

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA DAN LANDASAN TEORI

A. Tinjauan Pustaka

Sejauh ini, penelitian tentang ilmuwan muslim periode klasik belum banyak dilakukan, terutama yang khusus membahas Umar al-Khayyam dengan kontribusinya dalam keilmuan matematika. Hal ini bukan berarti tidak ada penelitian yang berkaitan dengan tokoh atau ilmuwan muslim periode klasik.

Istiah melalui skripsinya membahas al-Khawarizmi, salah satu ilmuwan muslim periode klasik. Skripsi dengan judul *Penemuan Persamaan Kuadrat oleh al-Khawarizmi (Suatu Studi Tentang Perkembangan Matematika Periode Islam Klasik)*¹ tersebut telah membahas latar belakang kehidupan sosial dan pemikiran al-Khawarizmi terhadap persamaan kuadrat. Al-Khawarizmi dikenal sebagai bapak aljabar dengan karyanya *al-Jabr wa'al-Muqabalah*. Karya-karya al-Khawarizmi mempengaruhi kaum pemikir dan ilmuwan lebih jauh di masa kemudian seperti Umar al-Khayyam, Leonardo Fibonacci dari Pisa dan Jacob dari Florence.² Al-Khawarizmi menemukan persamaan kuadrat dan persamaan tersebut dibagi menjadi enam macam:

1. akar sama dengan bilangan ($bx = c$)
2. kuadrat sama dengan akar ($ax^2 = bx$)

¹ Istiah, *Penemuan Persamaan Kuadrat Oleh Al-Khawarizmi (Suatu Studi Tentang Perkembangan Matematika Periode Islam Klasik)* Skripsi (IAIN Sunan Kalijaga Yogyakarta 2003).

² Istiah, *Penemuan Persamaan*, hal 18.

3. kuadrat sama dengan bilangan ($ax^2 = c$)
4. kuadrat dan akar sama dengan bilangan ($ax^2 + bx = c$)
5. kuadrat dan bilangan sama dengan akar ($ax^2 + c = bx$)
6. kuadrat sama dengan akar ditambah bilangan ($ax^2 = bx + c$).

Fitri Damayani, melalui skripsinya yang berjudul *Perbandingan antara Metode Gauss-Jordan dan Kaidah Cramer dalam Penyelesaian Sistem Persamaan Linier serta Peninjauan terhadap Peranan Al-Karaji di bidang Aljabar* telah membahas salah seorang ilmuwan muslim periode klasik yaitu al-Karaji (kadang-kadang disebut sebagai al-Karkhi, 953 M – 1029 M). Sumbangan al-Karaji dalam bidang aljabar antara lain adalah karyanya yang berjudul *al-Fakhri fi al-Jabr wa Muqabalah* dan *al-Badi' fi al-Hisab*, dan juga menemukan teorema-teorema penjumlahan, menemukan "aturan posisi palsu ganda" untuk menyelesaikan persamaan linier, menyumbangkan cara untuk menyelesaikan persamaan kuadrat dengan mereduksi persamaan-persamaan tipe $ax^{2p} + bx^p = c$ menjadi persamaan-persamaan kuadrat dan menyumbangkan suatu metode untuk menyelesaikan persamaan berderajat 3.

Ilmuwan muslim periode klasik mempunyai peran penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan. Keberadaan ilmuwan muslim periode klasik tersebut perlu diketahui oleh kaum pelajar muslim sekarang. Berdasarkan pertimbangan bahwa penelitian tentang ilmuwan muslim periode klasik, khususnya Umar al-Khayyam belum banyak dilakukan, maka hal inilah yang mendorong penulis untuk melakukan penelitian lebih lanjut tentang Umar al-Khayyam, salah seorang ilmuwan muslim periode klasik serta

kontribusinya dalam aljabar dan prosedur penyelesaian persamaan kubik bentuk $x^3 + ax = b$ menurut Umar al-Khayyam.

B. Landasan Teori

Berikut ini diuraikan beberapa teori yang menjadi pedoman dalam penyelesaian skripsi ini.

1. Biografi Umar al-Khayyam

Ghiasuddin Abu al-Fath Umar Ibnu Ibrahim al-Khayyami lebih dikenal sebagai Umar al-Khayyam, ada juga yang menulis namanya sebagai Omar al-Khayyam. Nama al-Khayyami dalam bahasa Arab berarti pembuat tenda, mungkin ini adalah profesi ayahnya atau leluhurnya karena ini adalah nama keluarga.³ Tidak banyak diketahui tentang kehidupan awal Umar al-Khayyam karena tidak banyak ditemukan literatur yang menerangkan tentang masa kecil dan keluarga Umar al-Khayyam.

Ada cerita yang menceritakan bahwa Umar al-Khayyam adalah teman sekolah dari Nizam al-Mulk yang menjadi perdana menteri pada pemerintahan Seljuq dan Hassan Ibnu Sabbah pendiri mazhab Ismailiyah.⁴ Ketiga teman sekolah itu dikatakan berjanji ketika masa kanak-kanak bahwa siapa pun yang pertama kali mendapatkan ranking tinggi akan membagi masa depannya dengan kedua temannya itu. Nizam al-Mulk adalah yang paling cerdas diantara teman bertiga itu dan menjuarai ujian akhir. Kemudian Nizam al-Mulk diundang ke istana untuk menangani pendidikan Alp Arselan, Pangeran

³ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka* terj. Thamir Abdul Hafedh al-Hamdany (Jakarta: Salemba Teknika, 2001), hal. 86.

⁴ *ibid.*, hal. 88. Lihat juga Jamil Ahmad, *Seratus Muslim Terkemuka* (Jakarta: Pustaka Firdaus, 1994), hal. 204.

Seljuq. Pada penobatan Alp Arselan sebagai Sultan kerajaan Seljuq, Nizam al-Mulk diangkat sebagai perdana menterinya dan membuktikan dirinya sebagai seorang diantara administrator yang paling mampu di dunia Islam. Di tengah kesibukannya, Nizam al-Mulk tak pernah melupakan sahabat-sahabat lamanya dan sekalipun Nizam al-Mulk menyadari kecenderungan-kecenderungan sifat buruk Hassan ibnu Sabbah, dia menepati janjinya dan menempatkan Hassan dalam jabatan yang mempunyai tanggung jawab besar. Hanya saja cerita ini tidak didukung dengan tanggal ketiga teman itu hidup. Tanggal kelahiran Umar al-Khayyam tidak pasti, namun kebanyakan para ahli sejarah menulis tahun kelahiran Khayyam adalah antara tahun 429 H/1038 M - 446 H/1048 M dan meninggal antara tahun 517 H/1123 M - 526 H/1132 M di Nishapur, Khurasan.⁵ Karera Nizam al-Mulk lahir pada tahun 1020 dan seandainya Umar al-Khayyam lahir tahun 1038 M, maka tidak mungkin seandainya mereka menjadi teman sekolah. Seharusnya Umar al-Khayyam dan Hassan ibnu Sabbah telah belajar bersama-sama sehingga tidak ada kesulitan dalam memperhitungkan kronologi, tetapi tidak ada bukti yang paling ringan untuk menunjukkan bahwa Hassan ibnu Sabbah pernah mendapatkan pendidikan di Nishapur.

Khayyam menjadi populer di dunia Barat selain sebagai ahli metafisika dan saintis tetapi juga sebagai penyair lewat terjemahan Rubaiyyat atau kuartainnya yang telah diterjemahkan oleh Fitzgerald. Khayyam membuat syair tentang arti namanya sendiri:

⁵ S.H. Nasr, *Sains dan Peradaban di dalam Islam*, terj. J. Mahyudin (Bandung: Pustaka, 1986), hal. 35.

"Khayyam, yang telah menjahit tenda-tenda sains,
Terjatuh dalam tungku dukacita dan tiba-tiba terbakar,
Gunting nasib telah memotong tenda-tenda hidupnya,
Dan keputusan telah menjualnya untuk sesuatu yang tak berarti!"⁶

Peristiwa-peristiwa politik abad XI memainkan peran penting dalam kehidupan Khayyam. Kaum Seljuq (bangsa Turki) menyerbu Asia Barat Daya dan mendirikan sebuah kerajaan meliputi Mesopotamia, Syria, Palestina dan sebagian besar Iran. Seljuq juga telah menduduki Khurasan, kemudian antara tahun 1038 M dan 1040 M berhasil merebut Iran dari utara ke Timur. Pemimpin Seljuq, Tugrul Beg, mengumumkan dirinya sebagai sultan di Nishapur pada tahun 1038 M dan memasuki Baghdad pada tahun 1055 M. Umar al-Khayyam tumbuh dalam kondisi militer yang tidak stabil, dengan adanya masalah-masalah keagamaan seperti usaha untuk menetapkan sebagai negara muslim ortodox, dan perintah kepada rakyat yang berhaluan ahli sunah supaya berganti syiah.⁷

Khayyam sejak kecil mendapat pendidikan di Nishapur, salah satu gurunya adalah Imam Muwaffak, seorang pendidik yang terkenal di Nishapur waktu itu.⁸ Di Nishapur, Khayyam mempelajari filsafat, salah seorang pengikutnya menuliskan bahwa Khayyam adalah orang yang dianugrahi kecerdasan akal dan pengetahuan yang tinggi.⁹ Tetapi, Nishapur bukanlah sebuah daerah dimana orang-orang dapat mempelajari ilmu pengetahuan dengan mudah, seperti yang dialami Umar al-Khayyam. Ia menggambarkan

⁶ Lihat situs di internet dalam <http://www.islamic-paths.org/Home/English/History>

⁷ Zainal Abidin Ahmad, *Ilmu Politik Islam IV Sejarah Islam dan Umatnya Sampai Sekarang* (Jakarta: Bulan Bintang, 1978). hal. 43.

⁸ M. Natsir Arsyad, *Ilmuwan Muslim Sepanjang Sejarah* (Bandung: Mizan, 1995), hal. 193.

⁹ <http://www.Islamic-paths.org>

kesulitan-kesulitan bagi orang-orang dalam mempelajari ilmu pengetahuan sejak periode ini di dalam pendahuluan karyanya *Treatise on Demonstration of Problems of Algebra*:

"Dan saya tidak mampu menyediakan diri saya untuk mempelajari aljabar ini dan konsentrasi terus menerus di dalamnya, dikarenakan halangan dalam peristiwa-peristiwa yang merintanginya; karena kita kehilangan semua orang berilmu kecuali sekelompok yang sedikit jumlahnya dengan banyak gangguan, yang perhatiannya dalam hidup ialah untuk mengambil kesempatan, jika waktu sedang tertidur, untuk mengabdikan dirinya untuk penelitian dan kesempurnaan sains; karena kebanyakan orang yang meniru filosof mencampurkan antara yang benar dengan yang palsu dan mereka berbuat hanya menipu dan berpura-pura berilmu, dan mereka tidak mempergunakan apa yang mereka ketahui tentang sains kecuali untuk tujuan yang rendah dan bersifat materi; dan jika melihat orang tertentu mencari keadilan dan menyukai kebenaran, berusaha keras untuk menyalahkan yang palsu dan bohong dan menjauhkan kemunafikan dan tipu daya, mereka menertawakan dan mengejeknya. Allah Maha Penolong dalam tiap hal dan kepada-Nya kita berlindung."¹⁰

Pada tahun 1070 M, Khayyam pindah ke Samarkand di Uzbekistan, salah satu kota tertua di Asia Tengah. Di sana Khayyam mendapat dukungan dan perlindungan dari Abu Thabir, seorang ahli hukum terkemuka Samarkand, yang mengizinkan Khayyam untuk melanjutkan ketertarikannya terhadap ilmu pengetahuan, dan menuliskan karya terkenalnya tentang aljabar: *Treatise on Demonstration of Problems of Algebra*, risalah tentang aritmatika sebelum dia berusia 25 tahun.¹¹

Tugrul Beg, pendiri dinasti Seljuq menjadikan Isfahan sebagai ibu kota daerahnya dan cucu laki-lakinya, Malik Shah, menjadi pemerintah kota itu dari tahun 1073 M. Kemasyhuran Khayyam terdengar oleh Sultan Malik Shah

¹⁰ S.H. Nasr, *Sains dan Peradaban*, hal.142

¹¹ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka*, hal. 89. lihat juga <http://www.Islamic-paths.org>

dan perdana menteri, Nizam al-Mulk, sehingga Khayyam diundang ke Isfahan untuk mendirikan sebuah observatorium. Khayyam tetap di Isfahan selama 18 tahun dan memimpin para saintis bekerja di observatorium untuk melakukan penelitian-penelitian dan menghasilkan karya yang berkualitas luar biasa. Situasi politik saat itu memberikan kesempatan bagi Umar al-Khayyam untuk mengabdikan segenap dirinya bagi karya ilmiahnya. Karena pada saat itu sultan menandatangani perdamaian dengan wilayah Khan yang diserangnya sehingga menjadi periode perdamaian pula bagi Umar al-Khayyam untuk berkarya. Sultan dan perdana menteri memberikan dukungan kepada Umar al-Khayyam dengan memberikan sumbangan dana untuk kegiatan penelitian.

