

SKRIPSI

**ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE MULTIVARIABEL
(Studi Kasus: Faktor-faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan
Manusia di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021)**



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

NUR ILMA YUANITA

NIM. 18106010007

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**

2023

**ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE MULTIVARIABEL
(Studi Kasus: Faktor-faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan
Manusia di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021)**

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar derajat Sarjana
Ilmu Matematika



Diajukan oleh
NUR ILMA YUANITA
NIM. 18106010007

Kepada
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2023

HALAMAN PERSETUJUAN



Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga



FM-UINSK-BM-05-03/R0

SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Peretujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp : -

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

di Yogyakarta

Assalamu 'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Nur Ilma Yuanita

NIM : 18106010007

Judul Skripsi : Analisis Regresi Nonparametrik Spline Multivariabel

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami mengharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr. wb.

Pembimbing I

Mohammad Fathan Oudratullah, S.Si., M.Si.

NIP. 19790922 200801 1 011

Yogyakarta, 5 Juli 2023

Pembimbing II

Arif Munandar, M.Sc.

NIP. 19920721 201903 1 013

HALAMAN PENGESAHAN



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR

Nomor : B-2062/Un.02/DST/PP.00.9/08/2023

Tugas Akhir dengan judul : ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE MULTIVARIABEL
(Studi Kasus: Faktor-faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021)

yang dipersiapkan dan disusun oleh:

Nama : NUR ILMA YUANITA
Nomor Induk Mahasiswa : 18106010007
Telah diujikan pada : Senin, 24 Juli 2023
Nilai ujian Tugas Akhir : A-

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Ketua Sidang
Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si
SIGNED

Valid ID: 64d31088efcd1



Penguji I
Arif Mumar, M.Sc.
SIGNED

Valid ID: 64d33c9ce8b71



Penguji II
Sri Istiyarti Uswatun Chasanah, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 64d1a79a151e1



Yogyakarta, 24 Juli 2023
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

Valid ID: 64d5af223244a

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Nur Ilma Yuanita
NIM : 18106010007
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 5 Juli 2023



Nur Ilma Yuanita

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

MOTTO

Berdo'a, Ikhtiar, Tawakkal

karena sungguh

"Hasbunallah Wani'mal Wakiil Ni'mal Maulaa Wani'man Nashir"

"La Haula Wa La Quwwata Illa Billahi 'Aliyyil 'Adzim"



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan Alhamdulillah Rabbil'alamiin sebagai ungkapan rasa syukur kepada Allah SWT

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

AKU, BABA, MAMA



STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohamirrohim,

Alhamdulillah, segala puji dan ungkapan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan nikmat, karunia serta rida-Nya kepada penulis, sehingga dapat merampungkan penulisan skripsi ini dengan judul, "Analisis Regresi Nonparametrik Spline Multivariabel (Studi Kasus: Faktor-faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021). Shalawat serta salam terlimpah curahkan kepada Baginda Nabi dan Rasul Muhammad SAW yang telah meyampaikan ajaran Islam sebagai pencerahan yang membebaskan manusia dari zaman kebodohan menuju zaman yang kaya akan ilmu pengetahuan.

Dalam penyusunan skripsi ini, terdapat banyak pihak yang senantiasa memberikan doa, dukungan, inspirasi, motivasi, bimbingan serta semangat untuk penulis sehingga skripsi ini dapat terselesaikan hingga akhir. Oleh karena itu, pada kesempatan kali ini, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu penulis dalam proses penyelesaian skripsi. Penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Phil Al Makin, MA., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2. Dr. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
3. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
4. Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Dosen Penasihat Akademik.
5. Mohammad Farhan Qudratullah, S.Si., M.Si., dan Arif Munandar, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah bersedia meluangkan waktu, memberikan bimbingan, arahan, motivasi, semangat keringanan atas keterbatasan penulis hingga skripsi ini terselesaikan.
6. Dosen Program Studi Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah memberikan ilmu pengetahuan serta wawasannya selama perkuliahan.

7. Staf Tata Usaha Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang telah meluangkan waktu dan dengan ramah membantu proses pengurusan administratif mahasiswa.
8. Kedua orang tua penulis, Bapak Muntholib, S.Ag., dan Ibu Lusfi Susianing, S.Pd., yang telah memberikan segala doa, kasih sayang dan dukungan baik moral maupun materiil hingga penulis dapat menempuh pendidikan strata 1.
9. Dua sahabat penulis Ade Elsa Kusumaningrum dan Dewi Nur Sinta Lestari yang telah menemani dan memberikan warna baru di kehidupan penulis selama berada di perantauan.
10. Organisasi-organisasi yang pernah penulis ikuti selama menempuh pendidikan di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, yaitu: PMII Rayon Aufklarung, HM-PS Matematika, dan DEMA Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberi banyak pengalaman.
11. Teman-teman Matematika angkatan 2018 yang telah mendukung dan kebersamai.
12. Program Beasiswa Bidikmisi yang telah memberikan bantuan finansial sehingga penulis dapat menempuh pendidikan strata 1.
13. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini
14. Pihak-pihak yang selalu bertanya, "kapan lulus ?" kepada penulis, skripsi ini untuk kalian juga.

