

SKRIPSI

PEWARNAAN FRAKSIONAL *FUZZY* PADA GRAF *FUZZY*



MUHAMMAD LUTFI PRAKASTA
19106010029
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2023

PEWARNAAN FRAKSIONAL *FUZZY* PADA GRAF *FUZZY*

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan

mencapai derajat Sarjana S-1

Program Studi Matematika



diajukan oleh

MUHAMMAD LUTFI PRAKASTA

19106010029

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA

YOGYAKARTA

2023



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Muhammad Lutfi Prakasta

NIM : 19106010029

Judul Skripsi : Pewarnaan Fraksional Fuzzy pada Graf Fuzzy

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqsyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Yogyakarta, 7 Maret 2023

Pembimbing

Arif Munandar, M.Sc.

NIP. 19920721 201903 1 013



PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-877/Un.02/DST/PP.00.9/03/2023

Tugas Akhir dengan judul : PEWARNAAN FRAKSIONAL FUZZY PADA GRAF FUZZY

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : MUHAMMAD LUTFI PRAKASTA
Nomor Induk Mahasiswa : 19106010029
Telah diujikan pada : Selasa, 14 Maret 2023
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang

Arif Munandar, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 642169f5abec4



Penguji I

Muhamad Zaki Riyanto, S.Si., M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 6421223304190



Penguji II

Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si.,
M.Si.

SIGNED

Valid ID: 6419ad8951d60



Yogyakarta, 14 Maret 2023

UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 64227bb99f0e4

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Muhammad Lutfi Prakasta

NIM : 19106010029

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 6 Maret 2023



Muhammad Lutfi Prakasta

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN



Karya sederhana ini penulis persembahkan kepada

Almamater dan Keluargaku Tercinta

HALAMAN MOTTO



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

Semua orang jenius. Tetapi jika Anda menilai seekor ikan dari kemampuannya memanjat pohon, ia akan menjalani hidupnya dengan percaya bahwa ia bodoh.

Albert Einstein

"Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan"

(QS. 94:6)

PRAKATA

Allhamdulillahirabbil' alamin, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat, serta hidayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Pewarnaan Fraksional *Fuzzy* pada Graf *Fuzzy*". Penulisan skripsi ini diselesaikan sebagai salah satu prasyarat mencapai gelar Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini terdapat banyak hambatan dan halangan. Namun berkat adanya motivasi, bantuan, bimbingan, dan dorongan dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dr. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika.
3. Malahayati, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan kepada penulis selama menempuh pendidikan.
4. Arif Munandar, M.Sc., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Seluruh dosen dan staf Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan ilmu bermanfaat dan memberikan pelayanan administrasi akademik.

6. Almarhum bapak Tukirin dan Ibu Suparmi tercinta, yang selalu mendoakan terbaik untuk keberhasilan anaknya serta memberikan dukungan materi maupun non-materi.
7. Keluarga besar penulis khususnya kepada mba Fika dan mas Nova yang telah memotivasi dan memberikan semangat.
8. Keluarga besar mahasiswa Prodi Matematika UIN Sunan Kalijaga, khususnya Matematika angkatan 2019 dan DJE HMPS Matematika periode 2020 serta 2021 yang telah berproses mengembangkan diri bersama selama masa kuliah.
9. Sahabat penulis yang telah ada untuk memotivasi penulis baik dalam susah maupun senang.
10. Matematika angkatan 2020 yang telah berkenaan memberikan data untuk melengkapi skripsi ini.
11. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan yang secara langsung maupun tidak langsung membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua yang membacanya. Penulis juga berharap kritik dan saran yang membangun.