Selama waktu itu Umar al-Khayyam bekerja untuk menyusun tabel-tabel astronomi. Umar al-Khayyam adalah salah satu dari delapan sarjana yang ditunjuk Sultan untuk mengadakan perbaikan kalender yang hasilnya dikenal dengan *era jalali*. Hasil dari kerja kelompok Umar al-Khayyam tersebut mempunyai tingkat keakuratan yang jauh lebih baik dibanding dengan yang dibuat oleh Paus Gregory XIII dan mulai diterbitkan pada tanggal 15 Maret 1079 M.¹² Umar al-Khayyam mengukur lama satu tahun adalah 365.24219858156 hari. Ini merupakan perhitungan yang akurat. Terbukti pada akhir abad ke-19 panjang tahun adalah 365.242196 hari. Sedangkan panjang tahun sekarang adalah 365.242190 hari.¹³ Perhitungan Umar al-Khayyam ini mempunyai akumulasi kesalahan satu hari dalam 5000 tahun sedangkan

¹² M. Natsir Arsyad, *ilmuwan Muslim*, hal. 195. Lihat juga Mehdi Nakosteen, *Kontribusi Islam atas Dunia Intelektual Barat*, terj. Joko S. Kahhar (Surabaya: Risalah Gusti 2003), hal. 233.

¹³ <http://www.islamic-paths.org>;

kalender Gregorian mempunyai akumulasi kesalahan satu hari dalam 3330 tahun.¹⁴

Di Isfahan, meskipun menjadi astronom hanya sebagai profesi, Umar al-Khayyam juga harus bertindak sebagai astrolog. Akan tetapi, nampaknya Umar al-Khayyam tidak percaya semua karya ilmiahnya itu dan Umar al-Khayyam melihatnya sebagai salah satu aspek yang kurang diinginkan dalam tugasnya. Sebuah buku yang berjudul *Chahar Magale*, tertanggal sekitar tahun 1156 M, menghubungkan cerita tentang keahlian yang menonjol yang dimiliki Umar al-Khayyam dalam hal ramalan bintang.

Peristiwa-peristiwa politik tahun 1092 M mengakhiri masa perdamaian bagi Umar al-Khayyam untuk berkarya. Sultan Malik Shah meninggal pada bulan November 1092 M, sebulan setelah meninggalnya perdana menteri Nizam al-Mulk yang dibunuh di tengah perjalanan dari Isfahan ke Baghdad oleh gerakan teroris yang disebut Assasins.¹⁵

Sepeninggal Malik Shah, kursi pemerintahan diambil alih oleh istri kedua Malik Shah yang berkuasa selama dua tahun, tetapi istri Malik Shah ini berbeda pandangan dengan Nizam al-Mulk, sehingga dukungan dana bagi kegiatan observatorium dihentikan yang mengakibatkan perbaikan kalender Umar al-Khayyam terengkalai.

Hubungan baik Umar al-Khayyam dan Sultan Malik Shah diakui oleh anggota istananya tetapi Sanjar, anak laki-laki Malik Shah, selalu bersikap tidak ramah kepada Umar al-Khayyam sehingga setelah kematian Malik Shah

¹⁴ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka*, hal. 193.

¹⁵ Gerakan Assasins disebut propaganda baru oleh para anggotanya, dipimpin oleh Hasan Bin Shabah yang berasal dari Thus Persia, keturunan dari raja-raja Himyar di Arabia Selatan.

kebaikan istana yang diperoleh Umar al-Khayyam terus berkurang. Sanjar sebagai gubernur Khurasan, menjadi penguasa Seljuq sejak 1118 M. Di samping itu, Umar al-Khayyam yang menjadi kelompok moderat mendapat serangan dari kaum muslim ortodox karena sikap keraguan Umar al-Khayyam dan filsafatnya tentang kehidupan yang dituangkan dalam syair-syairnya.

Umar al-Khayyam menulis puisi dalam Rubaiyyatnya:

"Sungguh, para idola yang aku cintai begitu lama,
Telah membuat pengharugaanku begitu salah di mata orang-orang,
Telah menenggelamkan kehormatanku dalam sebuah cawan dangkal,
Dan telah menjual reputasiku untuk sebuah lagu."¹⁶

Suatu waktu Umar al-Khayyam meninggalkan Isfahan dan pergi ke Merv (sekarang Mary, Turkmenistan) yang dijadikan ibu kota Seljuq oleh Sanjar. Sanjar menambah sebuah pusat pengetahuan Islam yang besar di Merv, di situ pula Umar al-Khayyam melanjutkan menulis risalahnya tentang matematika.

Umar al-Khayyam juga mengunjungi Samarkand, Bukhara, dan Balkh yang merupakan pusat-pusat intelektual pada masa itu, dan menambah pengetahuan astronominya dengan bertukar pikiran tentang subjek tersebut dengan beberapa intelektual penting yang berdiam di kota-kota itu. Umar al-Khayyam menggabungkan penelitian ilmiahnya dengan studi ilmu pengobatan dan mendapat reputasi tinggi sebagai seorang tabib.¹⁷

Sebagai seorang muslim, Umar al-Khayyam pergi ke Mekah untuk menunaikan ibadah haji dan mengunjungi Baghdad. Setelah kembali dari

¹⁶ <http://www.islamic-paths.org>.

¹⁷ Jamil Ahmad, *Seratus Muslim Terkemuka*, hal. 206.

Baghdad, Umar al-Khayyam tinggal di Nishapur sampai akhir hayatnya. Dia meninggal dalam usia sekitar 83 tahun. Gambaran kematian Umar al-Khayyam digambarkan oleh saudara laki-laki iparnya, Imam Muhammad al-Baghdadi yang diceritakan lagi oleh al-Bayhaqi bahwa Umar al-Khayyam sedang mempelajari metafisika dari kitab *al-Syifa* karya Ibnu Sina. Al-Syifa adalah sebuah ensiklopedi filsafat Arab yang terbesar, yang berisi empat bagian, bagian I mengenai logika, bagian II tentang fisika termasuk ilmu-ilmu zoologi, botani, geologi dan psikologi, bagian III tentang matematika yang membahas geometri, ilmu hitung, astronomi dan musik, dan bagian IV membahas metafisika¹⁸ dan Umar al-Khayyam baru sampai pada bab satu. Kemudian Umar al-Khayyam berdoa sambil merebahkan dirinya mengucapkan "Oh Tuhan, Engkau yang paling tahu bahwa saya telah mencari untuk mengetahui Engkau untuk mengukur kekuatan saya, maafkan dosaku karena pengetahuan dari Engkau adalah alat untuk mendekati kepada Engkau", kemudian Umar al-Khayyam meninggal.¹⁹ Sebelum meninggal Umar al-Khayyam juga pernah mengatakan bahwa makamnya nanti akan menjadi titik tempat pohon-pohon menggugurkan bunga selama dua kali dalam setahun.²⁰ Setelah empat tahun kematian Umar al-Khayyam, di atas makam Umar al-Khayyam banyak kumpulan bunga yang jatuh dari pohon sehingga menutupi batu makamnya.

¹⁸ Amsal Bakhtiar, *Filsafat Ilmu* (Jakarta: PT. RajaGrafindo Persada, cet. Ke-2, 2005), hal. 42.

¹⁹ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka*, hal. 90.

²⁰ *ibid.*, hal. 91.

Sebuah buku yang berjudul *Itman al-Tatimma*, sebuah karya yang penanggalannya pada akhir abad ke-12, merupakan sumber lain tentang kehidupan Umar al-Khayyam. Dalam buku tersebut dituliskan bahwa Umar al-Khayyam adalah seorang filosof dan bukti dari kebenaran, Umar bin Ibrahim al-Khayyami adalah ahli matematika untuk semua yang dipelajari orang Khurasan, lebih jauh lagi dia adalah ahli dalam argumentasi verbal. The Qazi Imam Abdorashid bin Hossein memberikan laporan tentang diskusi yang menempatkannya dalam satu rumah pemandian Merv yang berarti perlindungan dua Surat (ayat Al-Qur'an) dari Qur'an surat 113 sampai surat 114. Umar al-Khayyam mampu menguraikan Qur'an tersebut yang berada di luar dari bidang spesialisasinya.²¹ Dari hal ini dapat dibayangkan betapa luas pengetahuan Umar al-Khayyam tentang ilmu pengetahuan, yang telah dipelajari Umar al-Khayyam siang dan malam di seluruh kehidupannya.

Pada tahun 1934 pemerintah Iran mendirikan sebuah monumen pualam yang sangat indah di atas pusara Umar al-Khayyam sebagai ganti atas kontribusinya dari beberapa negara dan menyatakan Umar al-Khayyam menjadi anak abadi mereka.²²

Corak Pemikiran Umar al-Khayyam

Umar al-Khayyam, karena *Rubaiyyatnya* yang telah diterjemahkan oleh Edward Fitzgerald tahun 1859, membuatnya dikenal oleh masyarakat Barat sebagai penyair yang luar biasa. Penerjemahan yang dilakukan

²¹ *ibid.*, hal. 90.

²² *ibid.*, hal. 111.

Fitzgerald tersebut sebagian secara tepat (sesuai aslinya), sebagian bebas dan sebagian lagi kombinasi dari dua atau lebih kuartain yang asli.²³ Penerjemahan yang dilakukan Fitzgerald terhadap Rubaiyyat Umar al-Khayyam mengakibatkan Umar al-Khayyam dianggap di dunia Barat sebagai seorang hedonis yang skeptis, adalah salah satu tanda kekurangpahaman yang nyata di antara Barat dan Timur, karena sebenarnya Umar al-Khayyam adalah seorang bijak dan seorang gnostik²⁴ yang tinggi martabatnya. Umar al-Khayyam menulis sya'ir dalam kuartainnya:

"Lautan wujud ini dari yang Gaib asalnya,
Tiada yang sanggup menembus permata hakikat ini,
Tiap orang bercerita menurut bualannya sendiri,
Namun segala benda tiada bisa mengurai wujudnya."²⁵

"Semalam kucampakkan kendi lempung pada batu,
Aku mabuk ketika melakukan tindakan setolol itu,
Kemudian kudengar kendi lempung mengutukku,
"Aku seperti kau, kau akan seperti aku pula!"²⁶

Dari kuartain tersebut Umar al-Khayyam terkesan sebagai seorang penganjur utama dari filsafat "hidup, minum dan berpesta", sedangkan kenyataannya dia adalah seorang sufi.²⁷ Umar al-Khayyam menulis kuartain itu tidak sebagai penolakan kemungkinan untuk mendapat kepastian, tapi sebagai koreksi terhadap kemunafikan religius yang salah menganggap

²³ Mehdi Nakosteen, *Kontribusi Islam*, hal. 257.

²⁴ Islam dalam pengertian universal dapat dikatakan punya tiga tingkat makna, tingkat pertama adalah semua makhluk di alam adalah muslim, yaitu menyerah kehendak Illahi, tingkat kedua adalah semua manusia yang dengan kemauannya menerima aturan wahyu yang suci adalah muslim karena mereka menyerah kepada aturan tersebut dan tingkat ketiga adalah tingkat ilmu dan pengertian murni, yaitu tingkat perenungan, gnostik ('arif). Seorang gnostik adalah muslim karena seluruh dirinya diserahkan kepada Allah, ia sendiri tidak punya eksistensi individual yang lain. Lihat S.H. Nasr, *Sains dan Peradaban*, hal. 3.

²⁵ Abdul Hadi W.M. *Sastra Sufi Sebuah Antologi* (Jakarta: Pustaka Firdaus), hal. 137.

²⁶ *ibid*, hal. 138.