Yogyakarta, 13 Agustus 2023

Penulis

Nur Ilma Yuanita

DAFTAR ISI

HALAMAN PERSETUJUAN	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN.....	iii
MOTTO	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR.....	vi
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR GAMBAR.....	xi
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
DAFTAR LAMBANG	xiv
INTISARI	xv
ABSTRACT.....	xvi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Batasan Masalah.....	4
1.3 Rumusan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Tinjauan Pustaka	6
1.7 Sistematika Penulisan	10
BAB II LANDASAN TEORI.....	12
2.1 Variabel Random	12
2.2 Ekspektasi dan Variansi	12
2.2.1 Ekspektasi	12
2.2.2 Variansi	13
2.3 Sifat-sifat Mean dan Variansi.....	13
2.4 Matriks	13
2.2.3 Operasi Matriks	14
2.2.4 Invers Matriks	16

2.5 Statistika Deskriptif.....	17
2.6 Analisis Regresi	18
2.7 Regresi Parametrik	19
2.8 Regresi Linier Multivariabel	19
2.9 Penduga Parameter Regresi Linier dengan MKT	20
2.10 Sifat-sifat Estimator Regresi Linier	26
2.11 Koefisien Determinasi.....	29
2.12 Uji Signifikansi Model Regresi.....	30
2.12.1 Uji serentak F	30
2.12.2 Uji parsial (Uji t)	31
2.13 Uji Asumsi Klasik Pada Regresi Linier	32
2.13.1 Uji normalitas.....	32
2.13.2 Uji heterokedastisitas	33
2.13.3 Uji autokorelasi	33
2.13.4 Uji multikolinearitas.....	34
2.14 Indeks Pembangunan Manusia (IPM).....	35
2.14.1 Umur Harapan Hidup (UHH).....	36
2.14.2 Harapan Lama Sekolah (HLS) dan Rata-rata Lama Sekolah (RLS)..	37
2.14.3 Pengeluaran Per Kapita yang Disesuaikan (PPKD).....	37
2.14.4 Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT)	37
2.15 Indeks Pembangunan Manusia Provinsi Sumatera Barat.....	38
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	39
3.1 Jenis Penelitian.....	39
3.2 Objek Penelitian	39
3.3 Metode Pengumpulan Data.....	40
3.4 Variabel Penelitian	40
3.5 Langkah Analisis Data	41
3.6 Alur Penelitian	41
BAB IV PEMBAHASAN.....	43
4.1 Analisis Regresi Nonparametrik	43
4.2 Regresi Nonparametrik Spline	44
4.2.1 Pemodelan fungsi spline menggunakan orde satu (linier)	47

4.3 Estimasi Parameter Regresi Spline	47
4.4 Regresi Spline Multivariabel.....	49
4.5 Pemilihan Titik Knot Optimal pada Model Regresi Nonparametrik Spline	51
4.5.1 Rata-rata kuadrat sisaan (<i>Mean Square Error</i> – MSE).....	51
4.5.2 <i>Generalized cross validation</i> (GCV)	51
BAB V STUDI KASUS	53
5.1 Karakteristik Data	53
5.2 Analisis Regresi Linier Multivariabel.....	59
5.3 Koefisien Determinasi.....	60
5.4 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Linier.....	60
5.4.1 Uji serentak F.....	60
5.4.2 Uji parsial (uji t).....	61
5.5 Uji Asumsi Klasik Model Regresi Linier Multivariabel.....	62
5.5.1 Uji normalitas.....	62
5.5.2 Uji heterokedastisitas	63
5.5.3 Uji autokorelasi	64
5.5.4 Uji multikolinearitas	66
5.6 Analisis Regresi Spline Multivariabel	66
5.6.1 Pemilihan Titik Knot Optimal.....	67
5.6.2 Model Regresi Nonparametrik Spline Multivariabel.....	70
5.6.3 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Nonparametrik Spline Multivariabel	71
5.6.4 Interpretasi Model	74
5.7 Perbandingan Regresi Linier Multivariabel dengan Regresi Spline Multivariabel	79
BAB VI PENUTUP	80
6.1 Kesimpulan	80
6.2 Saran.....	81
DAFTAR PUSTAKA	82
LAMPIRAN.....	85

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1.	Perkembangan Indeks Pembangunan Manusia Provinsi Sumatera Barat, 2017-2021(BPS Sumatera Barat, 2021).....	38
Gambar 3. 1.	Alur Penelitian	42
Gambar 4. 1	Grafik Persentase Capaian IPM Menurut Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021	54
Gambar 4. 2	Grafik Harapan Lama Sekolah Menurut Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021	55
Gambar 4. 3	Grafik Rata-rata Lama Sekolah Menurut Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021	56
Gambar 4. 4	Grafik Umur Harapan Hidup Menurut Kabupaten/Kota Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021	57
Gambar 4. 5	Grafik Pendapatan Per Kapita Disesuaikan Menurut Kabupaten/Kota Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021.....	58
Gambar 4. 6	Grafik Persentase Tingkat Pengangguran Terbuka Menurut Kabupaten/Kota Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021.....	59

DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1	Tinjauan Pustaka	7
Tabel 2. 1	Analysis of Varians (ANOVA) uji parameter	30
Tabel 2. 2	Batas maksimum dan minimum komponen IPM	36
Tabel 5. 1	Karakteristik IPM dan faktor-faktor yang berpengaruh	53
Tabel 5. 2	Nilai koefisien determinasi (R^2) model regresi linier multivariabel	60
Tabel 5. 3	ANOVA model regresi linier multivariabel	61
Tabel 5. 4	Nilai signifikansi variabel independen model regresi linier multivariabel	62
Tabel 5. 5	Uji normalitas Kolmogorov-Smirnov model regresi linier multivariabel	63
Tabel 5. 6	Uji Glejser model regresi linier multivariabel	64
Tabel 5. 7	Hasil uji Durbin-Watson model regresi linier multivariabel	65
Tabel 5. 8	Nilai VIF model regresi linier multivariabel	66
Tabel 5. 9	Nilai titik knot optimal dan GCV minimum dengan satu titik knot	67
Tabel 5. 10	Nilai titik knot optimal dan GCV minimum dengan dua titik knot	68
Tabel 5. 11	Perbandingan Nilai GCV satu dan dua titik knot	69
Tabel 5. 12	Nilai estimasi parameter model regresi nonparametrik spline multivariabel	69
Tabel 5. 13	Tabel ANOVA uji serentak regresi spline	71
Tabel 5. 14	Hasil pengujian parameter secara parsial	72
Tabel 5. 15	Perbandingan regresi linier multivariabel dengan regresi spline linier multivariabel	79