Yogyakarta, 1 Februari 2023

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMBANG	xvi
INTISARIxviii
ABSTRACT	xix
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Batasan Masalah	4
1.3. Rumusan Masalah	4
1.4. Tujuan Penelitian	4
1.5. Manfaat Penelitian	5
1.6. Tinjauan Pustaka	5
1.7. Metode Penelitian	6
1.8. Sistematika Penulisan	7
II DASAR TEORI	8

2.1. Graf	8
2.1.1. <i>Adjacent</i> dan Insiden	10
2.1.2. Keterhubungan	11
2.1.3. Jenis-Jenis Graf	14
2.1.4. Pewarnaan Graf	17
2.2. <i>fuzzy</i>	21
2.2.1. α - <i>cut</i> dan <i>Strong α-cut</i>	23
2.3. Program Linier	24
2.3.1. Masalah Program Linier	25
2.3.2. Metode Simpleks	26
III PEWARNAAN FRAKSIONAL FUZZY PADA GRAF FUZZY	30
3.1. Konsep Dasar Graf <i>Fuzzy</i>	30
3.1.1. α - <i>cut</i> dan <i>Strong α-cut</i> pada Graf <i>Fuzzy</i>	34
3.1.2. Homomorfisma pada Graf <i>Fuzzy</i>	41
3.1.3. Isomorfisma pada Graf <i>Fuzzy</i>	43
3.1.4. Gabungan dan <i>Disjoint Union</i> pada Graf <i>Fuzzy</i>	45
3.1.5. <i>Lexicographic Product</i>	47
3.2. Pewarnaan Graf <i>Fuzzy</i>	49
3.2.1. <i>Adjacent Kuat</i>	49
3.2.2. Pewarnaan Graf <i>Fuzzy</i>	53
3.2.3. Bilangan Kromatik <i>Fuzzy</i>	57
3.2.4. Homomorfisma dan Pewarnaan	61
3.3. Pewarnaan Fraksional <i>Fuzzy</i>	65
3.3.1. Himpunan Independen	65
3.3.2. Graf <i>Fuzzy</i> Kneser	66
3.3.3. Pewarnaan Fraksional <i>Fuzzy</i> dari Graf <i>Fuzzy</i>	67

	xi
3.3.4. Algoritma Pewarnaan Fraksional <i>fuzzy</i>	68
IV APLIKASI PADA PENJADWALAN UJIAN	75
4.1. Pembentukan Graf <i>Fuzzy R</i>	75
4.2. Pewarnaan Fraksional <i>Fuzzy</i> pada Graf <i>Fuzzy R</i>	76
V PENUTUP	83
5.1. Kesimpulan	83
5.2. Saran	84
DAFTAR PUSTAKA	85



DAFTAR TABEL

2.1	Derajat setiap vertek pada graf G	15
2.2	Perbedaan pola maksimum dengan pola minimum	27
3.1	Partisi dari graf <i>fuzzy</i> G	61
4.1	Jadwal Ujian A	80
4.2	Jadwal Ujian B	81



DAFTAR GAMBAR

1.1	Skema Metode Penelitian	6
2.1	Graf G secara umum	9
2.2	Graf dan subgraf	10
2.3	Graf G untuk menunjukkan <i>adjacent</i> dan insiden	11
2.4	Graf G untuk menunjukkan <i>walk</i>	12
2.5	Graf G dan H untuk menunjukkan keterhubungan	13
2.6	Komponen penyusun graf H	14
2.7	Graf G untuk menunjukkan derajat	14
2.8	Graf Reguler	15
2.9	Graf Kosong	15
2.10	Graf Komplit	16
2.11	Graf Cycle	16
2.12	Pewarnaan graf G	18
2.13	Graf G pada Algoritma Greedy	19
2.14	Langkah-langkah pewarnaan graf G menggunakan Algoritma Greedy	20
2.15	Hasil akhir pewarnaan graf G menggunakan Algoritma Greedy	20
2.16	Fungsi keanggotaan suhu di kota A	23
2.17	Solusi Contoh 2.3.5 menggunakan software Matlab	29
3.1	Graf <i>fuzzy</i> G	31
3.2	Graf <i>fuzzy</i> G pada subgraf <i>fuzzy</i>	33
3.3	Graf <i>fuzzy</i> H	33
3.4	Graf <i>fuzzy</i> G pada α -cut	34

