STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

IDEAL DASAR DIBANGUN OLEH TITIK-TITIK PADA *CYCLE* TANPA *EXIT* DALAM ALJABAR LINTASAN LEAVITT

Pidato Pengukuhan Jabatan Guru Besar
Dalam Bidang Ilmu Aljabar

oleh:

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.

Disampaikan di Hadapan Sidang Senat Terbuka
Universitas Islam Negeri (UIN) Sunan Kalijaga Yogyakarta
Rabu 17 Januari 2024

IDEAL DASAR DIBANGUN OLEH TITIK-TITIK PADA *CYCLE* TANPA *EXIT* DALAM ALJABAR LINTASAN LEAVITT

Pidato Pengukuhan Jabatan Guru Besar
Dalam Bidang Ilmu Aljabar
Disampaikan di Hadapan Sidang Senat Terbuka
Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta

Rabu, 17 Januari 2024

Oleh:
Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

STATE ISLAMIC UNIVERSITY
SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

IDEAL DASAR DIBANGUN OLEH TITIK-TITIK PADA *CYCLE* TANPA *EXIT*
DALAM ALJABAR LINTASAN LEAVITT

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.

iii + 44 hlm.; 14,5 x 20,5 cm

UIN Sunan Kalijaga
Yogyakarta
2024

بسم الله الرحمن الرحيم

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh,
Salam Sejahtera untuk kita semuanya.

Yang mulia dan terhormat

1. Ketua Senat, Seketaris Senat dan Para Guru Besar serta seluruh Anggota Senat UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
2. Rektor dan Para Wakil Rektor UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
3. Kepala Biro AAKK dan AUK, Direktur Pascasarjana, Para Dekan di lingkungan UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
4. Para Wakil Dekan, Wakil Direktur Parcasarjana, Para Ketua Lembaga/Unit, Ketua dan Seketaris Program Studi, Kabag dan Kasubag, Dosen dan Tendik di Lingkungan UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
5. Para Tamu Undangan, Teman Sejawat, Sahabat, Keluarga dan Kerabat.

Hadirin yang dirahmati Allah swt.

الْحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ، وَبِهِ نَسْتَعِيْنُ عَلَى أُمُورِ الدُّنْيَا وَالدِّينِ، وَالصَّلاَةُ وَالسَّلاَمُ عَلىَ أَشْرَفِ الْمُرْسَلِينَ وَعَلىَ آلِهِ وَصَحْبِهِ أَجْمَعِينَ، أَمَّا بَعْدُ

Alhamdulilah, Puji Syukur ke hadirat Allah swt. yang selalu melimpahkan rahmat, karunia dan nikmat-Nya: nikmat sehat, kesempatan dan kekuatan sehingga kita dapat hadir di tempat mulia, Sidang Senat Terbuka UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Sholawat dan salam tercurahkan kepada Uswah hasanah Baginda Nabi Muhammad SAW., beserta keluarga, sahabat dan seluruh pengikutnya.

Atas rahmat dan karunia Allah swt., telah terbit Surat Keputusan Mendikbud Ristek Dikti, No. 36766/M/07/2023, tentang kenaikan jabatan fungsional Guru Besar bidang Aljabar TMT 1 Juni 2023. Karena izin Allah pula, hari ini saya diberi kesempatan oleh Ketua Senat dan Rektor UIN Sunan Kalijaga untuk menyampaikan pidato pengukuhan Guru Besar di bidang ilmu Aljabar. Bukanlah *special* karena kepakaran saya di bidang ini, namun lebih karena sudah saatnya sebagai abdi negara yang telah **berkinerja akademik hampir tiga (3) decade**, *Alhamdulillah* dapat mencapai jabatan akademik tertinggi ini. Namun, Sidang Senat Terbuka saat ini sangatlah *special*, **pidato pengukuhan 2 (dua) Guru Besar sesama kolega di Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta**.

Hadirin yang terhormat,

Aljabar merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang tidak pernah absen menggunakan simbol dan operasi matematika. Dua objek matematika ini merupakan sebagian kecil dari ayat-ayat *kauniah* Allah, karena simbol dan operasi matematika dengan sifat-sifat atau hukum-hukumnya adalah fenomena ilmu formal (jika tidak dikatakan sebagai ilmu alam). Ilmu dasar tentang symbol dan operasi matematika adalah Logika Matematika yang merupakan kunci utama belajar semua cabang ilmu matematika, termasuk aljabar. Sebagai dosen pengampu matakuliah Logika Matematika dan Himpunan, saya selalu memotivasi para mahasiswa di awal kuliah bahwa Allah mengaruniakan akal dan indera kepada manusia untuk mempelajari ayat-ayat Allah sehingga kita berbeda dengan binatang. Hal ini termaktub dalam Q.S. Al A'raf ayat 179.

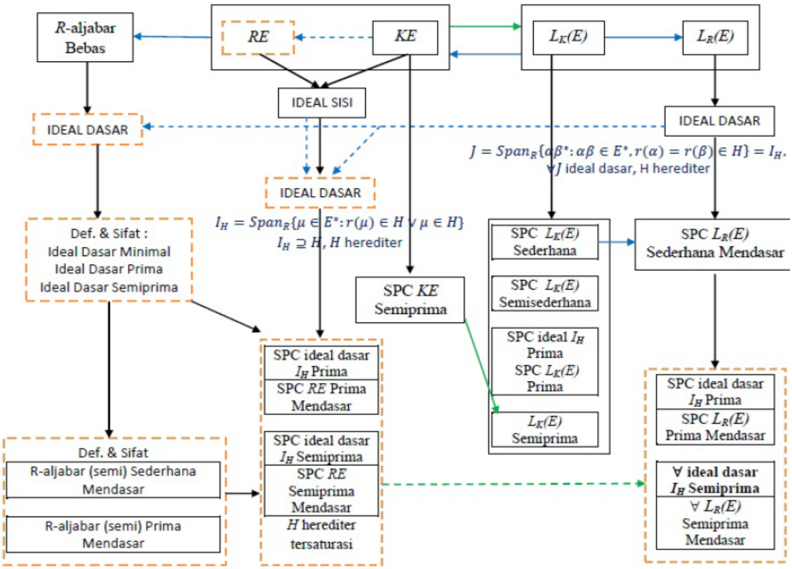
وَلَقَدْ ذَرَأْنَا لِجَهَنَّمَ كَثِيراً مِّنَ الْجِنِّ وَالإِنسِ لَهُمْ قُلُوبٌ لاَّ يَفْقَهُونَ بِهَا وَلَهُمْ أَعْيُنٌ لاَّ يُبْصِرُونَ بِهَا وَلَهُمْ آذَانٌ لاَّ يَسْمَعُونَ بِهَا أُوْلَئِكَ كَالأَنْعَامِ بَلْ هُمْ أَضَلُّ أُوْلَئِكَ هُمُ الْغَافِلُونَ

(Artinya: dan sesungguhnya Kami jadikan untuk (isi neraka Jahannam) kebanyakan dari jin dan manusia, mereka mempunyai hati, tetapi tidak dipergunakannya untuk memahami (ayat-ayat Allah) dan mereka memiliki mata (tetapi) tidak dipergunakannya untuk melihat (tanda-tanda kekuasaan Allah), dan mereka memiliki telinga (tetapi) tidak dipergunakannya untuk mendengar (ayat-ayat Allah). Mereka itu bagaikan binatang ternak, bahkan

mereka lebih sesat lagi. Mereka itulah orang-orang yang lalai).

Hadirin yang terhormat,

Sejak saya S3, focus atau tema besar penelitian saya berkaitan dengan aljabar lintasan dan aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital.



Gambar 1. Skema focus penelitian S3

Mohon ijin di hadapan hadirin yang mulia dan terhormat, saya akan menyampaikan refleksi ilmiah, pidato pengukuhan Guru Besar di bidang ilmu Aljabar (lebih khusus pada aljabar lintasan Leavitt), dengan judul "**Ideal Dasar Dibangun oleh Titik-titik pada *Cycle* Tanpa *Exit* dalam Aljabar Lintasan Leavitt. "**

Perlu disampaikan bahwa tema ini merupakan bagian dari penelitian saya tahun 2023 yang didanai oleh LPPM UIN Sunan Kalijaga, kluster *research leader.* Terimakasih kepada Rektor beserta jajarannya dan LPPM UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, atas kesempatan dan kepercayaannya mendanai tema penelitian matematika murni (*pure mathematics*) dari tahun 2017. Hal ini memberikan gambaran ke *public* bahwa UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu PTKIN telah memberikan *support* dan kesempatan luas kepada dosen-dosen (ilmu murni) dalam ikhtiar menggapai jenjang karir akademik tertinggi ini.

Pendahuluan

Aljabar lintasan Leavitt merupakan penggabungan teori aljabar dengan teori graf. Lazimnya, teori graf dipandang sebagai cabang matematika dan ilmu computer tentang struktur yang menggambarkan titik-titik (*vertices*) dengan sisi-sisi (*edges*) penghubung titik, beserta sifat-sifatnya. Selain dengan pendekatan geometris, kombinatorik, dan algoritmik, graf dapat dipandang secara aljabar dan biasa dikatakan sebagai aljabar graf (*graph algebra*). Graf yang terdiri dari titik-titik (*vertices* atau *points*) dan sisi-sisi (*edges*) dalam aljabar graf merupakan graf berarah (*directed graph*) disingkat digraf (*digraph*) atau seringkali disebut *quiver*. Arah dari sisi dalam quiver membentuk dua pemetaan yaitu fungsi sumber (*source*) dan fungsi ujung (*target*) dari sisi. Quiver didefinisikan

Assems, dkk. (2010) sebagai *4-tupel* $Q = (Q^0, Q^1, s, t)$ dengan Q^0 himpunan titik-titik, Q^1 himpunan sisi-sisi dan $s, t: Q^1 \to Q^0$ adalah dua fungsi yang secara berurutan mendefinisikan sumber (*source*) dan target dari sisi.

Barisan n buah sisi $e_1 e_2 \dots e_n$ dengan target sisi ke-*i* sama dengan sumber sisi ke-(*i*+1) untuk setiap $i = 1,2,\dots, n-1$ dinamakan lintasan (*path*) sepanjang n. Kajian quiver atau graf ditinjau secara aljabar ini menghasilkan aljabar assosiatif yang dikenal dengan aljabar lintasan (*path algebra*) dan aljabar lintasan Leavitt (*Leavitt path algebra*). Bahasan mendalam aljabar lintasan pada graf Q atas lapangan K yang dinotasikan KQ dilakukan oleh Assem, dkk. (2006). Kesemiprimaan aljabar lintasan atas lapangan dikaji oleh Molina (2008) dan Aranda Pino, dkk. (2010). Namun, keduanya juga mengkaji aljabar lintasan Leavitt yang definisinya disandarkan pada aljabar lintasan dengan syarat *Kuntz-Krieger.* Wardati, dkk. (2014) mengupas sifat keprimaan aljabar lintasan atas ring komutatif unital.