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.	Data Penelitian	85
Lampiran 2.	Output Uji SPSS Regresi Linier Multivariabel	86
Lampiran 3.	Uji Normalitas Kolmogorov-Smirnov Regresi Linier Multivariabel.....	89
Lampiran 4.	Uji Glejser Regresi Linier Multivariabel	89
Lampiran 5.	Input GCV Dengan Satu Titik Knot	90
Lampiran 6.	Output GCV Dengan Satu Titik Knot	92
Lampiran 7.	Input GCV Dengan Dua Titik Knot.....	96
Lampiran 8.	Output GCV Dengan Dua Titik Knot.....	99
Lampiran 9.	Input Uji Signifikansi Parameter Regresi Nonparametrik Spline Linier.....	99
Lampiran 10.	Output Uji Sinifikansi Parameter Regresi Nonparametrik Spline Linier.....	102
Lampiran 11.	Input Uji Glejser Regresi Nonparametrik Spline Linier	104
Lampiran 12.	Output Uji Glejser Regresi Nonparametrik Spline Linier	106

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

DAFTAR LAMBANG

y_i	: variabel dependen pengamatan ke- i
x_i	: variabel independen pengamatan ke- i
$f(x_i)$: fungsi regresi nonparametrik yang tidak diketahui
ε_i	: error pada pengamatan ke- i
β	: parameter
β_m	: konstanta yang bernilai riil
x^m	: variabel independen pengamatan berorde m
m	: orde fungsi spline, $m = 1, 2, \dots, M$
M	: pangkat polinomial yang digunakan dalam model spline
β_{M+l}	: slope pada peubah x truncated knot ke- l pada spline berorde M
β_{00}	: intersep
β_j	: parameter model pada variabel independen ke- j
j	: banyaknya variabel independen, $j = 1, 2, \dots, p$
i	: banyaknya pengamatan, $i = 1, 2, \dots, n$
x_{ji}^m	: variabel independen ke- j pada pengamatan ke- i berorde M
$\beta_{j(M+l)}$: slope pada peubah x truncated knot ke- $(M+l)$ pada spline berorde M (konstanta riil)
k_l	: titik knot ke- l , $l = 1, 2, \dots, L$
L	: banyaknya knot

INTISARI

ANALISIS REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE MULTIVARIABEL (Studi Kasus: Faktor-faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia Di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021)

Oleh
Nur Ilma Yuanita
(18106010007)

Analisis regresi adalah teknik statistik untuk menganalisis data dengan tujuan untuk menunjukkan hubungan pengaruh antara variabel bebas dan respon dalam bentuk model. Kurva fungsi regresi dapat ditentukan dengan menggunakan dua pendekatan, yaitu pendekatan parametrik dan pendekatan nonparametrik. Pendekatan parametrik harus memenuhi asumsi regresi klasik dan dipaksa condong mengikuti bentuk pola tertentu. Tidak seketat asumsi regresi klasik, pendekatan nonparametrik memungkinkan untuk secara bebas menentukan bentuk model kurva regresi itu sendiri, sehingga pendekatan nonparametrik lebih fleksibel dan objektif. Salah satu teknik yang menggunakan pendekatan nonparametrik adalah spline. Keuntungan regresi spline adalah mempunyai titik knot yang dapat digunakan untuk mengatasi pola data yang cenderung naik atau turun tajam. Regresi spline memperbolehkan menggunakan berbagai macam orde sehingga dapat dibentuk regresi spline linier, kuadrat, kubik maupun orde M . Penelitian ini menggunakan regresi spline multivariabel berorde satu ($M=1$). Penerapan studi ini diterapkan pada data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Sumatera Barat tahun 2021. Terdapat lima variabel independen yang digunakan untuk penelitian ini yang meliputi harapan lama sekolah (X_1), rata-rata lama sekolah (X_2), harapan hidup saat lahir (X_3), pengeluaran per kapita disesuaikan (X_4), dan tingkat pengangguran terbuka (X_5). Variabel independen tersebut diyakini sebagai faktor yang mempengaruhi peningkatan angka IPM. Hasil analisis menunjukkan bahwa model regresi nonparametrik spline terbaik menggunakan dua titik knot dengan nilai R^2 sebesar 99,97% dan nilai MSE sebesar 0,050. Variabel independen yang berpengaruh secara signifikan adalah harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah, umur harapan hidup saat lahir, dan pengeluaran per kapita disesuaikan. Sedangkan variabel tingkat pengangguran terbuka tidak signifikan mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sumatera Barat tahun 2021.

Kata Kunci: Analisis Regresi, Nonparametrik, Spline.

ABSTRACT

MULTIVARIABLE SPLINE NONPARAMETRIC REGRESSION ANALYSIS

(Case Study: Factors Influencing the Human Development Index in West
Sumatra Province in 2021)

By

Nur Ilma Yuanita

(18106010007)

Regression analysis is a statistical technique for analyzing data with the aim of showing the effect relationship between independent variables and responses in the form of a model. The regression function curve can be determined using two approaches, namely the parametric approach and the nonparametric approach. The parametric approach must meet the assumptions of classical regression and be forced to follow a certain pattern. Not as strict as the assumptions of classical regression, the nonparametric approach makes it possible to freely determine the shape of the regression curve model itself, so that the nonparametric approach is more flexible and objective. One technique that uses a nonparametric approach is spline. The advantage of spline regression is that it has knot points that can be used to deal with data patterns that tend to rise or fall sharply. Spline regression allows the use of various orders so that linear, quadratic, cubic or M-order spline regressions can be formed. This study uses multivariable spline regression of order one ($M=1$). The application of this study is applied to the Human Development Index (HDI) data in West Sumatra Province in 2021. There are five independent variables used for this study which include expected length of schooling (X_1), average length of schooling (X_2), life expectancy at birth (X_3), adjusted per capita expenditure (X_4), and the open unemployment rate (X_5). The independent variable is believed to be a factor influencing the increase in the HDI rate. The results of the analysis show that the best spline nonparametric regression model uses two knot points with an R^2 value of 99.97% and an MSE value of 0.050. The independent variables that have a significant effect are expected length of schooling, average length of schooling, life expectancy at birth, and adjusted per capita spending. Meanwhile, the open unemployment rate variable does not significantly affect the Human Development Index in West Sumatra Province in 2021.