3.5	(0.35)-cut graf fuzzy G	35
3.6	Graf fuzzy G pada kekuatan <i>edge</i>	35
3.7	Graf fuzzy G pada kekuatan vertek	38
3.8	Graf fuzzy G pada <i>strong α-cut</i>	40
3.9	<i>Strong</i> (0.5)-cut graf fuzzy G	41
3.10	Graf fuzzy G_1 dan G_2	41
3.11	Pemetaan vertek pada graf fuzzy G ke G_1	42
3.12	Pemetaan <i>edge</i> pada graf fuzzy G ke G_1	42
3.13	Graf fuzzy G dan G_2	43
3.14	Pemetaan vertek pada graf fuzzy G ke G_2	44
3.15	Pemetaan <i>edge</i> pada graf fuzzy G ke G_2	44
3.16	Graf fuzzy G dan I	45
3.17	$G \cup I$	46
3.18	Graf fuzzy G dan J	46
3.19	$G \sqcup J$	47
3.20	Graf fuzzy a dan b	48
3.21	<i>Lexicographic product</i> dari a dan b yaitu graf fuzzy $a \circ b$	48
3.22	<i>Lexicographic product</i> dari b dan a yaitu graf fuzzy $b \circ a$	48
3.23	Graf fuzzy G pada vertek <i>adjacent</i> kuat	50
3.24	Graf fuzzy G pada <i>k-strong adjacent</i>	52
3.25	K -pewarnaan graf fuzzy G	54
3.26	Pewarnaan graf fuzzy G	55
3.27	Pewarnaan graf fuzzy G_2	56
3.28	Graf fuzzy G dengan 8 vertek	58
3.29	Graf fuzzy dengan $\delta = 0$	58
3.30	Graf fuzzy dengan $\delta = 0.1$	59

3.31	Graf <i>fuzzy</i> dengan $\delta = 0.2$	59
3.32	Graf <i>fuzzy</i> dengan $\delta = 0.25$	59
3.33	graf <i>fuzzy</i> dengan $\delta = 0.3$	60
3.34	graf <i>fuzzy</i> dengan $\delta = 0.35$	60
3.35	graf <i>fuzzy</i> dengan $\delta = 0.5$	60
3.36	Homomorfisma pewarnaan graf <i>fuzzy</i> H ke C_2	62
3.37	Graf <i>fuzzy</i> G dan H	63
3.38	Homomorfisma pewarnaan graf <i>fuzzy</i> H ke C_2	63
3.39	Graf <i>fuzzy</i> $G \circ H$	64
3.40	Graf <i>fuzzy</i> $G \circ C_2$	64
3.41	Graf <i>fuzzy</i> G pada himpunan independen	65
3.42	Graf <i>fuzzy</i> Kneser dengan 10 vertek	66
3.43	Graf <i>fuzzy</i> G pada pewarnaan fraksional <i>fuzzy</i>	69
3.44	Graf <i>fuzzy</i> G' bersesuaian dengan graf <i>fuzzy</i> G	70
3.45	Solusi program linier graf <i>fuzzy</i> G menggunakan software Matlab	71
3.46	Pewarnaan fraksional <i>fuzzy</i> graf G'	71
3.47	Pewarnaan fraksional <i>fuzzy</i> dari graf <i>fuzzy</i> G	71
3.48	Graf <i>fuzzy</i> L pada pewarnaan fraksional <i>fuzzy</i>	72
3.49	Graf <i>fuzzy</i> L' bersesuaian dengan graf <i>fuzzy</i> L	72
3.50	Solusi program linier graf <i>fuzzy</i> L menggunakan software Matlab	73
3.51	Pewarnaan fraksional <i>fuzzy</i> dari graf <i>fuzzy</i> L'	73
3.52	Pewarnaan fraksional <i>fuzzy</i> dari graf <i>fuzzy</i> L	74
4.1	Graf <i>fuzzy</i> R	76
4.2	Graf <i>fuzzy</i> R' yang bersesuaian dengan graf <i>fuzzy</i> R	77
4.3	Pewarnaan graf R'	78
4.4	Pewarnaan fraksional <i>fuzzy</i> dari graf <i>fuzzy</i> R	79