²⁷ Umar al-Khayyam menyebut dirinya sendiri sebagai pengikut Ortodoks Phytagoras sekaligus seorang sufi. Lihat S.H. Nasr, *Sains dan Peradaban*, hal. 15.

bentuk-bentuk relatif sebagai kebenaran absolut, hal yang memang ingin disampaikan oleh bentuk tadi.²⁸ Suasana hati yang diutarakan quatrain-quatrainnya yang ternasyhur, bukan yang paling agung atau paling heroik, dimana Umar al-Khayyam menangkap nada yang tepat dari zamannya, dan menyuarakannya dengan sempurna, sama seperti delapan abad sebelumnya orang telah menyuarakan hedonisme yang diperindah dari masyarakat beradab Isfahan. Di belakang skeptisme Umar al-Khayyam, tampak tersembunyi kepastian absolut dalam hal intuisi intelektual.

Dalam dunia Islam pengaruh Umar al-Khayyam terasa sekali dalam bidang matematika dan kehidupan filsafatnya diukur dari naskahnya tentang metafisika dan filsafat. Dalam kutipan dari tulisan metafisikanya, Umar al-Khayyam membagi orang yang mencari ilmu ke dalam empat kategori:

1. Ahli teologi yang mau menerima bukti-bukti bertentangan dan yang "memuaskan" dan menganggap pengetahuan seperti ini tentang al-Khalik telah memadai.
2. Filosof dan orang terpelajar yang menggunakan rasional dan yang ingin mengetahui hukum logika, mereka tidak pernah puas hanya dengan argumen "yang memuaskan". Tapi mereka juga tidak bisa tetap setia dengan syarat-syarat logika dan kemudian tidak tahu lagi apa yang akan dibuatnya dengan itu.
3. Kaum Ismailiyah (satu cabang dalam Syi'ah) dan yang lainnya, yang berkata bahwa jalan kepada ilmu tidak lain adalah menerima penjelasan

²⁸ *ibid.*, hal. 36.

dari sumber yang anli dan dipercaya; karena dalam penalaran tentang ilmu Pencipta, Hakikat-Nya dan sifat-Nya terdapat banyak kesukaran; daya penalaran dan kecerdasan kedua lawan (yang menentang otoritas penuh dari wahyu dan menerima wahyu sepenuhnya) tidak berdaya dan tak dapat berbuat apa-apa terhadap wahyu itu. Karena itu, kata mereka, sebaiknya mencari ilmu dari ucapar seorang jujur.

4. Kaum sufi, yang mengejar ilmu tidak dengan cara meditasi atau pemikiran logis, tapi dengan jalan penyucian jiwa mereka dan pembersihan sifat dan pembawaan mereka. Mereka membersihkan jiwa rasional dari kotoran dunia dan jasadi hingga menjadi substansi yang murni. Jiwa ini akan bertatap muka dengan dunia spiritual, sehingga bentuk dunia tersebut akan benar-benar tercermin dalam jiwa tanpa ragu atau was-was. Ini cara yang terbaik karena tak satu pun dari kesempurnaan Tuhan disembunyikan dan tiada halangan atau tabir baginya. Karena itu setiap gelintir kebodohan yang ada pada manusia datang dari ketidaksucian sifatnya; jika tabir diangkat dan layar atau rintangan dibuang, kebenaran tentang sesuatu seperti apa adanya akan muncul, dan Nabi Muhammad menyatakan ini dengan ucapannya: "Sesungguhnya selama hidup kamu, ilham datang dari Allah. Tidakkah engkau mau menurut ilham itu?" Katakan bagi para rasionalis, bahwa bagi para pecinta Tuhan (gnostis) intuisi adalah penuntun, bukannya pikiran logis.²⁹

²⁹ *ibid.*, hal. 14 – 15.

Dari uraian tersebut, tidak ditemukan ahli matematika masuk golongan mana, dimana Umar al-Khayyam sendiri adalah contoh seorang ahli matematika yang luar biasa. Umar al-Khayyam menyebut dirinya masuk golongan sufi atau gnostik. Umar al-Khayyam, orang yang begitu pintar dalam bidang seni dan sains pada zamannya, memandang cara "pensucian" sufi sebagai cara terbaik dalam mencari ilmu pengetahuan. Tapi bahasa Umar al-Khayyam dalam hal ini tidak hanya teoritis, bahkan hampir operasional; orang harus membersihkan dan memusatkan alat persepsi, yaitu jiwa, sehingga jiwa dapat melihat realitas dunia spiritual. Bagi seorang gnostik seperti Umar al-Khayyam, pengetahuan sebagai alam adalah sekunder terhadap pengetahuan-pengetahuan prinsip-prinsip Ilahi; namun karena pertalian antara gnostik dan semesta alam pun berperan positif dalam membawanya ke tujuan terakhir.³⁰ S.H. Nasr mengkatégorikan Umar al-Khayyam sebagai salah satu tokoh universal dan memegang peran penting dalam beberapa sains.

Karya-karya Umar al-Khayyam

Dalam diri Umar al-Khayyam berbagai perspektif Islam bersatu. Umar al-Khayyam seorang sufi, penyair, filosof, astronom dan juga ahli matematika. Dalam sebuah naskahnya ia menamakan dirinya sebagai seorang siswa Ibnu Sina, tapi karena Umar al-Khayyam hidup lama sesudah Ibnu Sina, itu dapat diartikan bahwa Umar al-Khayyam menganggap dirinya termasuk sebagai pengikut Ibnu Sina.

³⁰ *ibid.*, hal.19.

Perbedaan Umar al-Khayyam dengan Ibnu Sipa adalah bahwa Umar al-Khayyam meninggalkan beberapa risalah dan dari yang beberapa itu sebagian karyanya telah hilang. Al-Baihaqi, ahli biografi yang sezaman dengan Umar al-Khayyam, mengatakan bahwa Umar al-Khayyam itu kikir dalam komposisi dan pengajaran, ia tidak akan menulis kecuali untuk ikhtisar ilmu alam atau fisika. Meskipun ia mempunyai pengetahuan yang luas tentang filsafat, ilmu hukum dan sejarah.

Daftar karya Umar al-Khayyam dapat ditemukan di *The Catalogue of The Persian and Arabic Manuscripts* pada perpustakaan umum Asia atau di Bankipore (Calcuta, 1908).³¹ Berikut ini adalah beberapa karya Umar al-Khayyam yang dapat ditemukan dan dari yang beberapa ini telah berbahasa Inggris. Pengelompokan karya ini penulis buat berdasarkan pengertian tema yang dapat diambil dari judul karyanya:

1. Sastra
 - Rubaiyyat
2. Astronomi
 - Noe-Rooz Namah (buku tentang tahun baru)
 - The Ziji Malik Shahi (sebagian besar karyanya yang berkaitan dengan kalender)
3. Ilmu Pengetahuan Alam dan Fisika
 - A Handbook on Natural Science
 - Lawazimul Amkina

³¹ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka*, hal. 92.

- Resalat dar Ilmi Kulliyat (esai-esai tentang pengetahuan alam semesta)
 - Physycs
 - The Totality of the Science and the Balance
 - Mizanul Hukuma
4. Filsafat
- Khotbatul Qarra (tentang kesatuan wahyu, menerjemahkan karya ini dari Ibnu Sina, dari bahasa Arab ke dalam bahasa Persia tahun 1079)
5. Metafisika
- Al-Kaun wal Taklif
 - Al-Wujud
 - Existence
6. Pemerintahan
- Nizamul Mulk
 - Generation and Corruption
7. Matematika
- Algebra (Treatise on Demonstration of Problems of Algebra)
 - Some Difficulties of Euclid's Definitions
 - The Exactude of the Indian Method of Extracting Squares and Cube Roots
 - Fi Sharh Ma Ashkala Min Musadarot Kitab Uqlidies (Concerning the Difficulties of Euclid's Elements)
 - Jawami' al-Hisab

Karyanya "Jawami' al-Hisab memuat referensi paling awal tentang apa yang telah dikenal sebagai *Segitiga Pascal*, menguji balik Postulat V Euclid yang menyangkut teorema garis sejajar, suatu hal mengenai geometri Euclid yang mendasar. Umar al-Khayyam menamakan dalil kelima Euclid sebagai hal yang paling meragukan yang pernah dibuktikan. Umar al-Khayyam dalam risalahnya "Fi Sharh ma Ashkala min Musadarat Kitab Uqlides" yang menyangkut kesulitan-kesulitan definisi-definisi Euclid, menyajikan segi empat ABCD dengan sisi-sisi AB dan DC yang sama satu dengan lainnya. Keduanya juga tegak lurus BC.



Segi empat yang berhubungan dengan Postulat V

Dalam segi empat ini, sudut A dan D sama, dan pasti merupakan sudut-sudut yang lancip, tumpul atau siku-siku. Dalam hal ini, Umar al-Khayyam membuktikan bahwa hanya yang ketiga yang mungkin benar, sehingga dengan begitu, menegaskan postulat V Euclid. Adapun bunyi postulat V Euclid adalah jika sebuah garis lurus jatuh pada garis membuat sudut interior pada sisi yang sama kurang dari 2 sudut tegak lurus, jika dihasilkan secara tidak tertentu, bertemu pada sisi yang sudutnya kurang dari 2 sudut tegak lurus.³² Umar al-Khayyam dan juga al-Thusi menyadari bahwa bila kemungkinan I yang akan benar, maka jumlah sudut-sudut sebuah segitiga

³² Salah Kaduri Haza'a, *Sejarah Matematika Klasik dan Modern* (Yogyakarta: UAD Press, 2004), hal. 233.

akan kurang dari 180 derajat. Umar al-Khayyam memang tidak tuntas membahas masalah ini, namun tetap menyadari adanya sifat-sifat khas postulat V itu. Karyanya ini masih tersimpan di Munich, Jerman.

Dalam fisika, Umar al-Khayyam menekuni penelitian berat khusus emas dan perak. *Mizanul Hukama*, menentukan metode untuk memastikan berat benda-benda bertatahkan batu berharga tanpa mengeluarkan permata (batu mulia) itu.

Rubaiyyat atau quatrain (sya'ir empat baris-empat baris) merupakan kumpulan dari sya'ir-sya'ir Umar al-Khayyam, meskipun ada anggapan bahwa tidak semuanya merupakan hasil karyanya sendiri. Sya'ir-sya'ir Umar al-Khayyam tampaknya mempunyai selera yang tiap kali berubah, sesuai dengan suasana hatinya. Kadang ia mengungkapkan kerendahan hati dan sifatnya kepada Allah, tapi juga seringkali dengan nada sinis mengejek, penuh harap dan fatalistik. Namun tidak jarang pula ia menjadi garang menantang, bahkan memberontak.

Dalam puisinya, Umar al-Khayyam merupakan seorang Persia khas. Umar al-Khayyam memperlihatkan dirinya sendiri sebagai pemimpin dan yang paling terkemuka dari kelompok pemikir bebas, yang mengejek pembatas-pembatas dogma, dan mengesankan kesia-siaan sifat saleh dan kolot. Orang arif bijaksana adalah yang melewatkan sedikit saat-saat dari kehidupan fana yang tak pasti ini dengan mengejar kesenangan, bebas dari semua kesusahan dan kegelisahan dunia. Dari hal inilah yang membuat Umar al-Khayyam dianggap sebagai seorang hedonis. Rubaiyyatnya ini telah banyak

diterjemahkan ke dalam bahasa Inggris oleh Fitzgerald tahun 1859 M yang kemudian diterbitkan kembali oleh H.M. Batson pada tahun 1900 M disertai komentar dan kata pengantar. Pada tahun 1893, E.H. Whinfiel juga pernah menerjemahkannya dalam sebuah edisinya, "500 Quatrains, a Scholarly Work" ("500 Quatrain; sebuah karya ilmiah").³³ Kemudian pada tahun 1898 M oleh J. Pavne serta E. Heron Alen pada tahun yang sama juga menerjemahkannya. Bjerregard pada tahun 1902 M menerbitkan sebuah buku "Sufi Interpretations of the Quatrains of Omar Umar al-Khayyam and Fitzgerald" ("Interpretasi-interpretasi Kaum Sufi terhadap Quatrain Umar al-Khayyam dan Fitzgerald").

Tabel astronomi Umar al-Khayyam yang dikenal dengan *Zij Malik Shah*, mulai diterbitkan pada tanggal 15 Maret 1079 M. *Zij* berasal dari bahasa Persia *Zig* atau *Zih*, yang berarti kartu.³⁴ Menurut penelitian terakhir yang dilakukan oleh orientalis Soviet, *Kitab Peraturan-peraturan tentang Astronomi*, yang selama itu merupakan kitab anonim, sekarang secara pasti digolongkan ke dalam karya Umar al-Khayyam. Kesimpulan itu dipastikan oleh Nuriya Hairetdinova, matematikawan muda dari lembaga keguruan di *Ferghana*, Uzbekistan. Kesimpulan ini didukung oleh para orientalis Soviet terkemuka. Nuriya telah menganalisa *Kitab Peraturan-peraturan tentang Astronomi* itu, yang memuat satu kata pengantar, enam mukadimah, dan tiga buku, dengan menggunakan fotokopi naskah tersebut, yang tersimpan di perpustakaan Istanbul. Penelitian ini telah membantu mengumpulkan

³³ M. Natsir Arsyad, *Ilmuwan Muslim Sepanjang Sejarah*, hal. 199.