Keywords: Regression Analysis, Nonparametric, Spline.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pembangunan pada negara untuk menjadi negara yang maju memerlukan pembangunan di seluruh aspek, pembangunan manusia merupakan salah satu aspek pembangunan tersebut. Pembangunan manusia yang baik menjadi ciri-ciri suatu negara dapat dinamakan sebagai negara maju sehingga Pembangunan manusia berperan penting dalam model pembangunan negara termasuk di Indonesia. Tahun 1990, diperkenalkan pertama kali konsep pembangunan manusia oleh UNDP (*United Nations Development Programme*). UNDP memusatkan manusia merupakan sebuah kekayaan dari suatu bangsa yang sebenarnya, menurut laporannya dengan judul *Human Development Report* (HDR). Atas dasar ini, manusia ditempatkan sebagai tujuan akhir pembangunan dalam pembangunan manusia, bukan sebagai bagian alat pembangunan. Dikarenakan pernyataan tersebut, maka pembangunan dalam perspektif pembangunan manusia bertujuan sebagai penciptaan lingkungan dimana masyarakat dapat menikmati hidup yang panjang, sehat dan produktif (BPS, 2021).

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan standar terpenting dalam mendukung berhasilnya pembangunan di seluruh kota di Indonesia, oleh karena itu IPM memerlukan perhatian khusus dari pemerintah. Terbentuknya IPM didasari oleh tiga dimensi yaitu umur panjang dan hidup sehat, pengetahuan dan standar hidup yang memadai. UNDP secara teratur melakukan perbaikan metode perhitungan IPM, sehingga pada tahun 2010 UNDP menyempurnakan perhitungan IPM dengan cara menggunakan indikator yang berbeda namun tetap memakai dimensi yang sama. Indikatornya adalah umur harapan hidup saat lahir, rata-rata lama sekolah, harapan lama sekolah, dan produk nasional bruto per kapita. (BPS Sumatera Barat, 2021). Indonesia secara resmi melakukan perhitungan IPM menggunakan metode baru dan melakukan penyesuaian dengan sumber data yang tersedia di Indonesia pada tahun 2014. Salah satu data yang disesuaikan adalah PNB per kapita yang tidak tersedia di tingkat provinsi dan kabupaten/kota sehingga harus

dinyatakan sebagai pengeluaran per kapita yang disesuaikan. Namun demikian, nilai IPM seringkali ketergantungan dengan berbagai masalah di masyarakat, antara lain pengangguran, buta huruf, interaksi sosial, tingkat ketahanan pangan, kemiskinan, pemerintahan dan sebagainya (Christyadi et al., 2020). IPM sebagai indikator penunjang pembangunan negara maka, menjadi penting dan perlu memberikan fokus perhatian untuk meningkatkan angka IPM dan berupaya agar tidak mengalami penurunan. Peningkatan IPM di Indonesia tentunya bergantung pada meningkatnya IPM kabupaten/kota di setiap provinsi Indonesia, salah satunya yaitu kabupaten/kota provinsi Sumatera Barat.

Menurut data tahun 2017-2021, di Provinsi Sumatera Barat pertumbuhan IPM mengalami peningkatan. Pertumbuhan rata-ratanya sebesar 0,54% per tahun. Hal ini menjelaskan bahwa di Provinsi Sumatera Barat situasi pembangunan manusia semakin baik. Namun terjadi penurunan IPM di tahun 2020 diduga karena pandemi COVID-19, terutama pada bagian pengeluaran per kapita (BPS Sumatera Barat, 2021). Kemudian meningkat kembali sebesar 0,27 poin atau 0,27% yaitu sebesar 72,65 pada tahun 2021. Hal ini bersamaan dengan pemulihan di sektor perekonomian, sehingga seluruh komponen IPM perlahan membaik dari sebelumnya. Melihat kasus sebelumnya, salah satu cara yang dapat dilakukan dalam upaya peningkatan angka IPM di Provinsi Sumatera Barat adalah dengan memodelkan faktor yang diduga mempengaruhi IPM. Metode yang dapat digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang diduga mempengaruhi IPM adalah metode analisis regresi yang terdapat dalam ilmu statistika.

Statistika bertujuan untuk memecahkan masalah di berbagai bidang kehidupan dan merupakan subbidang matematika terapan. Terdapat banyak metode analisis data yang tersedia dalam statistika salah satunya adalah metode analisis regresi, yaitu alat untuk mengetahui hubungan antara respon dan variabel bebas (Pratiwi et al., 2018). Analisis regresi dapat menunjukkan pengaruh antara variabel bebas dengan variabel respon dalam bentuk model. Dengan demikian, metode analisis regresi dapat dijadikan sebagai metode pemodelan faktor yang berpengaruh pada IPM di Provinsi Sumatera Barat, sehingga model yang diperoleh dapat digunakan

untuk memperkirakan dan merancang program pembangunan manusia dalam peningkatan angka IPM.