DAFTAR LAMBANG

$a \in A$: a anggota A
$a \notin A$: a bukan anggota A
$A \subseteq X$: A himpunan bagian atau sama dengan X
$a \leq b$: a kurang dari sama dengan b
$a \geq b$: a lebih dari sama dengan b
$der(a)$: derajat a
$\chi(a)$: bilangan kromatik a
${}^\alpha A$: α -cut dari himpunan A
${}^{\alpha^+} A$: α -cut dari himpunan A
\bar{A}	: komplemen dari himpunan A
$A \cup B$: himpunan A digabungkan himpunan B
$A \cap B$: himpunan A diiriskan himpunan B
$min(A)$: nilai minimum himpunan A
$max(A)$: nilai maksimum himpunan A
σ	: himpunan vertek dari graf <i>fuzzy</i>
μ	: himpunan <i>edge</i> dari graf <i>fuzzy</i>
$I(ab)$: kekuatan <i>edge</i> yang menghubungkan vertek a dan vertek b
I_a	: kekuatan vertek a
θ_a	: nilai maksimum dari seluruh kekuatan <i>edge</i> yang insiden dengan vertek a
ϕ	: fungsi pada graf <i>fuzzy</i>

- \emptyset : himpunan kosong
- $A \sqcup B$: himpunan A digabungkan himpunan B yang hasilnya adalah himpunan kosong
- $A \circ B$: *Lexicographic product* dari graf *fuzzy* A dan B
- $\gamma(A)$: bilangan kromatik dari graf *fuzzy* A
- $\tilde{\chi}(A)$: himpunan bilangan kromatik *fuzzy* dari graf *fuzzy* A
- $I_{\mathbb{D}}$: himpunan independen
- ΣA : jumlah dari anggota himpunan A

INTISARI

PEWARNAAN FRAKSIONAL *FUZZY* PADA GRAF *FUZZY*

Oleh

Muhammad Lutfi Prakasta

19106010029

Himpunan *fuzzy* dari waktu ke waktu terus berkembang. Himpunan *fuzzy* dikembangkan bersamaan dengan teori graf menghasilkan teori baru dinamakan graf *fuzzy*. Sebagaimana dalam teori graf terdapat pewarnaan, pada graf *fuzzy* juga terdapat pewarnaan. Inti pembahasan dari skripsi ini adalah pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*. Pembahasan diawali dengan konsep dasar graf *fuzzy* dan pewarnaan graf *fuzzy*. Skripsi ini dilengkapi dengan homomorfisma graf *fuzzy*, *lexicographic product*, dan vertek *k-strong adjacent*. Kemudian di akhir pembahasan disertakan juga aplikasi penerapan pada penjadwalan ujian mahasiswa matematika. **Kata kunci** : graf *fuzzy*, pewarnaan graf *fuzzy*, pewarnaan fraksional *fuzzy*.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

ABSTRACT

FUZZY FRACTIONAL COLORING OF FUZZY GRAPH

By

Muhammad Lutfi Prakasta

19106010029

Fuzzy sets will continue to develop from year to year. The development of *fuzzy* sets and graph theory resulted a new theory called *fuzzy* graphs. Similar to graph theory, *fuzzy* graphs also have coloring techniques. The main discussion of this thesis is *fuzzy* fractional coloring on *fuzzy* graphs. The discussion begins with the basic concepts of *fuzzy* graphs and *fuzzy* graph coloring. This thesis is also completed with *fuzzy* graph homomorphisms, lexicographical products, and vertex k -strong adjacent. Then, at the end of the discussion also includes the application on scheduling student math exams.

Keyword : *fuzzy* graph, coloring of *fuzzy* graph, *fuzzy* fractional coloring.