Perkembangan aljabar lintasan Leavitt telah dimulai sejak tahun 2005, namun masih terus dikaji hingga saat ini. Temuan dari kajian aljabar lintasan Leavitt antara lain adalah syarat perlu dan cukup pada graf (quiver) sehingga aljabar lintasan Leavitt atas lapangan bersifat sederhana (Abrams dan Aranda Pino, 2005), berdimensi hingga (Aranda pino, dkk., 2007), bersifat Noether (Abrams, dkk., 2008), merupakan aljabar prima (Aranda Pino, dkk., 2009).

Tomforde (2011) telah mengkaji aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital dengan temuan penting definisi ideal dasar (*basic ideal*) dan sifat sederhana mendasar (*basically simple*) dari aljabar ini. Temuan ini menjadi dasar ditemukannya syarat perlu dan cukup dari keprimaan aljabar lintasan Leavitt atas daerah integral (Larki, 2012). Wardati (2015) dalam disertasinya menemukan syarat perlu dan cukup dari grafnya sehingga ideal dasar dalam aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital merupakan ideal dasar prima, sehingga ditemukan syarat perlu dan cukup aljabar ini bersifat prima mendasar (*basically prime*). Selain itu, bahwa sebarang aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital merupakan aljabar semiprima mendasar (*basically semiprime*). Sifat ini senada dengan temuan Aranda Pino, dkk. (2010) bahwa setiap aljabar lintasan Leavitt atas lapangan merupakan aljabar semiprima, yang selanjutnya ditentukan sokel (*socle*) dari aljabar lintasan Leavitt tersebut. Sayangnya, aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital tidak selalu semiprima kecuali jika ringnya semiprima. Artinya, aljabar lintasan Leavitt semiprima jika dan hanya jika aljabarnya atas ring komutatif unital yang semiprima (Wardati, 2017). Penelitian terus berlanjut, sehingga ditemukan sokel dari aljabar lintasan Leavitt semiprima ini, yang dipengaruhi oleh ideal dari ringnya yang semiprima (Wardati, 2022). Inilah bedanya dengan sokel dari aljabar lintasan Leavitt atas lapangan, karena lapangan tidak memiliki ideal sejati. Kesamaannya, bahwa penentuan sokel ini selalu berkaitan dengan ideal minimal kiri (*left minimal ideal*) dari aljabar lintasan Leavitt. Ideal minimal kiri ini dibangun oleh suatu titik tertentu dalam grafnya yang disebut titik garis yang bersifat idempotent dan primitif. Selain itu, himpunan semua titik garis adalah herediter.

Berkaitan dengan ideal dan ideal dasar dari aljabar lintasan Leavitt masih terus berkembang dan menarik untuk dikaji. Songul dan Muge Kanuni (2018) menghasilkan syarat perlu dan cukup yang menjamin eksistensi ideal maksimal dalam aljabar lintasan Leavitt atas lapangan, yakni jika terdapat subset herediter tersaturasi maksimal dari Q^0. Aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital pada graf asiklis (tidak memuat sikel) berhingga merupakan hasil tambah langsung (*direct sum*) dari ideal dasar minimal yang dibangun oleh *sink* atau titik tenggelam (Wardati, 2017). Hasil ini diperkuat oleh Kanwar, dkk. (2019).

Telah diuraikan peran dari titik tenggelam, titik garis dan subhimpunan herediter dalam pembentukan ideal-ideal (dasar) dalam aljabar lintasan Leavitt. Perhatikan temuan lain dari Kanwar, dkk. (2019), bahwa jika graf memenuhi kondisi (*L*) yaitu setiap sikel pada quiver tersebut memuat eksit (*exit*) maka aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital, tidak memuat ideal dasar nilpotent yang tak nol (*non-zero nilpotent basic ideal*). Kontraposisi dari pernyataan ini, bahwa Jika terdapat ideal dasar tak nol yang nilpotent dari aljabar lintasan Leavitt ini maka quiver tidak memenuhi kondisi (L), artinya terdapat sikel tanpa eksit pada quiver tersebut. Hasil ini menginspirasikan perlunya diinvestigasi peran titik-titik pada sikel tanpa eksit pada pembentukan ideal (dasar) dalam aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital. Inspirasi ini didasarkan pada konjektur bahwa setiap titik pada sikel tanpa eksit merupakan elemen idempotent primitive dan himpunan semua titik-titik pada sikel tanpa eksit merupakan subset herediter. Perlu kiranya, diselidiki pula peran ideal dari ring komutatif unital dalam pembentukan ideal dari aljabar lintasan Leavitt yang dibangun oleh kombinasi ideal dari ring ini dengan suatu titik pada sikel tanpa eksit.

Karakterisasi ideal (dasar) dalam aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital ditentukan oleh struktur quiver dan ideal dari ringnya. Sebarang titik pada quiver merupakan elemen idempotent dalam aljabar lintasan Leavitt. Struktur quiver ini akan menentukan apakah titik-titiknya primitive ataukah tidak, suatu subhimpunan titik-titik herediter tersaturasi atau tidak. Secara umum, rujukan utama tentang terminology dalam quiver dan beberapa hasil terdahulu tentang aljabar lintasan Leavitt adalah buku baru yang dipublikasikan Abrams, dkk (2017), dan beberapa pengertian elemen-elemen khusus mengacu dari Assems, dkk. (2006).

Quiver dan Aljabar Lintasan Leavitt atas Ring Komutatif Unital

Quiver adalah istilah lain dari graf berarah, yakni *4-tupel* $Q = (Q^0, Q^1, s, t)$ yang terdiri dari dua himpunan saling asing Q^0, Q^1 dan dua pemetaaan $s, t: Q^1 \to Q^0$. Elemen-elemen di Q^0, Q^1 secara berurutan dinamakan titik dan sisi (real), dan setiap sisi $e \in Q^1$ maka sumber dan target (ujung) dari e adalah $s(e), t(e) \in Q^0$. Quiver Q dikatakan berhingga jika Q^0 berhingga dan Q bersifat *row-finite*, yaitu untuk setiap titik

u, $s^{-1}(u)$ subset berhingga di Q^1. Titik $u \in Q^0$ disebut titik tenggelam (*sink*) jika titik tersebut tidak memancarkan sebarang sisi, artinya $u \neq s(e)$ untuk setiap $e \in Q^1$.

Lintasan adalah deretan sisi-sisi dalam suatu quiver, $\mu = e_1 e_2 \dots e_k$ dengan $e_i \in Q^1$ dan $t(e_i) = s(e_{i+1})$ untuk $i = 1,2,\dots,k-1$. Panjang lintasan dinotasikan dengan $|\mu| = k \geq 1$. Sumber dan target lintasan μ dinotasikan $s(\mu), t(\mu)$, dengan Lintasan yang memiliki sumber dan target sama disebut lintasan tertutup. Lintasan tertutup μ disebut sikel (*cycle*) jika tidak ada sisi yang diulang, dengan kata lain $s(\mu) = t(\mu)$ dan untuk setiap $i \neq j, s(e_i) \neq s(e_j)$. Sikel dengan panjang satu disebut *loop.* Setiap titik dalam Q^0 merupakan lintasan dengan panjang nol. Himpunan semua lintasan pada quiver Q, dinotasikan dengan *Path(Q)*.

Perluasan quiver Q dinotasikan dan didefinisikan sebagai quiver baru $\hat{Q} = \left(Q^0, Q^1 \cup (Q^1)^*, s_{\hat{Q}}, t_{\hat{Q}}\right)$ dengan $(Q^1)^*$ adalah himpunan semua sisi hantu (*ghost*), $(Q^1)^* = \{e^* : e \in Q^1\}$, dan pemetaan $s_{\hat{Q}}, t_{\hat{Q}}$ didefinisikan sebagai $s_{\hat{Q}|_{Q^1}} = s, t_{\hat{Q}|_{Q^1}} = t, s(e^*) = t(e), t(e^*) = s(e)$. Perluasan ini digunakan untuk mendefinisikan aljabar lintasan Leavitt yang didasarkan pada aljabar lintasan. Aljabar lintasan atas ring komutatif unital R pada quiver Q dinotasikan RQ adalah R-aljabar bebas yang dibangun oleh *Path*(Q) dan memenuhi:

(*V*) $uv = \delta_{u,v} u$ untuk setiap $u, v \in Q^0$

(*E1*) $s(e)e = et(e) = e$ untuk setiap $e \in Q^1$.

Aljabar lintasan Leavitt dinotasikan dengan $L_R(Q)$ adalah aljabar lintasan pada quiver perluasan yang memenuhi kondisi *Cuntz-Krieger*:

(*E2*) $e^*s(e) = t(e)e^* = e^*$ untuk setiap $e \in Q^1$

(*CK1*) $e^*e' = \delta_{e,e'}t(e)$ untuk setiap $e, e' \in Q^1$

(*CK2*) $v = \sum_{\{e \in Q^1 | s(e)=v\}} ee^*$ untuk setiap titik v yang memancarkan sisi-sisi

Berdasarkan aksioma (*V*), setiap titik adalah idempotent karena $u^2 = u$ setiap $u \in Q^0$. Selain itu, ee^* juga elemen idempotent karena dengan (*CK1*) berlaku $(ee^*)^2 = e(e^*e)e^* = et(e)e^* = ee^*$. Elemen idempotent x_1, x_2 disebut orthogonal jika $x_1x_2 = 0$, dan elemen idempotent x dikatakan primitive jika x tidak dapat dinyatakan sebagai $x_1 + x_2$ untuk setiap elemen ortogonal tak nol x_1, x_2. Berdasarkan definisi ini dan aksioma (*CK2*) maka titik v yang memancarkan lebih dari satu sisi adalah elemen idempotent tidak primitive. Sementara, setiap titik *sink* merupakan elemen idempotent primitive.

Berdasarkan kondisi (*CK1*) dan (*CK2*), unsur-unsur pembangun $L_R(Q)$ berbentuk monomial $\alpha\beta^*$ dengan $\alpha, \beta \in Path(Q)$, $t(\alpha) = t(\beta)$, dan asumsi bahwa untuk setiap titik $u \in Q^0, u^* = u = t(u) = s(u)$. Misalkan diberikan dua monomial $\alpha\beta^*, \gamma\delta^* \in L_R(Q)$ maka hasil perkalian dua monomial tersebut didefinisikan sebagai berikut:

$$(\alpha\beta^*)(\gamma\delta^*) = \begin{cases} \alpha\gamma'\delta^* & \text{jika } \gamma = \beta\gamma' \\ \alpha\delta^* & \text{jika } \beta = \gamma \\ \alpha\beta'^*\delta^* & \text{jika } \beta = \gamma\beta' \\ 0 & \text{jika bukan salah satu kondisi di atas} \end{cases} \quad \textbf{(1)}$$

Aljabar lintasan Leavitt memuat semua lintasan real (*real path*), lintasan hantu (*ghost path*) dan titik yang merupakan lintasan dengan panjang nol. Setiap monomial dalam $L_R(Q)$ berbentuk:

(a) ku dengan $k \in R, u \in Q^0$ atau

(b) $ke_{i_1} \dots e_{i_\sigma} e^*_{j_1} \dots e^*_{j_\tau}$ dengan $k \in R, \sigma, \tau \geq 0, \sigma + \tau > 0, e_{i_s} \in Q^1, e^*_{j_t} \in (Q^1)^*$ untuk $0 \leq s \leq \sigma, 0 \leq t \leq \tau$.