Pendekatan regresi dapat diimplementasikan melalui 3 pendekatan yaitu semiparametrik, parametrik, dan nonparametrik (Prahutama et al., 2013). Analisis regresi parametrik merupakan analisis regresi yang paling umum dan banyak digunakan. Analisis regresi menggunakan pendekatan parametrik dapat digunakan ketika kurva regresi memenuhi asumsi mengikuti bentuk pola tertentu atau bentuk kurva regresi sudah diketahui (Putra et al., 2015). Beberapa bentuk pola parametrik adalah bentuk kuadratik, kubik, linier, dan lain-lain. Analisis regresi dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nonparametrik, jika asumsi pada regresi parametrik tidak terpenuhi, salah satunya adalah kurva regresi model yang tidak diketahui. Regresi nonparametrik adalah metode pemodelan yang menawarkan fleksibilitas yang besar dalam memprediksi model dan tidak dibatasi oleh asumsi persamaan regresi tertentu (Putra et al., 2015). Regresi nonparametrik mengimplikasikan data dapat menemukan sendiri bentuk estimasi kurva regresinya dan tidak dipengaruhi oleh faktor subjektif peneliti. Kurva regresi nonparametrik hanya diduga mulus (*smooth*). Beberapa model regresi nonparametrik yang digunakan yaitu kernel, deret *fourier*, spline, deret orthogonal, *wavelets*, MARS, dan polinomial lokal (Khotijah, 2020). Pendekatan semiparametrik dibentuk menggunakan komponen model yang diperoleh menggunakan estimasi parametrik dan terdapat komponen lain dengan menggunakan metode nonparametrik (T. D. P. Putri, 2018). Diketahui bahwa regresi semiparametrik merupakan penggabungan diantara regresi parametrik dengan nonparametrik.

Penelitian ini akan membahas mengenai regresi nonparametrik spline untuk memodelkan angka Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sumatera Barat tahun 2021 terhadap faktor-faktor yang mempengaruhinya. Regresi spline adalah metode analisis regresi yang memiliki sifat *piecewise polynomial* yang berbentuk potongan-potongan polinom (Putra et al., 2015). Spline dapat membentuk model dari suatu data dengan pola data yang memiliki karakter yang tidak sama pada suatu subinterval. Keunggulan spline salah satunya adalah dapat menangani data dengan tren naik atau turun secara ekstrem dengan menggunakan titik knot dan

menghasilkan kurva yang relatif mulus. Dalam regresi spline, model terbaik adalah model yang mempunyai titik knot optimal (Christianto, 2019). Salah satu metode pemilihan letak titik knot optimal untuk regresi spline adalah *Generalized Cross Validation* (GCV). Selanjutnya, regresi spline dengan satu variabel dependen dan variabel independennya lebih dari satu disebut sebagai regresi spline multivariabel. Berdasarkan uraian latar belakang diatas, maka pada penelitian ini penulis memilih judul, “Analisis Regresi Nonparametrik Spline Multivariabel (Studi Kasus: Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021)”.

1.2 Batasan Masalah

Pembatasan masalah diatur sedemikian rupa sehingga tidak ada perluasan atau penyimpangan dari masalah pokok. Agar penelitian lebih terarah dan memfasilitasi diskusi untuk memperoleh tujuan dari penelitian. Batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menggunakan pendekatan analisis regresi parametrik dan nonparametrik. Model regresi parametrik menggunakan model regresi linier multivariabel. Sedangkan, model regresi nonparametrik menggunakan model regresi nonparametrik spline multivariabel.
2. Menggunakan regresi spline multivariabel berorde satu atau regresi spline linier multivariabel.
3. Metode untuk pemilihan titik knot optimal pada regresi spline adalah *Generalized Cross Validation* (GCV). Pemilihan banyaknya titik knot dibatasi dengan menggunakan satu dan dua titik knot.
4. Menggunakan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) menurut kabupaten/ kota di Provinsi Sumatera Barat tahun 2021.
5. Menggunakan pengolahan data *software* SPSS dan R.
6. Pembahasan bab 2 landasan teori dikaitkan langsung oleh materi.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan pemaparan latar belakang, maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk membahas literatur yang terangkum dalam pola pembahasan sebagai berikut:

1. Bagaimana langkah-langkah menentukan model regresi nonparametrik spline multivariabel terbaik?
2. Bagaimana implementasi analisis regresi nonparametrik spline multivariabel untuk memodelkan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Sumatera Barat tahun 2021?

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengetahui langkah-langkah menentukan model regresi nonparametrik spline multivariabel terbaik.
2. Mengkaji tentang penerapan analisis regresi nonparametrik spline multivariabel dalam memodelkan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Sumatera Barat tahun 2021.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Untuk memperdalam pemahaman penulis tentang teori analisis regresi non parametrik spline multivariabel dan penerapannya pada pemodelan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Sumatera Barat Tahun 2021.
2. Untuk menambah pengetahuan pembaca tentang metode analisis regresi non parametrik spline multivariabel dan penerapannya dalam analisis masalah nyata.

1.6 Tinjauan Pustaka

Beberapa penelitian terdahulu yang relevan digunakan sebagai *literature review* dalam penelitian ini adalah:

1. Kajian Vicensius Hernando Christianto dari Universitas Sanata Dharma tahun 2019 berjudul “Analisis Regresi Nonparametrik Model Spline dan Penerapannya”. Penelitian ini membahas tentang pemodelan kurs jual dan kurs beli rupiah ke dollar Amerika Serikat (AS) dengan menggunakan regresi non parametrik spline. Data kurs jual dan kurs beli rupiah terhadap dolar AS pada tahun 2018 digunakan sebagai data penelitian. Variabel penjelas (X) adalah waktu sedangkan harga kurs jual dan kurs beli sebagai variabel respon (Y). Model metode ini menggunakan regresi non parametrik spline linier, spline kuadratik dan spline kubik. Sedangkan metode untuk memilih knot yang optimal adalah dengan menggunakan nilai GCV.
2. Kajian Lisahatul Khotijah Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang Tahun 2020 dengan judul “Pemodelan Regresi Nonparametrik Spline Terpotong Pada Indeks Pembangunan Manusia Di Jawa Timur”. Penelitian ini membahas mengenai faktor yang berpengaruh terhadap IPM di Jawa Timur dengan menggunakan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) wilayah/kota administratif di Provinsi Jawa Timur tahun 2018. Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Jawa Timur tahun 2018 sebagai variabel respon (Y), sedangkan angka harapan hidup (X_1), angka partisipasi murni SMP (X_2), angka partisipasi murni SMA (X_3), tingkat partisipasi angkatan kerja (X_4), dan tingkat pengangguran terbuka (X_5) sebagai Variabel prediktor (X). Metode pemodelan yang digunakan adalah regresi nonparametrik spline liner. Sedangkan metode pemilihan titik knot optimal untuk mendapatkan model regresi spline terbaik menggunakan GCV terkecil.
3. Penelitian yang dilakukan oleh Made Tiara Saskia Puspitasari, Yuliana Susanti dan Sri Sulistyowati Handajani dari Universitas Sebelas Maret pada tahun 2021 dengan judul, “Model Regresi *Robust* untuk Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur dengan Estimasi M”. Tujuan dari