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Manusia merupakan makhluk sosial yang tidak bisa hidup sendiri. Manusia selalu membutuhkan bantuan orang lain untuk terus hidup dan berkembang didunia ini. Namun dengan bantuan orang lain saja tidak cukup untuk membuat manusia menjadi lebih baik. Firman Allah SWT pada potongan surat *Ar-Ra'd* Ayat 11:

إِنَّ اللَّهَ لَا يَغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُوا مَا بِأَنْفُسِهِمْ

Artinya: "Sesungguhnya Allah tidak mengubah keadaan sesuatu kaum sehingga mereka mengubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri."

Pada firman di atas telah ditegaskan bahwa manusia akan berkembang jika dirinya mau berusaha. Jadi nasib manusia ditentukan oleh dirinya sendiri.

Selanjutnya sejalan dengan hal di atas, manusia selalu merasa tidak cukup dengan apa yang telah mereka lakukan. Manusia akan selalu memiliki tujuan dalam hidup. Meskipun tujuan tertentu sudah tercapai, maka akan ada tujuan lain yang diinginkan manusia. Firman Allah SWT pada surat *Al-Insyirah* Ayat 7:

فَإِذَا فَرَغْتَ فَانصَبْ

Artinya: "Apabila engkau telah selesai (dengan suatu kebajikan), teruslah bekerja keras (untuk kebajikan yang lain)"

Ayat di atas dapat diartikan bahwa manusia bila telah selesai dengan suatu urusan, maka dianjurkan untuk terus melakukan urusan yang lain.

Kedua firman tersebut mempertegas bahwa manusia haruslah berkembang. Seiring perkembangan zaman manusia akan selalu mengembangkan potensi yang ada. Hal tersebut dibuktikan melalui ilmu pengetahuan. Manusia saling berlomba dalam mengembangkan ilmu pengetahuan. Teori yang ada pada zaman dahulu tidak hanya diajarkan pada zaman sekarang, tetapi juga dikembangkan. Salah satu yang terus berkembang yaitu pada bidang matematika. Matematika merupakan dasar ilmu yang digunakan untuk mengembangkan teknologi.

Teori himpunan atau himpunan tegas adalah salah satu ilmu dasar dalam matematika. Objek-objek yang memiliki karakteristik sama dikelompokkan jadi satu kelompok pada penggunaan himpunan tegas. Terdapat operasi-operasi tertentu pada teori himpunan yang dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari.

Muncul suatu permasalahan dalam perkembangan himpunan tegas. Salah satu permasalahan tersebut adalah keambiguan dalam penentuan kelompok suhu, kelompok umur manusia dan lain-lain. Hal tersebut menjadi dasar dari munculnya himpunan *fuzzy*. Sebagai solusi dari pemecahan masalah yang ada pada himpunan tegas.

Fuzzy atau himpunan *fuzzy* pertama kali diperkenalkan pada tahun 1965 oleh Zadeh sebagai fenomena ketidakpastian sistem kehidupan nyata. Munculnya *fuzzy* juga sangat berdampak besar terhadap perubahan pandangan ilmu pengetahuan dan teknologi.

Salah satu cabang ilmu matematika yang mengembangkan himpunan tegas sebagai dasarnya adalah teori graf. Teori graf pertama kali dikenalkan pada tahun 1736 oleh seorang matematikawan swiss terkenal yaitu Euler. Saat itu graf muncul

sebagai solusi dari masalah yang dikenal dengan jembatan Königsberg. Seiring berjalannya waktu, graf semakin hari semakin berkembang. Hal ini disebabkan karena graf atau teori graf memiliki daya tarik intuitif dan estetika tersendiri yang direpresentasikan dalam bentuk diagram. Salah satu bagian utama dalam teori graf adalah pewarnaan graf. Banyak aplikasi kehidupan nyata yang dapat ditampilkan dan diselesaikan dengan pewarnaan graf. Pewarnaan graf adalah pemberian warna pada setiap vertek sehingga dua vertek yang saling *adjacent* akan memiliki warna berbeda. Jumlah warna yang digunakan pada pewarnaan graf harus minimal.