³⁴ Mehdi Nakosteen, *Kontribusi Islam atas Dunia Intelektual Barat*, hal. 244.

informasi baru tentang perkembangan trigonometri sferikal di Timur abad pertengahan, pandangan-pandangan ilmiah Umar al-Khayyam, pemrakarsa perbaikan kalender Arab yang lama, dan pengarang risalah-risalah termasyhur mengenai matematika dan bidang-bidang pengetahuan yang lain. Risalah yang tersimpan di Istanbul ini ditulis kembali pada tahun 1235 M. Satu penelitian analisis tekstual membantu matematikawan Uzbekistan itu menetapkan bahwa Umar al-Khayyam telah menyelesaikan risalahnya itu pada tahun 1094 M.³⁵

Karya Umar al-Khayyam di bidang matematika tentang aljabar, "*Al-Jabr*" ("*Algebra*") telah diterjemahkan dan diedit oleh F. Woepcke kedalam bahasa Prancis (Paris, 1857 M). *Algebra* Umar al-Khayyam adalah buku teks matematika yang paling terkenal pada periode pertengahan dan masih digunakan sebagai teks buku di Persia sampai sekarang.³⁶ Sebuah hasil studi dari buku "The Difficulties of Euclid's Definitions" (Kesulitan-kesulitan definisi Euclid) juga masih tersimpan baik. "Fi Sharh ma Ashkala min Musadarat Kitab Uqlidis, merupakan risalah yang disusun pada tahun 1077 M dua tahun sebelum penerbitan perbaikan kalender Umar al-Khayyam. Dalam buku I dari risalahnya, Umar al-Khayyam mengkritik teori Euclid tentang garis sejajar, sedangkan dalam buku II dan III, Umar al-Khayyam menghubungkan dengan teori perbandingan dan ukuran.

Penemuan tentang berbagai karya Umar al-Khayyam dihadiahkan untuk ahli sejarah Amerika yang terkenal, David Eugene Smith. Smith adalah seorang ahli matematika dan penyair, yang sangat tertarik kepada Umar al-

³⁵ Jamil Ahmad, *Seratus Muslim Terkemuka*, hal. 206.

³⁶ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka*, hal. 110.

Khayyam, karena Smith melihat Umar al-Khayyam sebagai wakil keunggulan dari individu seorang penyair matematika. Smith menunjukkan adanya naskah Leiden yang dihubungkan dengan Umar al-Khayyam ketika edisi pertama yang diterbitkan pada tahun 1936. Ada terjemahan bahasa Inggris yang tidak lengkap yang ditulis oleh seorang ahli matematika Iran, Ali R. Amir-Moez dalam *Scripta Matematika*, jilid 24 No.4 (1959).³⁷ Dua tahun kemudian, uraian dan terjemahan seorang Rusia tentang karya itu dilakukan oleh dua orang sarjana Rusia, A.P. Youschkevich dan B.A. Rosenfeld. Terjemahan seorang Persia dengan uraian-uraian dari Jamaluddin Homa'i menyusul pada tahun 1967 yang didasarkan atas teksnya yang diperiksa lagi dari naskah Leiden.

Penghargaan yang bersejarah yang diberikan Smith kepada Umar al-Khayyam adalah tentang pentingnya teori Umar al-Khayyam yang dibuat dari naskah Arab yang ditemukan di Tehran (1933), yang dihubungkan dengan ahli matematika Persia ternama, Nasiruddin al-Thusi (1201-1274) M yang menjadi pengikut dan komentator Umar al-Khayyam. Dalam naskahnya, sebelum Nasiruddin membuat uraian, Smith mempresentasikan *Discussion of Difficulties of Euclid* (buku I) yang ditulis Umar al-Khayyam. Pada abad ke-18 Jesuit Geometer, Girolamo Saccheri, yang karyanya dipertimbangkan sebagai langkah pertama dalam geometri non-Euclid, mendasarkan sebagian karyanya atas tulisan Nasiruddin.

Menurut J. Ginsburg yang berkolaborasi dengan Smith dalam penelitian yang mendalam, tentunya Umar al-Khayyam adalah pelopor dari Nasiruddin al-Thusi, Wallis dan Saccheri dalam meletakkan dasar geometri

³⁷ *ibid.*, hal. 94.

Nasiruddin al-Thusi, Wallis dan Saccheri dalam meletakkan dasar geometri non-Euclid. Kajian Nasiruddin tentang geometri non-Euclid menjadi terkenal pada tahun 1594 melalui versi Arab. Kemudian pada tahun 1961 dikenal melalui versi Latin dengan ahli matematika yang termasyhur, John Wallis, yang karyanya telah terbaca dan tersebar luas.³⁸

2. Sejarah Istilah Aljabar

Tidak adil jika membicarakan matematika hanya menekankan ide-ide matematika modern saja tanpa melihat kembali atau memberi perhatian yang sewajarnya kepada para ilmuwan yang telah memulainya. Langkah-langkah permulaan tersebut mungkin saja lebih rumit daripada matematika modern sekarang ini.

Para ilmuwan muslim periode klasik telah banyak menerjemahkan karya orang Yunani dalam bidang matematika dan dalam bidang ilmu pengetahuan yang lain. Pada masa yang sama para ilmuwan muslim tersebut juga mengumpulkan bahan-bahan ilmu pengetahuan dari India terutama dalam bidang matematika. Aljabar merupakan kontribusi yang asli yang membuktikan bahwa para ilmuwan muslim tersebut menjadi terkenal karena keberhasilan mereka yang istimewa dalam bidang matematika.

Dalam abad ke-9 tepatnya tahun 820 M, Al-Khawarizmi, menulis karya klasiknya tentang aljabar dengan judul *Al-Jabr wa al-Muqabalah*. Kata *al-jabr* di sini bermakna menukar tempat kuantitas suatu persamaan dari kiri ke kanan dan sebaliknya. Dan *muqabalah* bermakna

³⁸ Mohaini Mohamed, *Matematika dan Muslim Terkemuka*, hal. 95.

menyederhanakan lagi hasil-hasil yang didapatkan.³⁹ Sebenarnya al-jabar bermakna memperbaiki keseimbangan suatu persamaan dengan menukar tempat variabel-variabelnya.

David E. Smith mengatakan bahwa:

Dalam abad ke-16 terdapat dalam bahasa Inggris perkataan *algiebor* dan *almachabel* dan juga beberapa sebutan yang lain tetapi akhirnya diringkas menjadi *algebra*. Perkataan ini bermakna pemulihan dan bertentangan. Penerangan yang jelas tentang kegunaannya diberikan oleh Baha Uddin (1600 M) dalam buku *Khulasah al-Hisab* (Ringkasan Aritmatika). Sebutan yang terlibat dengan tanda tolak akan bertambah dan begitu juga dengan sebutan yang lain, ini dinamakan *algebra*. Sebutan yang sama dan sejenis akan dihapuskan, ini dinamakan *al-Muqabalah*.⁴⁰

Sebagai contoh: jika persamaan: $x^2 + 5x + 4 = 4 - 2x + 5x^3$ dikerjakan secara *al-jabr* menghasilkan $x^2 + 7x + 4 = 4 + 5x^3$ dan bila dikerjakan secara *muqabalah* menghasilkan $x^2 + 7x = 5x^3$.

Al-jabr wa al-Muqabalah, teks aljabar al-Khawarizmi ini ditulis pada tahun 820 M dan terjemahan teks ini ke bahasa Latin terkenal di Eropa dengan judul *Al-Jabr*, kemudian dalam bahasa Arab untuk kata 'pengurangan' yaitu *al-jabr*, menjadi kata *algebra* dalam bahasa Inggris sedangkan dalam bahasa Indonesia menjadi *aljabar*.

3. Aljabar

Cabang matematika analisis yang berdasarkan kuantitas dengan menggunakan huruf sebagai simbolnya disebut *aljabar*.⁴¹ Huruf-huruf atau simbol-simbol dipakai untuk menyatakan besaran-besaran dan tanda-tanda

³⁹ *ibid.*, hal. 43.

⁴⁰ *ibid.*, hal. 43.

⁴¹ Ali Abdullah al-Daffa', *Sumbangan Islam Dalam Bidang Matematika*, terj. Amin Senin (Kuala Lumpur, 1992), hal. 42.

untuk menyatakan ikatan antara mereka. Aljabar dapat didefinisikan sebagai manipulasi dari simbol-simbol. Misalnya, bila dua bilangan ditambahkan, hal ini dapat dinyatakan dengan $x + y$, sebagai pengganti dari semua hal yang khusus seperti $3 + 7$, $4 + 8$, dan seterusnya.

4. Geometri

Cabang matematika yang mempelajari tentang dimensi tiga disebut geometri. Dimensi tiga di sini adalah berupa titik, garis dan bidang datar. Geometri dapat didefinisikan sebagai ilmu yang mempelajari titik, garis, bidang dan benda-benda ruang serta sifat-sifatnya, ukuran-ukurannya dan hubungannya satu sama lain.⁴²

5. Irisan Kerucut

Penampang antar bidang dengan permukaan lengkung kerucut lingkaran tegak disebut irisan kerucut. Secara analitis irisan kerucut adalah tempat kedudukan titik-titik, sehingga perbandingan jarak dari titik-titik ini ke suatu titik dan garis tertentu harganya tetap.⁴³ Harga yang tetap ini disebut eksentrisitas dan dilambangkan dengan e . Titik tertentu dalam irisan kerucut dinamakan fokus sedangkan garis tertentu disebut direktris. Jika $0 < e < 1$, irisan kerucut adalah ellips. Jika $e > 1$, irisan kerucut adalah hiperbola. Jika $e = 0$, irisan kerucut adalah lingkaran. Jika $e = 1$, irisan kerucut adalah parabola.⁴⁴

⁴² ibid., hal. 74.

⁴³ Maman Suherman, *Geometri Analitik Datar* (Jakarta: Penerbit Karunika, Universitas Terbuka, 1986), hal. 4.2.

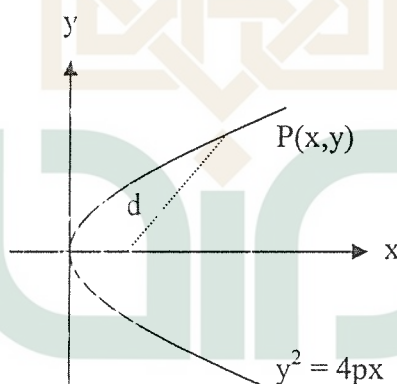
⁴⁴ ibid. Lihat juga Edwin J. Purcell dan Dale Varberg, *Kalkulus dan Geometri Analitis*, terj. I Nyoman Susila, dkk., jilid 2, edisi ke-5 (Jakarta: Erlangga, 1999), hal. 70.

6. Parabola

Tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik tertentu (fokus) dan sebuah garis lurus tertentu (direktris) disebut parabola.⁴⁵

Garis yang melalui fokus dan tegak lurus direktris merupakan sumbu simetri parabola.

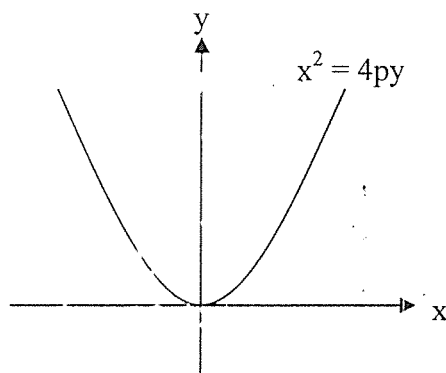
- i. Jika Fokus $F(p,0)$ dan direktrisnya $x = -p$ maka persamaan parabola adalah $y^2 = 4px$. Titik $O(0,0)$ adalah puncak parabola dan sumbu x sebagai sumbu simetri.
- ii. Jika Fokus $F(-p, 0)$ dan direktrisnya $x = p$ maka persamaan parabola adalah $y^2 = -4px$



- iii. Jika fokus $F(0,p)$ dan direktrisnya $y = -p$ maka persamaan parabola adalah $x^2 = 4py$.
- iv. Jika Fokus $F(0,-p)$ dan direktrisnya $y = p$ maka persamaan parabola adalah $x^2 = -4py$.⁴⁶

⁴⁵ ibid., hal. 71.