penelitian ini yaitu untuk mengetahui faktor yang berpengaruh terhadap IPM dengan menggunakan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) tahun 2019 wilayah/kota administratif di Provinsi Jawa Timur. Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Jawa Timur tahun 2019 sebagai Variabel respon (Y), sedangkan angka harapan hidup (X_1), rata-rata lama sekolah (X_2), harapan lama sekolah (X_3), dan pendapatan per kapita (X_4) sebagai variabel prediktor (X). Pembentukan model regresi menggunakan metode regresi *robust* estimasi M.

4. Kajian Indrasuara Luther Sirangi Si'lang, Zamruddin Hasid dan Priyagus dari Universitas Mulawarman tahun 2019 berjudul "Analisis Faktor-Faktor yang Berpengaruh terhadap Indeks Pembangunan Manusia". Penelitian bertujuan untuk mengetahui faktor yang berpengaruh terhadap Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Sulawesi Barat. Penelitian ini menggunakan data sekunder dengan jenis data time series periode 2006-2013. Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Provinsi Sulawesi Barat sebagai Variabel respon (Y) sedangkan PDRB sektor pertanian (X_1), Belanja langsung pemerintah (X_2), Investasi swasta (X_3), dan tingkat pengangguran terbuka (X_4) sebagai variabel prediktor (X). Metode pemodelan menggunakan analisis regresi linier berganda.

Tabel 1. 1 Tinjauan Pustaka

No	Peneliti	Judul Penelitian	Variabel	Metode
1	Vicensius Hernando Christianto (2019)	Analisis Regresi Nonparametrik Model Spline dan Penerapannya	waktu di tahun 2018 sebagai Variabel penjelasnya (X). harga kurs jual dan kurs beli sebagai Variabel respon (Y).	Metode pemodelan menggunakan metode regresi nonparametrik spline linear, spline kuadratik, dan spline kubik. Sedangkan metode untuk pemilihan

				titik knot optimal adalah dengan menggunakan nilai GCV.
2	Lisahatul Khotijah (2020)	Pemodelan Regresi Nonparametrik <i>Truncated Spline</i> Pada Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur	angka harapan hidup (X_1), angka partisipasi murni SMP (X_2), angka partisipasi murni SMA (X_3), tingkat partisipasi angkatan kerja (X_4), tingkat pengangguran terbuka (X_5) sebagai Variabel prediktor (X). Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Timur pada tahun 2018 sebagai Variabel respon (Y)	Metode pemodelan penelitian ini menggunakan regresi nonparametrik spline linear. Metode pemilihan titik knot optimal menggunakan nilai GCV yang minimum.
3	Made Tiara Saskia Puspitasari, Yuliana	Model Regresi <i>Robust</i> untuk Indeks Pembangunan	Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Timur	Metode yang digunakan untuk membentuk model regresi adalah

	Susanti dan Sri Sulistyowati Handajani	Manusia di Jawa Timur dengan Estimasi M	pada tahun 2019 sebagai Variabel respon (Y). angka harapan hidup (X_1), rata-rata lama sekolah (X_2), harapan lama sekolah (X_3), dan pendapatan per kapita (X_4) sebagai variabel prediktor (X).	regresi <i>robust</i> estimasi M.
4	Luther Sirangi Si'lang, Zamruddin Hasid dan Priyagus	Analisis faktor-faktor yang berpengaruh terhadap Indeks Pembangunan Manusia.	Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Sulawesi Barat sebagai Variabel respon (Y). PDRB sektor pertanian (X_1), Belanja langsung pemerintah (X_2), Investasi swasta (X_3), dan tingkat pengangguran terbuka (X_4) sebagai Variabel prediktor (X)	Metode pemodelan yang digunakan pada penelitian ini adalah Analisis regresi linier berganda.

Diketahui bahwa penelitian ini memiliki persamaan dan perbedaan dengan penelitian diatas. Penelitian yang dilakukan oleh Vicensius Hernando Christianto ini memiliki kesamaan dalam hal metode pemodelan dan pemilihan knot optimal dengan regresi nonparametrik spline dan pemilihan knot optimal dengan metode GCV. Perbedaannya adalah penelitian ini menggunakan metode nonparametrik spline univariat, sedangkan kajian ini menggunakan metode nonparametrik spline multivariabel. Kajian yang dilakukan oleh Lisahatul Khotijah memiliki kesamaan yaitu penggunaan regresi nonparametrik multivariabel spline dan metode GCV untuk memilih titik simpul optimal dalam mendapatkan model terbaik, tetapi memiliki perbedaan diantara variabel dependen dengan independen.