Secara umum, aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital R pada quiver Q, dituliskan sebagai:

$$L_R(Q) = Span_R \left\{ \sum_{i=1}^{n} k_i \alpha_i \beta_i^* \,|k_i \in R, \alpha_i, \beta_i \in Path(Q) \right\}$$

Subset herediter (*hereditary*) dari titik-titik mempunyai peran penting dalam pembentukan ideal (dasar) dari aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital. Subhimpunan herediter didefinisikan dengan suatu relasi mendahului (*preorder*) "$\leq$" pada Q^0. Sebarang dua titik $v, w, v, w,\ \ v \leq w$ jika dan hanya jika $v = w$ atau terdapat lintasan $\mu \in$ *Path(Q)* sehingga $s(\mu) = v$ dan $t(\mu) = w$. Subset $H \subseteq Q^0$ dikatakan herediter, apabila untuk setiap $v, w \in Q^0$ dengan $v \leq w, v \in H$ berakibat $w \in H$. Selain sifat herediter, relasi mendahului digunakan untuk mendefinisikan *tree* (pohon) suatu titik. Pohon dari titik v adalah $T(v) = \{w \in E^0 : v \leq w\}$ yaitu himpunan semua titik yang didahului oleh v.

Subset $H \subseteq Q^0$ dikatakan tersaturasi (*saturated*) apabila untuk setiap titik v dengan $s^{-1}(v) \neq \emptyset$, jika $t(s^{-1}(v)) = \{t(e)|s(e) = v\} \subseteq H$ maka $v \in H$. Penutup (*closure*) dari H dinotasikan $\overline{H}$ adalah himpunan herediter tersaturasi terkecil yang memuat H. Jika H herediter maka *closure* $\overline{H}$ biasa disebut penyaturasi (*saturation*) dari H. Mudah ditunjukkan bahwa irisan dan gabungan dari subset-subset herediter juga herediter, irisan subset-subset tersaturasi juga tersaturasi, tetapi gabungannya belum tentu tersaturasi. Sifat lainnya adalah bahwa himpunan semua titik yang berada dalam ideal dari $L_R(Q)$ merupakan subset herediter tersaturasi sebagaimana dinyatakan dalam lemma berikut. Lemma ini merujuk pada Tomforde (2011), dengan bukti yang agak berbeda.

Lemma 1. (Tomforde. 2011) Diberikan ideal $\mathfrak{I} \subseteq L_R(Q)$ dan misalkan $X = \{u \in Q^0 : u \in \mathfrak{I}\} = Q^0 \cap \mathfrak{I}$ maka X herediter tersaturasi.

Bukti: Ambil sebarang titik $u, v \in Q^0$ dengan $u \leq v$ dan $u \in X$. Artinya, $u \in \mathfrak{I}$ dan terdapat $\mu \in Path(Q)$ sedemikian sehingga $s(\mu) = u \in \mathfrak{I}$ dan $v = t(\mu) = \mu^*\mu = \mu^*s(\mu)\mu = \mu^*u\mu \in \mathfrak{I}$. Diperoleh $v \in X$ dan akibatnya X herediter. Selanjutnya, ambil sebarang titik v dengan $s^{-1}(v) \neq \emptyset$ dan $t(s^{-1}(v)) \subseteq X$, $t(s^{-1}(v)) \subseteq X$, maka untuk setiap sisi $e \in s^{-1}(v)$ berakibat $t(e) \in X$ dan $t(e) \in \mathfrak{I}$ sehingga $ee^* = et(e)e^* \in \mathfrak{I}$. Menurut (*CK2*), $v = \sum_{s(e)=v} ee^* \in \mathfrak{I}$ sehingga $v \in X$. Jadi, X tersaturasi.

Lintasan μ disebut lintasan tertutup berbasis titik v, jika $v = s(\mu) = t(\mu)$. Misalkan *c* sikel berbasis titik *v* maka didefinisikan bahwa $c^0 = v$ dan $c^{-n} = (c^*)^n$ untuk setiap bilangan asli *n*. Sisi e dinamakan suatu eksit (*exit*) untuk lintasan $\mu = e_1 e_2 \dots e_k$ jika $s(e) = s(e_i)$ dan $e \neq e_i$ untuk suatu $i \in \{1,2, \dots, k\}$. Himpunan semua titik-titik pada quiver Q yang terletak di sikel tanpa eksit, dinotasikan $P_c(Q)$. Sebarang dua titik u, v dengan $u \leq v$ dan u di $P_c(Q)$ maka v juga di $P_c(Q)$ Akibatnya, $P_c(Q)$ adalah subset herediter, sehingga titik-titik dalam $P_c(Q)$ ini memiliki peran penting dalam pembentukan ideal (dasar) dari aljabar lintasan Leavitt.

Terdapat ideal khusus dalam aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital yang dinamakan ideal dasar (*basic ideal*). Setiap ideal merupakan ideal dasar dalam aljabar lintasan Leavitt atas lapangan, tetapi tidak atas ring komutatif unital. Ideal dasar didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 1. (Tomforde, 2011) Diberikan aljabar lintasan Leavitt $L_R(Q)$ atas ring komutatif unital R pada quiver Q. Ideal $\mathfrak{I} \subseteq L_R(Q)$ disebut ideal dasar (*basic ideal*) jika untuk setiap elemen tak nol $k \in R$ dan setiap titik v, dengan $kv \in \mathfrak{I}$ berakibat $v \in \mathfrak{I}$.

Menurut Proposisi 7.7 dalam Tomforde (2011) yang telah dibuktikan dengan lengkap, bahwa subset herediter tersaturasi memiliki peran besar untuk membentuk ideal dasar dalam aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital. Sifat tersebut dituliskan kembali dalam proposisi di bawah ini tanpa memberikan bukti.

Proposisi 1. (Tomforde, 2011) Diberikan sebarang ring komutatif unital R, quiver Q dan subset herediter H di Q^0, maka himpunan

$$(H) = Span_R\left\{\sum_{i=1}^{n} k_i\alpha_i\beta_i^* \mid k_i \in R, \alpha_i, \beta_i \in Path(Q), t(\alpha_i) = t(\beta_i) \in H\right\}$$

merupakan ideal dasar dari $L_R(Q)$ yang dibangun oleh H.

Terdapat sifat lain dari subset herediter, yakni tentang peran irisan dari subset-subset herediter dalam pembentukan ideal dasar dalam aljabar lintasan Leavitt. Sifat ini dibrikan dengan pembuktian lengkap sebagai berikut.

Proposisi 2. Diberikan sebarang ring komutatif unital R, quiver Q dan H_1, H_2 subset herediter di Q^0, maka berlaku

(a) Jika $H_1 \subseteq H_2$ maka $(H_1) \subseteq (H_2)$

(b) $(H_1 \cap H_2)$=$(H_1)(H_2)$

Bukti:

(a) Ambil sebarang $x \in (H_1)$, $x = \sum_{i=1}^{n} k_i\alpha_i\beta_i^*$ dengan $k_i \in R, \alpha_i, \beta_i \in Path(Q), t(\alpha_i) = s(\beta_i) \in H_1$. Karena $H_1 \subseteq H_2$, maka $t(\alpha_i) = s(\beta_i) \in H_2$, dan $x = \sum_{i=1}^{n} k_i\alpha_i\beta_i^*$ dengan $k_i \in R, \alpha_i, \beta_i \in Path(Q)$. Artinya, $x \in (H_2)$ dan terbukti, $(H_1) \subseteq (H_2)$.

(b) Ambil sebarang $0 \neq y \in (H_1)(H_2)$ maka $0 \neq y = \sum_{a\in(H_1), b\in(H_2)} ab$. Perhatikan monomial $0 \neq ab$ dalam y dengan $a = \sum_{p\in R} p\alpha\beta^* \in (H_1)$, $b = \sum_{q\in R} q\gamma\delta^* \in (H_2)$ dimana $t(\alpha) = t(\beta) \in H_1$, $t(\gamma) = t(\delta) \in H_2$.

Berdasarkan persamaan (1), diperoleh $0 \neq ab = \sum_{k\in R} k\lambda\delta^*$ dengan

$$\lambda = \begin{cases} \alpha\gamma' & \text{jika } \gamma = \beta\gamma' \\ \alpha & \text{jika } \gamma = \beta \\ \alpha\beta'^{*} & \text{jika } \beta = \gamma\beta' \end{cases}$$

Hal ini berarti bahwa $t(\lambda) = t(\delta) \in H_2$, sehingga:

i. Jika $\lambda = \alpha\gamma'$ maka $t(\alpha) = s(\gamma') \in H_1 t(\alpha) = s(\gamma') \in H_1$ dan $t(\gamma') = t(\lambda) \in H_1$ karena H_1 herediter. Jadi, $t(\lambda) = t(\delta) \in H_1 \cap H_2$ atau $ab = \sum_{k\in R} k\lambda\delta^* \in (H_1 \cap H_2)$.

ii. Jika $\lambda = \alpha$ maka $t(\lambda) = t(\alpha) \in H_1$, sehingga $t(\lambda) = t(\delta) \in H_1 \cap H_2$ atau $ab = \sum_{k\in R} k\lambda\delta^* \in (H_1 \cap H_2)$.

iii. Jika $\lambda = \alpha\beta'^{*}$ maka $t(\alpha) = t(\beta') \in H_1$ atau $t(\alpha) = t\left(s^{-1}\left(s(\alpha)\right)\right) \in H_1$ sehingga $s(\alpha) = s(\lambda) \in H_1$ karena H_1 tersaturasi, dan diperoleh $t(\lambda) \in H_1$ karena H_1 herediter. Jadi, $t(\lambda) = t(\delta) \in H_1 \cap H_2$, dengan kata lain berlaku $ab = \sum_{k\in R} k\lambda\delta^* \in (H_1 \cap H_2)$.