⁴⁶ ibid., hal 72.



7. Lingkaran

Tempat kedudukan titik-titik yang berjarak tetap dari suatu titik tertentu (pusat) disebut lingkaran. Persamaan lingkaran dengan pusat $P(a,b)$ dan panjang jari-jari adalah r : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. Jika titik pusat $O(0,0)$ dan jari-jari r maka persamaan lingkaran adalah $x^2 + y^2 = r^2$.⁴⁷

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

⁴⁷ Edwin J. Purcell dan Dale Varberg, *Kalkulus dan Geometri Analitis*, terj. I Nyoman Susila, dkk., jilid 1, edisi ke-4 (Jakarta: Erlangga, 1998), hal. 25.



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Bahan Penelitian

Penelitian ini memerlukan bahan-bahan untuk membantu penyelesaian skripsi ini, adapun bahan penelitian yang digunakan dalam skripsi ini adalah buku-buku yang berisi tentang Umar al-Khayyam dan referensi yang diperoleh dari penelusuran lewat situs internet.

B. Alat Penelitian

Yang digunakan sebagai alat penelitian dalam skripsi ini adalah perangkat keras (*Hardware*) yaitu komputer.

C. Metode Pengumpulan Data

Dalam skripsi ini, metode yang digunakan untuk mengumpulkan data adalah sebagai berikut:

1. Sifat penelitian

Penelitian ini bersifat penelitian kepustakaan (*Library research*) yaitu jenis penelitian yang berusaha menghimpun data dari berbagai literatur.

2. Pendekatan penelitian

Yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan sejarah, terutama sejarah sosial dan intelektual.¹ Dalam pendekatan intelektual dikemukakan hasil pemikiran perorangan, dalam penelitian ini akan dikemukakan hasil pemikiran Umar al-Khayyam yang berkaitan dengan aljabar.

¹ Kuntowijoyo, *Metodologi Sejarah*, edisi kedua (Yogyakarta: Tiara Wacana, 2003), hal. 166.

3. Sumber data

Adapun sumber data diklasifikasikan dalam dua kelompok yaitu sumber data primer dan sumber data sekunder. Yang termasuk sumber data primer adalah referensi yang berkaitan dengan Umar al-Khayyam dan kontribusinya dalam keilmuan matematika, diantaranya adalah karya Seyyed Hossein Nasr, *Sains dan Peradaban di dalam Islam*,² Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka*,³ M. Natsir Arsyad, *Ilmuwan Muslim Sepanjang Sejarah*,⁴ Husayn Ahmad Amin, *Seratus Tokoh dalam Sejarah Islam*.⁵ Adapun yang termasuk dalam data sekunder adalah referensi yang mendukung dalam penelitian misalnya karya Jamil Ahmad, Ahmad Tafsir, Mehdi Nakosteen dan sebagainya. Untuk menambah data yang mendukung penelitian ini juga dilakukan penelusuran melalui internet.⁶

4. Pengolahan data

Setelah data terkumpul, dilakukan pengolahan data dengan mengelompokkan ke dalam dua kategori tersebut. Kemudian dilakukan analisis data secara deskriptif analitis dengan mengutamakan pada sumber-sumber data primer. Dengan ini diharapkan dapat mendeskripsikan kontribusi Umar al-Khayyam dalam aljabar serta dapat menguraikan bagaimana prosedur Umar al-Khayyam dalam menyelesaikan persamaan kubik bentuk $x^3 + ax = b$.

² S.H. Nasr, *Sains dan Peradaban di dalam Islam* terj. J. Mahyudin (Bandung: Pustaka, 1986).

³ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka* terj. Thamir Abdul Hafedh al-Hamdany (Jakarta: Salemba Teknik, 2001).

⁴ M. Natsir Arsyad, *Ilmuwan Muslim Sepanjang Sejarah* (Bandung: Mizan, 1995).

⁵ Husayn Ahmad Amin, *Seratus Tokoh dalam Sejarah Islam* (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 1975).

⁶ Berdasarkan penelusuran awal, ada beberapa situs yang membahas tentang saintis muslim periode klasik, misalnya <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/~history/mathematicians>, <http://www.islamic-paths.org/Home/English/History/Personalities/Content/Khayyam.htm>.



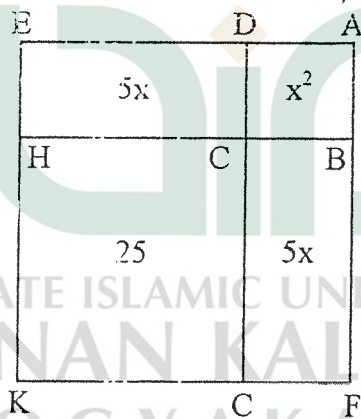
STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN ANALISA

A. Permasalahan yang Ditemukan Umar al-Khayyam dalam Aljabar

Kitab al-Jabr wa al-Muqabalah karya al-Khawarizmi merupakan karya yang pertama kali memperkenalkan istilah aljabar. Sehingga al-Khawarizmi mendapat gelar sebagai Bapak Aljabar. Dalam aljabarnya ini al-Khawarizmi menguraikan tentang persamaan linier dan persamaan kuadrat. Penyelesaian persamaan kuadrat $x^2 + 10x = 39$ menurut al-Khawarizmi adalah dengan pembuktian geometri. Susun sebuah bujur sangkar ABCD dengan sisi $AB = x$. Prolongasikan AD ke E dan AB ke F supaya $DE = BF = (1/2) 10 = 5$.



Kemudian lengkapi segiempat AFKE, dengan memanjangkan DC ke C dan BC ke H. Luas segiempat AFKE dinyatakan sebagai $x^2 + 10x + 25$. Adapun persamaan yang hendak diselesaikan adalah $x^2 + 10x = 39$. Oleh karena itu, bilangan 25 harus ditambahkan ke setiap bagian persamaan tersebut yaitu : $x^2 + 10x + 25 = 39 + 25 = 64$ adalah luas yang diperlukan, dengan kata lain

$x^2 + 10x + 25$ adalah kuadrat sempurna $(x + 5)^2$ yang sama dengan 64, oleh karena itu $(x + 5)^2$ haruslah 8×8 . oleh karena $AF = x + 5 = 8$, maka $x = 8 - 5 = 3$.¹

Umar al-Khayyam dalam *Algebra*-nya, menyelesaikan persamaan tersebut juga dengan pembuktian geometri tetapi dengan cara yang berbeda. Persamaan $x^2 + 10x = 39$, kalikan setengah (koefisien) x itu dengan dirinya sendiri atau dikuadratkan kemudian tambahkan hasilnya pada bilangan itu (39). Kurangkan dari akar bilangan (yang didapat) dengan setengah (koefisien) x . Sisanya adalah akar kuadrat tersebut. Penjelasan secara aljabar adalah sebagai berikut:

$$x^2 + 10x = 39$$

$$\frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$25 + 39 = 64$$

$$64 = 8$$

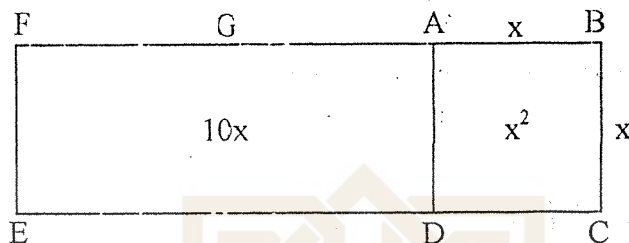
$$x = 8 - 5 = 3.$$

Menurut Umar al-Khayyam, persamaan kuadrat bentuk $ax^2 + bx = c$ tersebut harus memenuhi dua syarat agar dapat diselesaikan dengan cara seperti di atas, yaitu:

1. Nilai b harus genap agar $\frac{1}{2} b$ bernilai bilangan bulat.
2. $(\frac{1}{2} b)^2 + c = k$, dengan k adalah bilangan kuadrat sempurna. Bilangan kuadrat sempurna adalah bilangan yang bila ditarik akar kuadratnya

¹ Ali Abdullah al-Daffe', *Sumbangan Islam dalam Bidang Matematika*, terj. Amin Senin, (Kuala Lumpur, 1992), hal. 49.

menghasilkan akar yang berupa bilangan bulat. Secara geometris, penyelesaian Umar al-Khayyam untuk persamaan $x^2 + 10x = 39$ tersebut di atas adalah sebagai berikut:



1. Lukis bujur sangkar ABCD dengan sisi x , sehingga $L. ABCD + 10x = 39$. $10x$ adalah luas persegi panjang ADEF, sehingga garis AF adalah 10.
2. Bagi dua AF di G. Karena garis AF dibagi dua di G, dan bersambung dengan BA, maka AF tampak seperti hasil perkalian dari BF dengan BA yang sama dengan luas BCEF, jika ditambahkan pada kuadrat dari AG, sama dengan kuadrat dari BG.
3. Sekarang kuadrat dari AG sudah diketahui, AG adalah setengah dari koefisien dari x , dan luas BCEF adalah bilangan yang ditentukan, yaitu 39 sudah diketahui. Jadi kuadrat dari BG dapat diketahui dan jika dikurangkan GA dari BG, garis BA diketahui.²

Penalaran secara geometrinya adalah sebagai berikut:

$$BA = BC = x$$

$$AF = 10, \text{ luas BCEF} = 39$$

² S. H. Nasr, *Sains dan Peradaban di Dalam Islam*, terj. J. Mahyudin, (Bandung: Pustaka, 1996), hal. 147.

$$AG = GF = AF/2$$

$$FB \times BA + (AG)^2 = (GB)^2$$

$$BCEF + (AG)^2 = (GB)^2$$

BCEF dan AG diketahui, jadi GB diketahui dan $(GB - GA) = AB = x$.

Lain halnya dengan al-Khawarizmi, Umar al-Khayyam lebih mengutamakan masalah persamaan kubik dalam *Algebranya*. Seorang ahli matematika Muslim, al-Mahani, mengekspresikan masalah persamaan kubik seperti persamaan dari tipe $x^3 + r = px^2$ pada babak kedua dari abad ke-9 dan mencoba menyelesaikannya secara aljabar namun tidak menemukan penyelesaiannya. kira-kira satu abad kemudian, ahli matematika muslim (al-Khazin) menemukan pemecahan geometri untuk menyelesaikan persamaan kubik dengan menggunakan bagian-bagian kerucut. Akan tetapi, konstruksi teori persamaan kubik Umar al-Khayyam merupakan laporan prestasi yang paling sukses yang pernah dilakukan.³ Dalam memberikan beberapa latar belakang tentang matematika sebelum masa Umar al-Khayyam, Kasir (penulis buku *The Algebra of Omar al-Khayyam*, New York: Columbia Teachers College, 1931), menyatakan bahwa orang-orang Yunani sadar tentang keberadaan persamaan derajat 3, sebagaimana telah diketahui bahwa mereka mencoba untuk mengatasi kasus-kasus persamaan tersebut yang diselesaikan dengan alat-alat geometri. Bagaimanapun pemecahan mereka, hasilnya tidak lengkap, meskipun hasil yang mereka tinggalkan, seperti mengekspresikan dengan simbol-simbol geometri akan mengambil bentuk persamaan kubik.

³ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka* terj. Thamir Abdul Hoefdh al-Hamdany (Jakarta: Salemba Teknika, 2001), hal. 104.

Tetapi tidak ada penemuan aljabar dalam beberapa karya geometri orang-orang Yunani".⁴

Dalam risalahnya, Umar al-Khayyam menuliskan bahwa dia telah menemukan pemecahan persamaan kubik yang kesalahannya diperkirakan kurang dari satu persen, dan dia berkata berulang-ulang bahwa tidak mungkin menyelesaikan persamaan ini dengan alat-alat Euclid karena itu harus menggunakan sifat irisan kerucut. Ini adalah pernyataan pertama dalam kepustakaan matematika, bahwa penyelesaian persamaan derajat ke-3 tidak dapat dipecahkan secara biasa dengan alat-alat Euclid. Umar al-Khayyam mengatakan lagi bahwa jika penyelesaian persamaan kubik dikerjakan dengan cara aljabar maka harus disertai dengan cara geometri, begitu juga sebaliknya. Umar al-Khayyam menyelesaikan persamaan-persamaan polinomial dengan cara geometri, tugasnya adalah harus memecahkan setiap tipe dari persamaan dengan menambah pemecahan dengan cara aljabar. Sayangnya, ketika Umar al-Khayyam mulai mempertimbangkan persamaan-persamaan derajat ke-3 dia terpaksa meninggalkan cara ini. Namun Umar al-Khayyam tidak putus asa dalam kegagalannya untuk menerapkan metode aljabar dari pemecahan persamaan kubik. Umar al-Khayyam menulis:

"karena untuk demonstrasi dari tipe-tipe ini, jika pokok masalah itu adalah bilangan yang pasti, baik kami ataupun para ahli geometri telah berhasil, kecuali, dalam masalah derajat tiga yang pertama, yaitu bilangan, benda, dan kuadrat, tetapi mungkin itu setelah kami inginkan."⁵

⁴ ibid., hal. 104

⁵ ibid., hal. 105.