Persamaan kajian ini dengan penelitian yang dilakukan oleh Made Tiara Saskia Puspitasari,dkk bagian pada variabel dependen yang dipakai pada kajian. Sedangkan perbedaannya yaitu mengenai metode pemodelan yang digunakan untuk membentuk model regresi. Begitu juga dengan kajian yang dilakukan oleh Indrasuara Luther Sirangi Si'lang,dkk yang mempunyai persamaan pada salah satu variabel independen yang digunakan yakni tingkat pengangguran terbuka dan perbedaannya yaitu mengenai metode pemodelan yang digunakan untuk membentuk model regresi.

1.7 Sistematika Penulisan

Secara garis besar sistematika penulisan penelitian skripsi ini tesusun dari beberapa bab seperti berikut ini:

BAB I PENDAHULUAN

Memuat penjelasan mengenai latar belakang serta permasalahan, batasan permasalahan penelitian, rumusan permasalahan, tujuan serta manfaat penelitian, bahan pustaka dan susunan penulisan penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Memuat pengertian mengenai variabel random, ekspektasi dan variansi, sifat-sifat mean dan variansi, matriks, statistika deskriptif, analisis regresi, regresi parametrik, regresi linier multivariabel, penduga parameter regresi linier dengan MKT, sifat-sifat estimator regresi linier, koefisien determinasi, uji

signifikansi model regresi, uji asumsi klasik pada regresi linier, Indeks Pembangunan Manusia, dan IPM di Provinsi Sumatera Barat.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Memuat mengenai jenis, objek, metode yang digunakan untuk mengumpulkan data penelitian, variabel dependen dan variabel independent penelitian, langkah-langkah analisis data, dan alur pelaksanaan analisis data pada penelitian ini.

BAB IV PEMBAHASAN

Menyajikan penjelasan terkait analisis regresi nonparametrik, regresi nonparametrik spline, estimasi parameter regresi spline, regresi spline multivariabel, hingga metode untuk menentukan titik knot optimal dalam analisis regresi spline.

BAB V STUDI KASUS

Memuat akan karakterisasi data yang diperoleh menggunakan statistik deskriptif, analisis data menggunakan regresi linier multivariabel, dan penerapan regresi nonparametrik spline multivariabel terhadap data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) menurut kabupaten/kota provinsi Sumatera Barat tahun 2021.

BAB VI PENUTUP

Memuat kesimpulan yang diperoleh dari hasil studi kasus data penelitian yang termuat dalam proses pembahasan dari bab sebelumnya. Selanjutnya adalah saran terkait penelitian yang dapat digunakan untuk melakukan penelitian-penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

Berisi referensi yang digunakan dalam penelitian yang merujuk dari beberapa buku dan sumber lainnya.

BAB VI

PENUTUP

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan penguraian hasil penelitian dan pembahasan, temuan skripsi ini dapat diringkas sebagai berikut:

1. Langkah-langkah menentukan model regresi nonparametrik spline multivariabel terbaik pada penelitian ini adalah sebagai berikut:
 - a. Menentukan orde model regresi spline multivariabel
 - b. Menentukan banyaknya titik knot yang akan dicari letak titik knot optimalnya.
 - c. Pemilihan titik knot optimal untuk masing-masing banyaknya titik knot.
 - Melakukan pendekatan titik knot.
 - Mencari nilai GCV dari titik-titik knot yang diperoleh.
 - Menentukan titik knot optimal berdasarkan nilai GCV yang minimum.
 - d. Melakukan perbandingan nilai GCV sesuai banyaknya titik knot. Banyaknya titik knot yang dipakai pada model adalah yang memiliki nilai GCV minimum.
 - e. Melakukan estimasi parameter model regresi spline multivariabel menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT).
 - f. Membuat model regresi spline multivariabel terbaik menggunakan titik knot optimal yang diperoleh pada langkah poin d dan nilai estimasi yang telah diperoleh pada langkah poin e.
 - g. Melakukan uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial.
 - h. Interpretasi dan kesimpulan.
2. Pemodelan Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sumatera Barat tahun 2021 menggunakan regresi nonparametrik spline multivariabel berorde satu diperoleh model terbaik dengan menggunakan dua titik knot. Titik knot optimal yang diperoleh menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV) adalah 12,46; 14,33; 7,29; 9,28; 64,93; 69,32; 6488,73; 10178,90; 2,48; 7,47. Berikut merupakan model terbaik yang didapatkan:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & 0,0000007246 + 0,3155496x_1 + 0,3155406(x_1 - 12,46)_+ + \\ & 0,3129028(x_1 - 14,33)_+ + 0,3857572x_2 + 0,3857519(x_2 - 7,29)_+ + \\ & 0,3857462(x_2 - 9,28)_+ + 0,1623771x_3 + \\ & 0,1623301(x_3 - 64,93)_+ + 0,1623175(x_3 - 69,32)_+ + \\ & 0,0069200x_4 + 0,0023399(x_4 - 6488,73)_+ - \\ & 0,0083100(x_4 - 10178,90)_+ - 0,0113445x_5 - \\ & 0,0113462(x_5 - 2,48)_+ - 0,0107181(x_5 - 7,47)_+ \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil pengujian signifikansi parameter diperoleh hasil bahwa variabel harapan lama sekolah (X_1), rata-rata lama sekolah (X_2), umur harapan hidup saat lahir (X_3), dan pengeluaran per kapita disesuaikan (X_4) berpengaruh secara signifikan terhadap Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sumatera Barat tahun 2021. Sedangkan variabel tingkat pengangguran terbuka (X_5) tidak berpengaruh secara signifikan terhadap Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sumatera Barat tahun 2021.

6.2 Saran

Saran untuk penelitian selanjutnya adalah mempertimbangkan pemilihan variabel independen yang digunakan dalam model dan memperhatikan hubungan antara variabel independen dan variabel dependen untuk mendapatkan metode yang tepat dan mendapatkan hasil yang sesuai. Selain itu, penelitian ini masih terbatas pada penggunaan regresi nonparametrik spline multivariabel berorde satu dan menggunakan dua knot. Dalam penelitian selanjutnya, perlu diperluas dengan menambahkan orde pada regresi spline multivariabel dan menggunakan kombinasi knot yang berbeda atau menggunakan metode pendekatan nonparametrik lainnya untuk mengestimasi kurva regresi.