Berdasarkan ketiga poin di atas, didapat $y = \sum_{a\in(H_1), b\in(H_2)} ab \in (H_1 \cap H_2)$. Jadi, $(H_1)(H_2) \subseteq (H_1 \cap H_2)$. Bukti sebaliknya, ambil sebarang monomial tak nol $\mu\sigma^* \in (H_1 \cap H_2)$ maka $\mu, \sigma \in Path(Q)$, $t(\mu) = t(\sigma) = u$ dan $u \in H_1 \cap H_2$, sehingga $\mu\sigma^* = (\mu u^*)(u\sigma^*) \in (H_1)(H_2)$ dan diperoleh $(H_1 \cap H_2) \subseteq (H_1)(H_2)$. Jadi, $(H_1)(H_2) = (H_1 \cap H_2)$

Berdasarkan Proposisi 1., bahwa subset herediter H (tidak harus tersaturasi) dapat membangun ideal dasar (H) dalam $L_R(Q)$, dan menurut Lemma 1., $(H) \cap Q^0$ bersifat herediter tersaturasi. Berkaitan dengan dua sifat ini, muncul sifat bahwa

$(\overline{H}) = (H)$.

Lemma 2. (Tomforde, 2011) Diberikan sebarang ring komutatif unital R, quiver Q dan subset herediter H di Q^0, maka ideal dasar $(H) = Span_R\{\sum_{i=1}^{n} k_i\alpha_i\beta_i^* \mid k_i \in R, \alpha_i, \beta_i \in Path(Q), t(\alpha_i) = t(\beta_i) \in H\} = (\overline{H})$.

Bukti: Karena subset H herediter maka $H \subseteq \overline{H}$. Berdasarkan Proposisi 2., diperoleh $(H) \subseteq (\overline{H})$. Bukti sebaliknya, menurut Lemma 1., $X = \{u \in Q^0 : u \in (H)\}$ adalah herediter tersaturasi yang memuat H, sehingga $\overline{H} \subseteq X$. Ambil sebarang titik $v \in \overline{H}$ maka $v \in X$ sehingga $v \in (H)$. Konsekuensinya, setiap monomial $\alpha_i\beta_i^*\alpha_i\beta_i^*$ dalam $(\overline{H})$ maka terdapat $v \in \overline{H}$ sehingga $v = t(\alpha_i) = t(\beta_i) \in \overline{H}$ dan $\alpha_i\beta_i^* = \alpha_i v\beta_i^* \in (H)$ karena $v \in (H)$. Dengan kata lain, $(\overline{H}) \subseteq (H)$. Jadi, $(H) = (\overline{H})$.

Proposisi 1. di atas memberikan motivasi untuk mengkaji ideal dari aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital yang dibangun oleh penggabungan ideal dari ring ini dengan suatu subset herediter. Artinya, perlu dikaji selain peran dari subset herediter, juga peran ideal dari ring komutatif unital dalam pembentukan ideal dalam $L_R(Q)$.

Proposisi 3. Diberikan aljabar lintasan Leavitt $L_R(Q)$ atas ring komutatif unital R pada quiver Q. Jika $I \subseteq R$ ideal dan $H \subseteq E^0$ herediter maka:

$$(IH) = Span_I\left\{\sum_{i=1}^{n} a_i\alpha_i\beta_i^* \mid a_i \in I, \alpha_i, \beta_i \in Path(Q), t(\alpha_i) = t(\beta_i) \in H\right\} \quad \textbf{(2)}$$

adalah ideal dari $L_R(Q)$. Lebih dari itu, $(IH) = (I\overline{H})$ dengan $\overline{H}$ adalah *saturation* dari *H*.

Bukti: Misalkan $J = (IH)$ adalah ideal yang dinyatakan oleh (2). Akan ditunjukkan bahwa J ideal dari $L_R(Q)$. Ambil sebarang elemen berbentuk $\alpha\beta^*$ dengan $t(\alpha) = t(\beta) = u \in H$, dan setiap $x, y \in L_R(Q), a \in I$. Akan ditunjukkan $axau\beta^*y \in J$, dengan cukup ditunjukkan $a\gamma\delta^*u\mu\sigma^* \in J$ untuk setiap $a \in I, u \in H, \gamma, \delta, \mu, \sigma \in Path(Q)$.

Pertama untuk kasus $a\gamma\delta^*u\mu\sigma^* = 0$, maka jelas bahwa $a\gamma\delta^*u\mu\sigma^* \in J$. Kasus kedua, $a\gamma\delta^*u\mu\sigma^* \neq 0$. Berdasarkan definisi perkalian dalam (1), didapat $a\gamma\delta^*u\mu\sigma^* = a\gamma\mu'\sigma^*$ jika $\mu = \delta\mu'\mu = \delta\mu'$; atau $a\gamma\delta^*u\mu\sigma^* = a\gamma\sigma^*$ jika $\delta = \mu$; atau $a\gamma\delta^*u\mu\sigma^* = a\gamma\delta'\sigma^*$ jika $\delta = \mu\delta'\delta = \mu\delta'$. Perhatikan kembali bahwa $u = t(\mu) \in H$ dengan *H* subset herediter, maka diperoleh $t(\mu) = t(\mu') \in H$ untuk kasus pertama, $t(\mu) = t(\delta) \in H$ untuk kasus kedua dan terakhir $t(\delta) = t(\delta') \in H$ untuk kasus ketiaga, di mana $s(\mu) = s(\delta) = u$.
Jadi, $0 \neq a\gamma\delta^*u\mu\sigma^* \in J$ untuk semua kasus. Terbukti bahwa $J = (IH)$ adalah ideal dari $L_R(Q)$. Karena H herediter maka menurut Lemma 2., bahwa

$$(H) = (\overline{H}) = Span_R\{\textstyle\sum_{i=1}^{n} k_i\alpha_i\beta_i^* \mid k_i \in R, \alpha_i, \beta_i \in Path(Q), t(\alpha_i) = t(\beta_i)\}$$

Jika koefisien dalam R diganti dalam I maka persamaan (2) juga dapat dituliskan dengan

$$(IH) = Span_I\left\{\sum_{i=1}^{n} a_i\alpha_i\beta_i^* \mid a_i \in I, \alpha_i, \beta_i \in Path(Q), t(\alpha_i) = t(\beta_i) \in \overline{H}\right\} = (I\overline{H})$$

Telah dinyatakan di atas, bahwa gabungan dari subset tersaturasi belum tentu tersaturasi, sementara gabungan subset-subset herediter pasti herediter. Oleh karenanya, Proposisi 3 dapat dikembangkan ideal dari $L_R(Q)$ yang dikonstruksi dari suatu ideal $I \subseteq R$.

Proposisi 4. Diberikan aljabar lintasan Leavitt $L_R(Q)$ atas ring komutatif unital R pada quiver Q dan ideal $I \subseteq R$. Jika $\{H_i\}_{i\in\Gamma}$ adalah keluarga subset herediter dari Q^0 yang saling asing, maka:

$$\left(I\overline{\bigcup_{i\in\Gamma} H_i}\right) = \left(I\bigcup_{i\in\Gamma} H_i\right) = \bigoplus_{i\in\Gamma} (IH_i) = \bigoplus_{i\in\Gamma} (I\overline{H_i})$$

Bukti: Karena H_i herediter untuk setiap $i \in \Gamma$ maka $H = \bigcup_{i\in\Gamma} H_i$ adalah herediter. Berdasarkan Proposition 5., maka didapat $(I\overline{\bigcup_{i\in\Gamma} H_i}) = (I\bigcup_{i\in\Gamma} H_i)$ dan $(IH_i) = (I\overline{H_i})$ untuk setiap $i \in \Gamma$. Masih harus ditunjukkan persamaan tengah bahwa $(I\bigcup_{i\in\Gamma} H_i) = \bigoplus_{i\in\Gamma} (IH_i)$. Ambil sebarang $x \in (IH)$, berdasarkan (2), $x = \sum_{l=1}^{n} a_l\alpha_l\beta_l^*$ untuk suatu $a_l \in I,\ \alpha_l, \beta_l \in Path(Q), t(\alpha_l) = t(\beta_l) \in H$. Karena $H = \bigcup_{i\in\Gamma} H_i$ maka untuk setiap l, $t(\alpha_l) \in H_i$ untuk suatu $i \in \Gamma$. Akibatnya, $x = \sum_{l=1}^{n} a_l\alpha_l\beta_l^* \in \sum_{i\in\Gamma}(IH_i)$, sehingga diperoleh $(IH) \subseteq \sum_{i\in\Gamma}(IH_i)$. Sebaliknya, jelas bahwa $\sum_{i\in\Gamma}(IH_i) \subseteq (IH)$ karena $(IH_i) \subseteq (IH)$ untuk setiap i. Jadi, didapat $\sum_{i\in\Gamma}(IH_i) = (IH)$. Terakhir, andaikan bahwa terdapat $j \in \Gamma$ sehingga $\sum_{\substack{i\in\Gamma\\ i\neq i}}(IH_i) \cap (IH_j) \neq \{0\}$. Artinya, terdapat $0 \neq y \in \sum_{\substack{i\in\Gamma\\ j\neq i}}(IH_i) \cap (IH_j)$, dan menurut (2), $y = \sum_{k=1}^{t} s_k\gamma_k\delta_k^*$ dimana $s_k \in I, \gamma_k, \delta_k \in Path(Q)$, sementara $t(\gamma_k) = t(\delta_k) \in H_j$ dan juga $t(\gamma_k) = t(\delta_k) \in \bigcup_{\substack{i\in\Gamma\\ j\neq i}} H_i$. Artinya, H_j tidak saling asing dengan $\bigcup_{\substack{i\in\Gamma\\ j\neq i}} H_i$ sehingga terjadi kontradiksi.

Jadi, $\left(\bigcup_{\substack{i\in\Gamma \\ j\neq i}} H_i\right) \cap H_j = \{0\}$ dan terbukti bahwa $(I \bigcup_{i\in\Gamma} H_i) = \bigoplus_{i\in\Gamma} (IH_i)$.

Peran Titik-titik pada *Cycle* Tanpa *Exit* dalam Membentuk Ideal Dasar

Telah dikaji ideal (IH) dari aljabar lintasan Leavitt $L_R(Q)$ yang dibangun oleh ideal I dari ring komutatif unital R dan subset herediter H. Di sisi lain, kita mempunyai subset herediter $P_c(Q)$ yaitu himpunan titik-titik pada quiver Q yang berada pada sikel c tanpa eksit. Tampak bahwa elemen-elemen dalam $P_c(Q)$ ini memiliki peran dalam pembentukan ideal dalam aljabar lintasan Leavitt.

Teorema 1. Diberikan ring komutatif unital R dan quiver Q. Diberikan $v \in P_c(Q)$ dengan c sikel tanpa eksit sedemikian sehingga $s(c) = v$ dan Λ_v menotasikan himpunan lintasan yang menuju v tetapi tidak memuat semua sisi dalam c. Jika *I* ideal di *R* maka $(IP_c(Q)) = (Iv) \cong M_n(I[x, x^{-1}])$ adalah ideal dalam $L_R(Q)$.

