penggunaan metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Kemudian perbedaannya terletak pada metode *Cross Validation* (CV), dalam penelitian Permata Nazila menggunakan metode *Generalized Maximum Likelihood* (GML). Perbedaan lainnya terletak pada pendekatan regresi nonparametrik dan studi kasus yang digunakan. Penelitian Permata Nazila menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *Birespon Spline* dengan studi kasus faktor-faktor yang mempengaruhi AHH dan AKB di Provinsi Jawa Timur tahun 2013. Sedangkan dalam penelitian ini menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS) dengan studi kasus faktor-faktor yang mempengaruhi laju pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto.

Penelitian-penelitian terdahulu, dapat dilihat secara detail pada Tabel 1.1. yang ada di bawah berikut :

**Tabel 1. 1 Tinjauan pustaka**

No	Peneliti	Metode	Estimasi	Objek Penelitian
1	Luh Putu Safitri Pratiwi (2017)	<i>Birespon Spline</i> (Metode <i>Cross Validation</i> (CV) Dan <i>Generalized Cross Validation</i> (GCV))	<i>Likelihood</i>	Angka Kematian Bayi dan Angka Gizi Buruk Balita di Provinsi Bali tahun 2015

No	Peneliti	Metode	Estimasi	Objek Penelitian
2	Sisca Amaliza (2013)	<i>Spline Truncated</i> (Metode GCV dan CV)	<i>Ordinary Least Square</i> (OLS)	Data Ketimpangan Pendapatan Kabupaten/Kota di Provinsi Papua tahun 2017
3	Pupita Khanela (2017)	Spline Linear dengan metode GCV	<i>Ordinary Least Square</i> (OLS)	Data Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia dan Faktor-faktor yang mempengaruhi tahun 2015
4	Permata Naliza (2016)	<i>Spline Truncated</i> (Metode GML dan GCV)	<i>Weighted Least Square</i> (WLS)	Data AKB dan AHH di Provinsi Jawa Timur tahun 2013
5	Lathifah Siti Nur Azizah	<i>Multivariate Adaptive Regression Spline</i> (MARS) dengan metode GCV dan CV	<i>Ordinary Least Square</i> (OLS)	Data Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia dan Faktor-faktor yang mempengaruhi tahun 2020-2021

### 1.7 Sistematika Penulisan

Pada penelitian ini terbagi atas beberapa bab agar memudahkan pemahaman dan pembahasan terhadap permasalahan yang diteliti, sistematika penulisan dalam penelitian ini secara umum dapat dilihat di bawah ini :

**Bab I Pendahuluan**, pada bab ini berisi Latar Belakang Masalah, Rumusan Masalah, Batasan Masalah, Tujuan Penelitian, Manfaat Penelitian, Tinjauan Pustaka, dan Sistematika Penulisan.

**Bab II Landasan Teori**, pada bab ini membahas mengenai teori-teori yang akan digunakan dalam penelitian yang berkaitan dengan permasalahan yang akan diteliti. Teori-teori tersebut antara lain adalah Matriks, Analisis Regresi Linear, Model Regresi Linear Berganda, Statistika Nonparametrik, Regresi Parametrik, Regresi Nonparametrik Spline, *Multivariate Adaptive Regression Spline*, *Cross Validation*, *Generalized Cross Validation*, Produk Domestik Regional Bruto.

**Bab III Metode Penelitian**, pada bab ini membahas mengenai metode penelitian yang berisi tentang Studi pustaka, Jenis dan Sumber data, Variabel, metode analisis data, Tahap penelitian, Flowchart tahap penelitian.

**Bab IV Pembahasan**, pada bab ini membahas tentang *Multivariate Adaptive Regression Spline*, *Cross Validation*, *Generalized Cross Validation*, estimasi parameter dengan *Ordinary Least Squares*, pengujian signifikansi model MARS, pemilihan terbaik model MARS.

**Bab V Studi Kasus**, pada bab ini membahas tentang analisis deskriptif dari data faktor-faktor yang mempengaruhi pertumbuhan produk domestik regional bruto, pembentukan model MARS, pemilihan model terbaik dengan kriteria GCV dan CV serta interpretasi model MARS terbaik.

**Bab VI Penutup**, pada bab ini berisi tentang kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan sebelumnya dan saran-saran terkait dengan penelitian skripsi ini.