DAFTAR PUSTAKA

- Afa, I. B., Suparti, S., dan Rahmawati, R. 2018. Perbandingan Metode Regresi Linier Multivariabel Dan Regresi Spline Multivariabel Dalam Pemodelan Indeks Harga Saham Gabungan. Dalam *Jurnal Media Statistika*, 11(2), 147–158. <https://doi.org/10.14710/medstat.11.2.147-158>.
- Algifari. 2000. *Analisis Regresi*. Edisi Kedua. Yogyakarta: BPFE-YOGYAKARTA,.
- Anton, H., & Rorres, C. 2004. *Aljabar Linier Elementer* (8th ed.). Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Baskoro, A. A. F. 2019. Model Regresi Nonparametrik Spline Kuadrat, Dalam *Skripsi*, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga, Yogyakarta.
- BPS Sumatera Barat. 2021. *Indeks Pembangunan Manusia Provinsi Sumatera Barat 2021*. Sumatera Barat: Badan Pusat Statistik Sumatera Barat.
- BPS. 2021. *Indeks Pembangunan Manusia*. Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- Christianto, V. H. 2019. Analisis Regresi Nonparametrik Model Spline dan Penerapannya. Dalam *Skripsi*, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.
- Christyadi, S., Satriya, A. M. A., dan Goejantoro, R. 2020. Pemodelan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Menggunakan Analisis Regresi Probit. Dalam *Jurnal Eksponensial*, 11(2).
- Eubank, R. 1999. *Nonparametric Regression and Spline Smoothing Second Edition*. New York: Marcel Dekker Inc.
- Handajani, S. S., Pratiwi, H., Respatiwan, Qona'ah, N., Ramadhania, M., & Evitasari, N. 2022. *Regrsi Spline dan Pengembangannya*. Yogyakarta: Deepublish.
- Hardani, Auliya, N. H., Andriani, H., Fardani, R., Ustiawaty, J., Utami, E. F., Sukmana, D. J., & Istiqomah, R. R. 2020. *Metode Penelitian Kualitatif & Kuantitatif*. Yogyakarta : Pustaka Ilmu.
- Hardle, W. 1994. *Applied Nonparametric Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Hidayah, F. N. 2019. Analisis Regresi Nonparametrik Spline Linear. Dalam *Skripsi*, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga, Yogyakarta.
- Khotijah, L. 2020. Pemodelan Regresi Nonparametrik Truncated Spline Pada Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur, Fakultas Sains dan Teknologi. Dalam *Skripsi*, UIN Maulana Malik Ibrahim, Malang.

- Nawawi, H., & Martini, M. 1996. *Penelitian Terapan*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Nazir, M. 1988. *Metode Penelitian*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Perihatini, D. I. 2018. Perbandingan Metode Estimasi LTS , Estimasi M , dan Estimasi S Pada Regresi Robust, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Dalam *Skripsi*, Universitas Islam Indonesia, Yogyakarta.
- Prahutama, A. 2013. Model Regresi Nonparametrik Dengan Pendekatan Deret Fourier Pada Kasus Tingkat Pengangguran Terbuka Di Jawa Timur. Dalam *Prosiding Seminar Nasional Statistika*, Semarang.
- Pratiwi, L. P. S., Hanief, S., & Suniantara, I. K. P. 2018. Pemodelan Menggunakan Metode Spasial Durbin Model Untuk Data Angka Putus Sekolah Usia Pendidikan Dasar. Dalam *Jurnal Varian*, 2(1).
- Puspitasari, M. T. S., Susanti, Y., & Handajani, S. S. 2021. Model Regresi Robust untuk Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur dengan Estimasi M. Dalam *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 4*, 659–665.
- Putra, I. M. B., Ayu, I. G., Srinadi, M., dan Sumarjaya, I. W. 2015. PEMODELAN 43 REGRESI SPLINE (Studi Kasus : Herpindo Jaya Cabang Ngaliyan). Dalam *E-Jurnal Matematika*, 4(3), 110–114
- Putri, I. M. E. 2018. Regresi Nonparametrik Spline Truncated Untuk Memodelkan Persentase Peserta KB Baru Pasca Persalinan Dan Pasca Keguguran Di Jawa Timur Tahun 2016. Dalam *Skripsi*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Putri, N. W. 2018. Pemodelan Regresi Spline Truncated Untuk Data Longitudinal. Dalam *Skripsi*, Universitas Islam Indonesia, Yogyakarta.
- Putri, T. D. P. 2018. Pemodelan Regresi Nonparametrik Spline Multivariabel. Dalam *Skripsi*, Universitas Negeri Semarang, Semarang.
- Qudratullah, M. F. 2014 *Statistika Terapan Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi SPSS*. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Qudratullah, M. F., Utami, S. Z., & Supandi, E. D. 2012. *Statistika*. Yogyakarta: SUKA-Press UIN Sunan Kalijaga.
- Si'lang, I. L. S., Hasid, Z., & Priyagus. 2019. Analisis faktor-faktor yang berpengaruh terhadap indeks pembangunan manusia, Dalam *Jurnal Manajemen*, 11(2), 159–169.
- Siregar, S. 2014. *Statistik Parametrik Untuk Penelitian Kuantitatif*. Edisi Pertama. Yogyakarta: Bumi Aksara.

- Sukardi. 2018. *Metodologi Penelitian Pendidikan*. Sukardi: Bumi Aksara.
- Supandi, E. D. 2018. *Metode Statistika*. Yogyakarta: UIN Suka University.
- Walpole, R. . 1995. *Pengantar Statistika*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Widiyanto, M. A. 2013. *Statistika Terapan*. Jakarta: Elex Media Computindo.