Bukti: Himpunan semua titik-titik di sikel c tanpa eksit dinotasikan $P_c(Q)$. Subset $P_c(Q)$ adalah herediter, karena untuk setiap $x, y \in Q^0$ dengan $x \leq y$, $x \in P_c(Q)$, pastilah $y \in P_c(Q)$ disebabkan sikel c tidak memuat eksit. Selanjutnya, karena $s(c) = v \in P_c(Q)$ maka $\overline{P_c(Q)} = \overline{\{v\}}$ sehingga menurut Proposisi 3., $(IP_c(Q)) = (Iv) = (Ic^0)$.

Misal $B = \{\mu c^k \sigma | \mu, \sigma \in \Lambda_v, k \in \mathbb{Z}\}$ dengan $c^0 = v, c^k = (c^*)^{-k}$, untuk $k < 0$, maka B bebas linear atas *I*. Diambil sebarang $k \in \mathbb{Z}$ dan $\sum_{i=1}^{k} t_i \mu_i c_i^k \sigma_i^* = 0$ maka untuk setiap $j \in \{1,2,\dots,m\}$ kita mempunyai,

$$0 = \mu_j^* (\sum_{i=1}^{k} t_i \, \mu_i c_i^k \sigma_i^*) \sigma_j = t_j u c_j^k v = t_j c_j^k$$

sehingga $t_j = 0$. Menurut Proposisi 3., elemen di (Iv) berbentu $a\alpha\beta^*$ dengan $a \in I, \alpha, \beta \in Path(Q)$ dan $t(\alpha) = t(\beta) \in P_c(Q) = T(v)$, sehingga $\alpha = \mu c^l, \beta = \sigma c^m$ untuk suatu $\mu, \sigma \in \Lambda_v$ dan bilangan bulat $l, m \geq 0$. Ini berarti bahwa B membangun (Iv). Jadi, B adalah *I*-basis dari (Iv). Didefinisikan pemetaan,

$$\varphi: (Iv) \to M_n(I[x, x^{-1}]) \text{ dengan } \varphi(a\mu c^k \sigma^*) = a x^k e_{\mu,\sigma}$$

untuk setiap $a\mu c^k \sigma^* \in (Iv)$ dengan $a \in I, \mu c^k \sigma^* \in B$, $a x^k e_{\mu,\sigma} \in M_n(I[x, x^{-1}])$ yang mana $a x^k$ adalah entri pada (μ, σ) dan entri lain 0. Mudah ditunjukkan bahwa φ merupakan isomorfisma aljabar, sehingga $(Iv) \cong M_n(I[x, x^{-1}])$.

Tampak bahwa ideal (Iv) bukan merupakan ideal dasar untuk setiap ideal non trivial I di R, karena $v \notin (Iv)$. Akan tetapi, jika $I = R$ maka $(v) = (c^0)$ adalah ideal dasar karena $P_c(Q)$ herediter (menurut Proposisi 1.), dengan v adalah titik basis dari sikel c tanpa eksit.

Akibat 1. Diberikan sebarang quiver Q, dan sebarang ring komutatif unital R. Ambil sebarang $v \in P_c(Q)$ dan c sikel tanpa eksit sedemikian $s(c) = v$. Misal Λ_v adalah himpunan lintasan yang ujungnya di v tetapi tidak memuat semua sisi pada c, dan $n = |\Lambda_v|$, maka $(c^o) = (v) \cong M_n(R[x, x^{-1}])$ adalah ideal dasar di $L_R(Q)$.

Teorema 2. Diberikan R sebarang ring komutatif unital dan quiver Q. Jika I ideal dari R, dan $P_{\{c_i\}}(Q)$ adalah himpunan semua titik pada semua sikel tanpa eksit pada quiver Q, maka $\left(IP_{\{c_i\}}(Q)\right) \cong \oplus_{i\in\Gamma} M_{n_i}(I[x,x^{-1}])$ di mana $\{c_i\}$ adalah himpunan sikel-sikel tanpa eksit yang berbeda dalam Q, $n_i = |\Lambda_{v_i}|$ dengan v_i adalah basis dari sikel c_i dan Λ_{v_i} himpunan semua lintasan yang berujung akhir di v_i tetapi tidak memuat sisi-sisi dari c_i.

Bukti: Perhatikan bahwa $P_{\{c_i\}}(Q) = \bigcup P_{c_i}(Q)$. Karena $P_{c_i}(Q)$ herediter maka $\bigcup P_{c_i}(Q)$ juga herediter. Berdasarkan Proposisi 4. dan Teorema 1. diperoleh:

$$\left(I\bigcup_{i\in\Gamma} P_{c_i}(Q)\right) = \left(I\overline{\bigcup_{i\in\Gamma} P_{c_i}(Q)}\right) = \oplus_{i\in\Gamma}\left(I\overline{P_{c_i}(Q)}\right) = \oplus_{i\in\Gamma}\left(IP_{c_i}(Q)\right)$$
$$= \oplus_{i\in\Gamma}(Iv_i) = \oplus_{i\in\Gamma} M_{n_i}(I[x,x^{-1}])$$

Terbukti, $\left(IP_{\{c_i\}}(Q)\right) \cong \oplus_{i\in\Gamma} M_{n_i}(I[x,x^{-1}])$.

Senada dengan Akibat 1., jika diambil $I = R$ maka diperoleh $\left(\bigcup_{i\in\Gamma} P_{c_i}(Q)\right) = \oplus_{i\in\Gamma}(v_i) = \oplus_{i\in\Gamma} M_{n_i}(R[x,x^{-1}])$ merupakan ideal dasar di $L_R(Q)$. Ideal dasar ini dibangun oleh himpunan semua titik pada sikel-sikel tanpa exit yang berbeda.

Kesimpulan

Himpunan semua titik-titik pada quiver Q yang berada di sikel c tanpa eksit dinotasikan dengan $P_c(Q)$ bersifat herediter. Diberikan *R* ring komutatif unital, ideal *I* dari *R* dan titik $v \in P_c(Q)$ sedemikian sehingga $s(c) = v$, maka $(Iv) \cong M_n(I[x,x^{-1}])$ adalah ideal dalam $L_R(E)$, di mana $n = |\Lambda_v|$ dengan Λ_v himpunan semua lintasan yang berujung di v tetapi tidak memuat sisi-sisi dari c. Akan tetapi ideal (Iv) bukan ideal dasar (*basic ideal*). Jika $I = R$ maka $(Rv) = (v) \cong M_n(R[x, x^{-1}])$ adalah ideal dasar dalam $L_R(Q)$. Ideal dasar ini merupakan ideal yang dibangun oleh himpunan titik-titik pada suatu sikel tanpa exit.

Ucapan Terimakasih

Hadirin Sidang Senat Terbuka UIN Sunan Kalijaga yang mulia,

Saya menyadari dengan sepenuh hati, bahwa pencapaian jabatan tertinggi dalam akademik sebagai Guru Besar ini tidaklah semata hanya karena kerja keras seorang diri. Berbagai pihak secara kolektif kolegial sangat *support* keberhasilan ini, juga karena karunia dan ridlo *Ilahi*. Selain rasa syukur tiada henti kepada-Nya, mohon kiranya saya diijinkan untuk mengucapkan terima kasih kepada banyak pihak di bagian akhir pidato pengukuhan ini.

Pertama, ucapan terimakasih kepada Pemerintah Republik Indonesia, khususnya Kemendikbud Ristek Dikti dan Kemenag RI atas kepercayaan yang diberikan kepada saya untuk menjabat Guru Besar dalam bidang ilmu Aljabar. Sungguh tak terduga, sebegitu cepat terbitnya SK Guru Besar saya, Guru Besar pertama di prodi Matematika, ke-2 di Fakultas Sains dan Teknologi, meski ke sekian banyak di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Kedua, terimakasih dan penghargaan luar biasa kepada yang mulia Ketua Senat senior (lama), Prof. Dr. H. Siswanto Masruri, MA. atas doa dan motivasinya "*yen iso sakdurunge* *lengser dekan wis professor".* Juga Ketua Senat baru, Prof. Dr. H. Kamsi, MA., Sekretaris Senat Prof. Dr. H. Maragustam Siregar, MA., beserta seluruh guru besar dan anggota senat yang telah memberikan pertimbangan dalam pengajuan Guru Besar saya. Ucapan terimaksih yang setinggi-tingginya dihaturkan kepada Rektor, Prof. Dr. Phil. H. Al Makin, S.Ag. M.A. yang telah memberikan persetujuan pengajuan PAK saya, beserta jajarannya Warek I Prof. Dr. H. Iswandi Syahputra, M.Si. Warek II Prof. Dr. Phil Sahiron, MA, Warek III Dr, Abdur Rozaki, S.Ag. M.Si., Kabiro: Dr. Mamat Rahmatullah (lama), dan Dr. Ali Shodiq, M. Ag, atas dukungan dan bantuannya demi kelancaran pencapaian Guru Besar ini. *Wabil khusus,* Pak Warek 1 yang telah mengerahkan pasukan Tim Akademik (Mas Suefrizal, Mas Irul, Mbak Asfi, Mbak Novi, Mas bagus dll., mohon maaf tidak dapat menyebutkan semuanya) dan Tim PAK dalam mengawal dan memantau kelengkapan dan persetujuan berkas PAK, sampai dengan terbitnya SK Guru Besar.

Ketiga, terimakasih tak terhingga kepada Para Rektor IAIN – UIN Sunan Kalijaga 2000 – 2020. Prof. Dr. H. Athok Mudzhar, Rektor ketika saya masuk IAIN Sunan Kalijaga tahun 2000 bersama Pembantu Rektor 1. Prof. Dr. H. Amin Abdullah, MA. Beliau Rektor 2 periode IAIN-UIN Sunan Kalijaga yang sangat berjasa dari awal pengembangan FST, sekaligus sebagai tauladan kesahajaan dan kepemimpinannya. Selanjutnya, Prof. Dr. H. Musa Asy'ari, MA., masa di mana saya study lanjut S3 dengan Dekan FST dan melanjutkan Rektor berikutnya, Alm. Prof. Drs H. A. Minhaji, Ph.D. (Semoga Allah melapangkan kuburnya dengan penuh rahmah dan maghfiroh-Nya, *Aamiin*). Berikutnya, Plh. Rektor Prof. Dr. H. Makhasin, MA., dan Prof. Drs, KH. Yudian Wahyudi, Ph.D. serta plh. Rektor Prof. Dr. Phil Sahiron, MA., pada masa beliau-beliaulah saya lebih focus untuk penelitian dan publikasi untuk mencapai syarat-syarat khusus menuju ke Guru Besar ini.

Keempat, Para kolega Dekan dan Direktur Pascasarjana: Prof. Dr. Inayah Rahmaniyah, M. Hum., MA., Prof. Dr. Marhumah, M.Pd., Prof. Dr. M. Wildan, MA., Dr. Afdawaiza, M.Ag., Dr. M. Sodik, S. Sos., M.Si. Prof. Dr. Sri Sumarni, M.Pd., Prof. Dr. Makhrus, SH., M. Hum. dan Prof. Dr. Abdul Mustaqim, M.Ag., terimakasih atas persahabatan, kebersamaan dan persaudaraannya. Demikian juga kepada para kolega Forum Dekan 14 FST di PTKIN, MIPANET dan Forum Dekan Teknik Indonesia (FDTI) diucapkan terimakasih atas bimbingan dan sharing *insight* dalam pengembangan fakultas.