## BAB VI

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 6.1 Kesimpulan

Berdasarkan dari analisis dan pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa :

1. Perbandingan dari metode GCV dan CV diperoleh bahwa model MARS dengan GCV lebih baik digunakan untuk memodelkan laju pertumbuhan PDRB. Metode GCV lebih baik dari CV dapat dilihat dari nilai MSE dan  $R^2$ , metode GCV memiliki nilai MSE paling kecil dan nilai  $R^2$  yang paling besar. Pada hasil didapatkan dengan menggunakan metode GCV menghasilkan nilai MSE 0.1016 dan memiliki nilai  $R^2$  sebesar 89.69%. Sedangkan, hasil yang didapatkan dengan menggunakan metode CV menghasilkan nilai MSE sebesar 0.2074 dengan nilai  $R^2$  yang diperoleh sebesar 78.94%. hal tersebut membuktikan bahwa pemodelan MARS dengan menggunakan metode GCV lebih baik digunakan untuk data produk domestik regional bruto dibandingkan dengan menggunakan metode CV.
2. Hasil pemodelan MARS terbaik berdasarkan nilai GCV terkecil sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\hat{Y} = & -1.855(BF_1)(BF_2) - 0.049(BF_3)(BF_4) - 0.037(BF_5)(BF_6) \\ & - 0.212(BF_6)(BF_7) + 0.383(BF_6)(BF_8) - 0.146(BF_9)(BF_{10}) \\ & - 0.059(BF_{11})(BF_8) + 0.866(BF_{12})(BF_2) + 1.037(BF_2)(BF_{16}) \\ & + 0.252(BF_{17})(BF_4) - 0.268(BF_{14})(BF_7) - 0.0509(BF_{18})(BF_{16}) \\ & - 0.499(BF_5)(BF_{19}) + 0.111(BF_{18})(BF_{19}) - 0.284(BF_2)(BF_{20}) \\ & + 1.179(BF_1)(BF_8) - 0.556(BF_{12})(BF_8) - 0.278(BF_{10})(BF_6)\end{aligned}$$

dengan,

$$BF_1 = \max(0, ZX_1 - 2.3369) \quad BF_{11} = \max(0, ZX_4 - 5.1369)$$

$$BF_2 = \max(0, ZX_3 - (-0.4631)) \quad BF_{12} = \max(0, ZX_2 - 5.1369)$$



$$\begin{aligned}
 BF_3 &= \max(0, ZX_1 - 5.1369) \\
 BF_4 &= \max(0, ZX_5 - 5.1369) \\
 BF_5 &= \max(0, ZX_4 - (-0.4631)) \\
 BF_6 &= \max(0, ZX_4 - 2.3369) \\
 BF_7 &= \max(0, ZX_5 - 3.7369) \\
 BF_8 &= \max(0, ZX_5 - (-0.4631)) \\
 BF_9 &= \max(0, ZX_2 - 3.7369) \\
 BF_{10} &= \max(0, ZX_3 - 0.9369) \\
 BF_{16} &= \max(0, ZX_4 - 0.9369) \\
 BF_{17} &= \max(0, ZX_3 - 3.7369) \\
 BF_{18} &= \max(0, ZX_2 - 0.9369) \\
 BF_{19} &= \max(0, ZX_5 - 0.9369) \\
 BF_{20} &= \max(0, ZX_3 - 5.1369)
 \end{aligned}$$

## 6.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan kesimpulan di atas, peneliti memberikan saran sebagai berikut :

1. Untuk penelitian berikutnya dapat menambahkan variabel bebas lainnya yang dapat mempengaruhi laju pertumbuhan produk domestik regional bruto.
2. Peneliti selanjutnya dalam menentukan model terbaik MARS dapat menggunakan perbandingan dari metode selain CV dan GCV terkecil seperti UBR atau GML.