Graf *fuzzy* pertama kali dikenalkan pada tahun 1973 oleh Kauffman. Graf *fuzzy* merupakan pengembangan konsep graf dan relasi *fuzzy*. Graf *fuzzy* terus dikembangkan seiring berjalannya waktu. Salah satu pengembangan graf *fuzzy* adalah pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy* yang dikemukakan Mahapatra tahun 2020. Mahapatra memperkenalkan konsep baru pewarnaan graf *fuzzy* pada jurnal berjudul "*fuzzy Fractional Coloring of fuzzy Graph with its Application*". Jurnal yang dibuat Mahapatra tersebut, sekaligus menjadi rujukan utama penulis dalam pembuatan skripsi ini.

Skripsi ini memperkenalkan konsep dasar pada graf *fuzzy* beserta beberapa operasinya. Selanjutnya pembahasan dilanjutkan dengan pewarnaan graf *fuzzy* dan pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*. Algoritma pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy* diterapkan berdasarkan pada vertek *adjacent* kuat dengan deskripsi dan contohnya. Beberapa hasil bilangan kromatik dan bilangan kromatik fraksional *fuzzy* juga diperkenalkan untuk graf *fuzzy*. Kemudian diakhiri dengan penerapan aplikasi pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.

1.2. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada tugas akhir ini adalah pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*. Graf *fuzzy* hanya dibatasi mengenai dasar-dasarnya graf *fuzzy* serta beberapa operasi graf *fuzzy*, kemudian dilanjutkan dengan pembahasan pewarnaan graf *fuzzy* dan pewarnaan fraksional *fuzzy* dari graf *fuzzy*. Sebagai dasar digunakan konsep-konsep graf, *fuzzy*, dan pengenalan program linier.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan di atas, kemudian dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana konsep dasar tentang graf *fuzzy*?
2. Bagaimana pewarnaan pada graf *fuzzy*?
3. Bagaimana pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*?
4. Bagaimana penerapan aplikasi dari pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*?

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penulis dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari tentang konsep dasar tentang graf *fuzzy*.
2. Mempelajari tentang pewarnaan pada graf *fuzzy*.
3. Mempelajari tentang pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.
4. Mengetahui penerapan aplikasi dari pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penyusunan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan pemahaman tentang konsep dasar tentang graf *fuzzy*.
2. Memberikan pemahaman tentang pewarnaan pada graf *fuzzy*.
3. Memberikan pemahaman tentang pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.
4. Memberikan gambaran tentang penerapan aplikasi dari pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.

1.6. Tinjauan Pustaka

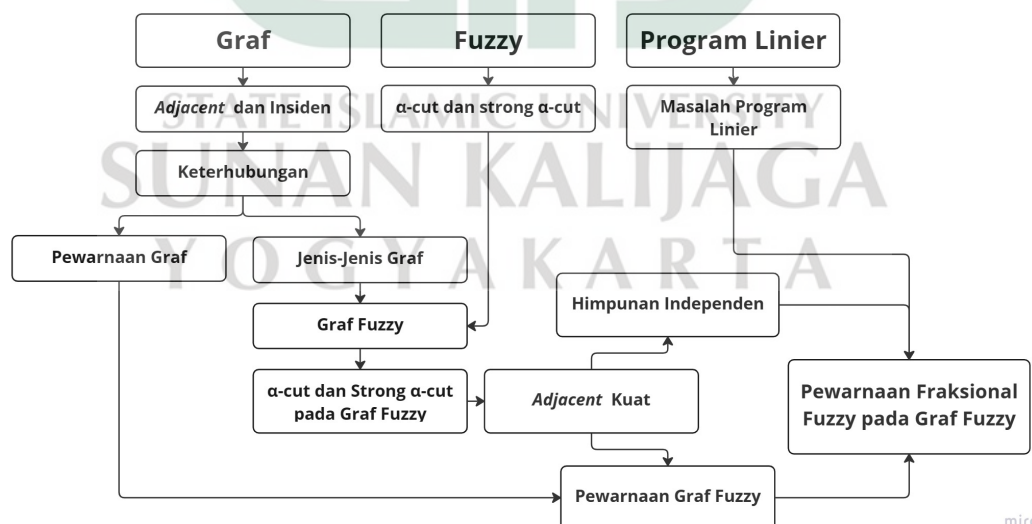
Sebagai acuan yang digunakan penulis untuk landasan teori dalam penulisan skripsi ini bersumber dari buku, makalah, jurnal, dan skripsi.