Umar al-Khayyam menyatakan bahwa dia tidak berhasil dalam pemecahan secara aljabar tetapi dia tahu bahwa itu adalah mungkin. Terbukti pada abad ke-16, matematikawan Italia, seperti Scipione del Ferro (1465 – 1526), Cardano (1545), dan Tartaglia (1535), memecahkan persamaan kubik secara aljabar, meskipun pemecahan itu tidak jelas dan tidak menentu.⁶

Pada tahun 1545 Cardan menerbitkan *Ars Magna* yaitu risalah Latin pertama tentang aljabar. Menurut Cardan untuk menyelesaikan persamaan kubik bentuk $x^3 + mx = n$ adalah sebagai berikut:

$$(a - b)^3 + 3a(a - b) = a^3 - b^3.$$

Jika ada a dan b memenuhi $3ab = m$ dan $a^3 - b^3 = n$,

maka $a - b$ adalah solusi dari $x^3 + mx = n$.

Misal, persamaannya adalah $x^3 + 9x = 26$. Dengan cara Cardan di atas maka:

$$3ab = 9, \text{ misal ambil } b = 1, \text{ maka } 3a = 9, a = 3.$$

$$a^3 - b^3 = n$$

$$3^3 - 1^3 = 26.$$

Maka $x = 3 - 1 = 2$. Jadi solusi dari $x^3 + 9x = 26$ adalah 2.

Tetapi sekarang $b = m/3a$, jadi $a^3 - m^3/27 a^3 = n$.

Persamaan: $a^6 - na^3 - m^3/27 = 0$ adalah bentuk kuadrat dalam a^3 . Persamaan $a^3 - m^3/27 a^3 = n$ dikalikan dengan a^3 , menghasilkan $a^6 - na^3 - m^3/27 = 0$. Jadi penyelesaian a^3 adalah dengan menggunakan formula kuadrat. Maka a dapat ditemukan dengan mengangkat tiga akar dan b juga demikian. Jadi $x = a - b$ adalah solusi pada kubik. Cardan menyatakan ada sesuatu yang aneh

⁶ ibid., hal. 105. Lihat juga Selin Kaduri Haza'a, dkk., *Sejarah Matematika Klasik dan Modern* (Yogyakarta: UAD Press, 2004), hal. 189 – 192.

ketika dia menerapkan rumus ini dalam bentuk pangkat tiga tertentu. Ketika memecahkan soal mengenai $x^3 = 15x + 4$ Cardan menemukan bentuk $\sqrt{-121}$.

Persamaan kubik $x^3 = 15x + 4$ jika diselesaikan dengan rumus Cardan yaitu dengan formula kuadrat dari a^3 adalah:

$$a^6 - na^3 - m^3/27 = 0$$

$$a^6 - m^3/27 = na^3$$

$$a^6 - (-15)^3/27 = 4$$

$$a^6 - (-3375)/27 = 4$$

$$a^6 + 125 = 4$$

$$a^6 = 4 - 125$$

$$a^6 = -121$$

$$a^3 = \sqrt{-121}$$

Cardan tahu bahwa ia tidak dapat mengkuadratkan bentuk akar dari angka negatif namun ia tahu bahwa $x = 4$ adalah solusi dari persamaan tersebut.

Setelah *Al-Magna* dari Cardan keluar, banyak matematikawan menyumbangkan opininya mengenai solusi persamaan pangkat tiga dan pangkat empat. Viete, Harriot, Tschirinhaus, Euler, Bezout, dan Descartes semuanya memaparkan metodenya.⁷

Umar al-Khayyam adalah salah satu ahli matematika yang mengikuti jejak Diophantus dan al-Khawarizmi.⁸ Dalam *Algebra*-nya, Umar al-Khayyam

⁷ Salah Kaduri haz'a. dkk, *Sejarah Matematika Klasik dan Modern* (UAD Press, 2004), hal. 190 – 192.

⁸ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka*, hal. 105.

memperlihatkan daftar hal-hal yang tidak diketahui dapat diterima seperti garis, bidang, ruang dan waktu. Seperti halnya Diophantus dan al-Khawarizmi semua ekspresi Umar al-Khayyam ditulis. Pemecahan Umar al-Khayyam tampak seperti segmen garis, bukan bilangan-bilangan dan menyebut pangkat-pangkat positif yang berturut-turut dari akar, atau sisi, kuadrat, kubik kuadrat-kuadrat, kuadrat-kubik, kubik-kubik, kubik-kubik yang tidak dikenal, dan pangkat-pangkat negatif yang berturut-turut, "bagian dari akar", "bagian dari kuadrat", dan lain-lain.

Melihat pada orang-orang Yunani dan model aljabar pada masanya, Umar al-Khayyam mengabaikan akar-akar negatif. Hal ini dilanjutkan menjadi kebiasaan para ahli matematika berikutnya sebelum abad ke-16. Dalam menggolongkan persamaan-persamaan, Umar al-Khayyam hanya mempertimbangkan syarat-syarat penggolongan itu dengan koefisien positif. Misal persamaan itu adalah $x^3 + 3x + 8 = 0$ dan $x^3 + 3x - 8 = 0$ akan dipandang menjadi tipe yang sama. Umar al-Khayyam memandangnya menjadi berbeda sekali dengan mengekspresikan menjadi "kubik dan bilangan-bilangan yang sama sisi", menjadi $x^3 + 8 = 3x$ dan yang kedua menjadi "kubik dan bilangan-bilangan yang sisinya sama" yaitu $x^3 + 3x = 8$. akhirnya Umar al-Khayyam mengklasifikasikan persamaan-persamaan pangkat dari satu sampai tiga menjadi 25 macam persamaan.

Dalam hal penyelesaian persamaan kubik Umar al-Khayyam yang menggunakan sifat irisan kerucut, Umar al-Khayyam berhasil mengembangkan teori geometri pada akar pembagian persamaan kubik.

Sebagaimana Umar al-Khayyam menyatakan dalam risalahnya bahwa siapa pun yang berpikir bahwa aljabar adalah suatu cara untuk menyelesaikan persamaan pangkat tiga tanpa disertai dengan geometri maka itu adalah pemikiran yang sia-sia. Penyelesaian persamaan kubik dengan cara aljabar harus disertai pembuktian geometri. Aljabar dan geometri adalah sama tapi berbeda dalam rupa, aljabar adalah fakta-fakta geometri yang telah dibuktikan.

Meskipun karya Umar al-Khayyam dilanjutkan oleh para ahli matematika dari negara Islam termasuk di Spanyol, para ahli matematika Barat mulai mempelajari karya Umar al-Khayyam setelah Descartes dan penggantinya menggunakan metode konstruksi geometri untuk menyelesaikan persamaan-persamaan pada abad ke-17.⁹

Umar al-Khayyam adalah ahli matematika pertama yang mendemonstrasikan bahwa persamaan kubik bisa mempunyai dua akar, hanya saja Umar al-Khayyam gagal untuk menyatakan bahwa suatu persamaan berbentuk $x^3 + bx = ax^2 + c$ bisa mempunyai tiga akar positif yang nyata atau real.¹⁰ Tetapi kegagalan Umar al-Khayyam tersebut seharusnya tidak menjadikan orang memandang rendah terhadap prestasi tinggi Umar al-Khayyam. Storyls membela Umar al-Khayyam dengan menyatakan bahwa kesalahan-kesalahan Umar al-Khayyam tersebut hanyalah konsekuensi kecil dibandingkan dengan kemajuan besar yang luar biasa yang dibuat Umar al-Khayyam dalam aljabar dengan membicarakan persamaan-persamaan yang lebih tinggi dari derajat dua dan melakukan penggolongannya. Umar al-

⁹ Mohaini Mohamed, *Matematikawan Muslim Terkemuka*, hal. 110.

¹⁰ *ibid*, hal. 109.

Khayyam adalah seorang ahli matematika yang muncul sebelum 1100 ahli matematika yang membedakan persamaan kubik trinomial dari tetranomial.¹¹

Dalam buku aljabarnya Umar al-Khayyam menyatakan bahwa naskah tentang aljabarnya ini akan dapat dipahami oleh orang yang menguasai *Elemen* dan *Data*, karya Euclid dan dua buku oleh Apollonius tentang kerucut. Dr. Carra de Vaux menganjurkan untuk mempelajari lebih dahulu aljabar Apollonius, bagi orang yang berniat memperdalam aljabar Umar al-Khayyam tersebut.¹² Aljabar Umar al-Khayyam ini dulu berkembang di Eropa dan dimotori oleh Cardan, Tartaglia dan Scipionne del Ferro.

B. Klasifikasi Umar al-Khayyam terhadap Persamaan Pangkat Satu sampai Tiga

Kontribusi Umar al-Khayyam dalam bidang ilmu matematika dibuktikan dalam karya *Aljabarnya* yang mengutamakan masalah persamaan kubik. Umar al-Khayyam adalah orang yang pertama yang membuat penggolongan yang luas dan sistem dari semua tipe persamaan dengan derajat paling tinggi tiga. Dalam penggolongan persamaan-persamaan, Umar al-Khayyam hanya mempertimbangkan syarat-syarat penggolongan itu dengan koefisien positif dan mengabaikan akar-akar negatif.

¹¹ *ibid*, hal. 110.

¹² M. Natsir Arsyad, *Ilmuwan Muslim Sepanjang sejarah* (Bandung: Mizan, 1995), hal. 196.

Klasifikasi Umar al-Khayyam yang bersifat bilangan dari semua persamaan pangkat satu sampai tiga jika dipresentasikan menjadi seperti berikut ini.

Persamaan sederhana ada enam macam;

1. $c = x$

2. $c = x^2$

3. $c = x^3$

4. $cx = x^2$

5. $cx^2 = x^3$

6. $cx = x^3$

Persamaan gabungan yang terdiri dari tiga suku ada 12 macam;

7. $x^2 + ax - b$

8. $x^2 + b = ax$

9. $ax + b = x^2$

Ketiga macam ini dibahas dalam buku ahli aljabar dan dibuktikan secara geometri, tapi bukan dari segi bilangan (aljabar).

10. $x^3 + ax^2 = bx$

11. $x^3 + bx = ax^2$

12. $x^3 = bx + ax^2$

Ahli aljabar mengatakan bahwa bentuk persamaan no.10 – 12 ini ekuivalen dengan persamaan no. 7 – 9 masing-masing dengan yang bersesuaian, yaitu kubik tambah kuadrat sama dengan akar ekuivalen dengan kuadrat tambah akar sama dengan bilangan, dan begitu seterusnya untuk kedua yang lainnya.

13. $x^3 + ax = b$

14. $x^3 + b = ax$

15. $b + ax = x^3$

16. $x^3 + ax^2 = b$

17. $x^3 + b = ax^2$

18. $b + ax^2 = x^3$

Persamaan gabungan yang terdiri dari empat suku ada dua macam. Pertama, persamaan yang berbentuk tiga suku bilangan dengan pangkat yang berbeda semuanya sama dengan satu suku bilangan, yang terdiri dari empat kasus:

19. $x^3 + ax^2 + bx = c$

20. $x^3 + ax^2 + c = bx$

21. $x^3 + bx + c = ax^2$

22. $x^3 = bx + ax^2 + c$

Yang kedua, persamaan dimana dua suku bilangan dengan pangkat yang berbeda sama dengan dua suku bilangan dengan pangkat yang berbeda pula, yang terdiri dari tiga kasus:

23. $x^3 + ax^2 = bx + c$

24. $x^3 + bx = ax^2 + c$

25. $x^3 + c = bx + ax^2$

Inilah 25 kasus persamaan yang bersifat bilangan dari semua persamaan pangkat dari satu ke tiga (persamaan kubik) menurut Umar al-Khayyam, yang mana pembuktian dari kasus-kasus ini dilakukan secara geometri dengan menggunakan sifat irisan kerucut. Umar al-Khayyam

mengekspresikan 25 bentuk persamaan tersebut dengan kata-kata. Misalnya, persamaan $c = x$ diekspresikan Umar al-Khayyam dengan kata-kata "bilangan sama dengan akar", $x^3 + ax = b$ diekspresikan dengan "kubik tambah akar sama dengan bilangan".