## DAFTAR PUSTAKA

- Amaliza, S. (2013). *Perbandingan Metode GCV dan CV Untuk Pemilihan Titik Knot Optimal Menggunakan Regresi Nonparametrik Spline (Studi Kasus: Ketimpangan Pendapatan Di Provinsi Papua)*. Universitas Muhammadiyah Semarang.
- Annur, M. (2015). Penerapan Metode Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS) Untuk Menentukan Faktor Yang Mempengaruhi Masa Studi Mahasiswa FMIPA UPI. *Jurnal EureMatika Departemen Pendidikan Matematika FMIPA UPI*.
- Anton, H. (1991). *Aljabar Linear Elementer* (P. Silaban & I. N. Susila (trans.); Edisi ke-5). Erlangga.
- Ayres, F. (1984). *Matriks* (I. N. Susila (trans.)). PT Gelora Aksara Pratama.
- Budiantara, I. N. (2000). Metode U, GML, CV, dan GCV dalam Regresi Nonparametrik Spline. *Majalah Ilmiah Himpunan Matematika Indonesia (MIHMI)*, Vol.6, 285–290.
- Eubank, R. L. (1998). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing 2nd Edition*. Marcel Dekker.
- Eubank, R. L. (1999). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*. Marcel Dekker.
- Fox, J. (2008). *Applied Regression Analysis and Generalized Linier Models*. Sage.
- Friedman, J. H. (1991). Multivariate Adaptive Regression Spline. *The Annals of Statistics*, Vol.19(1), 1–67.
- Härdle, W. (1990). *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge University Press.
- Hasibuan, M. J. A., Rusgiyono, A., & Safitri, D. (2019). Pemodelan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) di Provinsi Jawa Tengah Menggunakan Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines (Bagging Mars). *Jurnal Gaussian*, 8(1), 139–148. <https://doi.org/10.14710/j.gauss.v8i1.26628>
- Hidayat, R., Yuliani, & Sam, M. (2017). Model Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan Spline Truncated. *Prosiding Seminar Nasional*, 3(1), 203–210.
- Khanela, P. (2017). *Pemodelan PDRB di Indonesia Menggunakan Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Narulita, S., Kurniati, D., & Hadiyanto, A. (2021). Efektivitas Pembelajaran Tasawuf Dalam Mencapai Kecerdasan Emosional Dan Spiritual Di Pondok Pesantren Fajar Dunia Bogor. *Mozaic : Islam Nusantara*, 7(1), 61–78.

<https://doi.org/10.47776/mozaic.v7i1.173>

- Nash, M., & Brandford, D. (2001). *Parametric and Nonparametric logistic Regression for Prediction of Presence/Absence of An Amphibian*. U.S. Environmental Protection Agency.
- Nazila, P. (2016). *Pemilihan Titik Knot Optimal dengan Metode Generalized Cross Validation dan Generalized Maximum Likelihood Pada Regresi Nonparametrik Spline Birespon*. Universitas Brawijaya.
- Otok, B. W. (2009). Pendekatan Multivariate Adaptive Regression Spline ( MARS ) pada Pengelompokan Zona Musim Suatu Wilayah. *Statistika*, 10(2), 133–140.
- Prajitno, D. (1985). *Analisa Regresi dan Korelasi untuk Penelitian Pertanian* (Edisi Pert). Liberty.
- Pratiwi, Luh Putu Safitri, Ayuningsih, D. (2022). Perbandingan Metode CV dan GCV pada Pemodelan MARS. *SAINTIFIK : Jurnal Matematika, Sains, Dan Pembelajarannya*, 8(2), 114–122.
- Pratiwi, L. P. S. (2017). Perbandingan Metode Cross Validation Dan Generalized Cross Validation Dalam Regresi Nonparametrik Birespon Spline. *Jurnal Varian*, Vol.1(1), 43. <https://doi.org/10.30812/varian.v1i1.49>
- Putri, A. R., Supandi, E. D., & Malahayati. (2020). Analisis regresi robust dengan metode least median square. *Seminar Nasional Statistika Online 2020 (Snsso 2020)*, 2020(Snsso).
- Qudratullah, M. F. (2013). *Analisis Regresi Terapan Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi dengan SPSS*. CV Andi Offset.
- Qudratullah, M. F. (2017). *Statistik Nonparametrik Terapan*. CV Andi Offset.
- Rahmadhani, N. F. (2019). *Multivariate Adaptive Regression Spline ( Mars ) Dalam Menentukan Faktor-Faktor Kecelakaan Lalu Lintas di Kota Yogyakarta*. UIN Sunan Kalijaga.
- Rahman, Y. A., & Chamelia, A. L. (2015). Faktor - Faktor yang Mempengaruhi PDRB Kabupaten / Kota Jawa Tengah Tahun 2008-2012. *Jejak*, 8(1), 88–99. <https://doi.org/10.15294/jejak.v8i1.3857>
- Sugiyono. (2013). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Alfabeta.
- Supandi, E. D. (2020). *Statistika dan Terapannya*. PT Refika Aditama.
- Triatmodjo, B. (2002). *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Beta Offset.
- Utami, A. N. (2021). *Pemodelan Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS)*. UIN Sunan Kalijaga.
- Wahba, G. (1990). *Spline Models for Observational Data*. SIAM.

- Wang, J. and Yang, L. (2009). Polynomial Spline Confidence Bands for Regression Curves. *Statistica Sinica*, 19, 325–342.
- Wang, Y. (1998). Spline Smoothing Models with Correlated Error. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 341–348.
- Winarti & Sony, S. (2010). Pendekatan Regresi Semiparametrik Spline. *Jurnal Sains Dan Seni Pomits*, Vol. 3 No., 194–199.