Kelima, para kolega dekanat FST Prof. Dr. Ir. Shofwatul 'Uyun, M. Kom., Dr. Arifah Khusnuryani, M.Si., Dr. Fathorrohman, M.Ag., dan segenap pimpinan 2020 – 2024 di lingkungan FST: M. Abrori, S.Si., M. Kom, Anis Yuniati, Ph.D., Dr. Imelda, M.Si., Najda Fikriyati, M.Si., Maria Ulfah S., Ph.D., Dr. Bambang Sugiyantoro, M. Kom., Dwi Agustinawati, Ph.D., Cahyono Sigit Pramudyo, Ph.D. (alm), Arya Wirabhuanan, M.Sc. (alm), Dr. Yandra Rahadian Perdana, MT., Dr. Sugiyanto, M.Si., Dr. Widayanti, M.Si. dan Cecilia Yanuarief, M.Si., Sudarlin, M.Si., Siti Aisah, M. Si., Dwi Otik Kurniawati, M.Eng. dan Nurrochman, M. Kom, Dr. Sumarsono, M. Kom, Dr. Ira Setyaningsih, S.T., M.Sc., Khusna Dwijayanti, Ph.D., Kartiansmara Lilih Purnaumbara, M.Sc., Bapak/Ibu Kabag dan Kasub: Miftahur Rafi, M.Ag., Erie Susanti, M.M., Dra. Oky Prastiwi terimakasih atas kekompakan, kebersamaan dan kerjasamanya dalam mengemban amanah memajukan fakultas tercinta. Juga kepada seluruh dosen dan tenaga kependidikan di lingkungan FST, juga teman-teman PLP (Laboran), terimakasih atas atensi dan supportnya selama ini.

Keenam, terimakasih yang sedalam-dalamnya kepada teman-teman seperjuangan dan pesejarah berdirinya FST (Sering kami menyebut *Assabiqunal Awwaluun*): utama dan pertama, senior dan pembimbing saya Prof. Dr. Hj. Maizer Said Nahdi, M.Si. sebagai pelopor dan penyemangat (bahkan sampai saat ini), juga Dr. Arifah Khusnuryani, M.Si., Dr. Susy Yunita P., M.Si., M. Abrori, S.Si., M. Kom., Agus Mulyanto, S.Si., M. Kom., Khamidinal, S.Si., M.Si., Dr. Murtono, M.Si., dan Sri Utami Zuliana, Ph.D. Sejarah berdirinya FST tidak terlepas dari adanya jurusan Tadris Fakultas Tarbiyah IAIN Sunan Kalijaga, tak lupa diucapkan sangat berterimakasih kepada Bapak Dr. H. Sedyo Santoso, SS., M.Pd. (Sebagai Sekjur Tadris mendampingi Bu Maizer saat itu dan sekarang menjadi besan saya) dan Dra. Soepasetijantini M.Pd. tendik Tadris yang banyak membantu dalam perjuangan tersebut. Semoga upaya dan perjuangan kita dicatat sebagai amal sholeh dan jariyah di kemudian hari.

Ketujuh, terimakasih setulusnya kepada Bapak/Ibu guru saya dari Madrasah Ibtidaiyah dan Diniyah Muhammadiyah (sekolah pagi dan sore) di Sentono Ceper Klaten, MTs/SMP dan MA/SMA Al Islam 1 Surakarta yang telah membekali ilmu dan *value,* keteladanan dalam kesahajaan, adab dan sopan santun. Meskipun mayoritas mereka telah tiada, semoga Allah melapangkan kuburnya dengan penuh rahmah dan maghfirah-Nya karena amal jariyah mereka. Juga terimakasih tak terhingga kepada seluruh dosen di Jurusan Matematika S1, S2 dan S3 FMIPA UGM, yang telah menempa kemandirian belajar khususnya Matematika bidang Aljabar. *Wabil khusus*, kepada pembimbing TA S1 sekaligus promotor S3, Ysh. Prof. Dr. Sri Wahyuni, SU. bersama ko-promotor, Prof. Dr. rernat. Indah Emilia W., S.Si., M. Si dan pembimbing tesis alm. Prof. Drs. Subanar, Ph.D. atas ketulusan, kesabaran, motivasi dan keteladanan akademik yang luar biasa. *Jazaakumullaah ahsanal jazaa,* tanpa mereka semua tidak mungkin dapat dicapai jabatan akademik tertinggi ini.

Kedelapan, terimakasih atas *sharing:* pengalaman hidup, cerita suka-duka masa lalu, nasehat (kata mutiara, pantun, motivasi, dll), canda-tawa bermakna ("*guyon maton*"), siraman rohani, dll., pada berbagai komunitas teman-teman seperjuangan:

1. Tsalsa 82 (Alumni MTs. Al Islam 1 Solo, 1982) & KAMAS (Keluarga Alumni Madrasah Al Islam Surakarta),
2. Alsanka BM (Alumni Santri Kalong Budi Mulia): Mbak Inayati-Ghufron, dik Ita, Chypi, dik Anis-Mahsun, dik Ningrum-Jujur, Rismi, Lisnur, dll.,
3. Alumni Asrama Al-Hidayah Terban dan HMI-Kohati MIPA (mbak Sumariyah, mbak Yayuk, mbak Eva, mbak Zulfa, mbak Linda, Cak Mus, Cak Thoifur, pak Basuki, dll),
4. Asrama Melati Catur Tunggal,

5. Alumni Math 85 (Prof. Ch. Rini, mbak Prita, Faiz, Amin, Arif, Rus, mbak Nung, dll.),
6. Alumni S2, S3 Mat UGM (Prof. Supama, Prof. Agus Maman, Mbak Atun (almh.), mbak Titi Undip, pak Topo, pak Andi Sanata Dharma, dll),
7. Grup Qosidah “Ummiya Nuha” Ibu-ibu Gandu Baru yang senantiasa menjadi tempat *healing* karena menghibur dan terhibur sehingga kendor ketegangan otot-otot leher dan mengurangi beban stressor saya. terimakasih atas semuanya.

Kesembilan, tak cukup terimakasih dihaturkan setulusnya, tetapi juga persembahan capaian kinerja tertinggi ini disampaikan pada *qurrota a’yun* dan permata hatiku Drs. H. Agung Sarwo Edy, suami tercinta nan bijaksana, juga anak-anak dan menantu: Nana-Akbar, Ulya-Salman, Uun-Fida, Aan-Amel, Hadziq dan ragilku Imna. Kalian semua (terutama suami), selalu mendukung, membantu, memaklumi, memberi atensi-cinta-kasih dan mendoakan demi kesuksesan, kebaikan dan keberkahan dari semua tugas, kesibukan dan kegiatan istri/ibu. Permohonan maaf pada kesempatan mulia ini, jika saya sebagai istri/ibu banyak khilaf, lalai dan kekurangan dalam membersamai dan mendampingi kalian-kalian semua. Semoga kita semua selalu mendapatkan hidayah, karunia, rahmat dan ridlo-Nya untuk menjadi insan terbaik (*khairunnas*) yang terus balajar dan mengajarkan ayat-ayat Allah sesuai bidang kita masing-masing dan karena kebermanfaatan kita untuk sesama. Aamiin.

Kesepuluh, terimakasih dan salam *ta'dlim* sangat dalam yang tak pernah berakhir kepada kedua orangtua saya, almarhum Bapak. H. Najjiri Munawar Al Hady, almarhumah Ibu Hj. Sya'baniyah (*lahumaa Al Fatihah*). Selalu ada pada keduanya: kasih dan sayang, tulus-ikhlas dan sabar, telaten dan teladan, sederhana dan sahaja, semangat, ikhtiyar dan doa sebagai motivator, panutan, pembimbing, pengajar dan pendidik religius kami 6 (enam) bersaudara, meskipun bukan dari keluarga berada. Tak terlupakan pesan simple alm. Bapak, "*Bapak-ibu ora iso ninggali warisan rojo-brono, mung warisan ilmu wae tak titipke neng sekolah/kampus, sak iso-isone dho kuliah nganti rampung*" Alhamdulillaah, Beliau menghadap Allah dengan ke-6 putra-putrinya selesai sarjana dan 4 diantaranya lulusan IAIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. Juga karena doa Beliau berdua, saya dapat mencapai jabatan tertinggi ini, *InsyaAllah* sebagai warisan dan amal jariyahnya. Semoga kami (Mba Izah – Mas Gandi, Mbak Ifah – Mas Mukhtar, Om Farid – Bulik Nur, Om Ujik – Bulik Atik, Bulik Yuni – Om Heru) dan anak cucu keturunannya dapat meneladani Beliau berdua, agar menjadi amal sholeh Beliau yang tak pernah terputus. Terimakasih semua Bani Najjiri atas kebersamaan dan kekompakan dalam keluarga besar.

Kesebelas, Salam *ta'dlim* dan terimakasih kepada kedua bapak/Ibu mertua Bapak. H. Mugimin Siswo Atmodjo dan Ibu Karti Siswo Atmodjo (semoga tetap sehat penuh berkah di usia 90-an dan 80-an tahun), yang dengan ikhlas memberikan putra tercintanya sebagai pendamping dan bapak dari anak-anak saya, juga atas doa dan dukungan beliau, saya dapat menggapai capaian ini. Juga kepada kakak/adik ipar: Pakdhe - Budhe Murwanto dan Bulik Yuni – Om Miswan, beserta putra – putrinya.

Keduabelas, terimakasih sebesar-besarnya kepada keluarga besar Bani H. Muslim (keluarga adik-adik alm. Bapak) atas kekompakan, kerukunan dan saling bahu-membahu, juga Bani H. Sinwan (keluarga adik-adik almh. Ibu), **khususnya keluarga Begalon Solo, Hj. Sutarni Amin Ghozali** selama 6 tahun sebagai wali saya ketika masa SMP-SMA Al Islam Surakarta, yang telah banyak mewarnai pengalaman hidup saya dengan keteladanan religiusitas dalam mendidik putra-putrinya.

Terakhir, tanpa mengurasi rasa hormat dan syukur saya, dihaturkan terimakasih atas segala bantuan dan atensinya kepada semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu karena berbagai keterbatasan. Semoga Allah SWT., membalas semua kebaikan dan jasa dengan kebaikan dan keberkahan dengan berlipat ganda. Saya mendo'akan panjenengan semua diberikan kesehatan, umur panjang dan keberkahan. Aamiin.