Pola klasifikasi Umar al-Khayyam tersebut tidak didasarkan pada pangkat tetapi pada jumlah syarat-syarat. Menurut Umar al-Khayyam, 11 diantara 25 macam persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan metode Euclid dan 14 yang lain dengan sifat irisan kerucut.

Persamaan kubik yang 14 ini dapat dibagi dalam tiga kelompok yaitu:

1. Persamaan binomial terdiri dari satu kasus yaitu: $c = x^3$.

2. Persamaan trinomial terdiri dari 6 kasus yaitu:

1. $x^3 + ax = b$

2. $x^3 + b = ax$

3. $b + ax = x^3$

4. $x^3 + ax^2 = b$

5. $x^3 + b = ax^2$

6. $b + ax^2 = x^3$

3. Persamaan quadrinomial terdiri dari 7 kasus yaitu:

1. $x^3 + ax^2 + bx = c$

2. $x^3 + ax^2 + c = bx$

3. $x^3 + bx + c = ax^2$

4. $x^3 = bx + ax^2 + c$

5. $x^3 + ax^2 = bx + c$

$$6. x^3 + bx = ax^2 + c$$

$$7. x^3 + c = bx + ax^2.$$

C. Prosedur Penyelesaian Persamaan Kubik Bentuk $x^3 + ax = b$ Menurut

Umar al-Khayyam

Umar al-Khayyam menyelesaikan persamaan kubik secara geometri.

Persamaan kubik bentuk $x^3 + ax = b$ diselesaikan secara geometri dengan menggunakan sifat irisan kerucut.

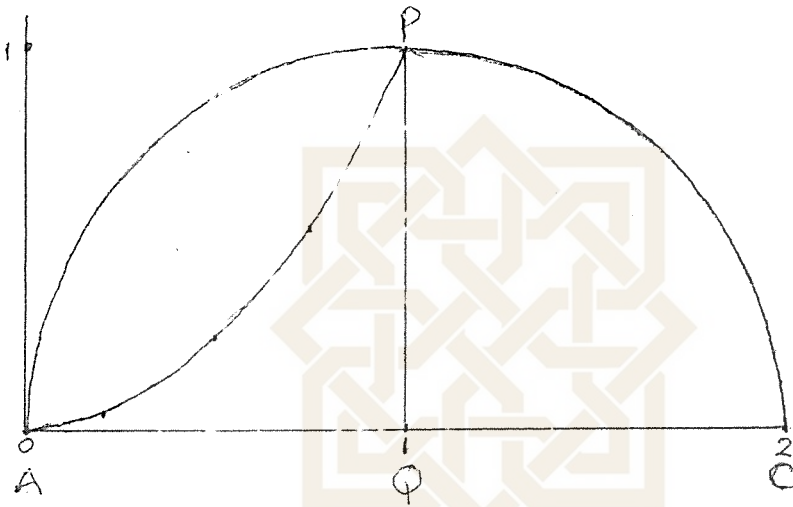
Langkah-langkah Umar al-Khayyam dalam menyelesaikan persamaan kubik bentuk tersebut adalah:

- susun dan gambar sebuah parabola dengan bentuk $x^2 = \sqrt{a}y$;
- gambar setengah lingkaran dengan diameter $AC = b/a$ pada sumbu x .
Kemudian ambil P sebagai titik potong dengan parabola;
- tarik sebuah garis tegak dari P ke sumbu x untuk menghasilkan titik Q . AQ adalah penyelesaian yang dicari.

Contoh 1.

Persamaan kubik $x^3 + x = 2$, di sini berarti $a = 1$, dan $b = 2$.

- Susunlah dan gambarlah sebuah parabola dengan bentuk $x^2 = \sqrt{a}y$, di sini, $\sqrt{a} = \sqrt{1} = 1$. Dalam mengklasifikasikan persamaan, Umar al-Khayyam mengabaikan akar-akar negatif. Jadi, $x^2 = y$.
- Gambarlah setengah lingkaran dengan diameter $AC = b/a = 2$. Ambil titik P sebagai titik potong dengan parabola.
- Tariklah P ke sumbu x untuk menghasilkan titik Q .



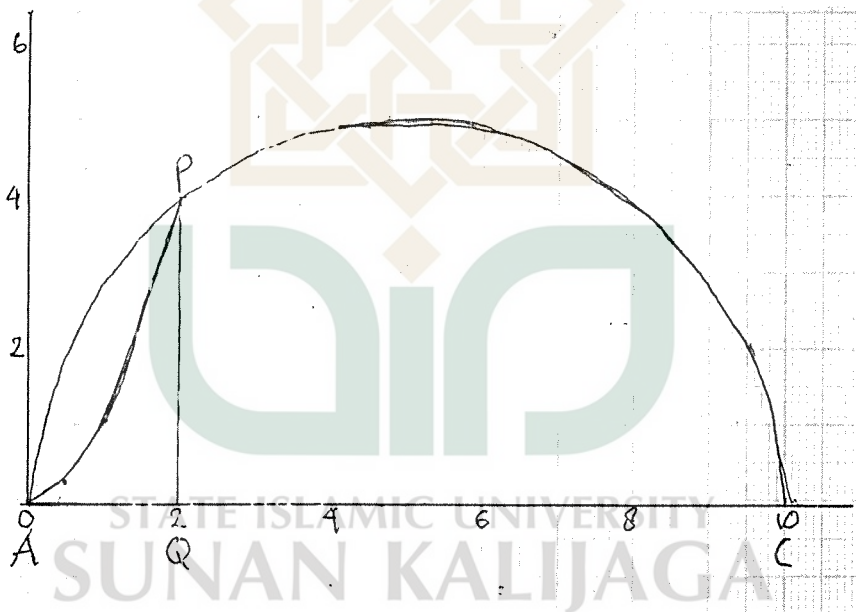
Dari gambar diketahui bahwa $QP = 1$ dan $AQ = 1$.

Jadi, persamaan kubik $x^3 + x = 2$, mempunyai penyelesaian $x = 1$.

Contoh 2.

Persamaan kubik $x^3 + x = 10$, di sini berarti $a = 1$ dan $b = 10$.

- Susunlah dan gambarlah sebuah parabola dengan bentuk $x^2 = \sqrt{a}y$, di sini, $x^2 = \sqrt{1}y = y$.
- Gambarlah setengah lingkaran dengan diameter $AC = b/a = 10$. Ambillah titik P sebagai titik potong dengan parabola $x^2 = y$.
- Tariklah P ke sumbu x untuk menghasilkan titik Q .

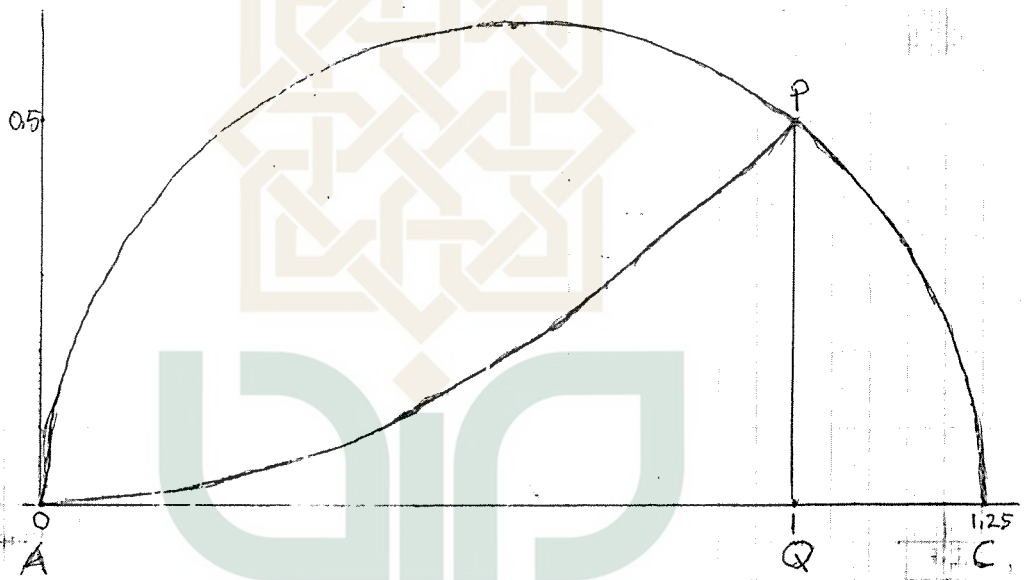


Gambar di atas menunjukkan $AQ = 2$, $AC = 10$, dan $QP = 4$. Jadi, penyelesaian untuk persamaan $x^3 + x = 10$ adalah 2.

Contoh 3.

Persamaan kubik $x^3 + 4x = 5$, di sini berarti $a = 4$ dan $b = 5$.

- Susunlah dan gambarlah sebuah parabola dengan bentuk $x^2 = \sqrt{a}y$, di sini $x^2 = 2y$.
- Gambarlah setengah lingkaran dengan diameter $AC = b/a = 5/4$. Ambillah titik P sebagai titik potong dengan parabola $x^2 = 2y$.
- Tariklah P ke sumbu x untuk menghasilkan titik Q .



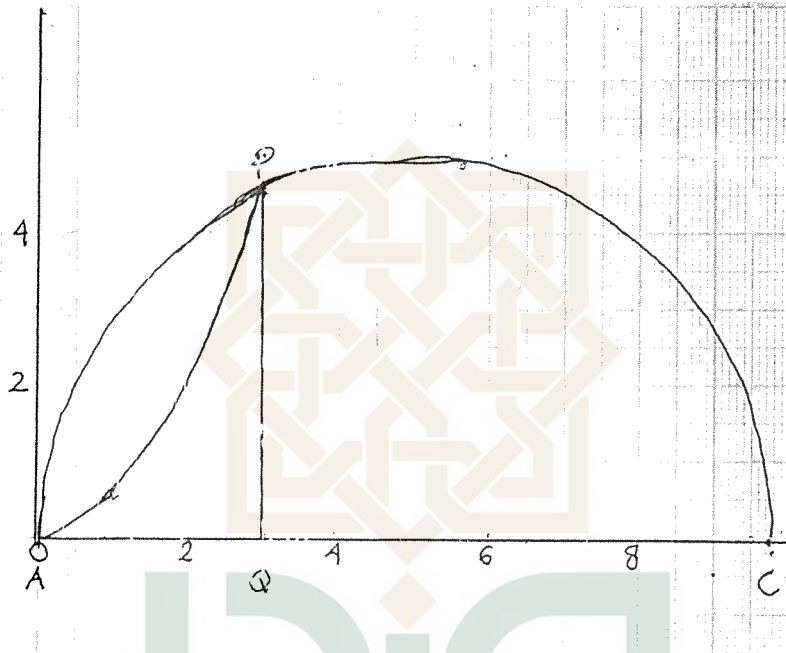
Dari gambar diketahui bahwa $QP = 0.5$ dan $AQ = 1$. Jadi, penyelesaian persamaan kubik $x^3 + 4x = 5$ adalah 1.

Contoh 4.

Persamaan kubik $x^3 + 4x = 39$, berarti $a = 4$ dan $b = 39$.

- Susunlah dan gambarlah sebuah parabola dengan bentuk $x^2 = \sqrt{a}y$, di sini $x^2 = 2y$

- b. Gambarlah setengah lingkaran dengan diameter $AC = b/a = 39/4$.
Ambillah titik P sebagai titik potong dengan parabola $x^2 = 2y$.
- c. Tariklah P ke sumbu x untuk menghasilkan titik Q.