1. Buku karya Arif Munandar (2022) dengan judul "***Pengantar Matematika Diskrit dan Teori Graf***" membahas tentang pengantar matematika diskrit dan teori graf.
2. Buku karya Madhumangal Pal, Sovan Samanta, dan Ganesh Ghorai (2020) dengan judul "***Modern Trends in fuzzy Graph Theory***" membahas tentang dasar-dasar graf *fuzzy* beserta pengembangannya.
3. Jurnal karya Tanmoy Mahapatra (2020) dengan judul "***fuzzy fractional coloring of fuzzy graph with its application***" membahas tentang pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy* beserta aplikasinya.

1.7. Metode Penelitian

Penelitian ini penulis menggunakan metode studi literatur. Studi literatur diambil dari buku-buku referensi, jurnal-jurnal terkait topik penelitian yaitu; konsep dasar graf *fuzzy*, pewarnaan graf *fuzzy*, dan pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penulisan ini adalah:

1. Membahas konsep dasar dari graf, *fuzzy*, dan sedikit pengenalan program linier.
2. Membahas konsep dasar yang ada pada graf *fuzzy*.
3. Membahas pewarnaan graf *fuzzy*.
4. Membahas pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.
5. Mengetahui penerapan aplikasi dari pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.



Gambar 1.1 Skema Metode Penelitian

1.8. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini terbagi menjadi lima bab, yaitu sebagai berikut:

- BAB 1** : Bab ini membahas tentang latar belakang masalah, batasan masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, tinjauan pustaka, metode penelitian, dan sistematika penulisan.
- BAB 2** : Bab ini membahas tentang dasar-dasar dari graf, *fuzzy* dan sedikit pengenalan program linier yang mendasari pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.
- BAB 3** : Bab ini membahas tentang dasar-dasar graf *fuzzy*, pewarnaan graf *fuzzy*, dan pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.
- BAB 4** : Bab ini membahas pengaplikasian atau penerapan dari pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy*.
- BAB 5** : Bab ini berisikan tentang kesimpulan penelitian dan saran dari penulis terhadap pengembangan penelitian.

BAB V

PENUTUP

Bab penutup ini akan diberikan kesimpulan dan saran-saran yang dapat diambil berdasarkan materi-materi yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

5.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil penulis setelah menyelesaikan pembuatan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Konsep dasar dalam graf *fuzzy* meliputi α -cut, *strong α -cut*, homomorfisma, isomorfisma, gabungan, *disjoin union*, dan *lexicographic product*.
2. Pewarnaan graf *fuzzy* perlu diperhatikan hubungan antar vertek merupakan *adjacent* kuat atau tidak. Jika setiap dua vertek *adjacent* kuat, maka kedua vertek tersebut memiliki warna berbeda. Bilangan kromatik pewarnaan graf *fuzzy* dihitung berdasarkan keberadaan vertek dengan nilai keanggotaan 1.
3. Pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy* tidak sekedar memperhatikan vertek *adjacent* kuat, tetapi perlu memperhatikan juga himpunan independen. Kemudian dalam penentuan bobot setiap warna memerlukan program linier untuk memperoleh nilai minimum yang diperlukan. Terdapat juga algoritma untuk melakukan pewarnaan fraksional dalam graf *fuzzy*.
4. Penerapan aplikasi dari pewarnaan fraksional *fuzzy* pada graf *fuzzy* untuk menentukan jadwal ujian mata kuliah semester 5 tahun ajaran 2022/2023. Terdapat banyak solusi optimum dari penjadwalan karena kurang tepatnya dalam

penentuan nilai keanggotaan pada graf *fuzzy*. Sehingga berakibat pada pemilihan himpunan independen menentukan hasil akhir dari penjadwalan.