Billahi taufiq wal hidayah,

Wassalamu'alaikum warahmatullahhi wabarakaatuh

Referensi

M. Tomforde, *Leavitt Path Algebras with Coefficient in a Commutative Ring* (J. Pure Appl. Algebra, 2011) 215, 471 – 484.

K. Wardati, I. E. Wijayanti and S. Wahyuni, *On Primeness of Path Algebras over a Commutative Unital Ring* (JP Journal of Algebra, Number Theory and Applications, 2014), 34 (2), pp. 121 – 138.

K.Wardati, I.E. Wijayanti and S. Wahyuni, *On Free Ideal in Free Algebra over a Ring* (J. Indones. Math. Soc, 2015), 21 (1), pp. 59 – 69.

K. Wardati, *The socle of Leavitt path algebras over a semiprime ring* (Algebra and Discrete Mathematics, 2022), 34(1), pp. 152 – 168.

P. Kanwar, M. Khatkar and R. K. Sharma, *On Leavitt Path Algebras over Commutative Rings* (International Electronic Journal Of Algebra, 2019), pp. 191 – 203.

G. Abrams, P. Ara and M. S. Molina, *Leavitt Path Algebras* (Springer, 2017).

G. A. Pino, J. R. Brox and M. S. Molina, *Cycles in Leavitt path algebras by means of idempotents* (Forum Math. 22, 2013).

G. A. Pino, D. M. Barquero, C. M. Gonzalez and M. S. Molina, *The socle of a Leavitt path algebra* (Journal of Pure and Applied Algebra 212, 2008).

G. A. Pino, D. M. Barquero, C. M. Gonzalez and M. S. Molina, *Socle theory for Leavitt path algebras of arbitrary graphs*, Rev. Mat Iber. 26 (2010), pp. 611 – 638.

G. Abrams, G. A. Pino, F. Perera and M. S. Molina, *Chain* *conditions for Leavitt path algebras,* (Forum Math. 27, 2010), pp. 95 – 114.

G. Abrams, P. Ara, and M. S. Molina, *Leavitt path algebras* (Springer-Verlag, London Ltd., 2017).

G. A. Pino, E. Pardo, and M. S. Molina, *Prime spectrum and primitive Leavitt path algebras* (Indiana Univ. Math. J., 58(2), 2009), pp. 869 – 890.

G. A. Pino, J. R. Brox and M. S. Molina, *Cycles in Leavitt path algebras by means of idempotents* (Forum Math. 27, 2015), pp. 601 – 633.

G. A. Pino, D. M. Barquero, C. M. González and M. S. Molina, *The socle of a Leavitt path algebra* (Journal of Pure and Applied Algebra, 212, 2008), pp. 500 – 509.

G. A. Pino, D. M. Barquero, C. M. González and M. S. Molina, *Socle theory for Leavitt path algebras of arbitrary graphs*, Rev. Mat Iber. 26 (2010), pp. 611 – 638.

E. Songul and E. R. Muge Kanuni, *Existence of maximal ideals in Leavitt path algebras,* (Turkish Journal of Mathematics: Vol. 42: No. 5, Article 1, 2018).

I. Assem, D. Simson and A. Skowronski, *Elements of the Representation theory of associative algebras* (Cambridge University Press, 2005).

H., Larki, *Ideal structure of Leavitt path algebras with coefficients in a unital commutative ring* (Communications in Algebra, 43(12), https://doi.org/10.1080/ 00927872.2014.946133., 2015). Pp. 5031–5058.

R. Wisbauer, *Foundations of Module and Ring Theory*, (A handbook for Study and Research (E-book) Routledge. 2017, pp. 9–24) https://doi.org/10.1201/9780203755532

M., Hazewinkel, & N. Gubareni, *Algebras, Rings and Modules, Non-commutative Algebras and Rings*, (Taylor & Francis Group, LLC CRC Press., 2016, pp. 9 – 35. https://www.routledge.com/Algebras-Rings-and-Modules-Non-commutative-Algebras-and-Rings/ Hazewinkel-Gubareni/p/book/9780367783242.

G. F., Birkenmeier, & B. J., Heider, *Annihilators and extensions of idempotent-generated ideals* (Communications in Algebra, 47(3), 2019, pp. 1348 – 1375. https://doi.org/10.1080/00927872.2018. 1506462

M., Zed, Metode Penelitian Kepustakaan (Yayasan Pustaka Obor Indonesia, 2014, Ed.3). pp. 16 – 23. https://books.google.co.id/books?hl=en&lr=&id=iIV8zwHnGo0C&oi=fnd&pg=PA1&dq=metode+penelitian+kepustakaan+mestika+zed+pdf&ots=nfhn6Q28Xr&sig=5ddag_DueryHc1jN-MEvTG1HcUM&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false.

D. P., Sari, *Berpikir matematis dengan metode induktif, deduktif, analogi, integratif dan abstrak*, (Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika, 5(1), 2016), pp. 79 – 89. http://ejournal.unkhair.ac.id/ index.php/deltapi/article/view/235/187

P. E., Bland, *Ring and Their Modules*, (Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, berlin New-York, 2011), pp. 14 – 20). https://vdocuments.net/ reader/full/p-e-bland-rings-and-their-modules.

Identitas Diri

Nama	: **Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.**
NIP	: 196607312000032001
Program Studi	: S1 Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Institusi	: UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
Jabatan Akademik	: Guru Besar
Golongan	: IV/C
NIDN	: 2031076601
Sertifikat Dosen	: 092100500321
NIRA	: 2209210050032127596
Email	: khurul.wardati@uin-suka.ac.id
ID Google Scholar	: nDWPZS8AAAAJ
ID Orcid	: https://orcid.org/0000-0002-2468-0405
ID Scopus	: 56399386100
ID Sinta	: Â 6041494
ID GARUDA	: 412641
ID Reviewer	: 20310766110033

Salam Keluarga

Suami	**Drs. H. Agung Sarwo Edy**
Anak & Menantu	1. Aulia Khifah Futhona, S.Si., M.Si. Muhammad Miftakhul Akbar, S.Kom, M.Kom.
	2. dr. Lukluk Al Ulya dr. Salman Alfadlah
	3. dr. Muhammad Rouhun Munajih dr. Imroatul Mufidah
	4. dr. Muhammad Roihan Munajih dr. Amelia Nur Khasanah
	5. Muhammad Hadziq Munajih, ST.
	6. Akrimna Fahma

PENDIDIKAN

Jenjang	Lembaga Pendidikan	Tahun
TK	Aisyiah Bustanul Athfal, Sentono Ngawonggo Ceper Klaten	1973
SD	Madrasah Ibtidaiyah Muhammmadiyah (Pagi) & Madrasah Diniyah Muhammadiyah (Sore) Sentono Ngawonggo Ceper Klaten	1979
SMP	MTs/SMP Al Islam I Surakarta	1982
SMA	MA/SMA Al Islam I Surakarta	1985
Sarjana	Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada	1991
Magister	Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada	1998
Doktor	Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada	2015

PENGALAMAN TRIDHARMA SELAIN PENGAJARAN

Menguji Disertasi	
2024	Menguji pada ujian tertutup mahasiswa S3 Matematika UGM an. Muamar Musa Nurwigantara
2023	Menguji ujian Terbuka (Promosi Doktor) Pascasarjana UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, an. FINA WARDANI
2022	Menilai Kelayakan Disertasi dan menguji ujian Tertutup Pascasarjana UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, an. FINA WARDANI
2021	Menguji (mereview) Kelayakan Disertasi, Menguji ujian tertutup dan terbuka mhs S3 Matematika ITB an. Delsi K. (Jenjang S3).
2021	Menjadi penilai (reviewer), penguji ujian tertutup dan terbuka disertasi an. Risnawita dengan judul : Keprimaan Modul Sederhana Atas Aljabar Lintasan Dan Aljabar Lintasan Leavitt (Jenjang S3).

Buku Referensi	
2019	Terapan Grup Matriks Atas Ring Komutatif Pada Protokol Perjanjian Kunci. Tingkat Nasional. Ketua (Mandiri). ISBN: 978-602-5966-08-8. pp : 154. Graha Ilmu. http://grahailmu.id/digilib
Conference Paper	
2023	The application of semiprime basic ideals in authentication scheme. The 2nd International Conference on Natural Sciences, Mathematics, Applications, Research, and Technology. DOI: https://doi.org/10.1063/5.0119388 . Vol. 2694 No. 1 Th. 2023. ISSN: Online ISSN 1551-7616 Print ISSN 0094-243X, pp: 080020-1 sd 080020-5. AIP Conference Proceedings https://pubs.aip.org/aip/acp/article-abstract/2694 /1/080020/2886837/The-application-of-semiprime-bas ic-ideals-in?redirectedFrom=fulltext
2022	Publikasi Conference paper ICON-SMART-2021 (Publikasi Conference paper ICON-SMART-2021). Pada The 2nd International Conference on Natural Sciences, Mathematics, Applications, Research, and Technology (ICON-SMART 2021):, FMIPA Universitas Sam Ratulangi Manado, indonesia. AIP Publishing https://aip.scitation.org/toc/apc/current
2018	The Integration - Interconnection Paradigm in Learning Mathematics Through Development Research and Clinical Supervision Pada ICMIs 2018 The International Conference on Mathematics and Islam. ISBN : 978-989-
	758-407-7. pp : 117-122. ADMAPETA (Asosiasi Dosen Matematika dan Pendidikan/Tadris Matematika). https://akademik.uin-suka.ac.id/karya_pegawai/file/publikasi/similarity/511/dokumen