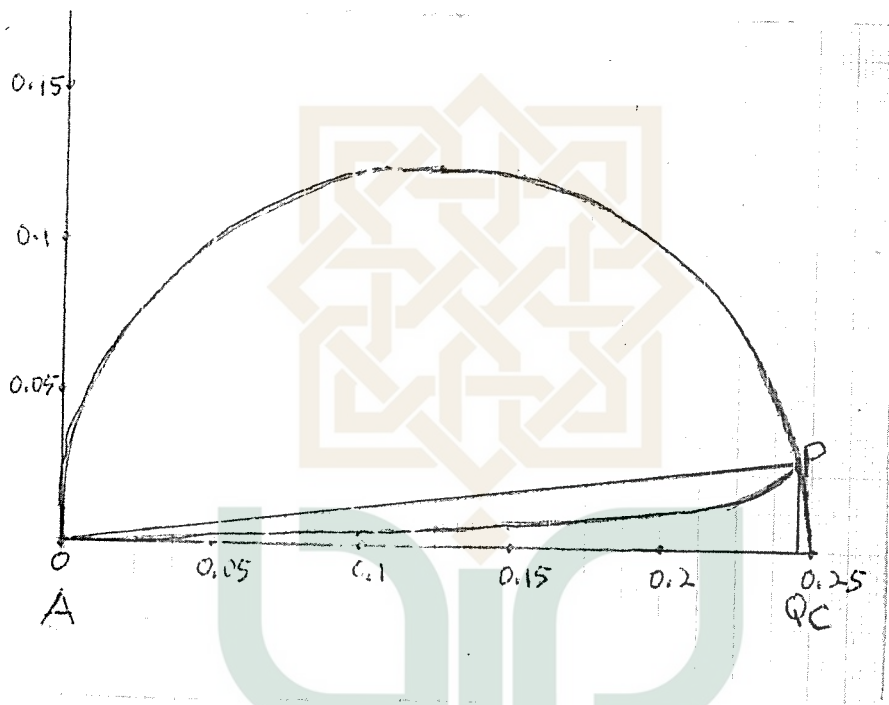


Dari gambar, diketahui bahwa $QP = 4.5$ dan $AQ = 3$. Jadi, penyelesaian persamaan kubik $x^3 + 4x = 39$ adalah 3.

Contoh 5.

Ambil $a = 4$ dan $b = 1$, sehingga dipunyai persamaan kubik $x^3 + 4x = 1$.

- a. Susunlah dan gambarlah sebuah parabola dengan bentuk $x^2 = \sqrt{a}y$, di sini $x^2 = 2y$.
- b. Gambarlah setengah lingkaran dengan diameter $AC = b/a = 1/4$. Ambillah titik P sebagai titik potong dengan parabola $x^2 = 2y$.
- c. Tariklah P ke sumbu x untuk menghasilkan titik Q.



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
 SUNAN KALIJAGA
 YOGYAKARTA

Dari gambar di atas, diketahui bahwa persamaan kubik $x^3 + 4x = 1$ mempunyai penyelesaian $x = 0.25$. $AQ = 0.25$ adalah pembulatan dari 0,2465.

Bukti :

$$x^2 = ay$$

$$AQ^2 = a(PQ)$$

$$AQP \sim PQC \text{ sehingga } (AQ)/(PQ) = (PQ)/(QC)$$

$$PQ^2 = (AQ)(QC)$$

$$PQ^2 = AQ(b/a^2 - AQ)$$

$$PQ^2 = b(AQ/a^2) - AQ^2$$

$$A^2PQ^2 = b(AQ) - a^2AQ^2$$

$$AQ^3 = b(AQ) - a^2AQ^2$$

$$AQ^3 = b - a^2AQ$$

$$AQ^3 + a^2AQ = b$$

AQ adalah koordinat x pada P, sehingga dari pembuktian di atas didapat $x^3 + a^2x = b$. Nilai a^2 pada koefisien x sama dengan nilai a pada kasus persamaan kubik yang ingin dicari penyelesaiannya.

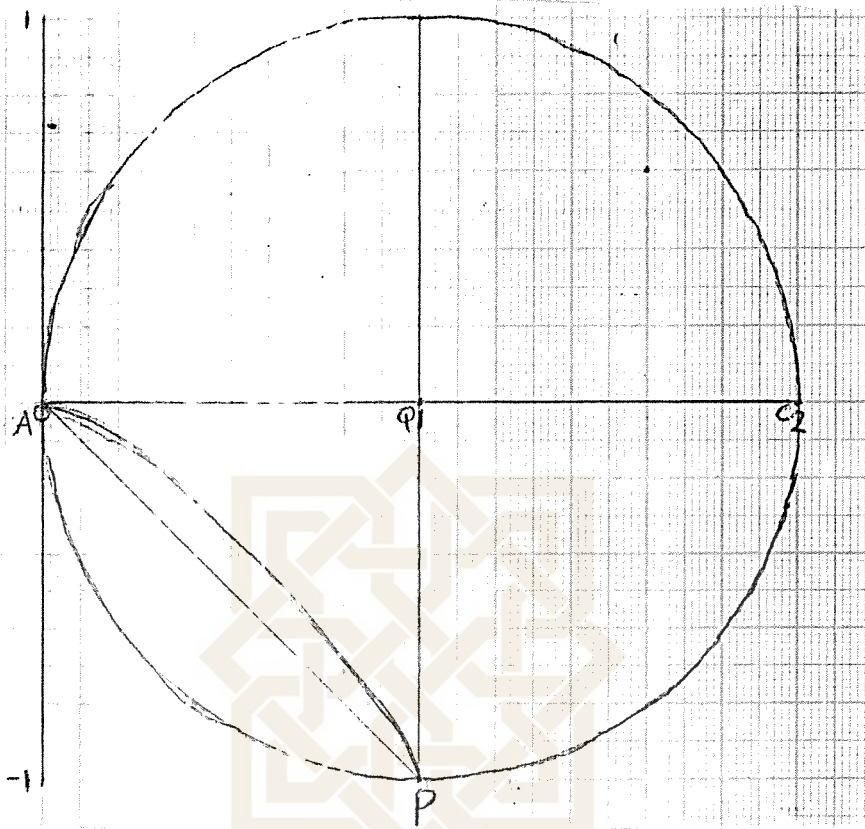
D. Pembahasan

Berdasarkan hasil percobaan, persamaan kubik bentuk $x^3 + ax = b$, di mana nilai a lebih kecil daripada b, pembuktian penyelesaiannya lebih mudah daripada pembuktian penyelesaian untuk persamaan dengan nilai a lebih besar daripada nilai b. Seperti contoh pada penyelesaian persamaan kubik $x^3 + 4x = 1$, di sini nilai a lebih besar dari nilai b, tidak mudah untuk menggambar parabola dan menentukan titik potongnya dengan setengah lingkaran AC.

Cara Umar al-Khayyam ini lebih mudah pula bila digunakan untuk persamaan kubik yang nilai a -nya adalah bilangan kuadrat sempurna, sehingga persamaan parabolanya berupa bilangan bulat. Bila a bukan berupa bilangan kuadrat sempurna, maka persamaan parabolanya adalah bilangan pecahan.

Prosedur pembuktian di atas membatasi penyelesaian hanya terletak pada kuadran I. Dalam aljabar, Umar al-Khayyam mengabaikan akar-akar negatif, dan dalam mengklasifikasikan persamaan-persamaan, Umar al-Khayyam hanya memperhatikan syarat-syarat pengklasifikasian itu dengan koefisien positif. Tetapi dari cara penyelesaian persamaan kubik Umar al-Khayyam di atas dapat timbul sebuah pertanyaan dapatkah grafik (gambar) penyelesaian Umar al-Khayyam tersebut diubah atau diperbaiki untuk menghasilkan akar negatif?

Berdasarkan bentuk persamaan kubik yang sama yaitu $x^3 + ax = b$, misal, ambil $\sqrt{a} = -1$ dan $b = 2$, persamaan kubik menjadi $x^3 + x = 2$, untuk menyelesaikan persamaan kubik ini harus digunakan setengah lingkaran di kuadran IV, dimana P terletak di kuadran IV, tetapi x sebagai koordinat P masih terletak di kuadran I.



Sekarang, misal ambil $a = 1$ dan $b = -2$, didapatkan persamaan parabola $x^2 = y$ dan persamaan setengah lingkaran $y = (2x - x^2)/2$ dan persamaan kubik menjadi $x^3 + x = -2$. Didefinisikan AC adalah diameter dengan rasio b/a . Karena diameter tidak dapat bernilai negatif maka:

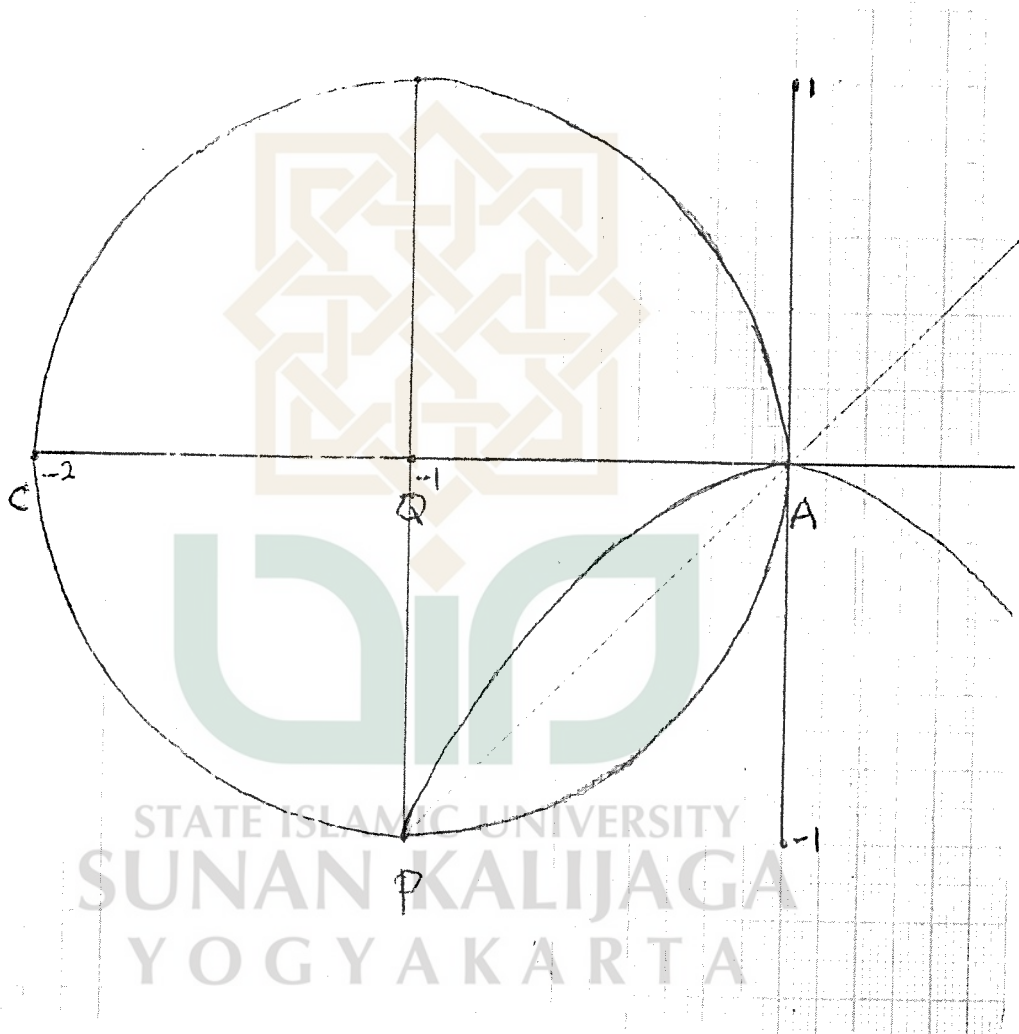
Jika b bernilai negatif maka setengah lingkaran diputar ke kiri dari sumbu tegak, dan di dalam kasus dimana a bernilai negatif maka menggunakan lingkaran penuh.

Sebagai contoh, ambil $\sqrt{a} = -1$ dan $b = -2$ sehingga $x^3 + x = -2$.

- Susun dan gambarlah sebuah parabola dalam bentuk $x^2 = ay$, disini $x^2 = -y$.
- Gambar setengah lingkaran dengan diameter $AC =$ nilai mutlak dari rasio b/a pada sumbu x . Didapatkan $AC = 2$ dan karena b bernilai negatif, maka

lingkaran terletak di kuadran II dan III, didapat $(x+1)^2 + y^2 = 1$, dan P menjadi titik potong dengan parabola $x^2 = -y$.

- c. Koordinat x dari P adalah akar. Disini didapat $x = -1$.



Sehingga, diperoleh sebuah metode yang dapat digunakan untuk menentukan akar negatif sebaik untuk menentukan akar positif dari persamaan kubik yang berbentuk $x^3 + ax = b$.

Kelemahan Umar al-Khayyam dalam penyelesaian persamaan kubik adalah bahwa Umar al-Khayyam hanya menghubungkannya dengan bagian-bagian kerucut yang terletak pada kuadran pertama. Hal ini sebagian besar karena masalah-masalah praktis yang dipertimbangkan, yang disajikan dengan akar-akar positif. Umar al-Khayyam menghilangkan akar-akar imajiner dan negatif.