5.2. Saran

Saran yang akan penulis sampaikan untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini hanya dibatasi pada beberapa konsep dasar yang ada pada graf *fuzzy*. Diharapkan ada penelitian untuk membahas operasi pada graf *fuzzy* selain yang ada pada penelitian ini.
2. Penelitian ini terdapat penerapan aplikasi pada penjadwalan ujian mata kuliah yang menurut penulis kurang sesuai. Penulis menyarankan untuk melakukan penelitian penerapan aplikasi pewarnaan fraksional *fuzzy* yang lebih sesuai pada kehidupan.

DAFTAR PUSTAKA

- Dantzig, George B. 1914. *Linear Programming and Extensions*. New Jersey : Princeton University Press.
- Eslahchi C., Onagh N. B. 2016. *Vertex strength of fuzzy graphs*. Hindawi Publishing Corporation, Int J Math Math Sci. (2016:1-9)
- Kauffman.A. 1973. *Introduction a la Theorie des Sous-ensembles Flous*. Mansson et Cie. (1:1973)
- Klir, George J., Yuan, Bo. 1995. *fuzzy Sets and fuzzy Logic (Theory and Application)*. New Jersey : Prentice Hall P T R.
- Mahapatra, T., Ghorai, G., Pal, M. 2020. *fuzzy fractional coloring of fuzzy graph with its application*. Springer-Verlag New York, Ind. USA. <https://doi.org/10.1007/s12652-020-01953-9>.
- Munandar, Arif. 2022. *Pengantar Matematika Diskrit dan Teori Graf*. Sleman : Penerbit Deepublish (CV Budi Utama).
- Nagoorgani, A., Malarvhizhi, J. 2008. *Isomorphism on fuzzy Graphs*. International Journal of Computational and Mathematical Sciences, India. (2(11):825-831)
- Pal, M., Samanta, S., Ghorai, G. 2020. *Modern Trends in fuzzy Graph Theory*. Springer Nature Singapore Pte Ltd, Singapore.
- Radha, K., Arumugam, S. 2015. *On lexicographic products of two fuzzy graphs*. Int J fuzzy Math Arch, India. (7(2):169–176)

- Rosyida, I., Indrati, C. R., Widodo, W., Indriati D., Nurhaida. 2019. *fuzzy chromatic number of union of fuzzy graphs: an algorithm, properties and its application*, *fuzzy Sets Syst.* <https://doi.org/10.1016/j.fss.2019.04.028>
- Samanta, S., Paramanik T., Pal M. 2016. *fuzzy coloring of fuzzy graphs*. *Afrika Math.* (27:37-50)
- Sunita, M. S., Kumar A. V. 2002. *Complement of a fuzzy graph*. *Indian J Pure Appl Math, India.* (33(9):1451-1464)
- Sunitha, M. S., Mathew S. 2013. *fuzzy Graph Theory: A Survey*. *Annals of Pure and Applied Mathematics-Kerala, India.* (4:92-110)
- Talebi, A. A., Rashmanlou H. 2013. *Isomorphism on interval-valued fuzzy graphs*. *Annals of Pure and Applied Mathematics-Kerala, India.* (6(1):47-58)
- Zadeh, L. A. 1965. *fuzzy sets*. *California Information and Control, USA.* (338–353)
- Zimmermann, Hans Jurgen. 1943. *fuzzy Sets Theory and its Application*. USA:Kluwer Academic Publisher.