Converence paper	
2017	Maximal Homomorphism in Fundamental Theorem of Homomorphism Semiring, Proceeding International Conference on Science and Engineering. ISSN : 2597-5250/2598-232X. pp : 189 - 192 . Faculty of Science & Technology, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga. https://akademik.uin-suka.ac.id/karya_pegawai/file/publikasi/similarity/510/dokumen
2011	The Cuntz Krieger Uniqueness Theorem Of Leavitt Path Algebras, Proceedings of the 6th SEAMS-GMU International Conference 0n Mathematics and Its Applications (Peserta dari 19 negara). ISSN : 978-979-17979-3-1. pp: 121 - 138 (18 Halaman). Departement of Mathematics Faculty of Mathematics & Natural Sciences Universitas Gadjah Mada. https://akademik.uin-suka.ac.id/karya_pegawai/publikasi/isi_dokumen_asli/2037
Jurnal Ilmiah	
2022	Aljabar Semiprima Mendasar dan Aplikasinya pada Protokol (Sinta 2). DOI: https://doi.org/10.21831/pythagoras.v17i1.48982_. Vol. 17 No. 1 Th. 2022. ISSN: Print ISSN: 1978-4538, Online ISSN: 2527-421X. pp: 322 - 333. PYTHAGORAS: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika. http://journal.uny.ac.id/index.php/pythagoras
2022	The socle of Leavitt path algebras over a semiprime ring. DOI: 10.12958/adm1850. Vol. 34 No. 1 Th. 2022. ISSN: 1726-3255. pp: 152 – 168. Algebra and Discrete Mathematics. (Internasional Bereputasi) https://admjournal.luguniv.edu.ua/index.php/adm/article/view/1850/pdf https://scholar.google.co.id/citations?view_op=vie w_

	citation&hl=en&user=nDwPZS8AAAAJ&citation_for_view=nDwPZS8AAAAJ:_kc_bZDykSQC
2021	On basically prime non-free algebras over a commutative unital ring. Vol. 19 No. 2 Th. 2021. ISSN: 2319-7234. pp: 97 – 114. Journal of Algebra and Applied Mathematics. SAS International Publications. (Internasional Bereputasi) http://www.sasip.net/jaads_index.html https://www.researchgate.net/publication/356259972 _ On_basically_prime_non-free_algebras_over_a_commutative_unital_ring
2018	Ideal Dasar Prima dalam Aljabar Atas suatu Ring Komutatif (Jurnal Fourier (Jurnal Matematika dan Pembelajarannya)). (Sinta 4). Vol. 7 No. 2 Th. 2018. ISSN: 2252-763X, E-ISSN 2541- 5239. pp: 79 – 86. Prodi Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. http://fourier.or.id/index.php/FOURIER/article/view/81/79
2017	Kesemiprimaan Aljabar Lintasan dan Aljabar Lintasan Leavitt (Jurnal Fourier (Jurnal Matematika dan Pembelajarannya)). (Sinta 4). Vol. 6 No. 1 Th. 2017. ISSN: 2252-763X, E-ISSN 2541-5239. pp: 9 – 20. Prodi Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta. http://fourier.or.id/index.php/FOURIER
2017	On Semisimple Leavitt Path Algebras Over a Comutative Unital Ring (JP. Journal of Algebra, Number Theory and Applications). Vol. 39 No. 5 Th. 2017. (Internasional Bereputasi) http://www.pphmj.com/journals/jpanta.htm
2015	On Free Ideal In Free Algebras Over A commutative Ring (JIMS (Journal of The Indonesian Mathematical Society)). (Sinta 1), Vol. 21 No. 1 Th. 2015. http://jims-a.org/index.php/jimsa/article/view/170

2014	On Primenees Of Path Algebras Over A Unital Commutative Ring, JP Journal of Algebra, Number Theory and Application. (Internasional Bereputasi). Vol. 34 No. 02 Th. 2014. ISSN: 0972-5555. pp: 121 - 138. Pushpa Publishing House.
2010	Analisis Segmentasi Dan Peta Posisi UIN Sunan Kalijaga Terhadap Perguruan Tinggi DI Yogyakarta Dengan Menggunakan Metode Multidimensional Scalling, Jurnal Penelitian dan Pengembangan Ilmu-Ilmu Agama. Vol. XIX No. 02 Th. 2010. ISSN: 0854-2732. pp: 418 – 437. Lembaga Penelitian UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
2009	Homomorfisma Kontinu Dan Representasi Reguler Pada Ring Bernorma, Jurnal Kaunia, Vol. V No. 02 Th. 2009. ISSN: 1829-5266/2301-8550. pp: 113 - 125. Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.
Melakukan penelitian (Laporan Penelitian)	
2023	Ideal Dasar Minimal Dibangun oleh Elemen Idempoten Primitif dalam Aljabar Lintasan Leavitt. https://litapdimas.uin-suka.ac.id/peneliti/penelit ian/progres_penelitian/230071
2022	SUPPORTING AKREDITASI LAM: EVALUASI PROGRAM MBKM FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI. http://digilib.uin-suka.ac.id/id/eprint/57323
2021	Terapan Aljabar Semiprima Mendasar pada Pengamanan Autentikasi Identitas Digital https://digilib.uin-suka.ac.id/id/eprint/51133/1/LPJ-SPJ-PENELITIAN-RL-2021.pdf
2019	Ideal Dibangun oleh Elemen Idempoten Primitive dalam Aljabar Lintasan Leavitt atas Ring Komutatif Unital. http://digilib.uin-suka.ac.id/cgi/users/home?screen=EPrint::View&eprintid=38002

2018	Aljabar Dibangun Secara Berhingga dan Penerapannya dalam Pengamanan Sistem Informasi (Upaya Pengamanan Sistem Informasi Akademik).
2017	Metode Perjanjian Kata Sandi Rahasia Menggunakan Grup Matriks atas Ring Sebagai Upaya Pengamanan Sistem Informasi Akademik.

Hak Cipta		
2022	Laporan Penelitian: TERAPAN ALJABAR SEMIPRIMA MENDASAR PADA PENGAMANAN AUTENTIKASI IDENTITAS DIGITAL https://bit.ly/SERTIFIKATHAKI2022.	SK: EC00202257303 (Menkumham
2020	JOLALI (JAGO BELAJAR MATEMATIKA) (Bersama Partner). https://drive.google.com/drive/folders/1eNtYKhtfXaReHOn2N8dPg9UL17M0UwfM?usp=sharing	EC00202056621 (Menkumham)
2020	UHITSU (Ukur Hitung Sudut) (Bersama Partner). https://drive.google.com/drive/folders/1eNtYKhtfXaReHOn2N8dPg9UL17M0UwfM?usp=sharing	EC00202056397 (Menhukam)

Memberi pelayanan kepada Masyarakat	
2023	Reviewer Proposal Penelitian dan Pengabdian pada Masyarakat Litapdimas Pusat Kemenag RI.
2023	Reviewer pada Kegiatan Seminar Hasil Penelitian Berbasis SBK Tahun Anggaran 2023 Universitas Islam Negeri Mataram,

2023	Reviewer Progress Report Penelitian dan Publikasi Ilmiah BOPTN 2023 di UIN Walisongo Semarang.
2022 - 2023	Menilai Portofolio Sertifikasi Dosen di lingkungan PTKIN
2022	Menilai dan mereviu Proposal Penelitian serta menilai presentasi Rencana Penelitian 10 Judul Penelitian Dosen/Tendik UIN Mataram.
2022	Memberikan penilaian dan review Laporan Progress Report Penelitian BOPTN Tahun 2022 Dosen/Tendik UIN Walisongo Semarang sebanyak 10 judul.
2022	Menilai dan mereview proposal penelitian/PkM dosen/tendik IAIN Salatiga.
2022	Manjadi Peer Reviewer Karya Ilmiah an Dr. Yudi Ari Adi, S.Si., M.Sc. Dosen Prodi Matematika Universitas Ahmad Dahlan
2021	Menyusun Soal Babak Penyisihan dan Final OASE (Olimpiade Agama, Sains dan Riset) Nasional Bidang Matematika.
2021	Menjadi Juri Olimpiade Nasional OASE Nasional bidang Matematika
2020	Mereview sejumlah karya ilmiah dosen Universitas Ahmad Dahlan
2019	Mereview Proposal Penelitian UIN Walosingo Semarang dan UIN Mataram

Anggota/Pengurus Asosiasi Profesi
Anggota IndoMS (Indonesian Mathematics Society)
Sebagai Bendahara IndoMS (The Indonesian Mathematics Society) wilayah DIY-Jateng. 2018 – 2022
Anggota Admapeta (Asosiasi Dosen Matematika, Pendidikan/Tadris Matematika)

Mendapat Tanda Jasa dan Penghargaan		
2020	Mendapatkan penghargaan Satya Lancana Karya Satya 20 tahun dari dari Presiden Joko Widodo	
2013	Mendapatkan Penghargaan Staya Lancana Karya Satya 10 tahun dari Presiden Susilo Bambang Yudoyono	
Kegiatan internasional		
2023	Inisiasi (berncmarking) ke Lembaga akreditasi Internasional ASIIN & FIBAA di Jerman	
2019	Menjadi Presenter dalam International Conference Rings, Modules, and Hopf Algebra, Almeria, Spain, selama 5 hari	
2015	Mengikuti Research School “Leavitt path algebtas and graph C.*-algebras” yang dilaksanakan di CIMPA Research School, Turkey, selama 2 pekan	
2014	Mengikuti Program Sandwich (PROSALE) KEMENAG RI, ke Universidad De Malaga, Spain (Oktober – Desember)	
Menjadi invited speaker		
2022	Narasumber Kegiatan Workshop Pengembangan Prodi Umum di UIN Raden Mas Said Surakarta . Tingkat Nasional.	Sharing: Best Practices Pembukaan Prodi Umum di PTKIN, UIN Raden Mas Said Surakarta
2022	Narasumber Kegiatan Seminar Metodologi Penelitian Matematika.	Seminar Metodologi Penelitian Prodi Matematika, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

2021	Narasumber Workshop Penyusunan RPS Matakuliah Logika Matematika dan Himpunan Berbasis Project	Di Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta, secara daring Zoom Meeting
2016	Narasumber Seminar nasional aljabar dan pengajarannya.	Di Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta
2015	Narasumber International SEAMS School with topic "On Some Aspects of Representaton Theory"	Department of Mathematics, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia.
Menjadi mitra bestari		
2022	Menjadi Reviewer pada Journal IndoMS (jurnal internasional terindeks scopus dan akreditasi Sinta 1)	Reviu artikel dengan judul "On Graded Simple Modules over Leavitt Path Algebras",
2017 – Sekarang	Menjadi Reviewer Nasional Kementerian Agama RI.	Revieuwer Litapdimas Pusat dan di beberapa PTKIN (IAIN Salatiga, UIN Walisongo, UIN Mataram)

Ideal Dasar Dibangun oleh Titik-titik pada *Cycle* Tanpa *Exit* dalam Aljabar Lintasan Leavitt

oleh:
Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.

Subhimpunan herediter dari himpunan titik-titik pada quiver memiliki peran penting dalam konstruksi ideal maupun ideal dasar dalam aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital. Sebarang titik dalam aljabar lintasan Leavitt merupakan idempoten, tetapi belum tentu primitive. Elemen titik idempotent primitive dapat berupa titik pada sikel tanpa eksit. Subhimpunan $P_c(Q)$ bersifat herediter menotasikan himpunan semua titik-titik pada sikel tanpa eksit. Tulisan ini menganalis peran subhimpunan herediter dari titik-titik idempotent primitive berupa titik-titik pada sikel tanpa eksit dan ideal dari ring komutatif unital dalam membentuk ideal (dasar) dari aljabar lintasan Leavitt atas ring komutatif unital. Ideal non trivial I dari ring komutatif unital R dan titik $v \in P_c(Q)$ dengan sikel c tanpa eksit bersumber di v, dapat mengkonstruksi ideal dalam aljabar lintasan Leavitt $L_R(Q)$ berbentuk $(Iv) \cong M_n(I[x, x^{-1}])$ dimana n adalah banyaknya lintasan berujung di v, bukan ideal dasar. Namun jika $I = R$ maka $(Rv) = (v) \cong M_n(R[x, x^{-1}])$ adalah ideal dasar dalam $L_R(Q)$.